УДК 530.182

М.А. КНЯЗЕВ

СОСТОЯНИЯ ТИПА КИНКОВ В МОДЕЛИ ШАРМЫ – ТАССО – ОЛВЕРА

Ключевые слова: *кинк, уравнение Шармы – Тассо – Олвера, метод Хироты.*

Одним из наиболее характерных свойств солитонов и солитоноподобных объектов (например, кинков) является упругий характер их взаимодействия [1]. При столкновении двух таких объектов их амплитуды и скорости остаются прежними, а единственное изменение заключается в появлении дополнительного сдвига фазы по сравнению с состоянием до взаимодействия. Однако в последнее время обнаружены нелинейные модели, в которых при определенных условиях взаимодействие между состояниями, описываемыми солитонами (или солитоноподобными объектами), носит неупругий характер. Особенностью таких моделей является то, что в них один солитон может расщепиться на несколько, или наоборот, допускается формирование нового солитонного состояния в результате слияния нескольких солитонов. Интерес к таким моделям очевиден, поскольку подобные процессы широко встречаются, например, в физике плазмы, а также в физике атомного ядра.

В настоящей работе рассматривается одна из таких моделей, для описания которой используется уравнение Шармы – Тассо – Олвера (Sharma – Tasso – Olver (STO) equation). Различные решения данного уравнения и их свойства изучены достаточно подробно [2–5]. Показано, что уравнение является интегрируемым в смысле существования пары операторов Лакса. Получены его решения в виде солитона (кинка), а также связанного состояния двух солитонов (кинков). В связи с актуальностью рассматриваемой задачи поиск новых точных решений представляет несомненный интерес. В данной работе при помощи метода Хироты [6] построены новые решения уравнения STO, которые описывают кинкоподобные состояния.

Рассмотрим уравнение STO в (1+1)-мерном случае:

$$u_t + \alpha\left(u^3\right)_x + \frac{3}{2}\alpha\left(u^2\right)_{xx} + \alpha u_{xxx} = 0. \tag{1}$$

Здесь α – положительная константа; $u_t = \partial u/\partial t$ и т.п.

При помощи масштабного преобразования $-2t/\alpha \to t$, $2x \to x$ уравнение (1) можно записать в виде

$$u_t - \left(u^3\right)_x - \frac{3}{4}\left(u^2\right)_{xx} - \frac{1}{4}u_{xxx} = 0. \tag{2}$$

Введем замену зависимой переменной вида

$$u = \frac{1}{2}\left(\ln F\right)_x,$$

где F – новая неизвестная функция. Тогда, последовательно применяя метод Хироты, можно показать, что уравнение (2) имеет следующие кинкоподобные решения:

$$u(x,t) = \frac{k}{4}\left[1 + \operatorname{th}\left(\frac{kx + \frac{k^3 t}{4} + \eta^0}{2}\right)\right]; \tag{3}$$

$$u(x,t) = -\frac{k}{4}\left[1 + \operatorname{th}\left(\frac{-kx - \frac{k^3 t}{4} + \eta^0}{2}\right)\right]. \tag{4}$$

Здесь k – произвольная положительная константа; η^0 – начальная фаза решения.

К особенностям полученных решений следует отнести то, что, во-первых, они содержат постоянный член, соответствующий вакуумному состоянию, а во-вторых, области изменения функций для каждого из них различны (за исключением предельного значения $u = 0$). Такие решения имеют место и в других моделях, например в моделях с полиномиальным взаимодействием [7, 8]. Если ввести понятие топологического заряда согласно подходу, предложенному в [9], то для обоих решений (3) и (4) он окажется одинаковым и равным двум.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лэм Дж.Л. Введение в теорию солитонов. – М.: Мир, 1983.
2. Song Wang et al. // Chaos, Solit. Fract. – 2004. – V. 21. – P. 231.
3. Zeng-ju Lian, and Lou S.Y. // Nonlinear Anal. – 2005. – V. 63. – P. e1167.
4. Bariş Erbas, Elçin Yusufoğlu // Chaos, Solit. Fract. – 2009. – V. 41. – P. 2326.
5. Aihua Chen // Phys. Lett. A. – 2010. – V. 374. – P. 2340.
6. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. – М.: Мир, 1982.
7. Ferrera A. and Melfo A // Phys. Rev. D. – 1996. – V. 53. – P. 6852.
8. Князев М.А. Кинки в скалярной модели с затуханием. – Минск: Тэхналогiя, 2003.
9. Раджараман Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. – М.: Мир, 1985.

Белорусский национальный технический университет,
г. Минск, Беларусь
E-mail: maknyazev@bntu.by

Поступило в редакцию 26.11.10.

Князев Михаил Александрович, д.ф.-м.н., доцент, профессор.