

$$\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a}.$$

Полярные координаты точки Ц определяются из следующих выражений:

$$\psi_{\text{ц}} = \alpha_{\text{к}} - \mathcal{G}_{\text{к}} - \beta_{\text{к}};$$

$$r_{\text{ц}} = \sqrt{r_{\text{к}}^2 + R^2 - 2r_{\text{к}}R\sin(\alpha_{\text{к}} + \alpha^*)},$$

где  $r_{\text{к}} = r_a - h_{\text{к}};$

$$\beta_{\text{к}} = \arccos \frac{r_{\text{к}}^2 + r_{\text{ц}}^2 - R^2}{2r_{\text{к}}r_{\text{ц}}};$$

$$\rho_{\text{к}} = r_{\text{к}} \sin \alpha_{\text{к}};$$

$$\alpha_{\text{к}} = \arccos \frac{r_b}{r_{\text{к}}};$$

$$\mathcal{G}_{\text{к}} = \frac{\rho_{\text{к}}}{r_b} - \psi_b;$$

$$\alpha^* = \alpha_{\text{к}} - \psi_{\text{к}} - \mathcal{G}_{\text{к}};$$

$$\psi_{\text{к}} = \psi_b - \operatorname{inv} \arccos \frac{r_b}{r_{\text{к}}}.$$

По приведенным выше формулам (вариант 1) проводится числовой параметр расчета координат центра Ц окружности притупления для зубчатого колеса с исходными данными:  $Z=14$ ,  $m=6$  мм,  $\beta=18^\circ$ ,  $\alpha=20^\circ$ ,  $h^*a=1$ ,  $h^*l=2$ ,  $C^*=0.2951$ ,  $x=0,6$ ,  $\delta=0$ ,  $AHr=245$  мкм,  $hk=0,448$  мм;  $R=1,2$  мм;  $\alpha^*=1^\circ$ , Координаты центра Ц будут (условия корректности соблюдены): полярные -  $\psi_{\text{ц}}=0,01124$  рад,  $r_{\text{ц}}=52,54$  мм, декартовы-  $x_{\text{ц}}=52,53$  мм;  $y_{\text{ц}}=0,578$  мм.

УДК 629.113.073

Гурвич Ю.А.

## ВЫБОР КРИТЕРИЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СЕТОК

*ГУО «Институт пограничной службы Республики Беларусь»*

*Минск, Беларусь*

*Показано, что задачи выбора критерия, разработки методики комплекса программ многокритериальной оптимизации параметров транспортных средств во всем скоростном диапазоне движения машин должны решаться методами*

*случайного поиска. С помощью методов Монте-Карло и ЛПТ - последовательности, по сравнению с методом сеток, выполняется минимальное количество вычислительных процедур за счет варьирования значениями сразу всех параметров.*

*Результаты данных исследований необходимо ввести в курсы лекций и практических занятий для студентов и курсантов технических вузов.*

Задачи многокритериальной оптимизации значений геометрических, конструктивных и других параметров автомобилей во всем скоростном диапазоне движения на стадии их проектирования являются сложными научно-техническими задачами.

Для их решения:

во-первых, требуется, как правило, усилия целого коллектива: механиков, конструкторов, инженеров, математиков, программистов;

во-вторых, используются специальные методы, заимствованные из разных наук: механики (теоретической и аналитической механики, механики неголономных систем, теории устойчивости движения, теории качения колеса, теории автоматического регулирования, теории машин и механизмов и т.д.); математического моделирования; многокритериального синтеза, множество Парето; теории идентификации; теории вероятности и математической статистики; теории приближения функций и многих других теорий.

Затем эти методы «сшиваются» в единое целое, которое представляет собой новые методики, алгоритмы и программы выбора параметров автомобилей, удовлетворяющих сразу нескольким критериям, причем во всем скоростном диапазоне движения этих машин.

Пример практической реализации (в виде методик, алгоритмов и комплекса программ с использованием множества Парето) многокритериальной оптимизации значенных параметров управляемой оси (или управляемого моста), рулевой трапеции автомобилей и автобусов «МАЗ», приведен в [1,2].

Для успешного решения задач многокритериальной оптимизации необходимо выбрать «хороший» метод оптимизации (обозначим этот метод – «М\*»), который обеспечит выполнение из множества существующих критериев, по меньшей мере, этих двух, не всегда коррелированных между собой, критериев [3]:

минимальное количество вычислительных процедур;

минимальное время счета.

В качестве исходного материала для поиска «М\*» используем:

простейший метод оптимизации – метод сеток (или метод перебора значений всех параметров в узлах сетки [4]), аналогом, которого может служить лист бумаги в клетку (с параметрами  $X$  и  $Y$ ), где на пересечении горизонтальных –  $X$  и вертикальных –  $Y$  линий расположены узлы сетки. При одинаковом числе разбиений параметров число узлов равно  $X^2=Y^2$ . Если добавить третий параметр  $Z$ , то число узлов –  $X^3=Y^3=Z^3$ . Такие вычисления можно выполнить для  $n$ -мерного пространства параметров при не одинаковом (и при одинаковом) числе разбиений каждого из параметров;

геометрические, жесткостные, массовые, конструктивные и другие параметры в виде  $n$ -мерного пространства параметров, представляющие собой коэффициенты механико-математического описания движения транспортного средства, иначе – коэффициенты, стоящие перед слагаемыми каждого уравнения системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику транспортного средства.

В данной работе: реализованы алгоритмы расчетов количества узлов сетки, использующие методы комбинаторики и правило круговой подстановки при одинаковом и не одинаковом числе разбиений параметров; получен ответ на вопрос: «В чем же выигрывает проектировщик, если одновременно варьировать два, три или более значений параметров при неизменных величинах остальных параметров механико-математического описания движения транспортного средства, по сравнению с изменением только одного параметра при неизменном значении остальных параметров?»

Выбор метода оптимизации осуществим после сравнения результатов вычислений по формулам, определяющим:

– количество совокупностей (или число сочетаний) значений параметров  $W_{fnN}^n$  для  $n$ -мерного пространства варьируемых параметров, когда число уровней варьирования каждой  $n$ -мерной координаты различно –  $f_{1i}, f_{2j}, \dots, \lambda_{fnN}$  (где  $i, j, \dots, N$  – теку-

щие порядковые номера уровней варьирования по каждой  $n$ -мерной координате  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, \lambda_n}$ );

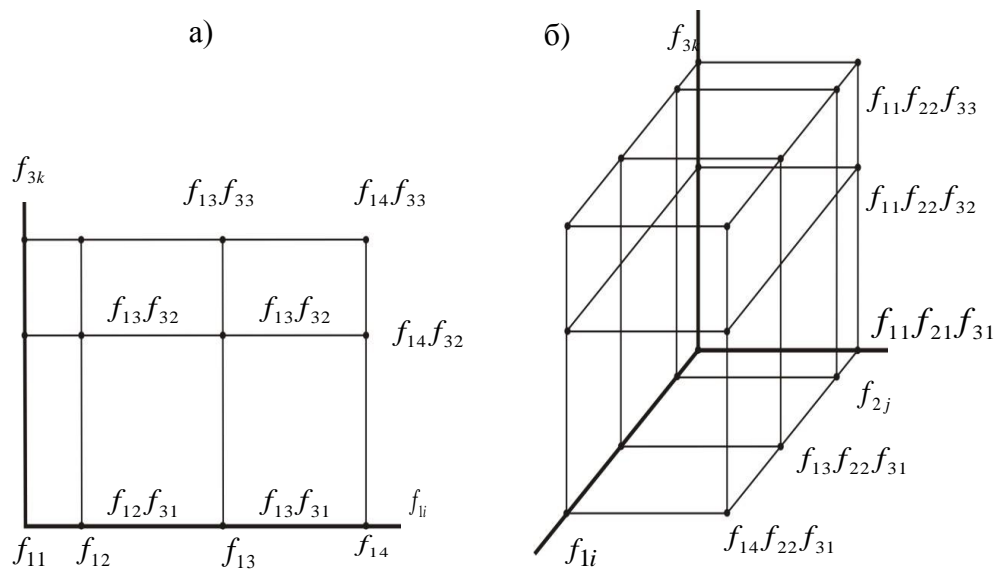
– число зон устойчивости или неустойчивости движения управляемых колес машины  $W_{fnN}^n(k_1)$  (где  $k_1 = \overline{1, \overline{m}}$ ) при одновременном варьировании значений сначала одного параметра  $k_1 = 1$ , затем двух  $k_1 = 2 \dots k_1 = 1, 2, \dots, (n-1), n$  при неизменных значениях остальных значений параметров в этой  $n$ -мерной совокупности параметров.

Расчет совокупностей параметров по формуле  $W_{fnN}^n$  для плоскости  $n=2$  и для пространства  $n=3$  (рис. 1) различных по физическому смыслу параметров и с разным числом уровней варьирования  $f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}$ . Если  $i = \overline{1, 4}$ ,  $j = \overline{1, 2}$ ;  $k = \overline{1, 3}$ , то  $f_{1\lambda_1} = 4$ ,  $f_{2\lambda_2} = 2$ ,  $f_{3\lambda_3} = 3$ . Тогда количество совокупностей параметров на плоскости  $f_{1i}, f_{3k}$  и в пространстве  $f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}$  будет равно:

$$W_{fnN}^2 = f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3}; \quad W_{fnN}^3 = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3};$$

$$W_{fnN}^2 = 4 * 3 = 12; \quad W_{fnN}^3 = 4 * 2 * 3 = 24.$$

В  $n$ -мерном пространстве параметров количество всех совокупностей, содержащих по  $n$  параметров каждая, определяется выражением (1):



$$W_{fnN}^n = \prod_{n=1}^n f_{n\lambda_n}. \quad (1)$$

Рис.1. Количество совокупностей параметров:

$a$  – на плоскости  $f_{1i}, f_{3k}$  (вид на рис. 1,б со стороны отрицательного направления оси  $f_{2j}$ );

$б$  – в трехмерном пространстве  $f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}$  параметров

Примеры расчета совокупностей параметров по формуле  $W_{fnN}^n(k_1)$  при  $k_1 = \overline{1, \overline{m}}$  будем реализовывать для однокритериальной задачи, где критерием устойчивости движения машины и функцией совокупности параметров является скорость движения

управляемых колес  $-V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, \dots, f_n)$ ; которая представляет поверхность в  $n$ -мерном пространстве параметров.

*Пример 1.* Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j})$  – функция двух параметров.

Чтобы построить эту поверхность в виде сетки необходимо:

во-первых, варьировать величину параметра  $f_{1i}$ , при неизменной какой-либо одной из величин  $f_{2j}$ , например  $f_{21} = const$ . При этом получим ряд точек  $V_{21_i}$  где  $i = \overline{1, \lambda_1}$ , через которые, используя методы аппроксимации, проведем плавную кривую, являющуюся элементом сетки. Зависимость  $V_{21_i} = V_{21_i}(f_{1i}, f_{21})$  представляет собой одну плоскую зону устойчивости. Всего нужно построить  $j = \lambda_2$  плавных кривых и плоских зон устойчивости вида  $V_{2j_i} = V_{2j_i}(f_{1i}, f_{2j})$ ;

во-вторых, варьируя величину  $f_{2j}$  где  $j = \overline{1, \lambda_2}$  при уже неизменной величине  $f_{1i}$  где  $i = \overline{1, \lambda_1}$ , необходимо построить еще  $i = \lambda_1$  плавных кривых и плоских зон устойчивости вида  $V_{1i_j} = V_{1i_j}(f_{1i}, f_{2j})$ .

Полное количество плоских зон устойчивости движения и плавных кривых, отображающих сетку в двухмерном пространстве параметров, определяется зависимостью

$$W_{fnN}^2(1) = \sum_{j=1}^{\lambda_2} \sum_{i=1}^{\lambda_1} V_{2j_i} + \sum_{i=1}^{\lambda_1} \sum_{j=1}^{\lambda_2} V_{1i_j} \quad (2)$$

В (2) первое слагаемое определяет количество плавных кривых параллельных оси  $j$  и равно  $\lambda_2$  второе слагаемое – наоборот: параллельных оси  $i$  и равно  $\lambda_1$ .

Если одновременно варьировать величины двух параметров, то для изучения поверхности  $V(f_{1i}, f_{2j})$  необходимо построить всего одну двухмерную область устойчивости.

*Пример 2.* Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k})$  – функция трех параметров.

$W_{fnN}^3(1)$  определим по (3), используя правило круговой подстановки (рис. 2), в скобках каждого слагаемого указывается тот недостающий параметр, величину которого варьируют:

$$W_{fnN}^3(1) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2}(f_{3k}) + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3}(f_{1i}) + f_{3\lambda_3} * f_{1\lambda_1}(f_{2j}) \quad (3)$$

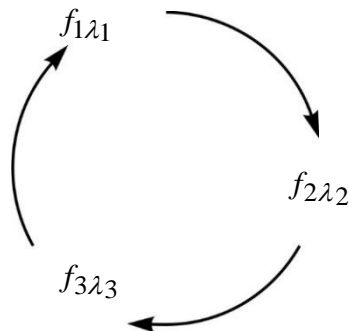


Рис. 2. Правило круговой подстановки в (3) работает только в положительном направлении  
Число плоских зон устойчивости по (3) для рис. 1,б равно:

$$W_{fnN}^3(1) = 4 * 2 + 2 * 3 + 3 * 4 = 26$$

$W_{fnN}^3(2)$  определим по (4), в скобках каждого слагаемого указываются те недостающие параметры, величину которых варьируют:

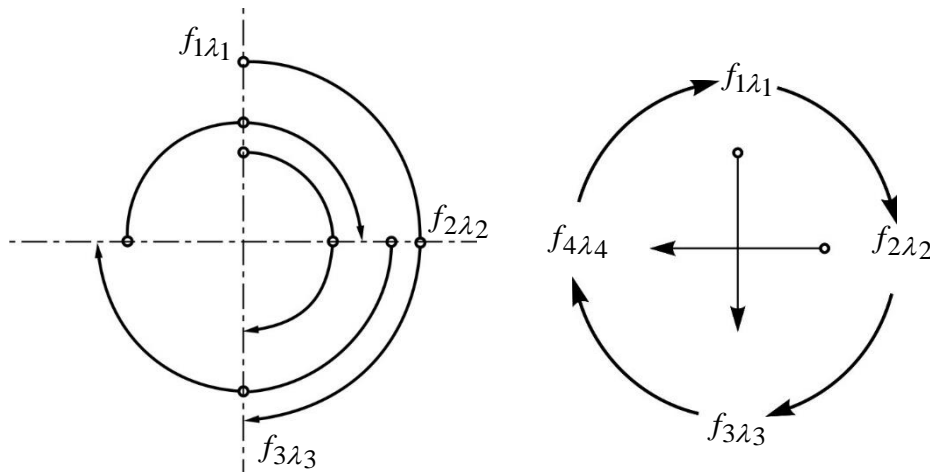
$$W_{fnN}^3(2) = f_{1\lambda_1}(f_{2j}f_{3k}) + f_{2\lambda_2}(f_{3k}f_{1i}) + f_{3\lambda_3}(f_{1i}f_{2j}) \quad (4)$$

Иначе, число зон устойчивости  $W_{fnN}^3(2)$  равно сумме чисел уровней варьирования по каждой координате. Для рис. 1,б число плоских зон устойчивости равно:  $W_{fnN}^3(2) = 4 + 2 + 3 = 9$ .

Если одновременно варьировать величины трех параметров, то для изучения поверхности  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k})$  необходимо построить всего одну трехмерную область устойчивости.

*Пример 3.* Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l})$  – функция четырех параметров.

$W_{fnN}^4(1)$  определим по (5), используя правило круговой подстановки (рис. 3,а):



$$W_{fnN}^4(1) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} \quad (5)$$

Рис. 3. Правило круговой подстановки для четырёх параметров

$W_{fnN}^4(2)$  определим по (6), используя правило круговой подстановки (рис. 3,б):

$$W_{fnN}^4(2) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} + f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{4\lambda_4} \quad (6)$$

$W_{fnN}^4(3)$  равно сумме чисел уровней варьирования по каждой четырехмерной координате.

В случае одновременного варьирования значений четырех параметров для изучения поверхности  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l})$  необходимо построить всего одну четырехмерную область устойчивости.

Пример 4. Скорость  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l}, f_{5m})$  – функция пяти параметров.

$W_{fnN}^5(1)$  определим по (7), используя правило круговой подстановки (рис. 4)

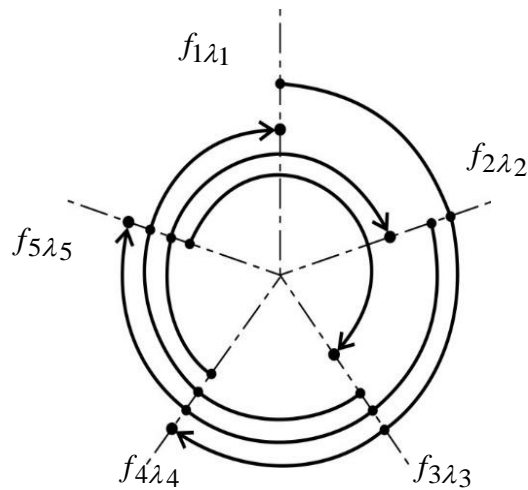


Рис. 4. Правило круговой подстановки для пяти параметров в (7) работает только в положительном направлении

$$\begin{aligned}
 W_{fnN}^5(1) = & f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + \\
 & + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + \\
 & + f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3}
 \end{aligned} \tag{7}$$

$W_{fnN}^5(2)$  определим по (8), используя правило круговой подстановки (рис. 5):

$$\begin{aligned}
 W_{fnN}^5(2) = & f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + \\
 & + f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{2\lambda_2} * f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + \\
 & + f_{3\lambda_3} * f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{5\lambda_5} * f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3}
 \end{aligned} \tag{8}$$

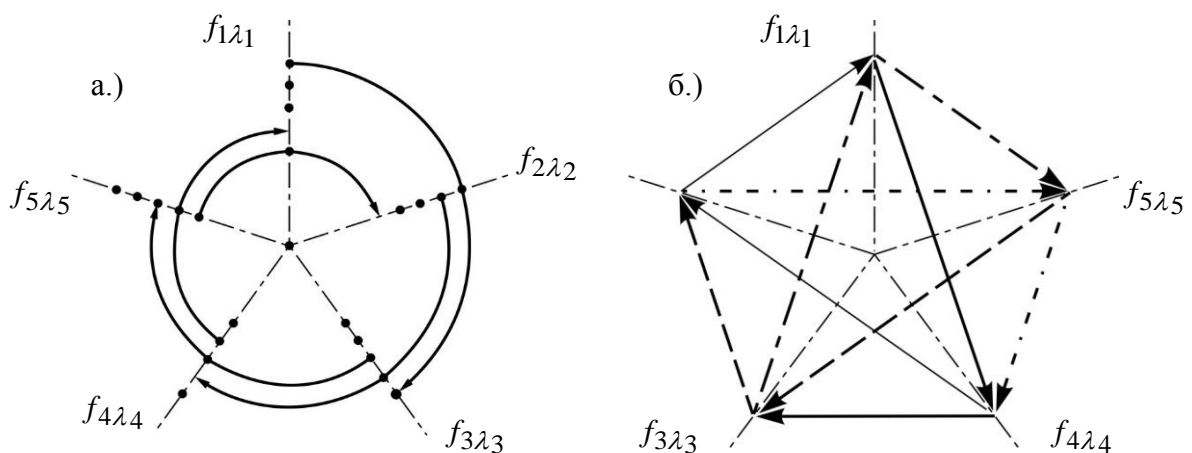


Рис. 5. Правило круговой подстановки:  
 а – для первых пяти слагаемых в (8); б – для вторых пяти слагаемых в (8)

$W_{fn}^5(3)$  определим по (9), используя правило круговой подстановки (рис. 6):

$$W_{fn}^5(3) = f_{1\lambda_1} * f_{2\lambda_2} + f_{2\lambda_2} * f_{3\lambda_3} + f_{3\lambda_3} * f_{4\lambda_4} + f_{4\lambda_4} * f_{5\lambda_5} + f_{5\lambda_5} * f_{1\lambda_1} + \\ + f_{1\lambda_1} * f_{3\lambda_3} + f_{2\lambda_2} * f_{4\lambda_4} + f_{3\lambda_3} * f_{5\lambda_5} + f_{4\lambda_4} * f_{1\lambda_1} + f_{5\lambda_5} * f_{2\lambda_2} \quad (9)$$

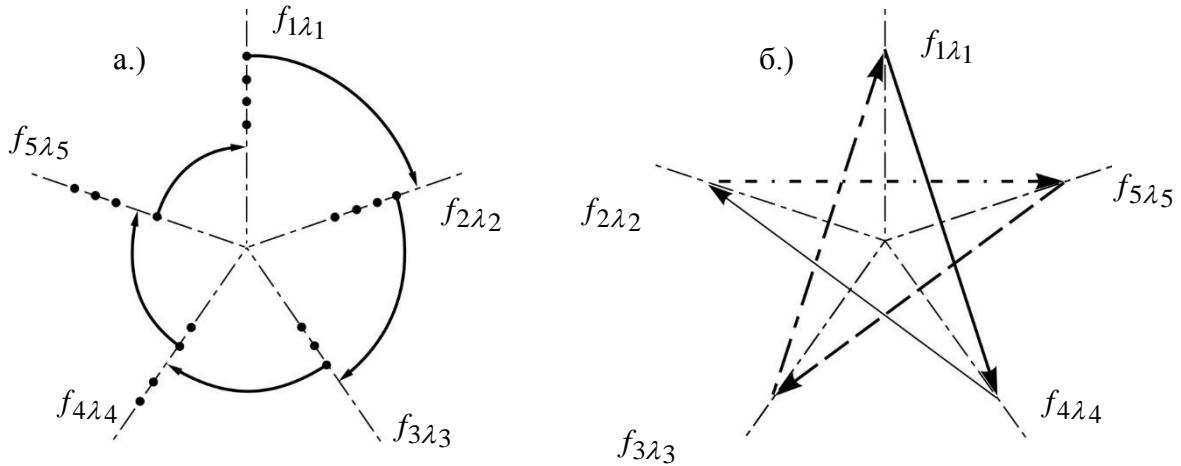


Рис. 6. Правило круговой подстановки:  
*a* – для первых пяти слагаемых в (9); *б* – для вторых пяти слагаемых в (9)

$W_{fn}^5(4)$  равно сумме чисел уровней варьирования по каждой пятимерной координате.

В случае одновременного варьирования значений пяти параметров для изучения поверхности  $V = V(f_{1i}, f_{2j}, f_{3k}, f_{4l}, f_{5m})$  необходимо построить всего одну пятимерную область устойчивости.

Более наглядными являются расчеты, когда каждый параметр из  $n$ -мерного пространства параметров делится на одинаковое число частей. Используя методы комбинаторики - размещения, сочетания и перестановки, реализуем при  $n=10$  алгоритм вычислений количества узлов сетки, который представляет собой последовательность вычислительных процедур: сначала нужно варьировать только одним параметром из десяти, остальные девять параметров закреплены; затем варьировать двумя параметрами при закрепленных остальных восьми параметрах. Расчеты необходимо продолжать до тех пор, пока число одновременно варьлируемых параметров достигнет десяти.

Результаты расчетов приведены в таблице 1, которая содержит вычисления числа расчётных точек (узлов сетки), в соответствии с формулой (10):

$$W_f^n(k_1) = f^n(k_1) \quad (10)$$

где  $f$  – число разбиений одинаковое для каждого из варьлируемых параметров, может последовательно принимать значения из ряда – 2,3,4,5,6;  $n$  – количество параметров системы, может последовательно принимать значения из ряда – 1,2,...,10;  $k_1$  – число одновременно варьлируемых параметров, может последовательно принимать значения из ряда – 1,2,...,10.

Анализ таблицы 1 показал, что минимальное количество вычислительных процедур и, соответственно, минимальное время счета можно получить при одновременном

варьировании  $n$  параметров из  $n$  параметров. При этом необходимо строить всего лишь одну  $n$ -мерную картину устойчивости.

Этот результат позволяет из имеющегося большого количества методов нелинейного программирования выбрать методы, позволяющие варьировать значениями сразу всех параметров, например, – методы случайного поиска: метод Монте-Карло, метод ЛП $_{\tau}$ -последовательности [5] и другие методы.

Метод ЛП $_{\tau}$  - последовательности отличается от метода Монте-Карло [5, с. 26] повышенной равномерностью разбиения на части каждого варьируемого параметра из  $n$ -мерного пространства параметров. Это хорошо видно при разбрасывании десяти точек тремя методами на отрезке прямой линии: самая большая разница в величине десяти отрезков между собой у метода Монте-Карло; при использовании метода ЛП $_{\tau}$  - последовательности величина каждого из десяти отрезков отличается друг от друга – незначительно, что, практически, соответствует величине отрезков, построенных методом сеток.

Поэтому, рассуждения об одинаковом разбиении каждого варьируемого параметра из  $n$ -мерного пространства параметров и таблица 1 больше соответствуют методу ЛП $_{\tau}$ - последовательности. Математические выкладки при одинаковом разбиении каждого варьируемого параметра, наоборот: – больше соответствуют методу Монте-Карло.

С помощью методов случайного поиска, например – Монте-Карло можно получить огромный выигрыш в количестве расчетов. В этом как раз и выигрывает проектировщик, если одновременно варьировать два, три или более значений параметров при неизменных величинах остальных параметров. Применяя метод сеток на плоскости двух параметров  $n = 2$ , каждый из которых делится на десять частей  $f = 10$ , нужно выполнить  $10^2$  вычислительных процедур. При использовании метода Монте-Карло – всего десять (причем каждый из двух параметров будет разделен на десять не одинаковых между собой частей). В трехмерном пространстве параметров выигрыш в количестве расчетов ещё более очевиден: при методе сеток –  $10^3$  вычислений, а с помощью метода Монте-Карло – всего десять (причем каждый из трех параметров будет разделен на десять не одинаковых между собой частей). В десятимерном пространстве параметров: при методе сеток –  $10^{10}$  вычислений, а с помощью метода Монте-Карло – всего десять (причем каждый из десяти параметров будет разделен на десять не одинаковых между собой частей).



Таблица 1

Число узлов сетки  $W_f^n(k_1)$  при различном количестве одновременно варьируемых параметров ( $k_1 = \overline{1, n}$ )

Количество сечений зон устойчивости движений управляемых колёс машин $W_f^n(k_1)$ при различных $k_1 = \overline{1, n}$													
	$W_f^n(10)$	$W_f^n(9)$	$W_f^n(8)$	$W_f^n(7)$	$W_f^n(6)$	$W_f^n(5)$	$W_f^n(4)$	$W_f^n(3)$	$W_f^n(2)$	$W_f^n(1)$	$W_f^n$	$f$	$n$
1	$W_f^1(k_1)$	$f^0$	$10 \cdot f^1$	$45 \cdot f^2$	$120 \cdot f^3$	$210 \cdot f^4$	$252 \cdot f^5$	$210 \cdot f^6$	$120 \cdot f^7$	$45 \cdot f^8$	$10 \cdot f^9$	$W_f^{10}(k_1)$	
	2	1	20	180	960	3360	8064	13440	15360	15360	5120	1024	2
	3	1	30	405	3240	17010	61236	153090	264440	264440	196830	59049	3
	4	1	40	720	7680	53760	258048	860160	1966080	1966080	2624440	1048576	4
	5	1	50	1125	15000	131250	787500	3281250	9375000	9375000	19531250	9765625	5
	6	1	60	1620	25920	272160	1959552	9797760	33592320	33592320	100776960	60466176	6
2	$W_f^2(k_1)$	$2 \cdot f^1$	$f^0$	$9 \cdot f^1$	$36 \cdot f^2$	$84 \cdot f^3$	$126 \cdot f^4$	$126 \cdot f^5$	$84 \cdot f^6$	$36 \cdot f^7$	$9 \cdot f^8$	$W_f^{10}(k_1)$	
	2	4	1	18	144	672	2016	4032	5376	4608	2304	512	2
	3	6	1	27	324	2268	10206	30618	61236	7732	59049	19683	3
	4	8	1	36	576	5376	32256	393750	344064	589824	589824	262144	4
	5	10	1	45	900	10500	78750	129024	1312500	2812500	3515625	1953125	5
	6	12	1	54	1296	18144	163296	979776	3919104	10077696	15116544	10077696	6
$n$	$W_f^n$	$W_f^n(1)$	$W_f^n(2)$										

Окончание табл. 1

		$W_f^n(8)$	$W_f^n(7)$	$W_f^n(6)$	$W_f^n(5)$	$W_f^n(4)$	$W_f^n(3)$	$W_f^n(2)$	$W_f^n(1)$	$W_f^n$	$f$	$n$
3	$W_f^3(k_1)$	$f^0$	$8f^1$	$28f^2$	$56f^3$	$70f^4$	$56f^5$	$28f^6$	$8f^7$	$W_f^8(k_1)$		8
	2	1	16	112	448	1120	1792	1792	1024	256	2	
	3	1	24	252	1512	5670	13608	20412	17496	6561	3	
	4	1	32	448	3584	17920	57344	114688	131072	65536	4	
	5	1	40	700	7000	43750	175000	437500	625000	390625	5	
	6	1	48	1008	12096	90720	435456	1306368	2239488	1679616	6	
4	$W_f^4(k_1)$	$4f^1$	$f^0$	$7f^1$	$21f^2$	$35f^3$	$35f^4$	$21f^5$	$7f^6$	$W_f^7(k_1)$		
	2	8	1	14	84	280	560	672	448	128	2	
	3	12	1	21	189	945	2835	5203	5103	2187	3	
	4	16	1	28	336	2240	8960	21504	28672	16384	4	
	5	20	1	35	525	4375	21875	65625	109375	78125	5	
	6	24	1	42	756	7560	45360	163296	326592	279936	6	
5	$W_f^5(k_1)$	$10f^2$	$5f^1$	$f^0$	$f^1$	$f^2$	$f^3$	$f^4$	$f^5$	$W_f^6(k_1)$		
	2	40	10	1	12	60	160	240	192	64	2	
	3	90	15	1	18	135	540	2115	1458	729	3	
	4	1280	20	1	24	240	960	3840	6144	4096	4	
	5	3125	25	1	30	375	2500	9375	18750	15625	5	
	6	6482	30	1	36	540	4320	19440	46656	46656	6	
$n$	$W_f^n(1) W_f^n(2)$	$W_f^n(2)$	$W_f^n(4)$	$W_f^n(5)$								

**Заключение.** Минимальное количество вычислительных процедур и, соответственно, минимальное время счета можно получить при одновременном варьировании значениями  $n$  параметров из  $n$ -мерного пространства параметров при не одинаковом (или одинаковом) числе разбиений каждого из параметров. При этом необходимо строить всего лишь одну  $n$ -мерную картину устойчивости.

Этот результат позволяет из имеющегося большого количества методов нелинейного программирования выбрать такие методы «М\*», которые обеспечивают варьирование значениями сразу всех параметров, например, – методы случайного поиска: метод Монте-Карло, метод ЛП<sub>т</sub>- последовательности.

Задачи выбора критерия, разработки методики и комплекса программ многокритериальной оптимизации параметров транспортных средство всем скоростном диапазоне движения машин должны решаться методами случайного поиска.

Результаты данных исследований необходимо ввести в курсы лекций и практических занятий для студентов и курсантов технических вузов по дисциплинам «Конструирование и расчет деталей транспортных средств», «Теория мобильных машин», «Методы одно – и многокритериальной оптимизации параметров машин».

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гурвич, Ю. А. Многокритериальная оптимизация параметров управляемой оси автобусов и автомобилей «МАЗ» / Ю.А.Гурвич // Научные труды международной научно-практической конференции учёных МАДИ (ГТУ), РГАУ-МСХА, ЛНАУ. Москва-Луганск: 2010, – с. 99-105.

2. Гурвич, Ю.А. Многокритериальная оптимизация параметров рулевых трапеций автобусов и автомобилей «МАЗ» / Ю.А. Гурвич, Е.П. Лебедев // Материалы VIII международной научно-практической конференции «Новости научного прогресса», 17-25 августа 2012. Т.10, с. 11-13. – София: Бял ГРАД-БГ ООД.

3. Соболев, И.М. Наилучшие решения – где их искать / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. – Москва: «Знание», 1982. – 64 с.

4. Вентцель, Е.С. Теория вероятности / Е.С. Вентцель. – Москва: Наука, 1969. – 576 с.

5. Соболев, И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб / И.М. Соболев. – Москва: «Знание», 1985. – 32с.

УДК 629.113.073:515.18(075.8)

**Гурвич Ю.А., Корытко Л.С.**

## **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ**

*ГУО «Институт пограничной службы Республики Беларусь»*

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*В данной статье описано многокритериальное построение аксонометрических проекций различных тел.*

Опыт преподавания начертательной геометрии и инженерной графики показывает, что у обучающихся часто возникают трудности при решении задач с представлением в пространстве геометрических объектов сложных технических форм. Аксономет-