

8. Study of improving static rigidity on machine tool structure using concrete component / Simon M., Grama A L., Ganea M. // The 6th edition of Interdisciplinarity in Engineering. International Conference "PetruMaior" University of TîrguMureş, Romania, 2012, pp.6-29.

9. Василевич, Ю.В. Конечно-элементный анализ влияния бетонного наполнителя на динамическую жесткость портала тяжелого станка / Василевич Ю.В., Довнар С.С., Карабанюк И.А. // Наука и техника. 2016. - Т. 15, № 3. С. 233-241.

10. Gradisek J., Kalveram M., Insperger T., Weinert K., Stépán G., Govekar E., Grabec I. Stability prediction for milling. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(7-8), pp. 769-781.

11. T. Schmitz, G.S. Duncan, Three component receptance coupling substructure analysis for tool point dynamics prediction, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2005, 127, pp. 781–790.

12. Lopez de Lacalle, L.N. Machine Tools for High Performance Machining // L.N. Lopez de Lacalle, A. Lamikiz. – Springer. – 2009. – 442 p.

13. Козловский, Н.А. Жесткость и виброустойчивость тяжелых фрезерных станков / Н.А. Козловский, М.П. Зайкин. – Минск: Наука и техника, 1986. – 135 с.

14. Кунец, Г. Высокоскоростная обработка и традиционный технологический базис: преодоление несовместимости // Мир техники и технологий. – 2004. – № 6. – с. 35–37.

УДК 621.9.011:517.962.1

**Довнар С.С., Якимович А.М., Ажар А.В., Кучинская А.А.**

## **МКЭ-АНАЛИЗ ЖЕСТКОСТИ СУППОРТА ТЯЖЕЛОГО ТОКАРНОГО СТАНКА В СТАТИКЕ И ДИНАМИКЕ**

*Белорусский национальный технический университет*

*Минск, Беларусь*

*С помощью МКЭ проведены виртуальные испытания суппорта токарного станка. Суппорт имеет пять степеней свободы и является массивной возвышающейся конструкцией. Моделирование выполнено в связи с реновацией станка и подъемом линии центров. Варьировались положения каретки, салазок (внутренние координаты) и конструкционные материалы. Испытующие воздействия прилагались по всем проекциям силы резания. Выполнены статический, модальный и гармоническое анализы. Опасным резонансом оказалась раскачка суппорта в поперечном направлении. Внутренние координаты влияют на частоту резонанса (60 – 90 Гц) и на жесткость. Она изменяется от 344 Н/мкм в статике до 20 Н/мкм в динамике.*

*Компоновка суппорта имеет ресурс жесткости. Она допускает возвышение инструмента. Положительным особенностью является малый кроссинг между осями. Максимальная жесткость инструмента достигается при положениях салазок и каретки около центра. Сочетание предельных вылетов инструмента в продольном и поперечном направлениях опасно из-за автоколебаний. Допустим переход от чугунного исполнения суппорта к стальному. Желательно одновременно заполнять полимербетоном станину под суппортом.*

**Постановка задачи и объект исследования.** Одним из направлений инженерной деятельности в станкостроении является модернизация уникального оборудования. В данной работе обсуждается сверхтяжелый токарный станок 1А670, предназначенный, в основном, для точения роторных валов энергетических машин. В ходе модернизации максимальный диаметр обработки должен быть увеличен на 600 мм (диаметр планшай-

бы достигнет  $\varnothing 2100$  мм). Это планируется сделать (рис.1) возвышением на 300 мм линии центров. Передняя бабка, суппорта и задняя бабка получают промежуточные корпуса (именно на них указывают маркеры 1 – 4).

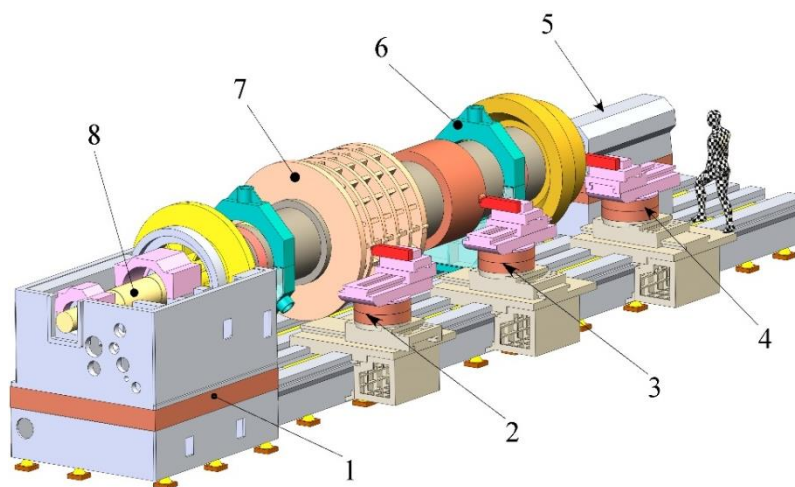


Рис. 1. Модель тяжелого токарного станка с передней и задней бабками (1, 5), суппортами (2, 3, 4), люнетами 6, обрабатываемым роторным валом 7 и шпинделем 8 (манекен поясняет габариты станка)

Суппорт 2 обрабатывает ротор 7. На роторном валу обрабатываются также радиальный и осевой подшипники (суппорта 3 и 4 соответственно).

В результате возвышения линии центров суппорт становится особенно податливым объектом станка. Его высота над направляющими станины достигает 1,35 м (вдоль Y). База суппорта по направляющим вдоль поперечного (радиального) направления Хостается прежней - 0,98 м. Ширина суппорта вдоль продольной оси Z составляет 1,5 м.

Проблема податливости суппорта под действием силы резания имеет интерес для всего станкостроения. Она касается обеспечения рабочей устойчивости любой колоннообразной конструкции с инструментами.

**Модель суппорта и варьируемые координаты.** Статическую и динамическую жесткость возвышенного суппорта следует оценить заранее, до реализации проекта. Для этого в работе был применен численно-математический метод конечных элементов (МКЭ) [1]. МКЭ-анализ используют для изучения и оптимизации несущих систем станков [2]. Для данного станка анализ методом конечных элементов был проведен ранее [3].

Моделируемые объекты из состава станка показаны на рис.2. Это три суппорта (по 7,25 т), установленные на станине 1 (12940×2060×710 мм весом 29,2 т при исполнении из чугуна). Станина опирается на башмаки 2. Полости станины могут быть заполнены бетоном (полимербетоном) 3. Тогда масса модели возрастает на 25,5 т. Применение бетона для усиления базовых деталей станка является известным решением [2, 4, 5].

Каждый суппорт несет инструмент с режущей частью D. В базовом случае это токарный резец (в модели габариты 650×150×100 мм при массе 73,8 кг).

На суппорте вместо резца может быть установлена фреза в приводящей головке. Такой инструмент будет создавать вынужденные колебания. Поэтому вопрос о динамике возвышенного суппорта особенно актуален.

Модернизированный суппорт состоит (рис.3, а) из основания А, каретки В, втулок С диаметром  $\varnothing 800$  мм (именно они обеспечивают возвышение на 300 мм), поворотного устройства D, салазок Е, резцедержателя F и инструмента Т. Под суппортом находится коробка подач G. Всего суппорт обладает 5-ю степенями свободы (координатами), не считая выставления инструмента в резцедержателе.

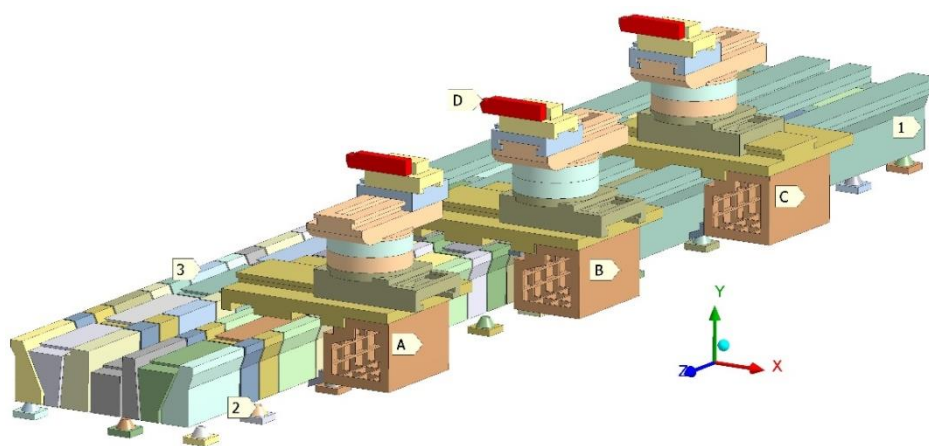


Рис. 2. Расчетная модель суппортов А, В, С на станине 1, опирающейся на башмаки 2 и заполненной бетоном 3. D – режущая часть инструмента.

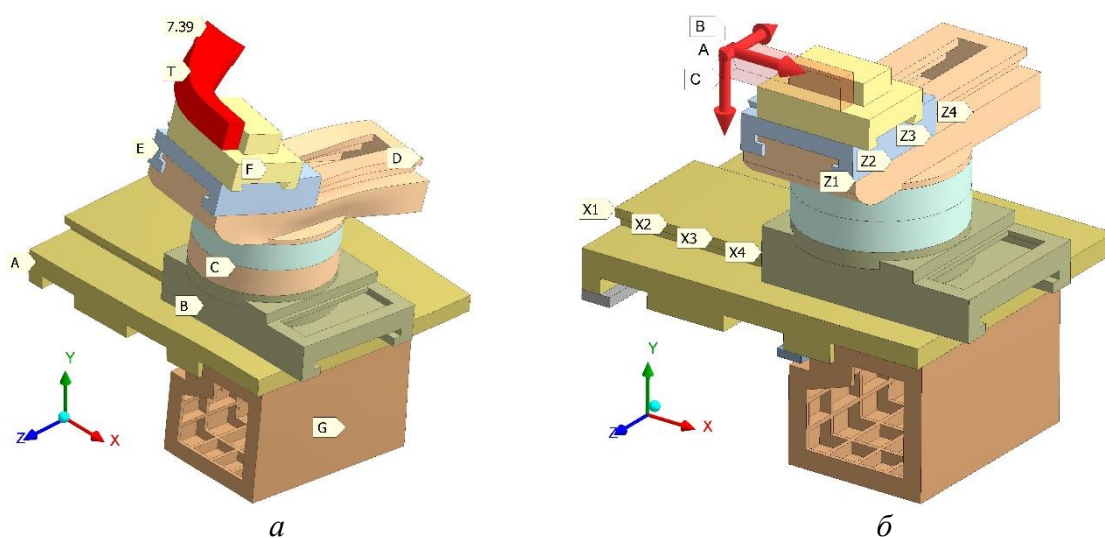


Рис. 3. Статическая деформация под действием осевой силы  $F_z^{стат} = 1 \text{ кН}$  на резце (а;  $\times 100000$ ) и положения (б) каретки (x1–x4) и салазок (z1–z4)

**Методика виртуальных испытаний.** МКЭ-расчет проводился в статической, модальной (поиск резонансов) и гармонической постановках. Суппорт виртуально нагружался силой резания (рис.2, б) в четырех радиальных положениях каретки ( $x1 - x4$ ). Эти точки соответствуют всему диапазону радиального движения каретки. Салазки занимали одно из 4-х продольных положений ( $z1 - z4$ ). Это давало 16 точек испытания в области  $840 \times 900$  мм, которую будем называть *полем суппорта*.

Остальные внутренние координаты суппорта кроме  $x$  и  $z$  не менялись. Поворотное устройство и резцедержатель были заблокированы в средних положениях. Инструмент с вылетом 200 мм «приклеен» к резцедержателю средствами МКЭ-анализа. Суппорт находился посередине станины.

В статическом анализе на режущую часть инструмента виртуально воздействовали испытующей силой 1 кН. Такой уровень редко превышаетеся на практике. Сила была направлена по X, по Y, или по Z ( $F_x, F_y, F_z = 1 \text{ кН}$  - маркеры А, В, С на рис.3, б). Например, суппорт на рис.3, а показан деформированным статической продольной силой  $F_z^{стат} = 1 \text{ кН}$ .

Исследовались перемещения вершины инструмента по всем осям  $u_x, u_y, u_z$ . Так  $u_z^{стат} = 7,39$  мкм на рис.3, а. Это указывает на продольную статическую жесткость на инструменте  $J_z^{стат} = F_z^{стат} / u_z^{стат} = 135,3$  Н/мкм.

Главное внимание в работе уделено жесткости инструмента по X, поскольку именно радиальные деформации определяют точность обработки диаметров. Жесткость вершины инструмента отождествляется с жесткостью суппорта.

Гармонический анализ заключался в виртуальном возбуждении конструкции с вершины инструмента гармоническими силами резания по X, Y, Z на разных частотах. Каждая сила подчиняется формуле типа  $F_x^{дин} = F_x^{стат} \cdot \sin 2\pi f_n t$ , где  $f_n$  – частота испытания в Гц,  $t$  – время в с. Здесь статическая величина  $F_x^{стат} = 1$  кН служит амплитудой динамической силы. Виртуальные испытания производились в диапазоне до 100 Гц с шагом 1 Гц.

**Подход «пиковой динамической жесткости» станка.** В данной работе моделировались только линейные ситуации. Поэтому при гармоническом возбуждении любая точка станочной системы колеблется тоже гармонически [6, 7]. Например, перемещение вершины инструмента по X заведомо будет подчиняться уравнению  $u_x^{дин} = u_x^a \cdot \sin(2\pi f_n t + \varphi)$ , где  $u_x^a$  - амплитуда перемещения по X,  $\varphi$  - сдвиг по фазе относительно синусоиды возбуждающей силы. Динамическая жесткость вершины реза (на данной частоте испытания  $f_n$ ) определяется по формуле  $J_x^{дин} = F_x^{стат} / u_x^a$ .

В работе динамическая жесткость по умолчанию изучается для случая *попадания возбуждающей частоты на резонанс*. На практике это самый сложный случай при работе станка. Если по каким-либо причинам сила резания начала колебаться вблизи резонанса (например, участок прерывистого резания), то далее начнется раскочка суппорта с обратным влиянием на силу резания.

Работа станка на каком-либо из своих резонансов (хотя бы кратковременно) является практически неизбежной. Динамическая жесткость здесь резко падает. Чтобы избежать потери устойчивости, сейчас принято требовать жесткость на вершине инструмента не ниже  $J_{норм} = 20$  Н/мкм [8 - 10]. При динамической жесткости ниже 10 Н/мкм срыв станочной системы в грубые автоколебания и повреждения крайне вероятен.

Динамическую жесткость на резонансе можно назвать *пиковой динамической жесткостью*. Разумеется, она мала и очень сильно зависит от коэффициентов демпфирования. Поэтому последние выдерживались в работе совершенно одинаковыми для конкретных материалов. По литературным данным и по опыту виброизмерений белорусских станков относительный коэффициент демпфирования чугуна был назначен равным  $\xi_{чуг} = 2\%$ . Коэффициент демпфирования стали консервативно принят более низким  $\xi_{ст} = 1\%$ . Аналогичный коэффициент бетона (полимербетона) назначен, ввиду его хорошей демпфирующей способности,  $\xi_{бет} = 3\%$ . Коэффициенты демпфирования контактных пар и коэффициенты вязкости пружин (привода) не назначались. Эти объекты в данной работе считались заблокированными.

**Особенности конечно-элементной модели и её параметры.** Данные о моделируемых материалах приведены в табл.1. В базовом варианте большинство деталей суппорта заданы чугунами (кроме стальных реза и резцедержателя). Обратим внимание, что модуль упругости стали в 1,53 раза выше, чем у чугуна. Это обеспечивает большую статическую жесткость стальным деталям.

В базовом варианте станина являлась чугунной и могла заполняться бетоном или полимербетоном. Главные механические свойства двух последних материалов близки, поэтому между ними не проводилось различия в МКЭ-расчетах.

Механические свойства материалов

Материалы	Модуль упругости $E$ , МПа	Удельная плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Коэффициент Пуассона $\mu$
Чугун (основной материал)	130	7200	0,28
Сталь (инструмент и резцедержатель)	200	7850	0,3
Бетон (полимербетон) для полостей станины	30	2300	0,18

Детали соединены замкнутыми направляющими скольжения. Зазоры убраны регулировкой. Проскальзывания при упругих деформациях полагали отсутствующими ввиду тяжести конструкции.

Станину поддерживали снизу 44 башмака, являющиеся точными механизмами. Для целей данной работы, однако, достаточно было отобразить только их податливость. Средствами МКЭ каждому башмаку была обеспечена согласно каталога вертикальная жесткость 3600 Н/мкм и горизонтальная жесткость в любом направлении 1000 Н/мкм.

**Статическое нагружение суппорта.** Для точки  $(x3, z3)$  в центре поля суппорта построена табл.2, где отражено варьирование податливости станины. Станина испытана в пустотелом и заполненном бетоном вариантах. Материалом станины были чугун (литье) и сталь (сварная конструкция). Существующий станок соответствует варианту 1 табл.2 «чугун, пусто».

Статическая жесткость в радиальном направлении составила  $J_x^{\text{стат}} = 233 \text{ Н/мкм}$ . Картина деформации соответствует рис.4, а. Уровень жесткости достаточен и намного превосходит указанные выше ограничения.

Жесткость по вертикальной оси ( $J_y^{\text{стат}} = 413 \text{ Н/мкм}$ ) в 1,77 раз выше. Вертикальное направление является самым жестким для суппорта. Это уместно из-за большой вертикальной компоненты вектора силы резания.

Продольное направление оказывается статически самым податливым. Здесь жесткость  $J_z^{\text{стат}} = 145 \text{ Н/мкм}$  составляет только 62% от радиальной жесткости. Податливость связана с кручением возвышенного суппорта (рис.3, а) и с локальным изгибом выдвинутого инструмента.

Таблица 2.

Статическая жесткость для суппорта в положении  $(x3, z3)$ 

№пп	Вариант	Жесткость по осям, Н/мкм		
		$J_x^{\text{стат}}$	$J_y^{\text{стат}}$	$J_z^{\text{стат}}$
1	Чугун, пусто	233	413	145
2	Чугун, бетон	343	432	151
3	Сталь, пусто	268	426	149
4	Сталь, бетон	355	434	153

Варьирование материала и заполнения станины (варианты 2 – 4 в табл.2) практически не влияет на статическую жесткость по Y и Z в центре поля суппорта. По-видимому, вертикальная и продольная жесткости определяются деформацией самого суппорта (сжатие и кручение соответственно).

Радиальная жесткость реагирует на состояние станины. Пустотелая стальная станина (вариант 3 в табл.2) дает 15% выигрыша по отношению к варианту 1. Эффектив-

ным и рекомендуемым решением является применение бетона. Радиальная жесткость возрастает в этом случае в полтора раза, как для чугунной, так и для стальной станины.

Получается, что применение для базовых деталей стали является допустимым решением с точки зрения статики. Однако, не следует рассчитывать на выигрыш в жесткости более ~15%

**Модальный МКЭ-анализ.** В общестаночном диапазоне частот (0~100 Гц) у суппорта обнаружен только один резонанс *MS*. Он заключается в раскачке суппорта в плоскости X – Y (рис.4, а). Линия основания 1-2-3 изламывается в районе 2. Стенка 3-4 коробки подач колебательно отклоняется от вертикали. Вершина инструмента 5 перемещается в основном по X и меняет диаметр обработки. Ось суппорта (по втулке 6) колеблется, не выходя существенно из плоскости X – Y.

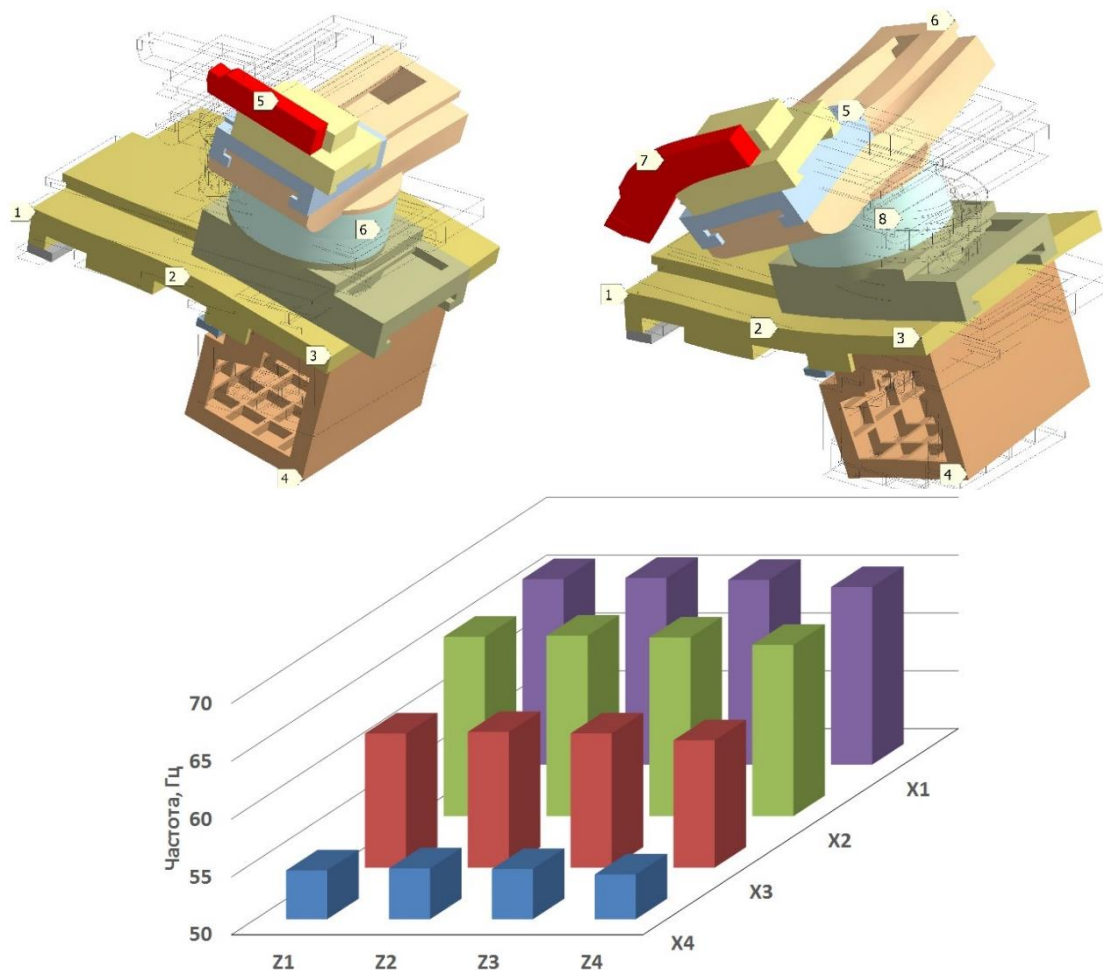


Рис. 4. Резонанс *MS* под действием радиальной силы  $F_x^{дihh}$  (а), вертикальной силы  $F_y^{дihh}$  (б) и распределение резонансных частот по полю суппорта (в)

Частота резонанса зависит от текущего положения каретки и салазок на поле суппорта (рис.4, в). Диапазон изменения частоты составляет  $f_{MS} = 53,8 \div 66,1 \text{ Гц}$ . Более высокие частоты соответствуют переднему положению суппорта (координата *x1* – ближе к оси обрабатываемого вала). Следовательно, здесь суппорт жестче.

На рис.4, а резонанс *MS* возбуждается напрямую радиальной гармонической силой  $F_x^{дihh}$ , соответствующей направлению раскачки. Резонанс можно возбудить и с других направлений, например (рис.4, б) вертикальной силой  $F_y^{дihh}$ . Это называется кроссингом – перекрестным воздействием. Здесь имеет место кроссинг силы по Y на перемещение по X. Для станков желательно, чтобы кроссинг силы был минимален. На рис.4, б

вертикальная возбуждающая сила дополняет раскачку суппорта изгибом резца (левее 7) и кручением (5 – 6) поворотного устройства.

В целом, обнаруживается недостаточная изгибная жесткость основания при заднем положении каретки. Коробки подач было бы желательно опираться на станину по дополнительной жесткой направляющей. Внутри коробки рационально создать силовую диагональную стенку.

**Гармонический анализ.** По их результатам были построены АЧХ на рис.5. Для каждой линии входом являлась амплитуда силы на вершине инструмента, а выходом – амплитуда перемещения вершины инструмента. Маркировка кривой, например, «FX – UX – x3» означает, что сила была приложена по X (радиально) и в том же направлении отслежено перемещение инструмента. Это было сделано для внутренней координаты суппорта  $x3$  (продольная координата равна  $z3$  по умолчанию).

При прямом возбуждении (кривые типа «FX-UX») хорошо видны пики резонанса  $MS$ . Высота пика максимальна при заднем положении суппорта («FX – UX – x3»). При смещении каретки вперед к  $x1$  пик ослабевает в 1,6 раза. Во столько же раз возрастает динамическая жесткость  $J_x^{дин}$ .

Линия «FY-UX-x3» на рис.5 показывает, как вертикальная сила  $F_y^{дин}$  влияет на радиальные колебания резца  $u_x^{дин}$  при нахождении суппорта в положении ( $x3, z3$ ). Такое перекрестное (кроссинговое) воздействие  $J_{yx}^{дин} = F_{ya}^{дин} / u_{xa}^{дин} = 1000 / u_{xa}^{дин}$  Н/мкм будем называть *кроссингом силы*. Он оказывается стабильно малым. Небольшой пик *кроссингасилы* появляется на резонансе только на кривой «FY-UX-x4», когда суппорт находится в переднем положении. Слабый *кроссинг силы* положительно характеризует возвышенный суппорт.

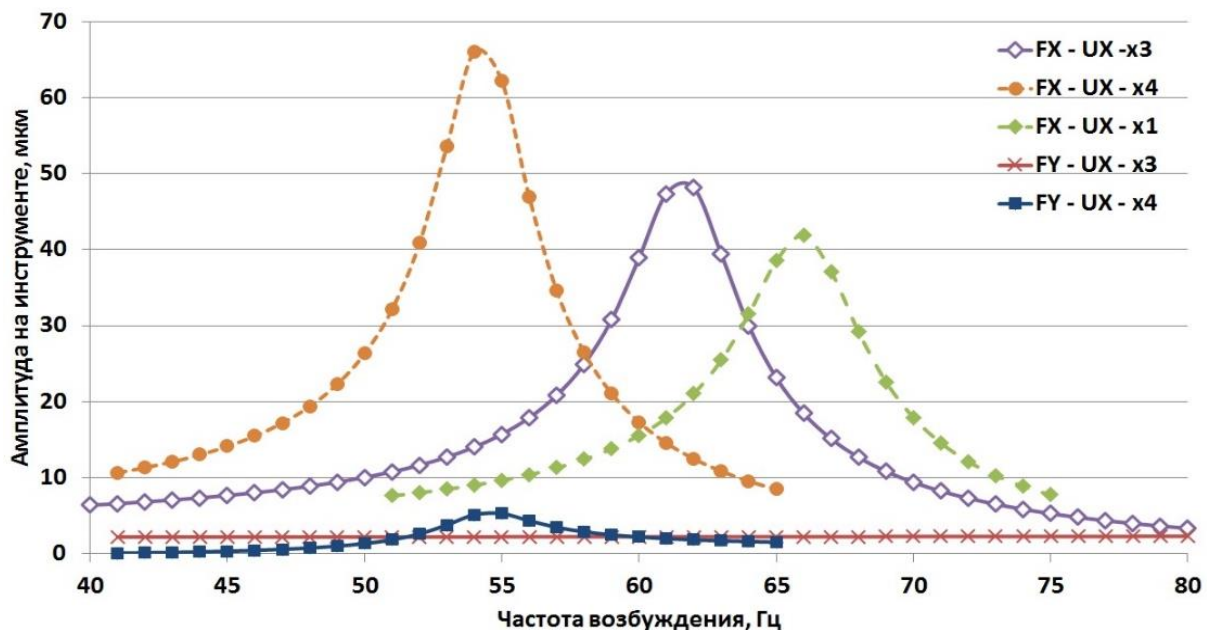


Рис. 5. АЧХ суппорта по X при разных положениях и возбуждающих силах

**Сопоставление результатов и обсуждение.** Диаграмма на рис.6 поясняет типичное соотношение радиальных статической и динамической жесткостей для положения суппорта в центре поля. Видно, что статическая жесткость примерно на порядок выше пиковой динамической (резонансной). Статическая жесткость является совершенно достаточной, а динамическая – предельно допустимой. Получается, что возвышенный суппорт выдерживает работу на частоте своего главного резонанса. Этот режим, однако, не следует рекомендовать.

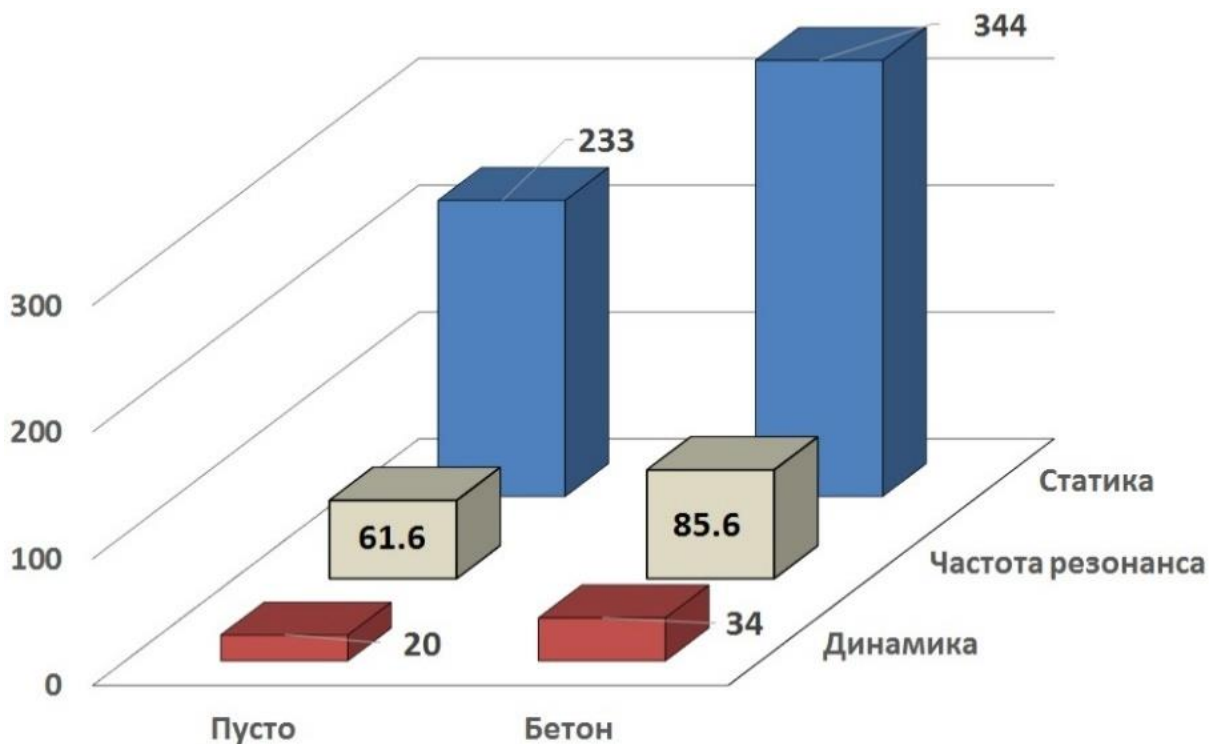


Рис. 6. Радиальная жесткость (Н/мкм) в статике и динамике для пустотелой станины и при заливке бетона. В среднем ряду – частота резонанса  $MS$  (Гц). Суппорт в центре поля ( $x3, z3$ )

Как видно из рис.6, заполнение станины бетоном делает суппорт более жестким. Локальные деформации направляющих под суппортом уменьшаются. Частота резонанса  $MS$  возрастает в 1,38 раза. Статическая и динамическая жесткости увеличиваются в 1,5 – 1,7 раза. Поэтому заполнение бетоном станины данного станка является положительной мерой со всех точек зрения (кроме стоимости).

На рис.7, апоказано распределение статической радиальной жесткости по полю суппорта. Жесткость максимальна в центре поля (272,9 Н/мкм для ( $x2, y2$ )) и минимальна в заднем правом углу (159,6 Н/мкм для ( $x4, y4$ )). В целом уровень жесткости достаточен. С точки зрения статики возвышение суппорта допустимо.

В динамике (на частоте резонанса  $MS$ ) радиальная жесткость падает на порядок (рис.7, б). Однако, в центре поля суппорта она остается выше рекомендуемого ограничения в 20 Н/мкм. В любом случае динамическая жесткость не нарушает категорического запретного уровня в 10 Н/мкм. Следовательно, резонансная раскачка суппорта будет устойчивой. Работа на резонансной частоте оказывается допустимой, хотя и не рекомендуется.

На рис.7, в дано распределение вертикальной жесткости по полю суппорта. Жесткость весьма велика в центре (444,5 Н/мкм для ( $x3, y3$ )). Она несколько уменьшается на краях поля. Минимум (198,1 Н/мкм) соответствует переднему левому углу ( $x1, y1$ ). Между распределениями вертикальной жесткости в статике и в динамике нет существенных различий.

Жесткость в продольном направлении  $Z$  по полю суппорта распределена довольно равномерно. В статике её средний уровень составляет 138,7 Н/мкм, а в динамике - 126,2 Н/мкм. Малое различие связано с тем, резонанс  $MS$  не направлен по  $Z$ . Там сохраняется близкая к статической ситуация.



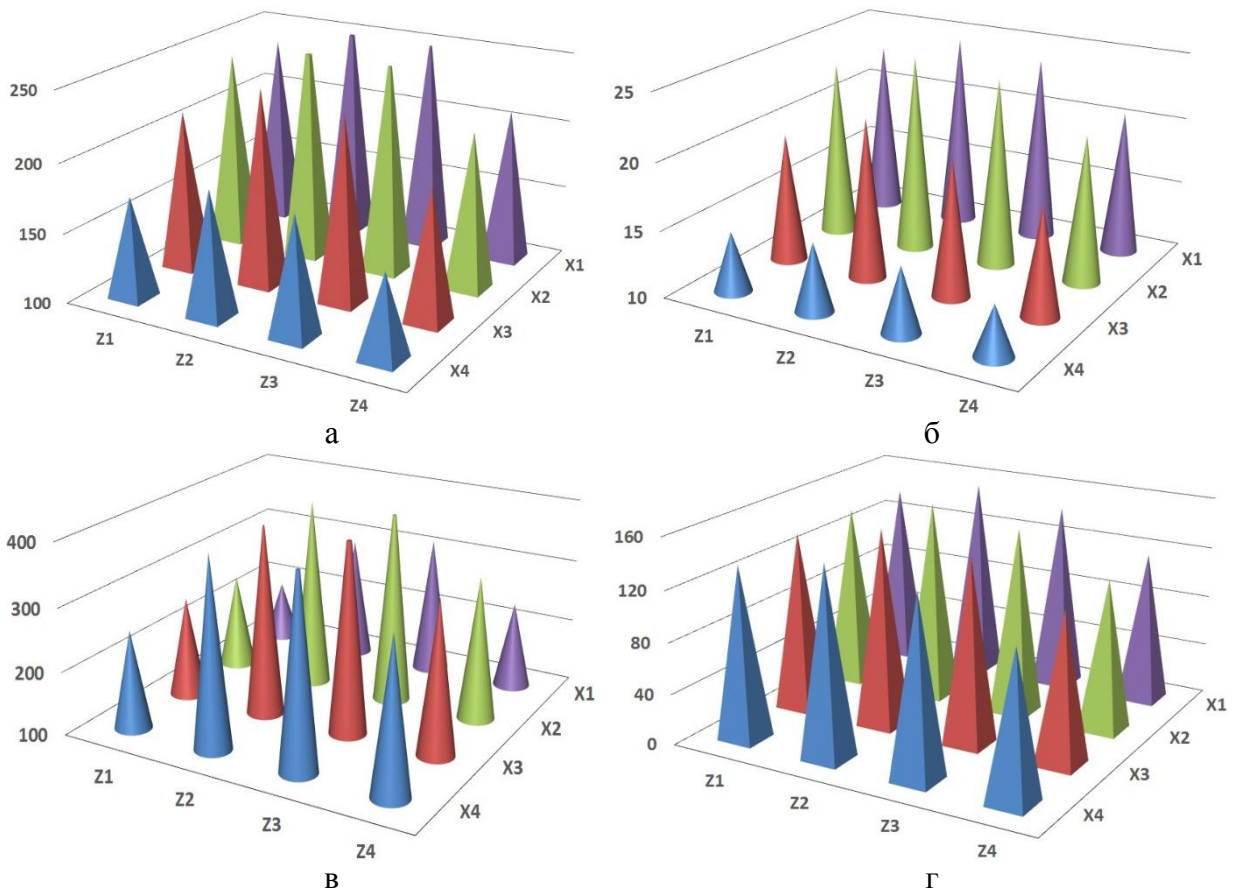


Рис. 7. Радиальная жесткость по X (Н/мкм) на площадке суппортов статике (а) и динамике (б), при динамическом воздействии по Y (в), а также при статическом воздействии по Z (г)

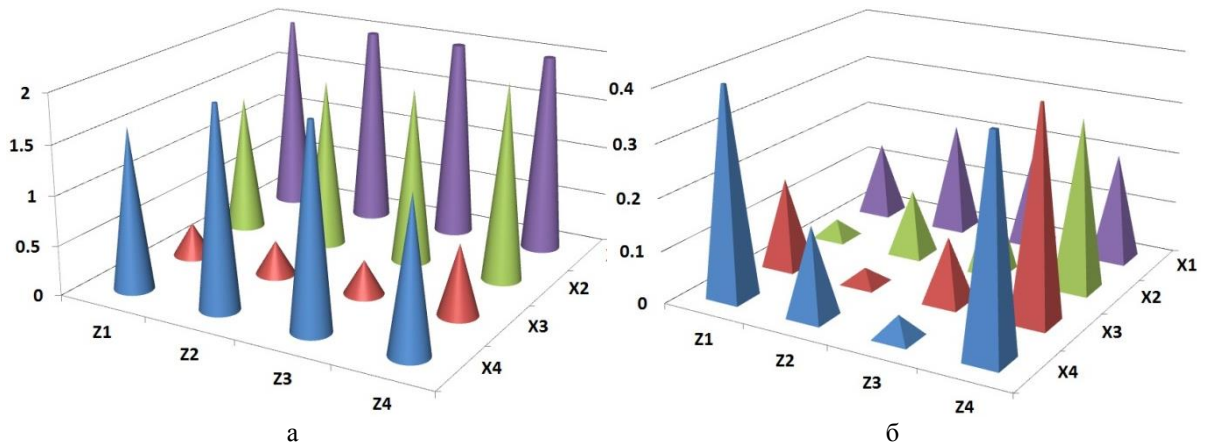


Рис. 8. Кроссинг перемещений на X:  
а – с оси Y в динамике; б – с оси Z в статике

Под *кроссингом перемещений* будем понимать отношение перемещения вершины резца  $u_x$  к перемещению той же вершины  $u_y$  или  $u_z$  (в зависимости действует сила  $F_y$  или  $F_z$ ). Кроссинг может статическим или динамическим (для резонанса  $MS$ ). При гармоническом возбуждении кроссинг перемещения с оси Y на ось X равен  $k_{ya}^{дин} = u_{xa}^{дин} / u_{ya}^{дин}$ . Это отношение амплитуды колебания инструмента по X к амплитуде по приводимой оси Y. Кроссинг перемещений в динамике характеризует вытянутость эллиптической траектории, которую описывает инструмент на суппорте. Самым боль-

шим (до 2,93 раз) оказался динамический кроссинг от  $Y$  на  $X$  (рис.8, а). Для уклонения от него рекомендуется работать в центре поля суппорта – возле точек  $(x3, z2)$  и  $(x3, z3)$ .

Кроссинг перемещений от  $Z$  на  $X$  и в статике, и в динамике невелик. В его распределении (рис.8, б) просматривается своеобразие. Через поле суппорта проходит диагональ малого кроссингового влияния. Остается в силе рекомендация онагружении суппорта продольной силой по возможности ближе к центру поля.

**Выводы и рекомендации.** Классическая компоновка суппорта, рассмотренная выше, является довольно удачной. Даже после возвышения суппорта жесткость оказывается достаточно высокой в центре поля суппорта как в статике, так и в динамике.

При уходе каретки (координата  $x$ ) или салазок ( $z$ ) из центра поля статическая жесткость падает. Также падает резонансная частота. Эта картина имеет много нюансов.

Достоинством классической компоновки является также слабый статический кроссинг от вертикальной силы на радиальные перемещения в статике. Это важно, поскольку вертикальные проекции силы резания обычно наиболее велики при точении.

В качестве мер по усилению суппорта в ходе модернизации рекомендуется:

1. Заполнить станины бетоном (полимербетоном).
2. Повысить жесткости основания суппорта. Можно увеличить его толщину или применить сталь вместо чугуна. Усиление основания особенно важно для угловых положений суппорта.

3. Создать третью направляющую для суппорта, связав её с коробкой подачи. Коробку нужно включить в несущую систему и встроить в нее элементы жесткости.

В целом, возвышение суппорта допустимо. Станок способен работать даже на частоте главного резонанса суппорта. Однако, для обеспечения точности и долговечности машины следует уклоняться от резонансной раскачки суппорта и осторожно управлять кареткой и салазками в диапазоне рабочих частот 50 - 70 Гц.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация: пер. с англ. / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 312 с.
2. Василевич, Ю.В. Конечно-элементный анализ влияния бетонного наполнителя на динамическую жесткость портала тяжелого станка / Василевич Ю.В., Довнар С.С., Карабанюк И.А. // Наука и техника. 2016. - Т. 15, № 3. С. 233-241.
3. Довнар С.С. Виртуальное исследование статических деформаций роторного вала в сверхтяжелом токарном станке // Международный научно-технический сборник «Теоретическая и прикладная механика», Минск, 2017, вып.31. С.72-78.
4. Металлобетонные базовые конструкции металлорежущих станков / М.И.Браиловский, А.Г.Воскобойник, А.А.Воскобойник. – Коломна, Воентехиздат. – 2010. – 76 с.
5. Study of improving static rigidity on machine tool structure using concrete component / Simon M., Grama A L., Ganea M. // The 6th edition of Interdisciplinarity in Engineering. International Conference “PetruMaior” University of TîrguMureş, Romania, 2012, pp.6-29.
6. Кудинов В.А. Динамика станков. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
7. Козловский, Н.А. Жесткость и виброустойчивость тяжелых фрезерных станков / Н.А. Козловский, М.П. Зайкин. – Минск: Наука и техника, 1986. – 135 с.
8. Lopez de Lacalle, L.N. Machine Tools for High Performance Machining // L.N. Lopez de Lacalle, A. Lamikiz. – Springer. – 2009. – 442 p.
9. Gradisek J., Kalveram M., Insperger T., Weinert K., Stépán G., Govekar E., Grabec I. Stability prediction for milling. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45(7-8), pp. 769-781.
10. T. Schmitz, G.S. Duncan, Three component receptance coupling substructure analysis for tool point dynamics prediction, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2005, 127, pp. 781–790.