7. Шитиков А. Н. Проектирование сборных фасонных фрез для обработки наружного РК-профиля: автореферат дис…к.т.н. 05.03.01. – Тула, 2007 . – 18 с.
8. Волковский, С.В. Повышение эффективности формообразования равноосноконтурных поверхностей посредством создания режущего инструмента реализующего метод огибания: автореф.дис. …канд. техн. наук/ С.В. Волковский. – Хабаровск, 2002. – 19 с.
9. Понкратов, П.А. Разработка эффективного долбежного инструмента для обработки сложных криволинейных поверхностей: автореф. дис. …канд. техн. наук / П.А.Понкратов.– Курск, 2013. – 20 с.
10. Зенин, Н.В. Технологическое обеспечение качества трехгранного профиля бесшпоночного соединения в условиях серийного производства: автореф. дис. …канд. техн. наук / Н.В. Зенин. – Москва, МГТУ им Н.Э. Баумана, 2007. – 16 с.
11. Максименко Ю.А. Создание метода проектирования дисковых фрез с конструктивным исполнением радиальной подачи для обработки валов с РК и К профилем: автореф. дис. …канд. техн. наук / Ю.А. Максименко.– Курск, 2014 г. – 20 с.
12. Пантелеенко, Ф.И. Системный анализ и синтез рациональных методов профилирования некруглых поверхностей / Ф.И. Пантелеенко, А.А. Данилов // Актуальные проблемы в машиностроении. Том 4, №1. – Новосибирск: НГТУ, 2017. – С. 59-64.
13. . Постоянной ширины кривая // Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю. В. Прохоров. – М.: Советская энциклопедия, 1988.– 847 с.
14. DIN 32711-79. Antriebselemente Polygonprofile P3G. Berlin: Beuth. -3 s.

УДК 658.56.012:621(075.8)51-7

Романчак В.М., Василенок В.Д.

ИЗМЕРЕНИЕ НЕФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Физическая величина отличаются от нефизической величины способом измерения. Для нефизической величины предлагается проводить измерения путем субъективного оценивания в шкале порядка, а кроме того использовать понятие последовательности одинаково отличающихся объектов. В качестве примера применения теории анализируется функциональная связь, между физической величиной и нефизической величиной, устанавливаемая эмпирическим законом.

Под величиной в метрологии понимают нематериальное свойство, общее в качественном отношении ко многим объектам, но в количественном отношении индивидуальное для каждого из них [1].

Измерить нефизическую величину можно в шкале порядка [1]. Недостатком такой шкалы является то, что арифметические операции в порядковой шкале недопустимы. У нефизических величин, которые существуют только в сознании людей, нет размеров - поэтому их нельзя делить или вычитать [1]. Размер нефизической величины определим косвенно. Для этого вводится понятие последовательности одинаково отличающихся объектов. Номер объекта в такой последовательности служит рейтингом. Используя рейтинг можно построить математическую модель для нахождения нефизической величины, причем значения ее уже можно будет вычитать или делить.

Измерение величины. Любое измерение представляет собой сравнение размеров опытным путем [1]. В метрологии числовому результату сравнения соответствуют только два способа – разность и отношение размеров величин [1]. Вместо отношения будет удобно рассматривать логарифм отношения.

Введем определения, связанные с измерением величины. Пусть $\omega 1, \omega 2, \ldots, \omega i \ldots,$ - конечное или счетное множество объектов, для которых существуют значения $x1, x2, \ldots, xi \ldots,$ - величины X, i – порядковый номер объекта ωi. Результат сравнения для величины X - это числовая функция $R(i,j)$, определенная на множестве пар (i,j) такая, что

А1. Для фиксированного способа сравнения каждой паре объектов $(\omega i, \omega j)$ поставлено в соответствие число $R(i,j)$, i,j=1,2,3,…. , .

А2. Способ сравнения - это разность значений, $R(i,j)=xi\text{-}xj$, или логарифм отношения значений, $R(i,j)=\ln(xi/xj)$, $xi, xj>0$.

Способ сравнения необходимо дополнительно указать. Для физической величины способ сравнения считается известным. Для нефизической величины, по мнению метрологов, единственным способом измерения является оценка ее проявления по шкале порядка [1]. Значения нефизической величины нельзя вычитать или делить [1]. Это означает, что способ измерения нефизической величины не определен. Получить значения нефизической величины мы сможем косвенно. Для этого понадобится понятие - последовательность одинаково отличающихся объектов. Понятие равновероятных исходов является неопределяемым при оценке вероятностной меры и принимается на основании мнения эксперта. Например, при подбрасывании монеты эксперт может интуитивно считать, что стороны монеты достаточно симметричны и будут выпадать с одинаковой вероятностью. Классическое определение вероятности сводит вычисление вероятности к понятию “одинаковых” объектов, которое считается основным и не подлежит формальному определению. В нашем случае априорно определяемым понятием будет последовательность одинаково отличающихся объектов. Будем считать, что если объекты кажутся эксперту одинаково отличающимися, то результат сравнения последовательных пар должен быть постоянной величиной. Определим основное свойство (аксиому) последовательности одинаково отличающихся объектов.

Свойство С1. Если $\omega 1, \omega 2, \ldots, \omega i, \ldots,$ - последовательность одинаково отличающихся объектов, то результат сравнения последовательных пар объектов является постоянной величиной, $R(i,i+1)$=С, где С $=const$.

Измерение нефизической величины. Пусть $\omega 1, \omega 2, \ldots, \omega i, \ldots,$ - конечная или счетная последовательность объектов, которые характеризует нефизическая величина X.

Определение. Если $\omega 1, \omega 2, \ldots, \omega i, \ldots,$ - последовательность одинаково отличающихся объектов, то порядковый номер i будем называть значением рейтинга.

Выясним теперь, каким образом рейтинг связан с величиной. Из свойства С1 и определения *А1* и *А2* следует, что разности или отношения значений постоянны. Поэтому

$$xi+1\text{-}xi=a, \text{ или} \tag{1}$$

$$\frac{x_{i+1}}{x_i} = b \, . \tag{2}$$

i=1,2,3,…. , a, b – некоторые постоянные. Тогда

$$x_i\text{-}x_j=a(i\text{-}j), \text{ или} \tag{3}$$

$$\frac{x_i}{x_j} = b^{i-j} \, . \tag{4}$$

Функцию $R(i,j)$, определенную на множестве последовательных пар, можно продолжить естественным образом на множество произвольных пар. Удобно считать, что $R(i,i+1)=1$, тогда $R(i,j)=i\text{-}j$.

Таким образом, результат сравнения одинаково отличающихся объектов *R(i,j)* равен разности рейтингов и действительно не зависит от способа сравнения. Выражения (3) и (4) можно записать, используя функцию *R(i,j):*

$$xi\text{-}xj=aR(i,j), \text{ или} \tag{5}$$

$$ln(xi/xj)=b1R(i,j). \tag{6}$$

где a, $b1$– постоянные, i и j – значения рейтинга.

Выражения (5) и (6) можно рассматривать в качестве обоснования аксиомы измерения нефизической величины.

Аксиома (нефизического измерения). Результат сравнения *R(i,j)* для нефизической величины *X* не зависит от способа сравнения.

Аксиома является особенностью измерения нефизических величин. Нефизическая величина существует только в сознании людей. У нее нет измеряемых размеров и, соответственно, нельзя определить способ сравнения. Эксперт может только построить последовательность одинаково отличающихся объектов и определить ранг объекта. Раз это так, то значения величины *X* зависят от способа сравнения. Здесь нет логического противоречия, поскольку размер величины в данном случае - это следствие математической обработки; числа, которые исследователь для удобства приписывает объектам.

Замечание. Способов сравнения можно предложить много, но в теории измерений в качестве основных используют только два – разность и отношение размеров [1]. Если придумать еще какой-либо способ сравнения, то в наших рассуждениях ничего не изменится.

Поскольку в законе Фехнера участвуют разности значений субъективных величин, а в законе Стивенса отношение значений, то эти законы выберем для проверки адекватности модели субъективных измерений.

Законы Стивенса и Фехнера. Для проверки модели измерения нефизической величины нам понадобятся законы Фехнера и Стивенса [2]. Законы Стивенса и Фехнера связывают физические и соответствующие нефизические величины. Например, вес машины , измеряемый прибором, и вес, оцениваемый человеком.

Закон Фехнера [2] устанавливает связь между разностью значений нефизической величины x_i, x_j и значениями физической величины q_i, q_j:

$$x_i - x_j = c\ln\left(\frac{q_i}{q_j}\right), \tag{7}$$

где i,j=1, …, n, c- постоянная.

Закон Стивенса [2] предложен для замены закона Фехнера. По мнению Стивенса зависимость нефизической величины от физической величины описывается степенной функцией:

$$\frac{x_i}{x_j} = \left(\frac{q_i}{q_j}\right)^{\alpha}, \tag{8}$$

где i,j=1, …, n, x_i, x_j – значения нефизической величины, q_i - значение физической величины сигнала, α - постоянная.

Спор о том, какой из законов является более точным, продолжается в течение длительного времени с привлечением эмпирических данных. Мы применим к законам аксиому измерения нефизической величины и докажем эквивалентность законов.

Пусть нефизическая величина X связана с физической величиной Q законом Фехнера. Выберем последовательность одинаково отличающихся объектов $\omega 1, \omega 2, \ldots, \omega n$. Подставив разность значений (5) в закон Фехнера (7), получим:

$$(i-j)a = c\ln\left(\frac{q_i}{q_j}\right) \tag{9}$$

где c - известная постоянная, a - постоянная, q_i, q_j - значения физической величины i,j=1, 2,…, n. Из закона Стивенса (8) на основании (6) получим

$$(i-j)\ln(b) = \alpha\ln\left(\frac{q_i}{q_j}\right) \tag{10}$$

где i,j=1, 2,…, n, α- известная постоянная, b - постоянная. Мы видим, что законы Стивенса (10) и Фехнера (9) после перехода к рейтингу совпадают и могут быть записаны в едином виде

$$mR(i,j) = \ln\left(\frac{q_i}{q_j}\right) \tag{11}$$

где i,j=1, 2,…, n, $R(i,j)$ – результат сравнения, m- постоянная, q_i, q_j - значения физической величины. Совпадение законов Фехнера и Стивенса подтверждает нашу модель и гипотезу, что "… природа не наделила человека способностью сравнивать между собой разные свойства или их проявления в числовом формате" [1]. Следовательно, есть основания считать, что эксперт оценивает разность значений и отношение значений, имея в виду рейтинг, а не размер величины. Таким образом, подтверждается модель нефизического измерения.

Проверить, что последовательные пары объектов действительно одинаково отличаются можно с помощью вербального оценивания. Вербально-цифровую шкалу использовал Саати Т. (Saati T.) [4]. Приведем вариант такой шкалы (Таблица 1).

Таблица 1.

Шкала парных сравнений

Порядковый номер, i	Вербальная оценка преимущества	Числовая оценка
1	Совпадение	0
3	Небольшое	2
5	Большое	4
7	Очень большое	6
9	Максимальное	8
	Промежуточные значения	1,3,5,7

Пример. Завод приобретает одну из трех марок М1, М2 или М3 однотипного оборудования. Вероятность покупки М2 по сравнению с М1 "небольшая", вероятность покупки М3 в сравнении с М2 "очень большая". Построить рейтинговую модель оценки вероятности покупки каждой из марок.

Использую Таблицу 1, получим в результате сравнения F(1,2)=2 и F(2,3)=6. Тогда можем выбрать r_1=1, r_2=3, r_3=9. Предположительно существует связь между объективной вероятностью покупки p и рейтингом r, аналогичная (11):

$$m\ln(\frac{p_i}{p_j}) = (r_i - r_j) \qquad (12)$$

где p_i, p_j – объективные значения вероятности, i,j=1,2,3, m – постоянная, которая может быть определена по результатам статистических испытаний.

Заключение. Сформулирована рейтинговая модель измерения, которая включает в себя закон нефизического измерения: результат сравнения не должен зависеть от способа сравнения. В качестве обоснования приводится доказательство эквивалентности законов Фехнера и Стивенса. Данная модель измерения нефизической величины успешно применяется при экспертном анализе систем, для измерения полезности, качества объектов, субъективной вероятности, в теории нечетких множеств .

ЛИТЕРАТУРА

1.Шишкин, И.Ф. Теоретическая метрология. Ч. 1. Общая теория измерений: Учебник для вузов. /И. Ф. Шишкин.– СПб.: Издательство «Питер», 2010. – 192 с.

2. Гусев, А. Н. Психологические измерения: Теория. Методы: Общепсихологический практикум / А. Н. Гусев, И. С. Уточкин. — М.: Аспект Пресс, 2011. — 317 с.

3.Черноруцкий, И.Г. Методы принятия решений / И.Г. Черноруцкий. - БХВ-Петербург– 2005.–416 с.

4. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1989. – 316 с.

5. Дэвид, Г. Метод парных сравнений: с приложением к русскому переводу / Г. Дэвид. – М.: Статистика, 1978. – 144 с.

6. Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. / Р.Л. Кини, Х. Райфа. - М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.

7.Тулупьев, А.Л. Байесовские сети: Логико-вероятностный подход./ А.Л. Тулупьев, С.И. Николенко, А.В. Сироткин. - СПб.: Наука, 2006. — 607 с.

8. Романчак В.М., Василенок В.Д. Экспертные оценки модели выбора/ Машиностроение-Мн. 2013-Вып.27-с.107-108.