

Василевич Ю.В., Остриков О.М.

**УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ КРАЕВОГО КЛИНОВИДНОГО ДВОЙНИКА,
НАХОДЯЩЕГОСЯ ВДАЛИ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ПОСТДЕФОРМИРОВАННО-
ГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПРИБЛИЖЕНИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ СИЛ
ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ**

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

В приближении малости сил внутреннего сопротивления движению двойникоующих дислокаций выведено условие равновесия двойника клиновидной формы в недеформируемом твердом теле. Рассмотрен частный случай линейности двойниковых границ. Показано, что одним из решений уравнения равновесия в этом случае является равенство нулю ширины двойника у устья.

Введение

В настоящее время физические аспекты механического двойникоования хорошо изучены [1, 2] и назрела проблема в использовании полученных результатов в механике деформируемого твердого тела [3–6]. Основы недислокационной теории двойникоования были заложены Лифшицем, И.М. [7]. Дальнейшее развитие теория двойникоования получила в рамках дислокационной теории [3–6].

Основным недостатком разработанных теорий является то, что они не охватывают весь класс наблюдаемых на экспериментах деформационных двойников. Хорошо развита теория упругих, тонких и плоских двойников. Однако теория, например, остаточных двойников еще находится на стадии развития [6].

Целью данной работы стал вывод и анализ условия равновесия краевого клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности деформированного твердого тела.

Постановка задачи

Понятие краевого двойника было введено в [8]. Общеизвестно [9], что вдали от поверхности механические двойники могут, как образовываться, так и иметь форму, аналогичную их форме, наблюдаемой на поверхности кристалла. Поэтому, как это было экспериментально показано в [9], вдали от поверхности двойниковые границы могут быть как прямолинейными, так и криволинейными. В работе [10] была показана очевидная производность клиновидной формы двойника от его линзовидной формы. В данной работе пренебрежем напряжениями дислокаций устья двойника, распределенными по изображенной на рис. 1 границе, форма которой описывается функцией $f_3(\xi)$ (ξ – текущая координата точки на границе двойника). Не будем принимать во внимание и напряжения концентратора напряжений, находящегося у устья двойника, моделируя ситуацию, имеющую место в кристалле, например, после снятия нагрузки. Так как известно [11], что у имеющих вдали от поверхности включений после снятия нагрузки уровень напряжений существенно уменьшается. Таким образом, рассмотрим влияние на равновесную форму границ краевого клиновидного двойника только напряжений двойникоующих дислокаций двойниковых границ, профиль которых в плоскости ХОУ описывается функциями $f_1(\xi)$ и $f_2(\xi)$ (см. рис. 1).

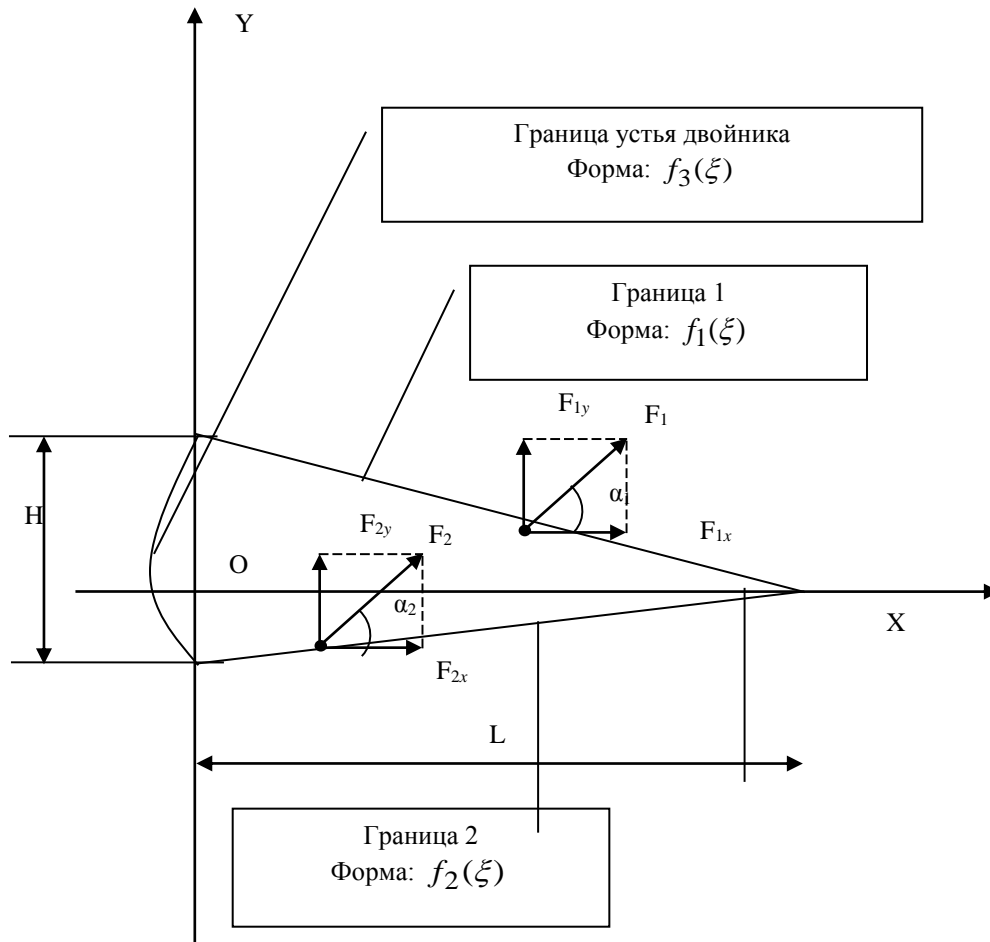


Рис. 1. Схематическое изображение клиновидного двойника, находящегося вдали от поверхности твердого тела

В подобных постановках задач [2–5, 7] принято полагать, что линии двойникующих дислокаций прямолинейны, имеют бесконечную длину и параллельны друг другу. Пусть в нашей задаче линии двойникующих дислокаций будут параллельны оси OZ, которая перпендикулярна плоскости рис. 1. В [3] представленный на рис. 1 двойник был назван плоским.

В равновесии двойника на его границах должны выполняться условия:

$$\vec{F}_1 + \vec{S}_1 + \vec{F}_1^e = 0; \quad (1)$$

$$\vec{F}_2 + \vec{S}_2 + \vec{F}_2^e = 0, \quad (2)$$

где F_1 – сила, действующая в точке на границе 1 со стороны поля напряжений двойникующих дислокаций на границах 1 и 2 двойника;

S_1 – сила внутреннего трения, действующая на двойникующие дислокации на границе 1 двойника;

F_1^e – результирующая внешних сил, действующая на двойникующие дислокации на границе 1 двойника;

F_2 – сила, действующая в точке на границе 2 со стороны поля напряжений двойникующих дислокаций на границах 1 и 2 двойника;

S_1 – сила внутреннего трения, действующая на двойникующие дислокации на границе 2 двойника;

F_2^e – результирующая внешних сил, действующая на двойникующие дислокации на границе 2 двойника.

В процессе двойникования движение двойникующих дислокаций вдоль оси ОУ отсутствует.

$$F_{1x} + S_{1x} + F_{1x}^e = 0; \quad (3)$$

$$F_{2x} + S_{2x} + F_{2x}^e = 0, \quad (4)$$

где

$$F_{1x} = F_{11x} + F_{21x}, \quad (5)$$

$$F_{2x} = F_{22x} + F_{12x}, \quad (6)$$

Здесь F_{11x} – проекция на ось ОХ силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 1 со стороны поля напряжений, созданного этой же границей;

F_{21x} – проекция на ось ОХ силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 1 со стороны поля напряжений, созданного двойникующими дислокациями границы 2;

F_{22x} – компонента силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 2 со стороны поля напряжений, созданного этой же границей;

F_{12x} – компонента силы, действующей на двойникующие дислокации на границе 2 со стороны поля напряжений, созданного двойникующими дислокациями границы 1.

Для сил взаимодействия двойникующих дислокаций краевого двойника друг с другом справедливо соотношение [12]

$$F_x = b_{кр} \sigma_{xy}, \quad (7)$$

где $b_{кр}$ – модуль краевой составляющей вектора Бюргера двойникующей дислокации; σ_{xy} – сдвиговая компонента тензора напряжений, обусловленных двойникующими дислокациями.

Формулу (7) будем использовать для определения компонент сил F_{11x} , F_{21x} , F_{22x} и F_{12x} из соотношений (5) и (6). При этом компоненты сдвиговых напряжений в (7) для каждой из границ двойника рассчитываются по формулам [6]:

$$\sigma_{xy}^{(1)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(x, y, \xi, f_1(\xi)) d\xi, \quad (8)$$

$$\sigma_{xy}^{(2)}(x, y) = \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(x, y, \xi, f_2(\xi)) d\xi, \quad (9)$$

где L – длина двойника (см. рис. 1);

$\rho_1(\xi)$ и $\rho_2(\xi)$ – плотности двойникующих дислокаций на первой и второй двойниковых границах, соответственно. В случае двойника, находящегося вдали от поверхности имеем [6]

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(x, y, \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x-\xi)[(x-\xi)^2 - (y-f_1(\xi))^2]}{[(x-\xi)^2 + (y-f_1(\xi))^2]^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(x, y, \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(x-\xi)[(x-\xi)^2 - (y-f_2(\xi))^2]}{[(x-\xi)^2 + (y-f_2(\xi))^2]^2}, \quad (11)$$

где μ – модуль сдвига;
 ν – коэффициент Пуассона.

Тогда

$$F_{11x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta; \quad (12)$$

$$F_{21x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta; \quad (13)$$

$$F_{22x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta; \quad (14)$$

$$F_{12x} = b_{\text{кр}} \int_0^L \int_0^L \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta, \quad (15)$$

где ζ – параметр интегрирования.

В формулах (12) – (15) необходимо выполнение условия $\zeta \neq \xi$. Компоненты тензора сдвиговых напряжений в (12) – (15) расписываются соотношениями:

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_1(\zeta) - f_1(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_1(\zeta) - f_1(\xi))^2]^2}; \quad (16)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_1(\zeta) - f_2(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_1(\zeta) - f_2(\xi))^2]^2}; \quad (17)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_2(\zeta) - f_2(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_2(\zeta) - f_2(\xi))^2]^2}; \quad (18)$$

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - (f_2(\zeta) - f_1(\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + (f_2(\zeta) - f_1(\xi))^2]^2}. \quad (19)$$

Результаты и их обсуждение

В этой работе рассмотрим случай, когда

$$\vec{F}_1^e = 0, \vec{S}_1 = 0; \quad (20)$$

$$\vec{F}_2^e = 0, \vec{S}_2 = 0. \quad (21)$$

Это означает, что нагрузка на кристалл снята, а силы сопротивления движению двойникующих дислокаций пренебрежимо малы, или отсутствуют. Тогда (3) и (4), с учетом (5) и (6), (20) и (21), примут вид

$$F_{11x} + F_{21x} = 0, \quad (22)$$

$$F_{22x} + F_{12x} = 0. \quad (23)$$

Подставляя в эти формулы (12) – (19), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta + \\ & + \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta = 0; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_2'(\xi))^2} \rho_2(\xi) \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) d\xi d\zeta + \\ & + \int_0^{LL} \int_0^{LL} \sqrt{1 + (f_1'(\xi))^2} \rho_1(\xi) \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) d\xi d\zeta = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Данные уравнения дополняются соотношениями

$$\rho_1(\xi) = \frac{1}{c} \frac{df_1(\xi)}{d\xi}, \quad (26)$$

$$\rho_2(\xi) = \frac{1}{c} \frac{df_2(\xi)}{d\xi}, \quad (27)$$

где c – межплоскостное расстояние в плоскости, перпендикулярной плоскости двойнирования.

Соотношения (26) и (27) означают, что система (24) и (25) из двух уравнений имеет не четыре, а две неизвестных функции – $f_1(\xi)$ и $f_2(\xi)$. Представим эти функции в виде многочленов

$$f_1(\xi) = a_0 \xi^0 + a_1 \xi^1 + \dots + a_{n-1} \xi^{n-1} + \dots + a_n \xi^n, \quad (28)$$

$$f_1(\zeta) = a_0 \zeta^0 + a_1 \zeta^1 + \dots + a_{n-1} \zeta^{n-1} + \dots + a_n \zeta^n, \quad (29)$$

$$f_2(\xi) = b_0 \xi^0 + b_1 \xi^1 + \dots + b_{n-1} \xi^{n-1} + \dots + b_n \xi^n, \quad (30)$$

$$f_2(\zeta) = b_0 \zeta^0 + b_1 \zeta^1 + \dots + b_{n-1} \zeta^{n-1} + \dots + b_n \zeta^n, \quad (31)$$

где a_i и b_j – константы ($i = 0, 1, \dots, n; j = 0, 1, \dots, m$).

В данной работе рассмотрим случай, когда $n = 1$ и $m = 1$. Тогда (28) – (31) примут вид

$$f_1(\xi) = a_0 + a_1\xi, \quad f_1(\zeta) = a_0 + a_1\zeta, \quad (32)$$

$$f_2(\xi) = b_0 + b_1\xi, \quad f_2(\zeta) = b_0 + b_1\zeta. \quad (33)$$

Это случай прямолинейных границ клиновидного двойника. Тогда очевидно, что

$$f_1'(\xi) = a_0, \quad f_1'(\zeta) = b_0;$$

$$\rho_1(\xi) = \frac{a_0}{c}; \quad (34)$$

$$\rho_2(\xi) = \frac{b_0}{c}.$$

Подставляя (32) и (33) в (16) – (19), получим

$$\sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{1-a_1^2}{(1+a_1^2)^2} \frac{1}{\zeta-\xi}, \quad (35)$$

$$\sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{1-b_1^2}{(1+b_1^2)^2} \frac{1}{\zeta-\xi}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \sigma_{xy}^{(2,0)}(\zeta, f_1(\zeta), \xi, f_2(\xi)) = \\ & = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((a_0-b_0) + (a_1\zeta - b_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((a_0-b_0) + (a_1\zeta - b_1\xi))^2]^2}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & \sigma_{xy}^{(1,0)}(\zeta, f_2(\zeta), \xi, f_1(\xi)) = \\ & = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]^2}. \end{aligned} \quad (38)$$

Подстановка (34) – (38) в (24) и (25) дает

$$\begin{aligned} & \frac{a_0\sqrt{1+a_0^2}}{c} \frac{1-a_1^2}{(1+a_1^2)^2} \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta-\xi} d\xi d\zeta + \\ & = \frac{\mu b_{\text{кр}}}{2\pi(1-\nu)} \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]^2}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & \frac{b_0\sqrt{1+b_0^2}}{c} \frac{1-b_1^2}{(1+b_1^2)^2} \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta-\xi} d\xi d\zeta + \\ & + \frac{a_0\sqrt{1+a_0^2}}{c} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta-\xi)[(\zeta-\xi)^2 - ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]}{[(\zeta-\xi)^2 + ((b_0-a_0) + (b_1\zeta - a_1\xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Данные уравнения могут быть приведены к виду

$$\int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta + \quad (41)$$

$$+ \frac{b_0 \sqrt{1+b_0^2}}{a_0 \sqrt{1+a_0^2}} \frac{(1+a_1^2)^2}{1-a_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0,$$

$$\int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta + \quad (42)$$

$$+ \frac{a_0 \sqrt{1+a_0^2}}{b_0 \sqrt{1+b_0^2}} \frac{(1+b_1^2)^2}{1-b_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0.$$

Вычитая из (41) (42), получим

$$\frac{b_0 \sqrt{1+b_0^2}}{a_0 \sqrt{1+a_0^2}} \frac{(1+a_1^2)^2}{1-a_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((a_0 - b_0) + (a_1 \zeta - b_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta - \quad (43)$$

$$- \frac{a_0 \sqrt{1+a_0^2}}{b_0 \sqrt{1+b_0^2}} \frac{(1+b_1^2)^2}{1-b_1^2} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi)[(\zeta - \xi)^2 - ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]}{[(\zeta - \xi)^2 + ((b_0 - a_0) + (b_1 \zeta - a_1 \xi))^2]^2} d\xi d\zeta = 0.$$

Решение данного уравнения, например, с использованием метода интегрирования рациональных функций [13, 14] весьма громоздко. Поэтому рассмотрим некоторые частные случаи. Примем

$$a_0 = \frac{H}{2}, \quad a_1 = -\frac{H}{2L}, \quad b_0 = -\frac{H}{2}, \quad b_1 = \frac{H}{2L}, \quad (44)$$

где H – ширина двойника у устья (см. рис. 1). Тогда (32) и (33) можно переписать в виде

$$f_1(\xi) = \frac{H}{2} \left(1 - \frac{\xi}{L}\right), \quad f_1(\zeta) = \frac{H}{2} \left(1 - \frac{\zeta}{L}\right), \quad (45)$$

$$f_2(\xi) = -\frac{H}{2} \left(1 - \frac{\xi}{L}\right), \quad f_2(\zeta) = -\frac{H}{2} \left(1 - \frac{\zeta}{L}\right). \quad (46)$$

Уравнения (41) и (42) с учетом (45) и (46) примут вид

$$\frac{H}{2} \frac{\sqrt{1 + \frac{H^2}{4} \left(1 - \frac{H^2}{4L^2}\right)}}{\left(1 + \frac{H^2}{4L^2}\right)^2} \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta -$$

$$-\frac{H}{2} \sqrt{1 + \frac{H^2}{4}} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[(\zeta - \xi)^2 - H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]}{\left[(\zeta - \xi)^2 + H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta = 0, \quad (47)$$

$$-\frac{H}{2} \sqrt{1 + \frac{H^2}{4}} \left(1 - \frac{H^2}{4L^2} \right) \int_0^L \int_0^L \frac{1}{\zeta - \xi} d\xi d\zeta + \frac{H}{2} \sqrt{1 + \frac{H^2}{4}} \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[(\zeta - \xi)^2 - H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]}{\left[(\zeta - \xi)^2 + H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta = 0. \quad (48)$$

А уравнение (43) –

$$\int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[(\zeta - \xi)^2 - H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]}{\left[(\zeta - \xi)^2 + H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) - 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta - \int_0^L \int_0^L \frac{(\zeta - \xi) \left[(\zeta - \xi)^2 - H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]}{\left[(\zeta - \xi)^2 + H^2 \left(\frac{1}{2L} (\zeta + \xi) + 1 \right)^2 \right]^2} d\xi d\zeta = 0. \quad (49)$$

Одно из решений этого уравнения – это $H = 0$. В этом случае двойник тонкий.

Заключение.

Таким образом, на основании баланса сил, действующих на двойниковых границах со стороны двойникующих дислокаций, в приближении малости величин сил внутреннего трения в недеформируемом твердом теле выведено условие равновесия клиновидного двойника. Показано, что в линейном приближении одним из решений условия равновесия является равенство нулю ширины двойника у устья.

ЛИТЕРАТУРА

1. Классен-Неклюдова, М.В. Механическое двойникование кристаллов / М.В. Классен-Неклюдова. – М.: АН СССР, 1960. – 262 с.
2. Финкель, В.М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В.М. Финкель, В.А. Федоров, А.П. Королев. – Ростов-на-Дону. – 1990. – 172 с.
3. Косевич, А.М. Дислокации в теории упругости / А.М. Косевич. – Киев: Наук. Думка, 1978. – 220 с.
4. Косевич, А.М. Дислокационная теория упругого двойникования кристаллов / А.М. Косевич, В.С. Бойко // Успехи физических наук. – 1971. – Т. 104, № 2. – С. 101–255.
5. Косевич, А.М. О дислокационной модели двойникования / А.М. Косевич, Л.А. Пастур // Физика твердого тела. – 1961. – Т.3, №4. – С. 1291–1297.
6. Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел : монография / О.М. Остриков. – Гомель : Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.
7. Лифшиц, И.М. О макроскопическом описании явления двойникования кристаллов / И.М. Лифшиц // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1948. – Т. 18, № 12. – С. 1134–1143.
8. Финкель, В.М. Влияние двойников на зарождение трещин в Fe+3,25%Si при интенсивном сопутствующем скольжении / В.М. Финкель, А.П. Королев, А.М. Савельев, В.А. Федоров // Физика металлов и металловедение. – 1979. – Т. 48, № 2. – С. 415–423.
9. Якутович, М.В. Форма механического двойника и причины, ее обуславливающие / М.В. Якутович, Э.С. Яковлева // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1939. – Т. 9, № 7. – С. 882–888.
10. Остриков, О.М. Закономерности слияния двойников в монокристаллах висмута / О.М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2012. – Т. 113, № 8. – С. 846–852.
11. Астафьев, В.И. Нелинейная механика разрушения / В.И. Астафьев, Ю.Н. Радаев, Л.В. Степанова. – Самара: Издательство «Самарский университет», 2001. – 562 с.
12. Миркин, Л.И. Физические основы пластической деформации / Л.И. Миркин. – М.: МГУ, 1968. – 538 с.
13. Воднев, В.Т. Основные математические формулы: Справочник / В.Т. Воднев, А.Ф. Наумович, Н.Ф. Наумович. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 269 с.
14. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

УДК 539.4:621.6

Голубева Е.А., Аль-Абси Р.А.

РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИЙ В ТРУБЕ ИЗ КОМПОЗИТОВ С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Гомель, Беларусь

Рассматривается труба из композиционных материалов под действием внутреннего давления с учетом явлений ползучести и релаксации. Необходимо определить напряженно-деформированное состояние в трубе из композитов. Создается алгоритм и строится математическая модель реализации расчета напряжений и деформаций в трубе, затем строится вычислительная программа, по которой определяется напряжение и деформации в трубе из функционально-градиентных материалов с учетом явлений ползучести и релаксации.

Введение. В настоящее время широкое применение композиты получили в производстве труб и трубопроводов, в связи с этим задача расчета напряженно-