

ЛИТЕРАТУРА

1. Классен-Неклюдова, М.В. Механическое двойникование кристаллов / М.В. Классен-Неклюдова. – М.: АН СССР, 1960. – 262 с.
2. Финкель, В.М. Разрушение кристаллов при механическом двойниковании / В.М. Финкель, В.А. Федоров, А.П. Королев. – Ростов-на-Дону. – 1990. – 172 с.
3. Косевич, А.М. Дислокации в теории упругости / А.М. Косевич. – Киев: Наук. Думка, 1978. – 220 с.
4. Косевич, А.М. Дислокационная теория упругого двойникования кристаллов / А.М. Косевич, В.С. Бойко // Успехи физических наук. – 1971. – Т. 104, № 2. – С. 101–255.
5. Косевич, А.М. О дислокационной модели двойникования / А.М. Косевич, Л.А. Пастур // Физика твердого тела. – 1961. – Т.3, №4. – С. 1291–1297.
6. Остриков, О.М. Механика двойникования твердых тел : монография / О.М. Остриков. – Гомель : Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», 2008. – 301 с.
7. Лифшиц, И.М. О макроскопическом описании явления двойникования кристаллов / И.М. Лифшиц // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1948. – Т. 18, № 12. – С. 1134–1143.
8. Финкель, В.М. Влияние двойников на зарождение трещин в Fe+3,25%Si при интенсивном сопутствующем скольжении / В.М. Финкель, А.П. Королев, А.М. Савельев, В.А. Федоров // Физика металлов и металловедение. – 1979. – Т. 48, № 2. – С. 415–423.
9. Якутович, М.В. Форма механического двойника и причины, ее обуславливающие / М.В. Якутович, Э.С. Яковлева // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1939. – Т. 9, № 7. – С. 882–888.
10. Остриков, О.М. Закономерности слияния двойников в монокристаллах висмута / О.М. Остриков // Физика металлов и металловедение. – 2012. – Т. 113, № 8. – С. 846–852.
11. Астафьев, В.И. Нелинейная механика разрушения / В.И. Астафьев, Ю.Н. Радаев, Л.В. Степанова. – Самара: Издательство «Самарский университет», 2001. – 562 с.
12. Миркин, Л.И. Физические основы пластической деформации / Л.И. Миркин. – М.: МГУ, 1968. – 538 с.
13. Воднев, В.Т. Основные математические формулы: Справочник / В.Т. Воднев, А.Ф. Наумович, Н.Ф. Наумович. – Мн.: Выш. шк., 1988. – 269 с.
14. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.

УДК 539.4:621.6

Голубева Е.А., Аль-Абси Р.А.

РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИЙ В ТРУБЕ ИЗ КОМПОЗИТОВ С УЧЕТОМ ЯВЛЕНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И РЕЛАКСАЦИИ

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Гомель, Беларусь

Рассматривается труба из композиционных материалов под действием внутреннего давления с учетом явлений ползучести и релаксации. Необходимо определить напряженно-деформированное состояние в трубе из композитов. Создается алгоритм и строится математическая модель реализации расчета напряжений и деформаций в трубе, затем строится вычислительная программа, по которой определяется напряжение и деформации в трубе из функционально-градиентных материалов с учетом явлений ползучести и релаксации.

Введение. В настоящее время широкое применение композиты получили в производстве труб и трубопроводов, в связи с этим задача расчета напряженно-

деформированного состояния труб из композитов является актуальной. Новые композиционные материалы для труб нашли широкое применение в машиностроении, строительстве, теплоэнергетике и других отраслях. При длительном действии постоянной нагрузки в элементах конструкций наблюдается развитие деформаций во времени.

Постановка задачи. В данной работе рассматривается труба из неоднородного материала под действием внутреннего давления с внутренним радиусом a и внешним радиусом R ; P – давление, оказанное на внутреннюю поверхность (рисунок 1):

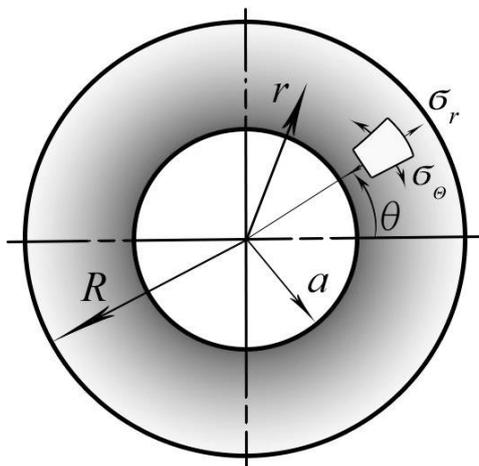


Рис. 1. Труба из неоднородного материала

Аналитические и численные решения задач. При исследовании напряженно-деформированного состояния на основании решения упругой задачи трубы из функционально-градиентного материала используем методы расчета, представленные в работе [1], в которой подробно показаны основные формулы для нахождения напряжения в зависимости от свойств материалов. При написании компьютерной программы для расчета деформаций в трубе во времени использовали [1], получили формулы для нахождения деформаций. При постановке и решения краевой задачи использовали теорию линейной вязкоупругости, дифференциальные уравнения в частных производных, численные решения краевой задачи. Функции, описывающие явления ползучести и релаксации, основанные на свойствах функции Миттаг-Леффлера, строятся по результатам экспериментов на ползучесть при постоянных напряжениях или соответственно на релаксацию при фиксированных деформациях. Для реализации расчета напряженно-деформированного состояния трубы использовали параметры различных ядер ползучести и релаксации, входящие в интегральные уравнения теории вязкоупругости с применением принципа Вольтерра. Так, деформации и перемещение в вязкоупругой задаче при действии внутреннего давления $p(t)$ по принципу Вольтерра выражаются следующим образом:

$$\varepsilon_{\theta}(r, t) = - \frac{\left(\frac{a}{R}\right)^{1-\beta} (1+\nu)(1-2\nu)(r^{m_1-1} + r^{m_2-1})}{\left[\left(\frac{a}{R}\right)^{m_1} - \left(\frac{a}{R}\right)^{m_2}\right] \omega_1 \omega_2} \tilde{E}_0^{-1} \cdot p,$$

$$\varepsilon_r(r, t) = - \frac{\left(\frac{a}{R}\right)^{1-\beta} (1+\nu)(1-2\nu)(m_1 r^{m_1-1} \omega_2 + m_2 r^{m_2-1} \omega_1)}{\left(\left(\frac{a}{R}\right)^{m_1} - \left(\frac{a}{R}\right)^{m_2}\right) \omega_1 \omega_2} \tilde{E}_0^{-1} \cdot p,$$

$$u(r, t) = - \frac{\left(\frac{a}{R}\right)^{1-\beta} (1+\nu)(1-2\nu)(r^{m_1} \omega_2 + r^{m_2} \omega_1)}{\left(\left(\frac{a}{R}\right)^{m_1} - \left(\frac{a}{R}\right)^{m_2}\right) \omega_1 \omega_2} \tilde{E}_0^{-1} \cdot p,$$

здесь оператор $\tilde{E}_0^{-1} \cdot 1 = \frac{1}{E_0} \left[1 + \int_0^t K(t-\tau) d\tau \right]$ действует на функцию давления $p(t)$. Здесь введены обозначения ε_θ , ε_r и u – деформации и перемещение, $K(t-\tau)$, $R(t-\tau)$ – функция влияния (ядро ползучести, ядро релаксации), E – модуль упругости, t – время наблюдения.

Ядра ползучести и релаксации связаны между собой интегральным соотношением, характеризуют основные механические свойства вязкоупругих материалов и входят в определяющие уравнения, устанавливающие зависимость между напряжениями, деформациями и временем.

В данной работе использовали обобщенные ядра вида [2]

$$R(\tau) = A^* \tau^{\alpha-1} e^{-\lambda\tau} E_{\frac{1}{\alpha}}(\beta^* \tau^\alpha; \alpha);$$

$$K(\tau) = A^* \tau^{\alpha-1} e^{-\lambda\tau} E_{\frac{1}{\alpha}}(\beta \tau^\alpha; \alpha),$$

в которые входит функция типа Миттаг-Леффлера $E_p(x, \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{\Gamma(\mu + k\rho^{-1})}$, где $\Gamma(x)$ – гамма-функция; μ – произвольный параметр A^* , β , λ , α – реологические параметры.

Приведем основные аналитические зависимости, которые необходимы для дальнейших расчетов. Входящие в физические зависимости интегралы вычисляются через сумму гамма функций для случая, $\sigma(t)$, $\varepsilon(t) - const$.

$$\tilde{R}(\tau) = \int_0^\tau R(s) ds = \frac{A^*}{\beta^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta^*}{\lambda^\alpha}\right) \frac{\gamma(\alpha n, \lambda\tau)}{\Gamma(\alpha n)},$$

$$\tilde{K}(\tau) = \int_0^\tau K(s) ds = \frac{A^*}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta}{\lambda^\alpha}\right) \frac{\gamma(\alpha n, \lambda\tau)}{\Gamma(\alpha n)}.$$

При вычислении интегралов можно пользоваться конечной суммой до k -го члена. Из выше приведенных формул, учитывая $(\beta^* = \beta - A^*)$ при $\tau \rightarrow \infty$ имеем

$$\int_0^{\infty} R(s) ds = \frac{A^*}{\beta^*} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta^*}{\lambda^*} \right)^n = \frac{A^*}{\lambda^\alpha - \beta^*} = \frac{A^*}{\lambda^\alpha - (\beta - A^*)},$$

$$\int_0^{\infty} K(s) ds = \frac{A^*}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta}{\lambda^\alpha} \right)^n = \frac{A^*}{\lambda^\alpha - \beta}.$$

Используя источник [2], рассмотрим различные случаи загрузки материала:

– нагрузка постоянная $\sigma(t) = \sigma_0 = const$, в этом случае закон деформирования можно выразить следующим образом:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[1 + \int_0^t k(t-\tau) d\tau \right].$$

Используя значение интеграла $\int_0^t k(\tau) d\tau$, получаем

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[1 + \frac{A^*}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\beta}{\lambda^\alpha} \right)^n \frac{\gamma(\alpha n, \lambda t)}{\Gamma(\alpha n)} \right].$$

– при времени $t \rightarrow \infty$ деформация асимптотически приближается к значению

$$\varepsilon_\infty = \frac{\sigma_0}{E_0} \left[1 + \int_0^t k(\tau) d\tau \right] = \frac{P_0}{E_0} \left[1 + \frac{A^*}{\lambda^\alpha - \beta} \right],$$

где $A^* = A\Gamma(\alpha)$, $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера, α, β – параметры ядра.

Результаты. Были рассмотрены различные примеры расчета напряжения, а также был разработан алгоритм и создана программа в среде Delphi, которая реализовывает расчет напряженно-деформированного состояния в трубе из композитов для упругой задачи. На рисунке 2 изображено окно ввода исходных данных. После нажатия клавиши вычислить, программа, по заранее определенному алгоритму, считает коэффициенты А и В и строит графики распределения напряжения и перемещения в цилиндрической трубе (рисунок 3). Тестирование программы осуществлялось в сравнении с результатами других исследователей, полученных при расчете напряжения и деформации в трубе из композиционных материалов.

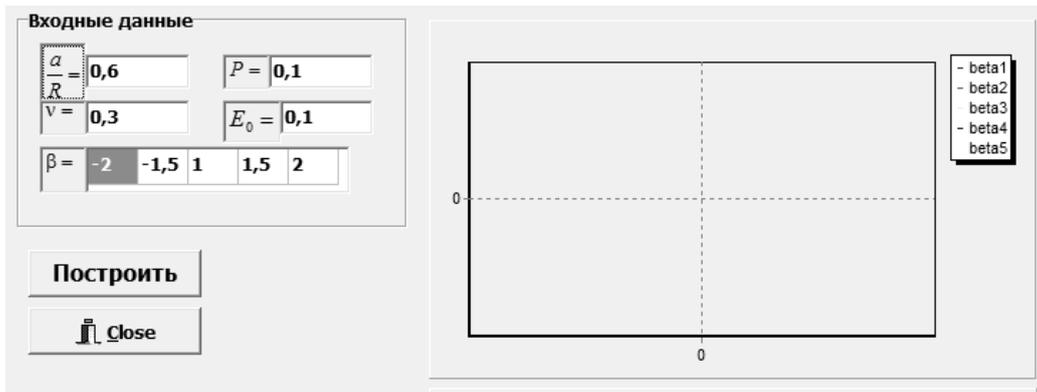


Рис. 2. Главное окно программы

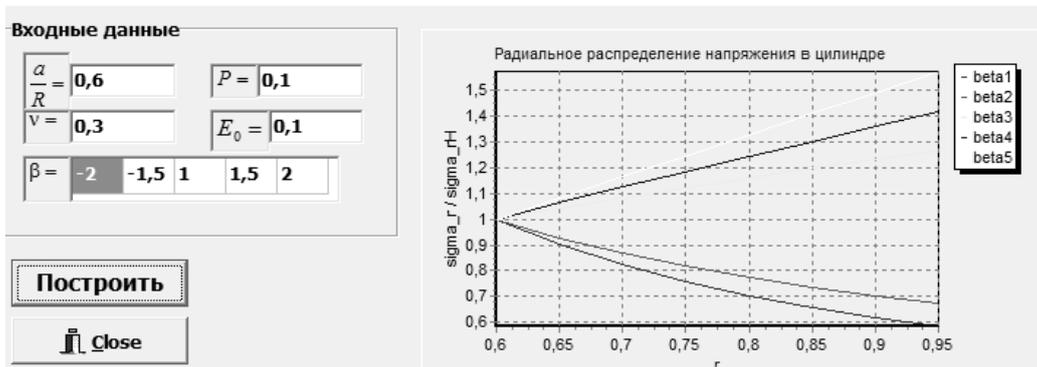


Рис. 3. Результаты расчетов и графики распределения напряжения и перемещения в трубе

На основании решения упругой задачи для неоднородной трубы было построено решение для вязкоупругого случая, в котором характеристики трубы изменяются во времени. Результаты для вязкоупругой задачи представлены на рисунке 4 и созданы в среде Mathcad с использованием слабосингулярного ядра Ржаницына-Колтунова при $\delta^* = 0$ в виде графиков, берем $R(t) = Ae^{-\lambda t} t^{\alpha-1}$ и резольвенту $K(t) = At^{-1} e^{-\lambda t} \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{A \Gamma(\alpha) t^{\alpha}}{\Gamma(i\alpha)} \right]$, где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция, $A = 0,015$, $\lambda = 0,05$, $\alpha = 0,075$ определялись с помощью обработки результатов эксперимента по методу наименьших квадратов.

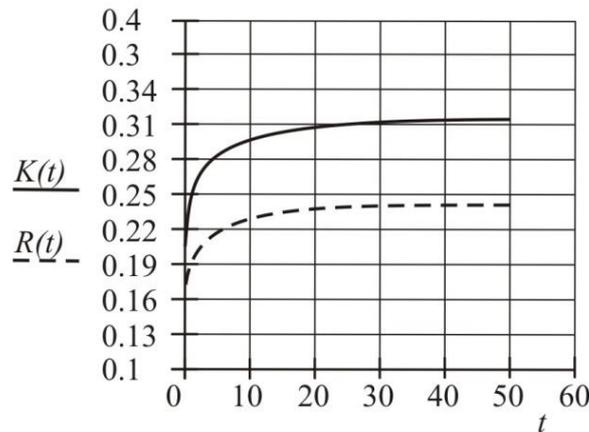


Рис. 4. Результаты расчета и графики параметров ядра Ржаницына-Колтунова и его резольвент

Выводы. Предложены математические модели расчета напряженно-деформированного состояния слоистых труб с учетом явлений ползучести и релаксации. Экспериментальные исследования подтверждают достоверность предложенных теоретических зависимостей для определения параметров ядра Ржаницына-Колтунова и его резольвент. Разработанная методика позволяет исследовать и создавать методы для реализации расчета напряженно-деформированного состояния труб из композиционных материалов, а также определять их физико-механические свойства. Предлагаемые подходы могут быть использованы в теплоэнергетике, а также машиностроении и других конструкциях из композитов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tutuncu, N Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels / N. Tutuncu, M. Ozturk Composites: Part B 32, 2001. – P. 683-686.
2. Можаровский, В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский – Мн., 1988. – 271 с.

УДК 539.3/8

Хмелев А.А., Реут Л.Е., Кардович Н.Б., Богинская Т.Ф.

АНАЛИЗ ОБРАЗОВАНИЯ ПЛОЩАДКИ ТЕКУЧЕСТИ НА ДИАГРАММЕ РАСТЯЖЕНИЯ МЯГКОЙ СТАЛИ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Рассмотрен вопрос растяжения элементов из низкоуглеродистой стали и исследовано энергетическое состояние материала на момент возникновения пластических деформаций, соответствующий образованию площадки текучести на диаграмме растяжения. Установлено, что энергетическим источником, вызывающим сдвиг и пластическое течение металла, является потенциальная энергия деформации, накопленная материалом на стадии упругого деформирования, которая частично или полностью расходуется на процесс пластического формоизменения. На основании закона сохранения и принципа минимума потенциальной энергии получены расчетные значения для касательных напряжений, соответствующих предельному состоянию материала при сдвиге.

При испытании материалов на растяжение в момент, когда в металле возникает текучесть и пластические деформации охватывают весь объем образца, на диаграмме растяжения появляется участок, параллельный оси абсцисс, называемый площадкой текучести. Этот участок показывает, что при возникновении текучести пластическое удлинение образца происходит практически при неизменной нагрузке, т.е. процесс происходит самопроизвольно и не требует каких-либо дополнительных усилий. Согласно металлографическим исследованиям, механизм возникновения и развития пластических деформаций одинаков для всех материалов, однако диаграммы растяжения с явно выраженной площадкой текучести свойственны далеко не всем, даже высокопластичным металлам. Она проявляется только при растяжении железа, мягких углеродистых сталей марок Ст2 и Ст3, латуней, отдельных видов отожженных марганцовистых и алюминиевых бронз, а также некоторых других материалов.