УДК 519.1

Об одном обобщении задачи коммивояжера на матроидах

Исаченко А. Н.
Белорусский государственный университет

Аксиоматизация матроида может проводиться на основе различных понятий, например в терминах периметров. $\boldsymbol{H}$-периметр ($\boldsymbol{L}$-периметр) матроида $\boldsymbol{M(S)=(S,F)}$ есть функция $\gamma_H:2^S\to N$ ($\gamma_L:2^S\to N$) со значениями $\gamma_H(A)=\max\{|C| : C\subseteq A,\ C$ – цикл$\}$ ($\gamma_L(A)=\min\{|C| : C\subseteq A,\ C$ – цикл$\}$), если A зависимое множество, и $\gamma(A)=0$, если $A\in F$ [1-3].

Функция γ_H (γ_L) является функцией $\boldsymbol{H}$-периметра ($\boldsymbol{L}$-периметра) некоторого матроида $\boldsymbol{M(S)}$ тогда и только тогда, когда для неё выполняются условия:

1) если $\gamma_H(X)>0$ ($\gamma_L(X)>0$), то существует множество $Y\subseteq X$, для которого $\gamma_H(X)=\gamma_H(Y)=|Y|$ ($\gamma_L(X)=\gamma_L(Y)=|Y|$);

2) если $X\supseteq Y$, то $\gamma_H(X)\geq\gamma_H(Y)$ ($\gamma_L(X)\leq\gamma_L(Y)$);

3) если $\gamma_H(X)=|X|$ ($\gamma_L(X)=|X|$), то $\gamma_H(X\setminus x)=0$ ($\gamma_H(X\setminus x)=0$) для любого $x\in X$;

4) если $\gamma_H(X)=|X|$ ($\gamma_L(X)=|X|$), $\gamma_H(Y)=|Y|$ ($\gamma_H(Y)=|Y|$), $X\neq Y$, $x\in X\cap Y$, то $\gamma_H((X\cup Y)\setminus x)>0$ ($\gamma_H((X\cup Y)\setminus x)>0$).

Припишем каждому элементу $e\in S$ вес $w(e)\geq 0$. Сформулируем задачи нахождения для любого подмножества $A\subseteq S$ цикла $C\subseteq A$ максимального (минимального) веса среди всех циклов с числом элементов, совпадающим с $\gamma_H(A)$ ($\gamma_L(A)$). При $A=S$ задача является задачей коммивояжера на матроиде $\boldsymbol{M(S)}$. Для решения задачи необходимо перейти от исходного матроида к его ограничению на множество A с последующим применением алгоритма решения задачи коммивояжера.