

Выводы. Предложены математические модели расчета напряженно-деформированного состояния слоистых труб с учетом явлений ползучести и релаксации. Экспериментальные исследования подтверждают достоверность предложенных теоретических зависимостей для определения параметров ядра Ржаницына-Колтунова и его резольвент. Разработанная методика позволяет исследовать и создавать методы для реализации расчета напряженно-деформированного состояния труб из композиционных материалов, а также определять их физико-механические свойства. Предлагаемые подходы могут быть использованы в теплоэнергетике, а также машиностроении и других конструкциях из композитов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tutuncu, N Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels / N. Tutuncu, M. Ozturk Composites: Part B 32, 2001. – P. 683-686.
2. Можаровский, В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский – Мн., 1988. – 271 с.

УДК 539.3/8

Хмелев А.А., Реут Л.Е., Кардович Н.Б., Богинская Т.Ф.

АНАЛИЗ ОБРАЗОВАНИЯ ПЛОЩАДКИ ТЕКУЧЕСТИ НА ДИАГРАММЕ РАСТЯЖЕНИЯ МЯГКОЙ СТАЛИ

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

Рассмотрен вопрос растяжения элементов из низкоуглеродистой стали и исследовано энергетическое состояние материала на момент возникновения пластических деформаций, соответствующий образованию площадки текучести на диаграмме растяжения. Установлено, что энергетическим источником, вызывающим сдвиг и пластическое течение металла, является потенциальная энергия деформации, накопленная материалом на стадии упругого деформирования, которая частично или полностью расходуется на процесс пластического формоизменения. На основании закона сохранения и принципа минимума потенциальной энергии получены расчетные значения для касательных напряжений, соответствующих предельному состоянию материала при сдвиге.

При испытании материалов на растяжение в момент, когда в металле возникает текучесть и пластические деформации охватывают весь объем образца, на диаграмме растяжения появляется участок, параллельный оси абсцисс, называемый площадкой текучести. Этот участок показывает, что при возникновении текучести пластическое удлинение образца происходит практически при неизменной нагрузке, т.е. процесс происходит самопроизвольно и не требует каких-либо дополнительных усилий. Согласно металлографическим исследованиям, механизм возникновения и развития пластических деформаций одинаков для всех материалов, однако диаграммы растяжения с явно выраженной площадкой текучести свойственны далеко не всем, даже высокопластичным металлам. Она проявляется только при растяжении железа, мягких углеродистых сталей марок Ст2 и Ст3, латуней, отдельных видов отожженных марганцовистых и алюминиевых бронз, а также некоторых других материалов.

Возникновение площадки текучести, соответствующей удлинению растягиваемого образца без увеличения растягивающей силы, противоречит основным законам механики, поскольку для увеличения размеров любого элемента должна быть затрачена работа, которую способна выполнить только внешняя сила.

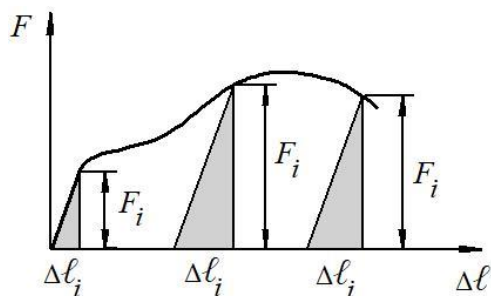


Рис. 1. Классическая диаграмма растяжения пластичного материала

При деформировании за предел текучести полную работу внешних сил можно рассматривать как сумму работ, затраченных на упругую и пластическую деформации, так как пластические деформации всегда сопровождаются упругими, которые по мере нагружения продолжают расти и накапливаться в материале. Это так называемый закон наличия упругой деформации при пластическом деформировании [1]. Однако накопление энергии, способной после разгрузки совершить работу, происходит только на упругих деформациях, так как они являются обратимыми и энергия после их исчезновения может быть возвращена. Работа же внешних сил, затраченная на пластическую деформацию необратима, она идет на увеличение внутренней энергии пластически деформированного тела, что проявляется, например, в повышении его температуры, но эта энергия не накапливается и не способна совершить работу при разгрузке. Поэтому величина накопленной потенциальной энергии (U), даже при наличии в материале пластически деформированных зон, определяться только работой сил, затраченной на упругие деформации ($A_{уп}$), и в каждый момент нагружения согласно закону разгрузки вычисляется как площадь треугольника на диаграмме растяжения (рис. 1):

$$A_{уп} = U = \frac{F_i \cdot \Delta l_i}{2}. \quad (1)$$

При этом, с возрастанием силового воздействия приращение возможной работы деформирования, а значит, и накапливаемой в образце потенциальной энергии оценивается уравнением:

$$dU = dF \cdot d\Delta, \quad (2)$$

где dU – приращение поглощенной энергии;

dF – приращение растягивающей силы;

$d\Delta$ – приращение упругой деформации.

Формула (1) справедлива для любой точки диаграммы, однако на участке текучести, приращение силы $dF = 0$, и как следует из выражения (2), dU также равно нулю. Это означает, что на площадке текучести накопление энергии и упругое удлинение образца отсутствуют, однако происходит увеличение его длины за счет пластического течения, что требует наличия некоего источника энергии, выполняющего эту работу.

В существующей литературе по механике твердых деформируемых тел вопрос возникновения площадки текучести на диаграмме растяжения некоторых пластичных материалов, механизме образования и закономерности протекающих здесь процессов изучен недостаточно полно и математически не описан.

Цель настоящей работы – теоретически объяснить сущность данного явления.

Согласно атомическому строению материалов атомы в твердых телах удерживаются друг относительно друга на расстоянии, определяемом электростатическим силовым взаимодействием между ними, т.е. равенством сил притяжения и сил отталкивания, что соответствует минимуму потенциальной энергии. При приложении внешней

нагрузки межатомные расстояния изменяются и нарушается соотношение между силами взаимодействия: при удалении частиц друг от друга (при растяжении) сила притяжения превышает силу отталкивания, при сближении (сжатии) наоборот, что для сохранения равновесия требует приложения внешних сил соответствующего направления. Этот процесс, происходящий между двумя атомами, является намного более сложным в поликристаллических материалах (металлах), где взаимодействие происходит в трехмерном пространстве, но в любом материале и при любых условиях нагружения внешние силы уравниваются силами межатомного взаимодействия, стремящимися вернуть структуру в состояние минимума потенциальной энергии. Вследствие этих смещений, если они не превышают межатомных расстояний, возникает упругая деформация и потенциальная энергия тела возрастает. Однако достигнув определенной величины, эта энергия позволяет атомам получать большие смещения и занимать новые положения устойчивого равновесия, уменьшая тем самым внутреннюю энергию тела. Эти смещения, происходящие как внутри зерен, так и по их границам, необратимы, после разгрузки они не исчезают и создают в материале пластическую или остаточную деформацию, приводящую к необратимым изменениям геометрии деформируемого элемента. Таким образом, энергетическим источником возникновения пластических деформаций является накопленная потенциальная энергия упругих деформаций, частично или полностью расходуемая на создание необратимых изменений в материале, возникающих как вследствие внутрикристаллических (скольжение и двойникование, перемещение дислокаций и т.д.), так и межкристаллических деформационных процессов, обуславливающие пластическое течение металла [2-4]. Однако пластическая деформация происходит не сразу по всему объему, а начинается в наиболее благоприятно ориентированных («слабых») зернах, в кристаллографических плоскостях которых возникают наибольшие касательные напряжения, способные преодолеть сопротивление металлических связей и вызвать скольжение или сдвиг по данным плоскостям. Остальные зерна («сильные»), имеющие менее благоприятную ориентацию плоскостей скольжения, остаются упруго деформированными, но по мере увеличения нагрузки поворачиваются и как только касательные напряжения достигают здесь необходимой величины, в них также начинается сдвиг и пластическое течение. Таким образом формируется новая направленная структура с зернами, вытянутыми в направлении наиболее интенсивного течения металла. Анализ текстурообразования различных металлов при различных видах нагружения показывает, что текстура формируется согласно принципа самоорганизации: в ходе легкого скольжения сначала сдвиг происходит по слабым плоскостям и протекает до момента, пока их движение не становится затрудненным, а затем сдвиг активизируется в новых (неупорядоченных) плоскостях скольжения, что соответствует наименьшим энергетическим затратам, т.е. принципу наименьшей работы. Таким образом, плоскости легкого скольжения всегда стремятся повернуться в направлении действия наибольших касательных напряжений, что обеспечивает минимум энергии при пластическом формоизменении [5, 6]. При этом, вследствие различной ориентировки плоскостей скольжения, не одновременности протекания пластической деформации по объему тела и ее неоднородности, влияния дефектов структуры граничных слоев и затрудненной межкристаллитной деформации, а также вследствие упругих смещений атомов из новых положений равновесия, занятых ими при первоначальном перемещении, часть структуры материала всегда остается упруго деформированной, что объясняет закон наличия упругих деформаций при пластическом деформировании тела вплоть до его разрушения [1, 2]. А это означает, что до момента разрыва образца в нем постоянно присутствует и продолжает накапливаться потенциальная энергия деформации, величина которой по диаграмме растяжения (рис. 1) может быть вычислена по формуле (1).

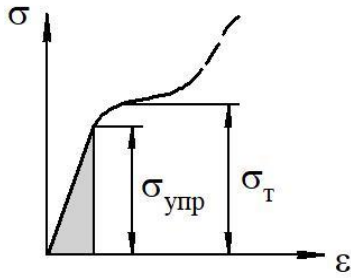


Рис 2. Стадия упругого деформирования

Рассмотрим растяжение образца из мягкой стали и механизм его разрушения как процесс, развивающийся во времени, когда на первой стадии – стадии упругого деформирования – происходит накопление (запасание) энергии деформации, а на последующих стадиях – упруго-пластическое деформирование и разрушение.

Количество энергии упругой деформации, запасенной образцом на стадии упругого деформирования, т.е. до момента наступления текучести (рис. 2), на основании формулы (1), принимая здесь $F = \sigma A$ и $\Delta \ell = \sigma \ell / E$, может быть представлено в виде:

$$U = u \cdot V = \frac{\sigma_{\text{упр}}^2}{2E} \cdot V, \quad (3)$$

где $u = \frac{\sigma_{\text{упр}}^2}{2E}$ – удельная (накопленная в единице объема) потенциальная энергия $H \cdot \text{мм} / \text{мм}^3$;

$V = \ell A$ – объем образца, мм^3 ;

$\sigma_{\text{упр}}$ и E – соответственно предел упругости и модуль Юнга материала, МПа.

При этом, учитывая, что значение предела упругости $\sigma_{\text{упр}}$ мало отличается от значения предела текучести σ_{T} (рис. 2), при выполнении практических расчетов часто принимают $\sigma_{\text{упр}} \approx \sigma_{\text{T}}$ [2, 5].

Известно, что при деформировании элемента происходит изменение его размеров и формы, а значит, условно можно считать, что часть работы внешних сил затрачивается на изменения объема, а часть – на изменение формы. Тогда на основании закона сохранения энергии полную удельную потенциальную энергию деформации $u_{\text{полн}}$ можно также условно представить в виде двух составляющих – энергии, накопленной за счет изменения объема $u_{\text{об}}$, и энергии, накопленной за счет изменения формы $u_{\text{ф}}$ (энергии формоизменения) [7]:

$$u_{\text{полн}} = u_{\text{об}} + u_{\text{ф}}, \quad (4)$$

которые при объемном напряженном состоянии вычисляются через главные нормальные напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 по формулам –

$$\begin{aligned} u_{\text{полн}} &= \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]; \\ u_{\text{об}} &= \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2; \\ u_{\text{ф}} &= \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2], \end{aligned} \quad (5)$$

а для случая растяжения, при котором $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, принимают вид

$$u_{\text{полн}} = \frac{\sigma_1^2}{2E}; \quad u_{\text{об}} = \frac{1-2\mu}{6E} \sigma_1^2; \quad u_{\text{ф}} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_1^2, \quad (6)$$

где μ – коэффициент Пуассона материала.

При этом, как показывают расчеты (6), если принять для стали $\mu = 0,3$,

$$u_{об} = \frac{1-2\mu}{6E} \sigma_1^2 = 0,07 \frac{\sigma_1^2}{E}; \quad u_{\phi} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_1^2 = 0,43 \frac{\sigma_1^2}{E}, \quad (7)$$

т.е. энергия формоизменения при растяжении значительно превышает энергию изменения объема и составляет около 90% всей потенциальной энергии, накопленной образцом.

Рассмотрим другой вид напряженного состояния – чистый сдвиг, при котором объем элемента не изменяется, а происходит только искажение его формы, поэтому согласно теории напряженного состояния, принимая для данного случая $\sigma_2 = 0$, $\sigma_1 = -\sigma_3 = \pm\tau$, на основании формул (5) получаем:

$$u_{об} = 0; \quad u_{полн} = u_{\phi} = \frac{1+\mu}{6E} \cdot 6\tau^2 = \frac{\tau^2}{2G}, \quad (8)$$

где G – модуль сдвига материала, МПа

Пластическая деформация является предельным состоянием материала, приводящим к необратимым изменениям детали, поэтому ее рассматривают как потерю прочности или как стадию разрушения. Согласно исследованиям, пластическая деформация происходит по механизму сдвига, при этом сопутствующая ей объемная деформация в процессе текучести металла столь незначительна, что ею можно пренебречь и считать, что при пластической деформации объем тела не изменяется, т.е. действует принятый в теории пластичности закон постоянства объема [1-3]. Вследствие этого, учитывая схожесть физических эффектов, возникающих при чистом сдвиге и текучести металла, наступление и протекание пластической деформации в некотором приближении можно рассматривать как процесс, соответствующий чистому сдвигу металла в предельном состоянии, когда максимальные касательные напряжения в плоскостях скольжения достигают некоторого критического значения, т.е.

$$\tau_{max} = \tau_B, \quad (9)$$

где τ_B – предел прочности материала на сдвиг.

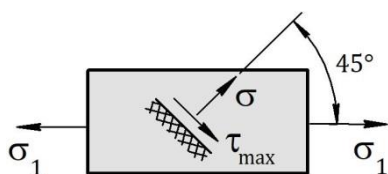


Рис. 3. Линейное напряженное состояние

При растяжении, согласно теории линейного напряженного состояния, максимальные касательные напряжения возникают в площадках, расположенных под углом 45° к продольной оси, т.е. к направлению действия главных напряжений σ_1 (рис. 3), что подтверждается методами дифракционной электронной микроскопии и наблюдением линий скольжения Чернова-Людерса на поверхности образца [1].

Эти напряжения в указанных площадках согласно расчетным формулам равны $\tau_{max} = 0,5\sigma_1$, а в момент наступления текучести на основании III-ей теории прочности принимают значение $\tau_{max} = 0,5\sigma_T$.

Однако используемые здесь формулы, как и вся теория напряженного состояния, разработаны на основании классической теории упругости и, значит, справедливы только для упругого состояния материала, т.е. только в пределах упругих деформаций. Но в момент возникновения текучести физическое-механическое состояние материала

радикально изменяется, и возникающие процессы пластической деформации уже не могут быть описаны с позиции его упругих свойств и требуют принципиально других теоретических подходов.

Закономерности пластической деформации в рамках классического подхода изучены достаточно хорошо и представлены в многочисленных работах [1-5]. Принято считать, что пластические деформации при растяжении образца начинаются тогда, когда осевые растягивающие напряжения достигают предела текучести σ_T , при этом согласно формулам, в площадках легкого скольжения $\tau_{\max} = 0,5\sigma_T$. Но это соотношение весьма условно и в силу сложности реального процесса не является точным и определяющим. Однозначно верным является только то, что сдвиг как разрушение произойдет только тогда, когда в указанных (а затем и других) площадках $\tau_{\max} = \tau_B$ (9), однако вопрос, насколько точно это соответствует полученному выше расчетному значению, остается открытым. Верным также является то, что пластическое течение всегда будет происходить по пути наименьшего сопротивления, т.е. подчиняться принципу наименьшей работы или закону минимума потенциальной энергии.

Согласно теории Губера-Мизеса, переход металлического тела из упругого состояния в пластическое начинается тогда, когда интенсивность напряжений σ_i достигает величины, равной напряжению текучести σ_T [1] –

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_T, \quad (10)$$

что при растяжении соответствует $\sigma_i = \sigma_1 = \sigma_T$ и удельной энергии формоизменения, накопленной на момент начала пластической деформации, на основании (6) равной:

$$u_\phi = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_T^2. \quad (11)$$

Выражение (10) соответствует случаю идеальной пластичности, описываемому диаграммой Прандтля. Оно является общим условием пластичности, которое наиболее полно соответствует объемному напряженному состоянию и наилучшим образом подтверждается экспериментально. Это условие вытекает из энергетической теории наступления текучести [1,2,7], выдвинутой в 1904 г. Губером-Генке-Мизесом, согласно которой пластическая деформация начинается тогда, когда в упругом теле накопится удельная потенциальная энергия, связанная именно с изменением формы, а не объема.

Рассматривая в качестве энергетического источника возникновения пластического течения накопленную энергию упругих деформаций, причем накопленную только за счет формоизменения, и условно принимая пластическую деформацию как состояние, соответствующее чистому сдвигу металла в условиях потери прочности, приравниваем выражения (8) и (11)

$$\frac{1+\mu}{3E} \sigma_T^2 = \frac{\tau_{\max}^2}{2G} \quad (12)$$

и, учитывая связь между тремя постоянными упругости $G = E/2(1+\mu)$, определяем величину максимальных касательных напряжений, соответствующих началу сдвига:

$$\tau_{\max} = \sigma_T \sqrt{\frac{2(1+\mu)}{3E}} \cdot G = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \approx 0,58\sigma_T. \quad (13)$$

Если предположить, что на процесс пластической деформации расходуется полная удельная энергия упругой деформации, накопленная на момент наступления текучести, и принимая для этого момента $\sigma_1 \approx \sigma_T$, то на основании выражений (6) и (8) получаем:

$$\frac{\sigma_T^2}{2E} = \frac{\tau_{\max}^2}{2G}, \quad (14)$$

откуда, учитывая, что $G = E/2(1 + \mu)$, максимальные касательные напряжения, равны:

$$\tau_{\max} = \sigma_T \sqrt{\frac{G}{E}} = \sigma_T \sqrt{\frac{1}{2(1 + \mu)}}. \quad (15)$$

Как было сказано выше, в состоянии текучести пластические деформации металла значительно превышают объемную упругую деформацию, поэтому на данной стадии деформирования изменением объема пренебрегают и, следовательно, материал можно рассматривать как несжимаемый, принимая для него $\mu = 0,5$. Это подтверждается лабораторными исследованиями, согласно которым в пределах упругих деформаций до предела упругости $\sigma_{\text{огд}}$ коэффициент Пуассона является величиной постоянной, а далее, с момента начала текучести, он приближается к значению 0,5 [3]. Подставив $\mu = 0,5$ в выражение (15), мы получаем:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}} \approx 0,58\sigma_T, \quad (16)$$

что полностью соответствует формуле (13), представленной выше.

Таким образом, максимальные касательные напряжения, полученные по формулам (13) и (14) и рассчитанные в теории упругости для линейного напряженного состояния, мало отличаются друг от друга и находятся в пределах: $0,5\sigma_T \leq \tau_{\max} \leq 0,58\sigma_T$. Однако, как показывают экспериментальные исследования, касательные напряжения, соответствующие началу пластического сдвига, составляют $\tau_{\max} = (0,5...0,6)\sigma_T$ [2, 5]. Соответствие результатов эксперимента и теоретических расчетов, основанных на энергетических характеристиках процесса пластической деформации, возникающей и протекающей в области площадки текучести, подтверждает справедливость закона сохранения энергии и минимума потенциальной энергии при разрушении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением/ М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
2. Рыбин, В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов./ В.В. Рыбин. – М.: Металлургиздат, 1986. – 224 с.
3. Хоникомб, Р. Пластическая деформация металлов/ Р. Хоникомб. – М.: Мир, 1972. – 408 с.
4. Хирт, Дж. Теория дислокаций. Пер. с англ./Дж. Хирт, И. Лоте. – М.: Атомиздат, 1972. – 600с.

5. Колбасников, Н.Г. Теория обработки металлов давлением. Физические основы прочности и пластичности металлов / Н.Г. Колбасников. – Санкт-Петербург: изд. СПбГПУ, 2004. – 268 с.

6. Гутман, Э.М. Механохимия металлов и защита от коррозии / Э.М. Гутман. – М.: Металлургия, 1981. – 270 с.

7. Дарков, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – М.: Высшая школа, 1969. – 734 с.