УДК 517.977

Задача назначения спектра для дифференциальной системы с соизмеримыми запаздываниями

Метельский А. В.
Белорусский национальный технический университет

Пусть система управления имеет вид

$$\dot{x}(t)=\sum_{j=0}^{m} A_j x(t-jh)+bu(t), t>0, x(t)=\eta(t), t\in[-mh,0]. \qquad (1)$$

Здесь $x=[x_1,\ldots,x_n]'$ – n-вектор-столбец решения системы (1) ($n \geq 2$); $0 < h$ – постоянное запаздывание; A_j – постоянные $n\times n$-матрицы ($j=\overline{0,m}$); $b=e_n=[0,\ldots,0,1]'$; η – начальная функция; u – управление. Векторные величины полагаем записанными в столбец, штрих обозначает операцию транспонирования. Пусть $A(\lambda)=A_0+A_1\lambda+\ldots+A_m\lambda^m$, $\lambda\in\mathbf{C}$ – множеству комплексных чисел; E – единичная матрица n-го порядка. Множество корней $\left|W(p,e^{-ph})\right|=0$ $\left(W(p,\lambda)=pE-A(\lambda)\right)$, $p\in\mathbf{C}$, характеристического квазиполинома называют спектром системы (1). Желаемый спектр замкнутой регулятором системы зададим характеристическим квазиполиномом n-й степени $d\left(p,e^{-ph}\right)$ с действительными коэффициентами. Обозначим $M(p,\lambda)=[M_1(p,\lambda),\ldots,M_n(p,\lambda)]'$ – алгебраические дополнения к элементам (начиная с первого) последней строки матрицы $W(p,\lambda)$. Пусть выполнено условие спектральной управляемости $\operatorname{rank}[pE-A(e^{-ph}),b]=n, p\in\mathbf{C}$. Тогда найдутся векторный полином $\varphi'(p,\lambda)$ и полином $d_1(p)$ такие, что $\varphi'(p,\lambda)M(p,\lambda)=d_1(p)$. Регулятор, решающий задачу назначения спектра, заданного квазиполиномом $d\left(p,e^{-ph}\right)$, ищем в виде $\left(\lambda^k x(t)=x(t-kh)\right)$

$$u(t)=-e_n' A(\lambda)x(t)+g'(\lambda)x(t)+\sum_{k=1}^{L}\sum_{i=0}^{L_k}\int_0^h q_{ki}(\lambda)x(t-s)e^{p_k s}\frac{s^i}{i!}ds,\ t>0, \qquad (2)$$

где $g'(\lambda)=\left[g_1(\lambda),\ldots,g_n(\lambda)\right]$, – полиномы с действительными коэффициентами; $q_{ki}'(\lambda)=\left[q_{ki1}(\lambda),\ldots q_{kin}(\lambda)\right]$ – полиномы, возможно, с комплексными коэффициентами; $p_k\in\mathbf{C}, k=\overline{1,L},$ – набор корней полинома $d_1(p)$ с алгебраическими кратностями L_k. Доказывается, что регулятор (2) существует, если и только если система (1) спектрально управляема.