

Финальная ограниченность по части координат решений уравнений с запаздыванием

Шавель Н. А.

Белорусский национальный технический университет

Рассматривается система дифференциальных уравнений с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t, y_t), \quad \dot{y}(t) = g(t, x_t, y_t),$$

где $t \in R_+$, $x_t(\theta) = x(t+\theta)$, $y_t(\theta) = y(t+\theta)$, $\theta \in [-r(t); 0]$, $r: R_+ \rightarrow R_+$, и предполагается, что $r(t) \leq r_0$ для любых $t \in R_+$ и некоторого $r_0 > 0$.

Решения системы называются финально ограниченными по x , если существует постоянная $\alpha > 0$, такая, что для любого $\beta > 0$ найдется $T(\beta) > 0$, при котором

$$|x(t_0, \varphi, \psi)| \leq \alpha, \quad \forall t \geq t_0 + T(\beta),$$

для всех $t_0 \in R_+$, $(\varphi, \psi) \in C([-r(t), 0], R^{n+m})$, если $\|\varphi\| = \max_{-r(t) \leq \theta \leq 0} |\varphi(\theta)| < \beta$.

Сформулируем условие финальной ограниченности решений по части переменных, предполагающее использование функционалов Ляпунова, подчиненных условиям типа Разумихина.

Предположим, что задан непрерывный функционал $V: R_+ \times C([-r(t); 0], R^{n+m}) \rightarrow R$. Непрерывные строго возрастающие функции $\omega: R_+ \rightarrow R_+$, $\omega(0) = 0$, будем называть функциями класса Хана и обозначать $\omega \in K$.

Теорема. Пусть заданы функции $a, b, \omega \in K$, непрерывная неубывающая функция $\rho: R_+ \rightarrow R_+$, $\rho(s) > s$ для $s > 0$ и постоянная $H > 0$. Тогда, если для любого решения $(x(t), y(t))$ системы выполнены условия

- 1) $V(t, x_t, y_t) \geq a(\|x(t)\|)$;
- 2) $\dot{V}(t, x_t, y_t) \leq -\omega(\|x_t\|)$, если $t > t_0 + r_0$,
 $\|x_t\| > H$, $\rho(V(t, x_t, y_t)) \geq V(t+\theta, x_{t+\theta}, y_{t+\theta})$ для $\theta \in [-r(t), 0]$;
- 3) $V(t, x_t, y_t) \leq b(\|x_t\|)$;
- 4) $\dot{V}(t, x_t, y_t) \leq M$, $M > 0$,

то решения системы финально ограничены по x .