УДК 372.851

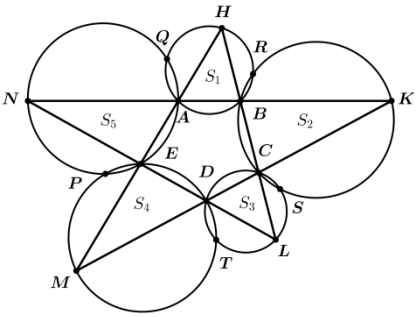
Точки, лежащие на одной окружности, и окружности, проходящие через одну точку

Ревтович В. Н., Коваленок Н. В.
Белорусский национальный технический университет

Согласно договорам о сотрудничестве между учреждениями образования (лицеи и гимназии) и БНТУ, одним из аспектов работы является оказание помощи учителям в подборе материалов для проведения факультативных занятий по решению нестандартных задач по математике. Предложенная тема, на наш взгляд, должна представлять интерес для учащихся.

Задача: В выпуклом пятиугольнике *ABCDE* стороны продолжили так, что образовалась пятиконечная звезда *AHBKCLDMEN*. Около треугольников – лучей звезды описали окружности. Докажите, что пять точек пересечения этих окружностей, отличных от *A, B, C, D, E*, лежат на одной окружности.

Решение: Обозначим точками *P, Q, R, S, T* точки пересечения окружностей S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, о которых говорится в условии. Докажем, например, что точки *P, Q, R, S* лежат на одной окружности.



Проведем окружность Σ, описанную около треугольника *NKD*. Можно предложить в качестве отдельной задачи доказать факт, что если четыре пересекающиеся прямые образуют четыре треугольника, то четыре окружности, описанные около этих треугольников, имеют одну общую точку.

Применяя этот факт к четырехугольникам *AKDE* и *BNDC*, получаем, что окружности S_4, S_5 и Σ тоже пересекаются в одной точке (в точке *S*). Следовательно, окружность Σ проходит через точки *P* и *S*. Заметим теперь, что из восьми точек пересечения окружностей Σ, S_1, S_2, S_5 четыре, а именно *N, A, B, K* лежат на одной прямой. Следовательно, оставшиеся четыре точки *P, Q, R, S* лежат на одной окружности.

На наш взгляд, решение подобных задач развивает у учащихся математические способности, логическое мышление и умение выполнять сложные геометрические построения.