УДК 517.95:537.8

Об одном классе новых аналитических решений уравнения Кортевега–де Фриза

Андрушкевич И. Е.
ОИПИ НАН Беларуси

Уравнение Кортевега–де Фриза (уравнение в частных производных третьего порядка с квадратичной нелинейностью) имеет вид [1]

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}-6u\frac{\partial u}{\partial x}=0. \tag{1}$$

Принято считать, что, благодаря численному моделированию и методу обратной задачи рассеяния [1], уравнение (1) детально изучено. Среди известных его аналитических решений наибольший интерес вызывают одно- и многосолитонные решения.

Солитонное решение уравнения (1) имеет вид ($\vartheta, c_0 -$ параметры):

$$u(x,t)=\frac{-\vartheta^2}{2\cosh^2\left\{\frac{1}{2}\left(\vartheta x-\vartheta^3 t-c_0\right)\right\}}=\frac{-2\vartheta^2}{2+e^{\vartheta x-\vartheta^3 t-c_0}+e^{-\vartheta x+\vartheta^3 t+c_0}}, \tag{2}$$

Обобщенный метод Фурье разделения переменных [2] и разработанный на его основе алгоритм построения аналитических решений нелинейных уравнений математической физики [3] позволили нам получить трехпараметрическое семейство солитонных решений ($\vartheta, c_0, c_1 -$ параметры):

$$^{(1)}u(x,t)=\frac{-4c_1\vartheta^4}{4c_1\vartheta^2-e^{\vartheta x-\vartheta^3 t-c_0}-4c_1^{\,2}\vartheta^4 e^{-\vartheta x+\vartheta^3 t+c_0}}. \tag{3}$$

Очевидно, что полученное нами решение (3) является более общим, чем хорошо известное решение (2). Действительно, полагая в (3) $c_1=-(2\vartheta^2)^{-1}$, получаем семейство солитонных решений (2).