УДК 519.61; 004.93’1; 004.932

Аналитическое представление собственных значений персимметричной матрицы

Демко В. М.
ОИПИ НАН Беларуси

В частном случае персимметричной матрицы, когда симметрия имеет место и относительно побочной диагонали, алгоритмы диагонализации симметричных матриц [1] являются избыточными. Например, *QL*-алгоритм требует предварительного приведения исходной матрицы к трехдиагональной форме и представляет собой итерационную процедуру.

В данной работе предложено аналитическое представление собственных значений персимметричной матрицы размерности $N=2^k$ $(k=1,2,\cdots)$ на основе ортогональных операторов вращения [2].

Предположим, что задана матрица $B=AA^T$, где A– циркулянтная матрица. Тогда для *N=16* собственные значения матрицы B имеют вид:

$d_{11}^{(16)}=f_{11}+2(f_{12}+f_{13}+f_{14}+f_{15}+f_{16}+f_{17}+f_{18})+f_{19}$, $d_{22}^{(16)}=f_{11}-2(f_{13}-f_{15}+f_{17})+f_{19}$,

$d_{33}^{(16)}=f_{11}+2((f_{12}-f_{14})s_0-f_{15}-(f_{16}-f_{18})s_0)+f_{19}$, $d_{44}^{(16)}=f_{11}-2((f_{12}-f_{14})s_0+f_{15}-(f_{16}-f_{18})s_0)+f_{19}$,

$$d_{55}^{(16)}=f_{11}-f_{19}+(f_{12}-f_{18})(\sin\beta_1+\gamma_1\cos\beta_1)-2(f_{13}-f_{17})s_0+(f_{14}-f_{16})(\cos\beta_1-\gamma_2\sin\beta_1)$$

$$d_{66}^{(16)}=f_{11}-f_{19}-(f_{12}-f_{18})(\sin\beta_1+\gamma_1\cos\beta_1)-2(f_{13}-f_{17})s_0-(f_{14}-f_{16})(\cos\beta_1-\gamma_2\sin\beta_1)$$

$$d_{77}^{(16)}=f_{11}-f_{19}+(f_{12}-f_{18})(\sin\beta_2+\gamma_1\cos\beta_2)+2(f_{13}-f_{17})s_0+(f_{14}-f_{16})(\sin\beta_2-\gamma_1\cos\beta_2)$$

$$d_{88}^{(16)}=f_{11}-f_{19}-(f_{12}-f_{18})(\sin\beta_2+\gamma_1\cos\beta_2)+2(f_{13}-f_{17})s_0-(f_{14}-f_{16})(\sin\beta_2-\gamma_1\cos\beta_2)$$

$$\gamma_1=1-2s_0\,,\quad \gamma_2=1+2s_0\,,\quad s_0=\sin(\pi/4),$$

$$d_{99}^{(16)}=d_{88}^{(16)},\ d_{10,10}^{(16)}=d_{77}^{(16)},\ d_{11,11}^{(16)}=d_{66}^{(16)},\ d_{12,12}^{(16)}=d_{55}^{(16)},\ d_{13,13}^{(16)}=d_{44}^{(16)},\ d_{14,14}^{(16)}=d_{33}^{(16)},$$

$$d_{15,15}^{(16)}=d_{22}^{(16)},\ \ d_{16,16}^{(16)}=f_{11}-2(f_{12}+f_{14}+f_{16}+f_{18}-(f_{13}+f_{15}+f_{17}))+f_{19}\ ,$$

где f_{1j} – элементы матрицы B.