УДК 517.983

О классификации задач теории управления асимптотическими инвариантами на основании матрицы Коши замкнутой линейной дифференциальной системы

Козлов А. А.
Полоцкий государственный университет

Рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^{n}, \quad u \in \mathbb{R}^{m}, \quad t \geq 0, \tag{1}$$

с локально суммируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами. Если управление u в системе (1) задано в виде $u = U(t)x$, где $(m \times n)$ – матрица U измерима и ограничена, то (1) переходит в систему

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbb{R}^{n}, \quad t \geq 0. \tag{2}$$

Для любых $r > 1$ и $0 < \rho \leq 1$ обозначим через $H(r,\rho)$ совокупность вещественных $n \times n$-матриц, удовлетворяющих неравенствам $\|H - E\| \leq r$ и $\det H \geq \rho,$ где $\|\cdot\|$ – спектральная норма матриц; $E = diag(1,\ldots,1).$ Пусть $L(r,\rho)$ и $U(r,\rho)$ – множество всех верхне- и нижнетреугольных матриц из $H(r,\rho)$ с положительной диагональю; $LU(r,\rho) = L(r,\rho) \cup U(r,\rho).$

Теорема. *Система* (2) *обладает свойством:* **1)** *глобального управления показателями Ляпунова если и только, если найдется* $T > 0,$ *при котором для любых* $0 < \mu_1 \leq \ldots \leq \mu_n$ *существует* $d = d(\mu_1,\ldots,\mu_n)$, *что при любом* $t_0 \geq 0$ *на отрезке* $[t_0, t_0 + T]$ *найдутся треугольная* $n \times n$*-матрица* H *с диагональю* $(\mu_1,\ldots,\mu_n)$, *удовлетворяющая оценке* $\|H\| \leq d$ *и управление* U *с оценкой* $\|U(t)\| \leq d$ *для всех* $t \in [t_0, t_0 + T],$ *при которых справедливо равенство* $X_U(t_0 + \sigma, t_0) = H;$ **2)** *глобальной ляпуновской приводимости;* (**3)***равномерной глобальной достижимости*), *если и только, если найдется* $T > 0,$ *что для всех* $r > 1$ *и* $0 < \rho \leq 1$ *существует такое* $\theta = \theta(r,\rho) > 0,$ *что при любых* $t_0 \geq 0$ *и* $H \in L(r,\rho)$ *или* $H \in U(r,\rho)$ ($H \in LU(r,\rho)$) *найдутся такие ортогональная* $n \times n$*-матрица* F *и управление* U *с оценкой* $\|U(t)\| \leq \theta$ *для всех* $t \in [t_0, t_0 + T],$ *обеспечивающие равенство* $X_U(t_0 + \sigma, t_0) = FHF^{-1}.$