

**Интегрирование нелинейного дифференциального уравнения,
описывающего дислокацию в цепи частиц**

Новик Ю. Ф.
ОИПИ НАН Беларуси

Ключевое значение в различных исследованиях играют универсальные физические модели, способные описать большое разнообразие различных физических явлений. Твердые тела обычно описываются сложными моделями с большим числом степеней свободы и, следовательно, с достаточно сложными соответствующими уравнениями. Однако относительно простая модель Френкеля-Конторовой стала одним из фундаментальных и универсальных инструментов низкоразмерной нелинейной физики [1]. Модель Френкеля-Конторовой, описывающая динамику цепи частиц, взаимодействующих с ближайшими соседями в присутствии некоторого внешнего периодического потенциала можно свести к уравнению синус-Гордон в континуальном пределе, а также к нелинейному уравнению вида

$$\ddot{\varphi}_n + \omega^2 \sin \varphi_n = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) также описывает колебания математического маятника.

В данной работе интегрируется нелинейное уравнение (1). Было найдено решение вида

$$\varphi_n = \pi + 4 \operatorname{arctg} e^{\pm \omega(t-t_n)}.$$

При переходе к непрерывному случаю полученное решение принимает вид

$$\varphi(t, x) = \pi + 4 \operatorname{arctg} [e^{\pm \omega(t-x/u)}].$$

Согласно рассматриваемой модели решение уравнения (1) – это функция, описывающая движущуюся дислокацию в цепи частиц. Интерес к полученному решению заключается в том, что функция имеет вид уединенной волны. Под уединенной волной понимаем волновое движение, которое в каждый момент времени локализовано в конечной области пространства и относительно медленно изменяет свою структуру при распространении.