УДК 517.958:539.3

О численной реализации решений смешанной задачи теории упругости в областях с нерегулярными границами

Подкопаев П. А., Корчеменко С. В.
Военная академия Республики Беларусь

Многие задачи механики хрупкого разрушения связаны с анализом напряженно-деформированного состояния твердых тел различной формы, а также с изучением этого состояния в окрестности нерегулярных точек. В работе рассматривается построение устойчивых алгоритмов численной аппроксимации решений одной из таких задач – первой краевой задачи динамической теории упругости для плоскости с разрезами. Аналитическое решение такой задачи в нестационарном случае получено и исследовано в [1], оно имеет вид

$$\sigma_{iz}(x,y,t;\vec{f}) = (b_{ij} f_j)(x,y,t) \qquad (i=1,2),$$

где σ_{iz} – компоненты тензора напряжений, b – матричный оператор, компоненты $b_{ij}(i, j=1,2)$ которого действуют на заданные граничные условия $\vec{f}$ по формуле

$$(b_{ij} f_j) = \sum_{l=1}^{2} (-1)^l (b_{ij}^l f_j + \tilde{b}_{ij}^l f_j)) \qquad (i, j=1,2).$$

Операторы $b_{ij}^l f_j$ и $\tilde{b}_{ij}^l f_j$ являются интегро-дифференциальными, причем их ядра содержат сингулярную и слабую особенность порядка ½. Применение к полученным точным решениям численного дифференцирования в сочетании с квадратурными формулами приводит к неустойчивости численного алгоритма. Для получения устойчивости осуществляется регуляризация, основанная на идее дробного дифференцирования полученных интегро-дифференциальных операторов, после этого «вырезаются» достаточно малые окрестности указанных особенностей с соответствующей оценкой интегралов. После этого к полученным регулярным интегралам применяются известные квадратурные формулы. Приведена оценка погрешности алгоритма и результаты численного эксперимента.