УДК 530.12

О. Л. ЗУБКО

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭФФЕКТЫ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗВЕЗДЫ

Рассмотрено релятивистское движение частицы в фотогравитационном поле звезды на разных уровнях. Показано, что при учете прямого светового давления эллиптическая орбита частицы увеличивается в размерах. Учет продольного эффекта Доплера и аберрации света приводит к движению частицы по уменьшающемуся в размерах эллипсу, у которого также уменьшается и эксцентриситет. Учет же сил, пропорциональных v_1^2/c^2, приводит к более быстрому уменьшению эллипса и его эксцентриситета.

Ключевые слова: релятивистское движение; фотогравитационное поле; деформирующийся эллипс; спираль.

Relativistic motion of particle in photogravitational field of star has been considered at different levels. It is shown that taking into account direct light pressure, elliptical orbit of the particle increases in sizes. Taking into account longitudinal Doppler effect and aberration of light leads to the motion of the particle by decreasing in size ellipse, which also has decreasing and eccentricity. Taking into account forces proportional to v_1^2/c^2 leads to a faster reduction of the ellipse and its eccentricity.

Key words: relativistic motion; photogravitational field; deforming ellipse; spiral.

В соответствии с аппроксимационным методом Эйнштейна – Инфельда, используемым в релятивистской проблеме движения тел [1], в данной работе впервые проинтегрирована система дифференциальных уравнений, описывающая движение частицы массой покоя m_0 в гравитационном поле звезды массой M при учете прямого светового давления (фотогравитационное поле звезды) и сопутствующих эффектов специальной теории относительности (СТО) при движении частицы (лоренцево сокращение миделевого сечения частицы, увеличение массы частицы, поперечный и продольный эффекты Доплера, аберрация света – эффект Пойнтинга – Робертсона), а также при учете гравитационных сил кривизны пространства – времени согласно общей теории относительности (ОТО). Точность, с которой составлена система уравнений, относится ко второму порядку по малому параметру v_1/c (v_1 – скорость частицы на траектории; $c = 3 \cdot 10^{10}$ см $\cdot$ с$^{-1}$ – скорость света в вакууме; $v_1 \ll c$) и называется постньютоновским приближением (ПНП) СТО – ОТО. Получено уравнение орбиты частицы в фотогравитационном поле звезды и исследованы закономерности ее движения. Известно, что эти уравнения движения (УД) частицы имеют вид ([2], (21))

$$\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt^2}+\frac{\gamma M}{\tilde{r}_1^3}\tilde{\tilde{x}}_1^1=\frac{\gamma m^{(1)}}{\tilde{r}_1^3}(\tilde{\tilde{x}}_1^1\cos\delta+\tilde{\tilde{x}}_1^2\sin\delta)+\frac{\gamma(M-A)}{c^2}\left[\left(4\frac{\gamma(M-A)}{r_1}-v_1^2\right)\frac{x_1^1}{r_1^3}+\frac{4}{r_1^2}\frac{dr}{dt}\frac{dx_1^1}{dt}\right],$$

$$\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt^2}+\frac{\gamma M}{\tilde{r}_1^3}\tilde{\tilde{x}}_1^2=\frac{\gamma m^{(1)}}{\tilde{r}_1^3}(\tilde{\tilde{x}}_1^2\cos\delta-\tilde{\tilde{x}}_1^1\sin\delta)+\frac{\gamma(M-A)}{c^2}\left[\left(4\frac{\gamma(M-A)}{r_1}-v_1^2\right)\frac{x_1^2}{r_1^3}+\frac{4}{r_1^2}\frac{dr}{dt}\frac{dx_1^2}{dt}\right], \quad (1)$$

где $A = k\sigma_0 W_0 r_0^2/(\gamma\, m_0 c)$ – редуцирующая масса покоя звезды, в которую входит коэффициент отражения частицей света k ($1 \le k \le 2$), σ_0 – миделевое сечение тела в системе отсчета K, относительно которой частица покоится; W_0 – звездная постоянная, т. е. полное количество энергии электромагнитного излучения звезды в системе покоя звезды K, приходящего за 1 с на 1 см^2 неподвижной в системе K площадки, перпендикулярной направлению на звезду и находящейся на расстоянии r_0 от звезды; $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ г$^{-1}$ $\cdot$ см^3 $\cdot$ с$^{-2}$ – ньютоновская постоянная тяготения; x_1^1, x_1^2 – декартовы координаты (движение происходит в плоскости $x_1^3 = 0$); $r_1 = \sqrt{(x_1^1)^2 + (x_1^2)^2}$; t – время по часам неподвижного в системе K наблюдателя; δ – угол аберрации. В Солнечной системе для орбиты Земли в среднем за 1 год принимается $\delta \approx 20'',5$ ([3], § 2.13; [4], § 4.1).

Интегрирование системы (1)

Прежде всего преобразуем УД (1), подставив вместо $m^{(1)}$, $\sin\delta$, $\cos\delta$ их выражения ([2], (10), (17)):

$$m^{(1)} = A\left[1-2\frac{v_1}{c}\cos\alpha+\frac{3}{2}\frac{v_1^2}{c^2}\cos^2\alpha\right], \quad (2)$$

$$\sin\delta=\frac{v_1}{c}\sin\alpha+\frac{1}{2}\frac{v_1^2}{c^2}\sin\alpha\cos\alpha,\;\; \cos\delta=1-\frac{v_1^2}{c^2}\sin^2\alpha, \quad (3)$$

где α – угол между радиус-вектором $\vec{r}_1$ и вектором скорости $\vec{v}_1$ частицы на траектории, при учете прямого светового давления, $|\vec{r}| = r_1$, $|\vec{v}_1| = v_1$.

В результате получаем систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt^2} + \dfrac{\gamma M}{\tilde{\tilde{r}}_1^3}\tilde{\tilde{x}}_1^1 = F_0^1 + F_1^1 + F_2^1, \\ \dfrac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt^2} + \dfrac{\gamma M}{\tilde{\tilde{r}}_1^3}\tilde{\tilde{x}}_1^2 = F_0^2 + F_1^2 + F_2^2, \end{cases} \tag{4}$$

где

$$F_0^1 = \frac{\gamma A \tilde{\tilde{x}}_1^1}{\tilde{\tilde{r}}_1^3};\quad F_0^2 = \frac{\gamma A \tilde{\tilde{x}}_1^2}{\tilde{\tilde{r}}_1^3}; \tag{5}$$

$$F_1^1 = \frac{\gamma A \tilde{v}_1}{c\tilde{r}_1^3}\left(-2\tilde{x}_1^1\cos\alpha + \tilde{x}_1^2\sin\alpha\right);\ F_1^2 = \frac{\gamma A \tilde{v}_1}{c\tilde{r}_1^3}\left(-2\tilde{x}_1^2\cos\alpha - \tilde{x}_1^1\sin\alpha\right); \tag{6}$$

$$F_2^1 = \frac{\gamma A v_1^2}{2c^2 r_1^3}\left[\left(3 - 5\sin^2\alpha\right)x_1^1 - 3x_1^2\sin\alpha\cos\alpha\right] + \frac{\gamma(M-A)}{c^2}\left\{\left[4\frac{\gamma(M-A)}{r_1} - v_1^2\right]\frac{x_1^1}{r_1^3} + \frac{4}{r_1^2}\frac{dr_1}{dt}\frac{dx_1^1}{dt}\right\},$$

$$F_2^2 = \frac{\gamma A v_1^2}{2c^2 r_1^3}\left[\left(3 - 5\sin^2\alpha\right)x_1^2 + 3x_1^1\sin\alpha\cos\alpha\right] + \frac{\gamma(M-A)}{c^2}\left\{\left[4\frac{\gamma(M-A)}{r_1} - v_1^2\right]\frac{x_1^2}{r_1^3} + \frac{4}{r_1^2}\frac{dr_1}{dt}\frac{dx_1^2}{dt}\right\}. \tag{7}$$

Если правые части уравнений (4) заменить нулями, то получаем классические ньютоновские УД частицы, решение которых в полярных координатах r,φ $\left(x^1 = r\cos\varphi,\ x^2 = r\sin\varphi\right)$ записывается в виде

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e\cos\varphi}{p}, \tag{8}$$

т. е. орбитой движения частицы является коническое сечение с параметром p и эксцентриситетом e. В дальнейшем будем рассматривать в поле притяжения финитные движения, т. е. $0 \le e < 1$ – окружность ($e = 0$), эллипс ($0 < e < 1$).

Учет в правой части уравнений (4) только членов (5) (учет прямого светового давления) приводит к возмущению конического сечения (8). При выполнении одинаковых начальных условий [5], интегрируя систему (4), опять получаем эллипс, но с эксцентриситетом $e_1 > e$ и параметром $p_1 > p$, т. е. «раздувшийся эллипс» (подробнее см. [5]):

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1 + e_1\cos\varphi}{p_1}. \tag{9}$$

Если учесть в уравнениях (4) дополнительно члены (6), т. е. продольный эффект Доплера и аберрацию света, то траектория движения частицы существенно изменится. Эта траектория с точностью до вековых членов имеет вид

$$\frac{1}{\tilde{r}_1} = \frac{1 + e_1\cos\varphi}{p_1} + \frac{2\gamma A\varphi}{cp_1\sqrt{\gamma Mp}}\left(1 - \frac{e_1}{4}\cos\varphi\right). \tag{10}$$

Над r_1 поставим значок «~», подчеркивая учет членов порядка v_1/c. Имея в виду, что траектория (9) является эллипсом $\left(0 < e_1 < 1\right)$, а также используя интеграл площадей

$$\tilde{r}_1^2 d\varphi / dt = \sqrt{\gamma Mp} - \gamma A\varphi / c \tag{11}$$

и интеграл энергии

$$\tilde{v}_1^2 = \frac{\gamma Mp}{p_1^2}\left(1 + 2e_1\cos\varphi + e_1^2\right) + \frac{\gamma A}{cp_1^2}\sqrt{\gamma Mp}\left(2 - e_1\cos\varphi - 3e_1^2\right)\varphi, \tag{12}$$

приходим к выводу, что траекторией движения частицы (10) до момента $\varphi = \varphi_0 = c\sqrt{\gamma Mp}/\gamma A$ (при φ_0 имеем точку *сепарации*) является волнистая (из-за члена $e_1\cos\varphi / 4$) спираль, закручивающаяся около звезды и приближающаяся к ней. В момент $\varphi = \varphi_0$, когда согласно (11) $d\varphi / dt = 0$, частица начинает падать на звезду по прямой $\varphi = \varphi_0$ с нарастающей скоростью.

Уравнение (10) можно переписать в виде

$$\frac{1}{\tilde{r}_1} = \frac{1 + \tilde{e}_1\cos\varphi}{\tilde{p}_1}, \tag{13}$$

где $\tilde{p}_1 = p_1\left(1+\frac{2\gamma A\varphi}{c\sqrt{\gamma Mp}}\right)^{-1}$; $\tilde{e}_1 = e_1\left(1-\frac{\gamma A\varphi}{2c\sqrt{\gamma Mp}}\right)\left(1+\frac{2\gamma A\varphi}{c\sqrt{\gamma Mp}}\right)^{-1}$; $\tilde{p}_1$ и $\tilde{e}_1$ убывают при $\varphi \to \varphi_0$ до $p_1/3$ и $e_1/6$, т. е. спираль можно считать уменьшающимся в размерах эллипсом с также уменьшающимся в размерах эллипсом.

Наконец, решим систему (4), учитывая все члены (5) – (7), т. е. члены порядков $(v_1/c)^0$, v_1/c, v_1^2/c^2, что вынуждает ставить над буквами два значка «≈». Умножим первое УД из (4) на $2d\tilde{\tilde{x}}_1^1/dt$, а второе – на $2d\tilde{\tilde{x}}_1^2/dt$. Полученные уравнения сложим почленно. В результате находим

$$2\left(\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt}\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt^2}+\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt}\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt^2}\right)+\frac{2\gamma(M-A_1)}{\tilde{\tilde{r}}_1^3}\left(\tilde{\tilde{x}}_1^1\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt}+\tilde{\tilde{x}}_1^2\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt}\right)=$$

$$=-\frac{4\gamma A_1}{\tilde{r}_1^3}\left(\tilde{x}_1^1\frac{d\tilde{x}_1^1}{dt}+\tilde{x}_1^2\frac{d\tilde{x}_1^2}{dt}\right)\frac{\tilde{v}_1}{c}\cos\tilde{\alpha}+$$

$$+\frac{2\gamma A_1}{\tilde{r}_1^3}\left(\tilde{x}_1^2\frac{d\tilde{x}_1^1}{dt}-\tilde{x}_1^1\frac{d\tilde{x}_1^2}{dt}\right)\frac{v_1}{c}\sin\tilde{\alpha}+\frac{2\gamma A}{c^2}\frac{v_1^2}{r_1^3}\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{2}\sin^2\alpha\right)\left(x_1^1\frac{dx_1^1}{dt}+x_1^2\frac{dx_1^2}{dt}\right)+$$

$$+\frac{3\gamma A}{c^2}\frac{v_1^2}{r_1^3}\sin\alpha\cos\alpha\left(-x_1^2\frac{dx_1^1}{dt}+x_1^1\frac{dx_1^2}{dt}\right)+$$

$$+\frac{2\gamma(M-A)}{c^2}\left[\left(\frac{4\gamma(M-A)}{r_1}-v_1^2\right)\frac{1}{r_1^3}\left(x_1^1\frac{dx_1^1}{dt}+x_1^2\frac{dx_1^2}{dt}\right)+\frac{4}{r_1^2}\frac{dr_1}{dt}\left(\left(\frac{dx_1^1}{dt}\right)^2+\left(\frac{dx_1^2}{dt}\right)^2\right)\right]. \quad (14)$$

Учитывая, что

$$\tilde{\tilde{v}}_1^2=\left(\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt}\right)^2,\quad \frac{d\tilde{\tilde{r}}_1}{dt}=\frac{1}{\tilde{\tilde{r}}_1}\left(\tilde{\tilde{x}}_1^1\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt}+\tilde{\tilde{x}}_1^2\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt}\right),\quad \frac{d\tilde{\tilde{v}}_1^2}{dt}=2\left(\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt}\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt^2}+\frac{d\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt}\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt^2}\right),$$

придаем уравнению (14) форму

$$\frac{d\tilde{\tilde{v}}_1^2}{dt}+\frac{2\gamma(M-A)}{\tilde{\tilde{r}}_1^2}\frac{d\tilde{\tilde{r}}_1}{dt}=-\frac{4\gamma A}{c}\frac{\tilde{v}_1}{\tilde{r}_1^2}\frac{d\tilde{r}_1}{dt}\cos\tilde{\alpha}+\frac{2\gamma A}{c}\left(\tilde{x}_1^2\frac{d\tilde{x}_1^1}{dt}-\tilde{x}_1^1\frac{d\tilde{x}_1^2}{dt}\right)\frac{\tilde{v}_1}{\tilde{r}_1^3}\sin\tilde{\alpha}+\frac{2\gamma A}{c^2}\frac{\tilde{v}_1^2}{r_1^3}\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{2}\sin^2\alpha\right)\vec{r}_1\cdot\vec{r}_1'+$$

$$+\frac{3\gamma A}{c^2}\frac{v_1^2}{r_1^3}\sin\alpha\cos\alpha\left(-x_1^2\frac{dx_1^1}{dt}+x_1^1\frac{dx_1^2}{dt}\right)+\frac{2\gamma(M-A)}{c^2}\left[\left(\frac{4\gamma(M-A)}{r_1}-v_1^2\right)\frac{1}{r_1^3}\vec{r}_1\cdot\vec{r}_1'+\frac{4}{r_1^2}\frac{dr_1}{dt}v_1^2\right]dt.$$

Далее проводим почленное интегрирование последнего уравнения по времени t с учетом начальных условий (опускаем подробные вычисления): $r(\varphi=0)=r_1(\varphi=0)=\tilde{r}_1(\varphi=0)=\tilde{\tilde{r}}_1(\varphi=0)=p/(1+e)$ (орбита частицы должна начинать движение из периастра П опорной орбиты), при $\varphi = 0$.

$$dr/d\varphi = dr_1/d\varphi = d\tilde{r}_1/d\varphi = d\tilde{\tilde{r}}_1/d\varphi = 0$$

и

$$v(\varphi=0)=v_1(\varphi=0)=\tilde{v}_1(\varphi=0)=\tilde{\tilde{v}}_1(\varphi=0)=\sqrt{\gamma M}(1+e)/\sqrt{p}.$$

В результате имеем с точностью до вековых членов интеграл сохранения энергии движущейся частицы (в ПНП СТО – ОТО):

$$\tilde{\tilde{v}}_1^2=\frac{2\gamma Mp}{p_1\tilde{\tilde{r}}_1}-\frac{\gamma Mp}{p_1^2}\left(1-e_1^2\right)-\frac{\gamma A}{cp_1^2}\sqrt{\gamma Mp}\left(2+3e_1^2\right)\varphi-\frac{\gamma^2A^2}{c^2p_1^2}\left[3\left(1-e_1^2\right)\varphi^2+2e_1\left(1+e_1\cos\varphi\right)\varphi\sin\varphi\right]. \quad (15)$$

Для вывода интеграла сохранения орбитального момента импульса (интеграла площадей) УД (4) умножим почленно первое из уравнений (4) на $-\tilde{\tilde{x}}_1^2$, а второе – на $\tilde{\tilde{x}}_1^1$. Полученные уравнения сложим почленно. В результате находим

$$\tilde{\tilde{x}}_1^1\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^2}{dt^2}-\tilde{\tilde{x}}_1^2\frac{d^2\tilde{\tilde{x}}_1^1}{dt^2}=-\frac{\gamma A}{c}\left(\left(\tilde{x}_1^1\right)^2+\left(\tilde{x}_1^2\right)^2\right)\frac{1}{\tilde{r}_1^3}\tilde{v}_1\sin\tilde{\alpha}+\frac{3\gamma A}{2c^2}\left(\left(\tilde{x}_1^1\right)^2+\left(\tilde{x}_1^2\right)^2\right)\frac{1}{\tilde{r}_1^3}v_1^2\sin\alpha\cos\alpha+$$

$$+\frac{4\gamma(M-A)}{c^2}\frac{dr_1}{dt}\left(x_1^1\frac{dx_1^2}{dt}-x_1^2\frac{dx_1^1}{dt}\right)\frac{1}{r_1^2}.$$

Интегрируя последнее равенство, получаем интеграл площадей

$$\tilde{\tilde{L}}_1 \equiv \tilde{\tilde{r}}_1^2 \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\gamma M p} - \frac{\gamma A}{c}\varphi + \frac{\gamma e_1 \sqrt{\gamma M p}}{c^2 p_1}(8M - 5A)\sin^2\frac{\varphi}{2}.$$

Слагаемое, содержащее $\sin^2(\varphi/2)$, отбрасываем (из-за его малости по сравнению с первым членом) и окончательно получаем

$$\tilde{\tilde{L}}_1 \equiv \tilde{\tilde{r}}_1^2 \frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\gamma M p} - \frac{\gamma A}{c}\varphi. \qquad (16)$$

Найденные интеграл энергии (15) и интеграл площадей (16) дают возможность получить уравнение орбиты частицы.

Введем функции $\tilde{\tilde{u}}_1 \equiv \frac{1}{\tilde{\tilde{r}}_1}$, $\tilde{u}_1 \equiv \frac{1}{\tilde{r}_1}$, $u_1 \equiv \frac{1}{r_1}$ и из (16) найдем $\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\gamma M p}\tilde{\tilde{u}}_1^2 - \frac{\gamma A}{c}\tilde{u}_1^2\varphi$. Далее находим $\frac{d\tilde{\tilde{r}}_1}{dt} = \frac{d\tilde{\tilde{r}}_1}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = -\sqrt{\gamma M p}\frac{d\tilde{\tilde{u}}_1}{d\varphi} + \frac{\gamma A}{c}\varphi\frac{d\tilde{u}_1}{d\varphi}$. Помня, что $\tilde{\tilde{v}}_1^2 = \left(\frac{d\tilde{\tilde{r}}_1}{dt}\right)^2 + \tilde{\tilde{r}}_1^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$, подставляем найденные выражения $\frac{d\varphi}{dt}$ и $\frac{d\tilde{\tilde{r}}_1}{dt}$ в интеграл энергии (15) и, учитывая, что $\tilde{\tilde{u}}_1 = \tilde{u}_1 + u_1^*$, после достаточно сложных преобразований получаем линейное дифференциальное уравнение 1-го порядка относительно u_1^*, решая которое получаем уравнение орбиты частицы

$$\frac{1}{\tilde{\tilde{r}}_1} = \frac{1 + e_1\cos\varphi}{p_1} + \frac{2\gamma A\varphi}{c p_1\sqrt{\gamma M p}}\left(1 - \frac{e_1}{4}\cos\varphi\right) + \frac{\gamma A^2}{c^2 M p p_1}\left(3 - \frac{e_1}{8}\cos\varphi\right)\varphi^2. \qquad (17)$$

Исследование траектории (17) с помощью интегралов (15) и (16) приводит к выводу, что траектория с ростом φ от 0 до φ_0 представляет собой также волнистую спираль, которая из-за присутствия в (17) дополнительных членов с φ^2 еще быстрее приближается к звезде.

Уравнение спирали (17) можно записать в виде

$$1/\tilde{\tilde{r}}_1 = (1 + \tilde{\tilde{e}}_1\cos\varphi)/\tilde{\tilde{p}}_1, \qquad (18)$$

где

$$\tilde{\tilde{p}}_1 = p_1\left(1 + \frac{2\gamma A\varphi}{c\sqrt{\gamma M p}} + \frac{3\gamma A^2\varphi^2}{c^2 M p}\right)^{-1};\ \tilde{\tilde{e}}_1 = e_1\left(1 - \frac{\gamma A\varphi}{2c\sqrt{\gamma M p}} - \frac{\gamma A^2\varphi^2}{8c^2 M p}\right)\left(1 + \frac{2\gamma A\varphi}{c\sqrt{\gamma M p}} + \frac{3\gamma A^2\varphi^2}{c^2 M p}\right)^{-1}. \qquad (19)$$

Как и в случае траектории (9), (12), траектория (17), представленная в виде (18) и (19), может трактоваться при $\varphi \to \varphi_0$ как деформирующийся уменьшающийся в размерах эллипс. Имеем $\lim\limits_{\varphi\to\varphi_0} \tilde{\tilde{p}}_1 = p_1/6$, $\lim\limits_{\varphi\to\varphi_0} \tilde{\tilde{e}}_1 = e_1/16$.

Как видим, учет релятивистских членов v_1/c приводит к уменьшению размеров эллипса в 3 раза, а эксцентриситета – в 6 раз. Дополнительный же учет членов порядка v_1^2/c^2 дает уменьшение размеров эллипса в 6 раз, а эксцентриситета – в 16 раз. Как показано выше, в момент $\varphi = \varphi_0 = c\sqrt{\gamma M p}/\gamma A$ частица начинает падать на звезду по прямой $\varphi = \varphi_0$ с нарастающей скоростью. Описание закона радиального движения частицы будет дано автором в последующих работах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рябушко А. П. Движение тел в общей теории относительности. Минск, 1979.
2. Рябушко А. П., Жур Т. А., Боярина И. П. Уравнения движения тела при учете светового давления в специальной и общей теории относительности // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. № 3. С. 77–83.
3. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / под ред. Г. Н. Дубошина. М., 1976.
4. Кононович Э. В., Мороз В. И. Общий курс астрономии. М., 2004.
5. Рябушко А. П., Жур Т. А., Боярина И. П. Релятивистские первые интегралы и траектория движения тела при учете светового давления // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. № 4. С. 89–95.

Поступила в редакцию 12.08.2014.

Ольга Леонидовна Зубко – старший преподаватель кафедры «Высшая математика № 1» факультета информационных технологий и робототехники Белорусского национального технического университета.