

УДК 539.3/6 (076.5)

Л.В. ЛАРЧЕНКОВ, О.Н. ПРОТАСЕНЯ, кандидаты техн. наук
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

И.О. ПРОТАСЕНЯ

ОАО «АМКОДОР» — управляющая компания холдинга», г. Минск, Республика Беларусь

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ОБОЛОЧКИ КОМПАКТНОГО
МЮОННОГО СОЛЕНОИДА**

В 1994 году подписано Соглашение «О дальнейшем развитии научно-технического сотрудничества в области физики высоких энергий» Правительством Республики Беларусь и Дирекцией ЦЕРН (Постановление СМ РБ от 23.05.1994, № 362). Со стороны Беларуси отвечает за ее реализацию Председатель ГКНТ, а за координацию участия в конкретных проектах — Национальный центр физики частиц и высоких энергий (НЦ ФЧВЭ) БГУ. НЦ ФЧВЭ заключил с БНТУ договор № 5 / 99 от 06.04.1999 на выполнение научно-технических исследований наиболее нагруженных элементов конструкции CMS.

Ключевые слова: оболочка, CMS, соленоид, мюоны, расчет, эюры, исследование, сопромат

Введение. В рамках международных соглашений между Правительством ЦЕРН, Женева и Правительством Республики Беларусь по проектам CMS (компактный мюонный соленоид) и АТЛАС (тороидальный аппарат Большого адронного коллайдера), ответственным по техническим работам является Национальный центр физики частиц и высоких энергий (НЦ ФЧВЭ), г. Минск, БГУ.

В 1999 году НЦ ФЧВЭ обратился с просьбой в БНТУ об оказании помощи в тестировании изготовленных деталей несущей конструкции CMS из стальных материалов с неизвестными механическими свойствами прочности и пластичности. Так как это касается кафедры «Сопротивление материалов машиностроительного профиля» (СММСП) БНТУ, между ними был заключен договор на выполнение этой работы.

Тестирование проведено учеными кафедры СММСП на универсальной гидравлической испытательной машине Р-100, имеющей сертификат, методом неразрушающего контроля.

Для проведения исследований деталей, образующих цилиндрическую оболочку CMS, необходимо было рассчитать величину ее деформации.

Оболочка находится в переменном магнитном поле сверхпроводящих электромагнитов с параметрами: магнитная индукция около 4 тл с энергией около 3 ГДж, диаметр около 6 м. Разработана новая методика в связи с тем, что слабое магнитное и электромагнитное взаимодействие сильно отличаются друг от друга, хотя подчиняются одним и тем же функциональным уравнениям (данные профессора пристанского института фундаментальных исследований Эдварда Виттена). Между энергиями электрослабого взаимодействия и энергетическим масштабом гравитации существует разрыв в 17 порядков. Наука не может пока дать ответ, поэтому ЦЕРН с учеными всех стран проводят эксперимент, чтобы объяснить это явление.

Большинство физиков считают, что в этом повинно нарушение симметрии, за которое отвечает механизм Хиггса, теория которого была разработана им в 1964 году, до создания теории электромагнитного взаимодействия.

Эксперименты, проведенные на Коллайдере, подтвердили наличие бозона Хиггса, обладающего большой энергией, участвующей в создании новой массы.

Применив новую методику расчета внешней нагрузки на оболочку CMS, была правильно определена нагрузка на отдельные элементы. С этой нагрузкой проведено тестирование каждого элемента оболочки.

Детали, изготовленные Минским машиностроительным заводом им. Октябрьской революции (МЗОР), имеют достаточный запас прочности и пластичности [5].

Расчет прочности оболочки по принципу неразрушающего контроля. В процессе эксплуатации техники происходит износ узлов и элементов конструкции, что в конечном итоге может привести ее в аварийное состояние. Поэтому техническими условиями разработки конструкции предусматривается периодическое тестирование наиболее нагруженных элементов. При выполнении тестирования элементов используют методы неразрушающего контроля. Это наиболее ответственное мероприятие базируется на углубленном знании предмета «Сопротивление материалов внешним нагрузкам», обучение которым учебными программами вузов не предусмотрено.

Чтобы разрабатываемая новая техника имела спрос на мировом рынке и достойно конкурировала с разработками аналогичной техники передовыми странами, необходимо обучение конструкторов умению производить расчеты элементов конструкций не только на прочность, но и на явление ползучести материала.

В результате тестирования деталей компактного мюонного соленоида CMS нами проведен теоретический расчет цилиндрической оболочки, которая

образована восемнадцатью деталями, на прочность и начало ползучести. Элементы (рамы) скреплены дуг с другом таким образом, что образуют цилиндрическую оболочку (кольцо). Образующая кольца составляет примерно 60 см. Вдоль образующей действует знакопеременное усилие 280–300 кН. Для заданной марки материала сделан проверочный расчет на прочность при усилии 560 кН [1].

Величина силы при растяжении-сжатии элементов находится методом теоретического расчета кольцевой оболочки. Известными являются: диаметр оболочки — 528 см, вес снаряженной оболочки — 6000 кН. В расчете принимаем, что оболочка находится под действием погонной нагрузки по длине кольца (рисунок 1).

Теоретический расчет на прочность обязателен при выполнении проектно-сметной документации на любую конструкцию, как продукт технического творчества, который должен приобрести статус товара.

В технике и теории упругости оболочка — твердое тело, ограниченное двумя цилиндрическими поверхностями, расстояние между которыми мало по сравнению с радиусами наружной и внутренней поверхностей [2, 3, 4]. Толщина стенки имеет величину δ . Поверхность, делящая пополам толщину δ , называется срединной (мембранной) поверхностью.

Под воздействием внешних нагрузок в оболочке возникают внутренние мембранные силы, равномерно распределенные по толщине от усилия изгиба. Благодаря мембранным напряжениям оболочки обладают значительной жесткостью и сравнительно малым весом [2], что отличает их от пластин и стержневых систем.

Если напряжения находятся в пропорциональной зависимости для материала оболочки, то ме-

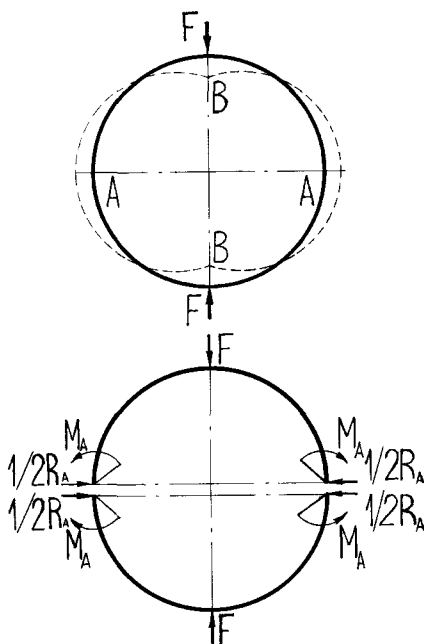


Рисунок 1 — Деформация поперечного сечения кольца внешними силами F

тод расчета основывается на зависимостях теории упругости. Для тонкостенных оболочек используют теорию Кирхгофа—Лява [2, 3], согласно которой любое прямое волокно оболочки, нормально расположенное к мембранной поверхности до деформации, остается прямым и нормальным к ней после деформации без изменения длины. Под действием силы F в вертикальном и горизонтальном сечениях в направлениях их диаметров происходят деформации перемещения.

Если отсутствует ограничение перемещения по направлению горизонтального диаметра, то изгибающий момент M_A неизвестен, а при ограничении перемещений неизвестной будет реакция упоров, равная $R_A / 2$.

Из начальных условий, сечения $A - A$ не поворачиваются при деформации кольца и перемещения в них не происходят, определяем момент M_A и реакцию R_A .

Так как оболочка симметрична относительно горизонтального диаметра, то для построения, необходимого в расчете эпюр, условно отбрасываем нижнюю половину оболочки (рисунок 2 а). Наносим по основной расчетной схеме все силы, в том числе заменяем отброшенную часть оболочки силами $F/2$.

Изгибающие моменты в основной схеме в сечении под углом φ от нагрузки F определяются из начальных условий

$$M_\varphi = \frac{Fr}{2}(1 - \cos\varphi) - \frac{R_A r}{2} \sin\varphi - M_A \quad (1)$$

и угол поворота сечения $A - A$ от нагрузки F

$$\frac{1}{EI} \int_0^{\pi/2} M_\varphi ds = \frac{r}{EI} \int_0^{\pi/2} \left[\frac{Fr}{2}(1 - \cos\varphi) - \frac{R_A r}{2} \sin\varphi - M_A \right] d\varphi = 0, \quad (2)$$

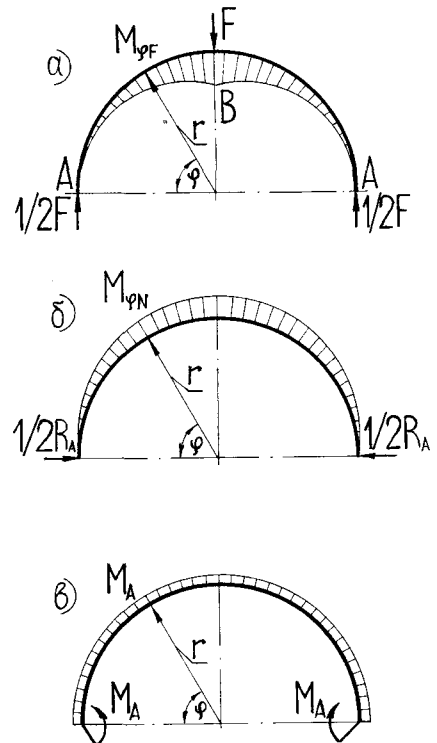


Рисунок 2 — Эпюры изгибающих моментов от воздействия силы F

перемещения по направлению реакции R_A будут

$$x_R = \frac{1}{ER_A} \int_0^{\pi/2} M_\varphi r \sin\varphi ds = \frac{r^2}{EI} \int_0^{\pi/2} \left[\frac{Er}{2} (1 - \cos\varphi) \sin\varphi - \frac{R_A r}{2} \sin^2\varphi - M_A \sin\varphi \right] d\varphi, \quad (3)$$

где $s = r\varphi$, $ds = r \cdot d\varphi$.

На рисунках 2 б и 2 в представлены эпюры изгибающих моментов, соответственно, $M_{\varphi R_A}$ и M_A .

Правильное построение эпюр изгибающих моментов обеспечивает правильное определение прочностных свойств оболочки.

Из анализа зависимости (1) следует, что при $R_A = 0$ (отсутствие ограничения перемещений по горизонтальному диаметру) от действия силы F изгибающие моменты в сечениях оболочки (рисунок 3 а) будут

$$M_\varphi = (0,318 - 0,5 \cos \varphi) Fr. \quad (4)$$

При условии, что в начальный момент, когда $\varphi = 0$, изгибающий момент в сечении $A - A$ будет равен $M_\varphi = M_A = -0,182Fr$. Когда $\varphi = 0,5\pi$ в сечении $B - B$ изгибающий момент M_φ будет $M_\varphi = M_B = 0,318 Fr$.

При ограничении перемещений ($R_A \neq 0$) по горизонтальному диаметру реакция упора R_A и изгибающие моменты от силы F (см. рисунок 3 б) будут

$$R_A = 0,918 F; \quad M_\varphi = (0,611 - 0,5 \cos \varphi - 0,459 \sin \varphi) Fr. \quad (5)$$

При условии, что в начальный момент, когда $\varphi = 0$, изгибающий момент будет равен $M_\varphi = M_A = 0,111Fr$, когда $\varphi = 0,5\pi$, изгибающий момент M_φ будет

$$M_\varphi = M_B = 0,152 Fr.$$

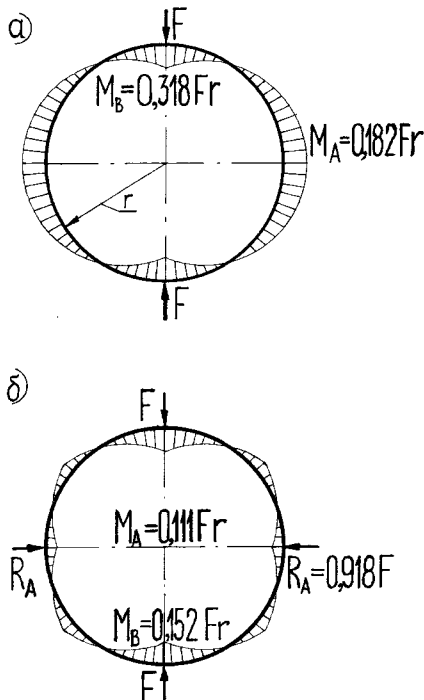


Рисунок 3 — Величина изгибающих моментов и сил в сечениях $B - B$ и $A - A$

Анализ изложенного и в [2, 3] показывает, что уменьшение вертикального и увеличение горизонтального диаметров, когда $R_A = 0$, при возрастании нагрузки F до величины F_T , при котором в крайних волокнах наиболее нагруженного сечения (предел пропорциональности, начало предела текучести), определяются из выражений

$$\Delta D_B = \frac{2Fr^3}{EI} \int_0^{\pi/2} (0,318 - 0,5 \cos\varphi)(1 - \cos\varphi) d\varphi = 0,149 \frac{Fr^3}{EI}; \quad (6)$$

$$\Delta D_A = \frac{2Fr^3}{EI} \int_0^{\pi/2} (0,318 - 0,5 \cos\varphi) \sin\varphi d\varphi = 0,137 \frac{Fr^3}{EI}. \quad (7)$$

При ограничении перемещений горизонтального диаметра, когда $x_R = 0$, уменьшение вертикального диаметра при воздействии силы F будет

$$\Delta D_B = \frac{2Fr^3}{EI} \int_0^{\pi/2} (0,611 - 0,5 \cos\varphi - 0,459 \sin\varphi)(1 - \cos\varphi) d\varphi = 0,0238 \frac{Fr^3}{EI}. \quad (8)$$

Из полученных числовых значений следует, что при ограничении перемещений по горизонтальному диаметру резко уменьшаются деформации кольцевых сечений. Изменение вертикального диаметра сосредоточенной силой при ограничении перемещений в горизонтальном направлении уменьшается примерно в шесть раз. Упоры, ограничивающие горизонтальное перемещение, уменьшают распорное усилие оболочки почти до нуля.

При увеличении силы, сжимающей оболочку, после достижения в наиболее нагруженном сечении изгибающего момента, соответствующего началу ползучести в крайних волокнах, начнется стадия упруго-пластической работы, то есть M_A или M_B будет равно $M_T = \sigma_T W$. В этом случае изменение моментов в сечениях $A - A$ и $B - B$ не будет пропорционально увеличению нагрузки.

Введем некоторые обозначения величин отношением: действительных моментов в сечениях $B - B$ и $A - A$ к моменту начала ползучести через β_B и β_A ($\beta_B = M_B / M_T$; $\beta_A = M_A / M_T$), а отношения условных моментов к моменту M_T через $\gamma_B = M_{B\text{усл}} / M_T$; $\gamma_A = M_{A\text{усл}} / M_T$. Если перемещение в горизонтальном направлении от силы F отсутствует, ползучесть в крайних волокнах будет при $M_B = M_T = \sigma_T W = F_T r / \pi$. В сечении под углом φ отношение моментов будет

$$\beta_\varphi = \pi/2 [\beta_{\max} (1 - \cos\varphi) - \beta_A], \quad (9)$$

где $\beta_{\max} = F / F_T$.

Используя условие начальных элементов на границе упругих и упруго-пластических деформаций (рисунок 4) $\beta_\varphi = 1$, получим косинус угла, при котором в крайних волокнах сечения начнется текучесть, будет

$$\cos\varphi_T = 1 - \frac{2(1 + \beta)}{\pi\beta_{\max}}, \quad \varphi_T = \arccos \left[1 - \frac{2(1 + \beta)}{\pi\beta_{\max}} \right]. \quad (10)$$

Для прямоугольных сечений оболочки отношение действительного изгибающего момента к моменту с текучестью в крайних волокнах $M/M_T = \beta$, связаны с соотношением $M_{\text{вкл}}/M_T = \gamma$ выражением [2, 4]

$$\beta = (1 - \lambda)\gamma + \frac{\lambda}{2} \left(3 - \frac{1}{\gamma^2} \right), \quad (11)$$

где $\lambda = 1 - \frac{E_T}{E}$.

Без учета нормальных и касательных напряжений в кольцевом сечении (угол φ поворота сечения $A - A$ равен нулю) при определении β_{max} получим выражение

$$\int_0^{\pi/2} \beta_{\varphi} d\varphi + \int_{\varphi_T}^{\pi/2} (\gamma_{\varphi} - \beta_A) d\varphi = \int_0^{\pi/2} \beta_{\varphi} d\varphi + \lambda \int_{\varphi_T}^{\pi/2} \left[\gamma_{\varphi} - \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{\gamma_{\varphi}^2} \right) \right] d\varphi = 0. \quad (12)$$

При значении β_{φ} равном (9) выявить зависимость γ_{φ} от β_{φ} в явной форме по [2, 3, 4] практически невозможно.

С увеличением мощности *CMS* и повторением эксперимента возможно превышение критической величины силы F , тогда механические характеристики прочности оболочки могут перейти в стадию упруго-пластических деформаций. Поэтому необходимо сделать расчет оболочки в этих условиях.

В случае работы оболочки при относительно больших деформациях, когда $\sigma = \sigma_{02}$, с допустимой погрешностью можно принять зависимость β от γ линейной, при этом модуль упругости упругих деформаций E и упруго-пластических деформаций E_T изменяются по линейному закону в допустимых пределах.

Из рисунка 5 видно, что границей упругой работы будет $\beta = \gamma = 3/2$.

Тогда получим

$$\beta_{\varphi} = \frac{3}{2} \lambda + (1 - \lambda) \gamma_{\varphi} \quad \text{или} \quad \gamma_{\varphi} = \frac{2\beta_{\varphi} - 3\lambda}{2(1 - \lambda)}. \quad (13)$$

Согласно (13) на границе зоны упруго-пластических деформаций отношение моментов будет $\beta_{\varphi} = 3/2$. Косинус угла φ_T при котором в сечении начнутся упруго-пластические деформации, будет

$$\cos \varphi_T = 1 - \frac{3 + 2\beta}{\pi \beta_{\text{max}}} \quad \text{и} \quad \arccos \left(1 - \frac{3 + 2\beta}{\pi \beta_{\text{max}}} \right). \quad (14)$$

Для определения изменений диаметров в упруго-пластической стадии необходимо установить зависимость изменения M_A от силы F или β_A от

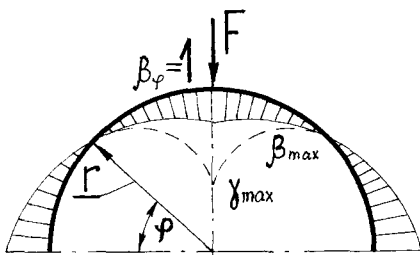


Рисунок 4 — Эшора отношений моментов в начале текучести в сечениях от силы F

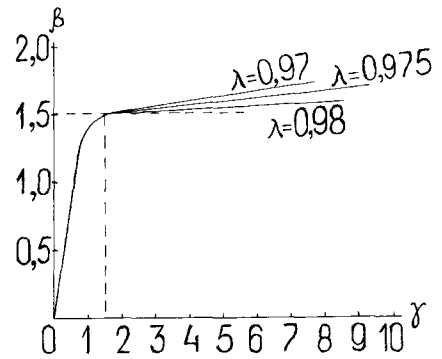


Рисунок 5 — График зависимости β от γ для прямоугольных сечений (элементы *CMS*)

$\beta_{\text{max}} = F/F_T$. Эта зависимость определяется из уравнения, где угол поворота сечения $A - A$ равен нулю

$$\int_0^{\pi/2} \beta_{\varphi} d\varphi + \int_{\varphi_T}^{\pi/2} (\gamma_{\varphi} - \beta_{\varphi}) d\varphi = \int_0^{\pi/2} \beta_A d\varphi + \frac{\lambda}{1 - \lambda} \int_{\varphi_T}^{\pi/2} \beta_{\varphi} d\varphi - \frac{3\lambda}{2(1 - \lambda)} \int_0^{\pi/2} d\varphi = \int_0^{\pi/2} \left[\frac{\pi}{2} \beta_{\text{max}} (1 - \cos \varphi) - \beta_A \right] d\varphi + \frac{\lambda}{1 - \lambda} \left[\int_{\varphi_T}^{\pi/2} \frac{\pi}{2} \beta_{\text{max}} (1 - \cos \varphi) d\varphi - \left(\beta_A + \frac{3}{2} \right) \int_{\varphi_T}^{\pi/2} d\varphi \right] = 0, \quad (15)$$

откуда получаем

$$\frac{\pi}{2} \beta_{\text{max}} \left[\left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) + \frac{\lambda}{1 - \lambda} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_T - 1 + \sin \varphi_T \right) \right] - \beta_A = \frac{-3\lambda}{2(1 - \lambda)} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_T \right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\lambda}{1 - \lambda} \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_T \right),$$

где φ_T — в радианах.

Полученная зависимость β_A от β_{max} действительна до значения $\beta_A = 3/2$, так как после этого следует учитывать упруго-пластические деформации в зон сечений $A - A$. Уменьшение вертикального диаметра при этом в зоне $B - B$ определяется из уравнения

$$\Delta D_B = \frac{2M_T r^2}{EI} \left\{ \int_{\pi/2}^0 \beta_{\text{max}} (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi - \beta_A \int_{\pi/2}^0 (1 - \cos \varphi) d\varphi + \frac{\lambda}{1 + \lambda} \left[\int_{\pi/2}^{\varphi_T} \frac{\pi}{2} \beta_{\text{max}} (1 - \cos \varphi)^2 d\varphi - \left(\beta_A + \frac{3}{2} \right) \int_{\pi/2}^{\varphi_T} (1 - \cos \varphi) d\varphi \right] \right\}. \quad (16)$$

При $M_T = F_T r / \pi$ и $x_T = \frac{F_T r^3}{EI} \frac{\pi^2 - 8}{4\pi}$ после интегрирования получим

$$\Delta D_B = x_T \beta_{\text{max}} \frac{4\pi}{\pi^2 - 8} \left\{ \frac{3\pi - 8}{4} - \frac{\beta}{\beta_{\text{max}}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) + \frac{\lambda}{1 - \lambda} \left[\frac{3\pi - 8}{4} - \frac{3}{2} \varphi_T + \sin \varphi_T \left(2 - \frac{\cos \varphi_T}{2} \right) - \frac{2}{\pi \beta_{\text{max}}} \left(\beta_A + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_T - 1 + \sin \varphi_T \right) \right] \right\} = \Delta_B x_T.$$

Таблица — Зависимость величин β_A от β_{max} и A_B, A_A от λ при $\lambda = 0,975$ [2]

B_{max}	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00	2,05
β_A	0,8562	0,965	1,075	1,695	1,31	1,43	1,5
φ_T, rad	1,5708	1,5499	1,535	1,5239	1,5241	1,5033	1,5025
$\cos\varphi_T$	0,0000	0,0210	0,0357	0,0469	0,0568	0,0679	0,0681
$\sin\varphi_T$	1,0000	0,9998	0,9994	0,9989	0,9984	0,9978	0,9977
Δ_B	1,5	2,04	2,54	3,14	3,62	4,18	4,45
Δ_A	1,37	1,5	1,63	1,76	1,89	2,015	2,87

Увеличение горизонтального диаметра получим из выражения

$$\Delta D_A = \frac{2M_T r^2}{EI} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{\pi\beta_{max}}{2} (1 - \cos\varphi) \sin\varphi d\varphi + \beta_A \int_0^{\pi/2} \sin\varphi d\varphi + \frac{\lambda}{1-\lambda} \int_{\varphi_T}^{\pi/2} \frac{\pi\beta_{max}}{2} (1 - \cos\varphi) \sin\varphi d\varphi - (\beta_A + 3/2) \int_{\varphi_T}^{\pi/2} \sin\varphi d\varphi \right] \quad (17)$$

После интегрирования выражения (17) получим

$$\Delta D_A = x\beta_{max} \frac{4\pi}{\pi^2 - 8} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2\beta_A}{\pi\beta_{max}} + \frac{\lambda}{1-\lambda} \left[\cos\varphi_T \left(1 - \frac{\cos\varphi_T}{2} \right) - \frac{2}{\pi\beta_{max}} \left(\beta_A + \frac{3}{2} \right) \cos\varphi_T \right] \right\} = \Delta_A x_T.$$

Пользуясь зависимостью (15) для цилиндрической оболочки, нагруженной силой F , не ограничивая перемещения по горизонтальному диаметру, найдем значения β_A , которые соответствуют значениям β_{max} . Из зависимостей (16) и (17), после их интегрирования, находим коэффициенты Δ_B и Δ_A .

Полученные результаты сводим в таблицу.

Если построить график уменьшения (Δ_B) и увеличения (Δ_A) диаметров оболочки при работе упруго-пластических деформаций в зоне приложения нагрузки F , когда

$$x_T = y_T \frac{M_T r^2}{EI} \frac{\pi^2 - 8}{4\pi} = \frac{\sigma_T r^2}{\delta E} \frac{\pi^2 - 8}{2\pi} = 0,075 \frac{\sigma_T 4r^2}{\delta E},$$

где δ — расстояние между наружной и внутренней цилиндрическими поверхностями (толщина стенки кольца), то получим вид кривых, соответствующих рисунку 4.

Заключение. 1. В нашей статье речь идет не столько о новых данных или результатах исследований на основе собственных измерений, сколько об изложении неиспользуемых научно-технических требований механики материалов при проектировании конструкций и сооружений, особенно при их эксплуатации.

2. Анализ наших расчетных зависимостей и в [4] от нагрузки F по длине кольца в стадии начала текучести в сечении $A - A$ показывает, что изменение диаметров будет резко возрастать.

3. Из проведенного анализа сделан вывод о том, что деформации в кольцевых сечениях с относительно тонкими стенками, изготовленных элементов из сталей, работающих с упрочнением, могут рассчитываться по закону упругой работы до напряжений $\sigma = 1,5\sigma_T$. После достижения этих напряжений величина остаточных деформаций в направлениях вертикального и горизонтального диаметров кольца резко увеличивается [5].

Список литературы

1. Ларченков, Л.В. Тестирование деталей рамной конструкции компактного мюонного соленоида методом неразрушающего контроля / Л.В. Ларченков, О.Н. Протасеня, И.О. Протасеня // Наука и техника. — 2013. — № 3. — С. 6–10.
2. Власов, В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике / В.З. Власов. — М.-Л.: Госиздат. — 1949. — 784 с.
3. Малинин, Н.Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций / Н.Н. Малинин. — М.: Машиностроение. — 1981. — 220 с.
4. Черных, К.Ф. Линейная теория оболочек / К.Ф. Черных. — Л.: ЛГУ. — 1962. — 274 с.
5. Научно-исследовательские работы по изучению упруго-пластических свойств материалов рам адронного калориметра установки CMS: отчет о НИР (заключ.) / БНТУ; рук. Л.В. Ларченков, исполн. Р.В. Стефанович [и др.]. — Минск, 2001. — 45 с. — ГР № 15/11-01.

Larchenkov L.V., Protasenyia O.N., Protasenyia I.O.
Engineering analysis of CMS casing

In the article the methodological requirements that are indispensable for the implementation of construction documents for the production and operation of developed structures and facilities in order to support the transition of products into commodities are described. Theoretical calculations of the construction, which is a shell, such as the hull or tank is deduced.

Keywords: membrane, CMS, solenoid, muons, computation, curves, research, theory of strength of materials

Поступила в редакцию 20.05.2014.