

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБОБЩЕНИЕ СТЕРЖНЕВОЙ МОДЕЛИ ШЕРОХОВАТОСТИ В КУРСЕ «КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ И ТРИБОЛОГИЯ»

Кравчук А.С., Житкова М.А.

A methodical generalization of a rod model of roughness was made in the paper.

В настоящее время перед высшей школой стоят традиционные задачи подготовки компетентных, высококвалифицированных, творчески активных специалистов, которые будут решать все более сложные производственные проблемы на современном научном уровне.

Творческий потенциал молодого специалиста является одной из важнейших характеристик личности и для его раскрытия необходима гибкая методология учебного процесса, в которой, наряду с изложением известных фактов и идей, приводятся примеры их творческого переосмысления.

Именно систематизация знаний полученных студентами на других предметах, в частности, «Соппротивление материалов», «Механика необратимых деформаций» и их применение для обобщения теоретических моделей в другой области наиболее эффективно показывают студентам методику и технику исследовательской работы.

В данной статье изложена основная идея авторской разработки учебного курса «Контактные задачи и трибология» на примере изложения стержневой модели шероховатости Демкина Н.Б. – Крагельского И.В. и ее последующего обобщения на основе применения более сложных моделей деформирования стержневых выступов. Это демонстрирует принципы формирования курса, способа преобразования студенческих знаний из различных фундаментальных разделов механики в знания, умения и навыки решения контактных задач, возникающих при расчетах наиболее распространенных узлов.

Так при изложении темы «Основы стержневой модели шероховатости Демкина Н.Б. и Крагельского И.В.» сначала рассматриваются технологические предпосылки возникновения шероховатости, даются определения некоторых параметров шероховатости в соответствии с ГОСТ2789-73 "Шероховатость поверхности" и излагается методический подход, использованный Демкиным Н.Б. и Крагельским И.В. при построении модели с изотропными упругими характеристиками стержней, имитирующих выступы шероховатости. Далее используя простейшие уравнения деформирования стержней, демонстрируются возможности творческого обобщения. Теоретические знания, полученные на лекции, закрепляются во время соответствующей лабораторной работы.

Технологические предпосылки возникновения шероховатости [5]. На образование шероховатости оказывают влияние условия обработки деталей, точность станка, жесткости технологической системы и т.п. Это относится не только шероховатости поверхностей, обработанных наиболее распространенным способом - резанием, но и к поверхностям, обработанных пластическим деформированием, а также электрофизическими методами обработки. Например, при точении наружной цилиндрической поверхности теоретический профиль в осевом сечении состоит из ряда дуг, соответствующих форме вершины резца. Фактически же на него налагается случайная величина, и реальный профиль поверхности имеет иной вид. Это происходит по тому, что при точении резец захватывает частицы металла с поверхности либо вырывает их. В некоторые моменты времени под действием усилий прижимающих слою металла к поверхности инструмента, и высоких температур, развивающихся в зоне резания, эти слои привариваются к резцу, образуя нарост. Последний в процессе резания непрерывно изменяет свои размеры, очертание, и шероховатость обработанной поверхности претерпевает значительные изменения.

Кроме перечисленных причин образования неровностей, существует еще одна - вибрация станка, инструмента, детали. Автоколебания связаны с сущностью процесса резания, в частности с трением поверхности инструмента об обрабатываемую поверхность.

Основные предположения, используемые при построении стержневой модели. При построении модели шероховатости предполагается, что шероховатость взаимодействует с идеально ровной жесткой (недеформируемой) поверхностью. При деформации поверхность движется вертикально. Выступы, имитирующие шероховатость, могут деформироваться только в направлении, нормальном к ровной поверхности. Основания выступов закреплены. При построении модели используется кривая Аббота или кривая опорной поверхности. Основной методической находкой используемой Демкиным Н.Б. и Крагельским И.В. [2, 3, 6] в своих исследованиях является использование степенной аппроксимации кривой Аббота в системе координат связанной с вершиной максимального выступа высотой H_{max} (рис. 1):

$$\eta_s(\varepsilon) = b(\varepsilon)^\lambda, \quad (1)$$

где $\varepsilon = v/H_{max}$ – относительная высота сечения профиля шероховатости, v – абсолютная высота сечения, $\eta_s(\varepsilon)$ – относительная область контакта (рис. 1).

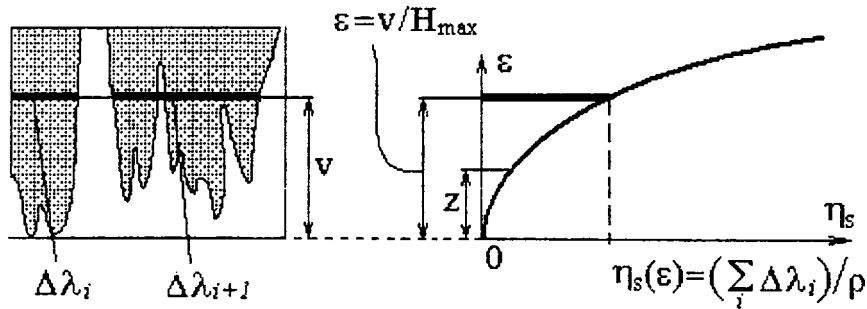


Рис. 1. Степенная аппроксимация кривой Аббота

Пусть n_z – это число выступов которые выше уровня z и n_ρ – число всех пиков на трассе ρ . Тогда функция $\varphi(z) = \frac{n_z}{n_\rho}$ определяет относительное число пиков, которые имеют контакт с твердой ровной поверхностью. Для стержневых выступов данная функция имеет вид [2, 3, 6]:

$$\varphi(z) = \eta_s. \quad (2)$$

Пусть ε относительное сближение твердой гладкой поверхности и основания пиков. Приращение среднего давления $d\bar{p}$ для текущего уровня z ($0 \leq z \leq \varepsilon$) определяется давлением $p(\varepsilon - z)$, приложенным на выступах высотой z , деформированных до уровня ε , и приращением $d\varphi(z)$ относительного числа выступов высотой z [2, 3, 6]:

$$d\bar{p} = p(\varepsilon - z) d\varphi(z).$$

Интегрируя, получаем полное среднее давление \bar{p} , необходимое для достижения сближения ε (1), (2):

$$\bar{p} = \int_0^{\varepsilon} p(\varepsilon - z) \cdot \varphi'(z) dz = b \cdot \chi \cdot \int_0^{\varepsilon} p(\varepsilon - z) \cdot (z)^{\chi-1} dz. \quad (3)$$

В случае упругого деформирования шероховатости давление определяется по формуле [2, 3, 6]:

$$p(\varepsilon - z) = E \cdot (\varepsilon - z). \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4) и вычисляя интеграл, получаем решение задачи для стержневой модели Демкина Н.Б. и Крагельского И.В. [2, 3, 6] (рис. 2):

$$\bar{p} = \frac{b \cdot E}{\chi + 1} \cdot \varepsilon^{\chi+1}.$$

Некоторые методические обобщения стержневой модели Демкина Н.Б. и Крагельского И.В. Для упругой композиционной шероховатости рассматривается следующее выражение для среднего давления:

$$\bar{p} = b \cdot \chi \cdot \int_0^{\varepsilon} \langle p_i(\varepsilon - z) \rangle \cdot (z)^{\chi-1} dz, \quad (5)$$

$$\langle p_i(\varepsilon - z) \rangle = \langle E \rangle (\varepsilon - z), \quad \langle E \rangle = \sum_{i=1}^k \gamma_i \cdot E_i,$$

где $\langle E \rangle$ – средний модуль упругости основания, $\gamma_{i,(i=1..k)}$ – концентрация компонент с модулем упругости $E_{i,(i=1..k)}$. Таким образом получаем:

$$\bar{p} = \frac{b \cdot \langle E \rangle}{\chi + 1} \cdot \varepsilon^{\chi+1}.$$

Многие материалы особенно при высоких температурах характеризуются нелинейной связью напряжений и деформаций. Установлена пригодность некоторых упрощенных аналитических моделей. В частности широкое распространение в инженерных расчетах получил нелинейный материал со степенным законом связи напряжений и деформаций. В этом случае $p(\varepsilon - z)$ имеет вид [4]:

$$p(\varepsilon - z) = \sigma_{\text{ЭТ}} \left(\frac{\varepsilon - z}{\varepsilon_{\text{ЭТ}}} \right)^{\alpha},$$

где $\sigma_{\text{ЭТ}}$, $\varepsilon_{\text{ЭТ}}$ – характерные величины напряжений и деформаций, которые вместе с показателем степени α определяются из эксперимента.

Исходя из (3) получаем следующее значение для среднего давления (рис. 2):

$$\bar{p} = \frac{b \cdot \chi \cdot \sigma_{\text{ЭТ}}}{(\varepsilon_{\text{ЭТ}})^{\alpha}} \int_0^{\varepsilon} (\varepsilon - z)^{\alpha} \cdot (z)^{\chi-1} dz,$$

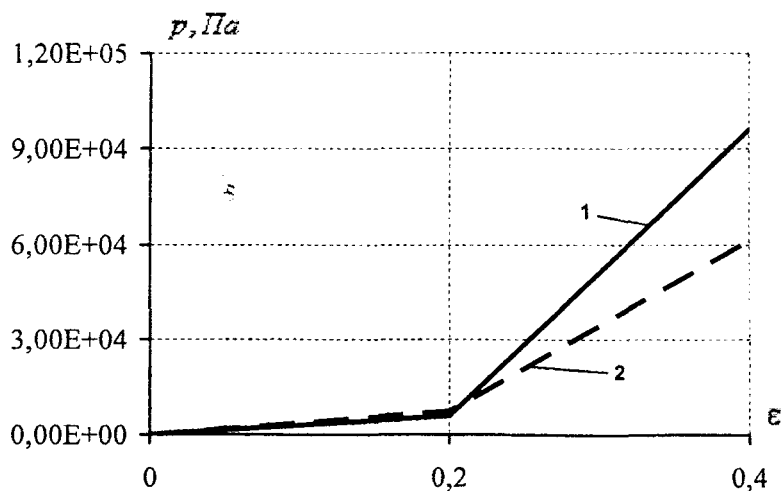


Рис. 2. Зависимость среднего давления \bar{p} от относительного сближения ε ($\chi = 3, b = 1.5$):

1 – упруго деформируемая шероховатость $E = 1 \cdot 10^{11}$ Па; 2 – нелинейно деформируемая шероховатость $\sigma_{ЭТ} = 5 \cdot 10^8$ Па, $\varepsilon_{ЭТ} = 5 \cdot 10^{-8}$ Па, $\alpha = 0.05$;

Для нелинейной композиционной шероховатости рассматривается выражение для среднего давления в виде (5). Однако $\langle p_i(\varepsilon - z) \rangle$ определяется следующим уравнением:

$$\langle p_i(\varepsilon - z) \rangle = \sum_{i=1}^k \gamma_i \cdot \sigma_{ЭТ,i} \left(\frac{\varepsilon - z}{\varepsilon_{ЭТ,i}} \right)^{\alpha_i},$$

где $\gamma_i, (i=1..k)$ – концентрация компонент с характерными величинами напряжений $\sigma_{ЭТ,i}$, деформаций $\varepsilon_{ЭТ,i}$ и показателем степени α_i .

Многие материалы, особенно полимеры, обладают зависящей от времени связью между напряжениями и деформациями. В этом случае можно использовать уравнения вязкоупругого поведения единичного стержня [1, 7]:

$$p(t) = E \cdot \left(\varepsilon(t) - \int_0^t R(t-\tau) \cdot \varepsilon(\tau) d\tau \right),$$

$$E \cdot \varepsilon(t) = p(t) + \int_0^t \Gamma(t-\tau) \cdot p(\tau) d\tau, \quad (6)$$

где $R(t, \tau)$ – наследственное ядро релаксации, $\Gamma(t, \tau)$ – ядро ползучести.

Используя соотношения (3) и (6) получаем уравнение для определения изменения относительного сближения $\varepsilon(t)$ в случае постоянно действующего давления \bar{p}

$$\bar{p} = b \cdot E \cdot \chi \cdot \int_0^{\varepsilon(t)} \left[(\varepsilon(t) - z) - \int_0^t R(t, \tau) \cdot (\varepsilon(\tau) - z) d\tau \right] \cdot (z)^{\chi-1} dz.$$

После очевидных преобразований получаем:

$$p = \frac{b \cdot E}{\chi + 1} \varepsilon(t)^{\chi+1} - \frac{b \cdot E}{\chi + 1} \left[\int_0^t R(t, \tau) \cdot \varepsilon(\tau)^{\chi+1} d\tau \right]. \quad (7)$$

Обращая оператор в (7), учитывая (6), получаем:

$$\varepsilon(t) = \left(\frac{p \cdot (\chi + 1)}{b \cdot E} \left(1 + \int_0^t \Gamma(t, \tau) d\tau \right) \right)^{\frac{1}{\chi+1}}.$$

Заключение

В результате изучения темы «Основы стержневой модели шероховатости Демкина Н.Б. и Крагельского И.В.» студент должен получить представление о физических явлениях и процессах происходящих в области контакта деталей машин, изучить топографические характеристики микро-геометрии шероховатых поверхностей взаимодействующих деталей машин, а также научиться использовать параметры реальной шероховатости поверхностей при теоретической оценке контактной жесткости сопряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горшков, А.Г., Старовойтов, Э.И., Яровая, А.В. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 576 с.
2. Демкин, Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. – 227 с.
3. Демкин, Н.Б. Теория контакта реальных поверхностей и трибология // Трение и износ. – 1995. – Т. 16, № 6. – С. 1003–1025.
4. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
5. Кравчук, А.С., Чигарев, А.В. Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами. – Минск: Технопринт, 2000. – 196 с.
6. Крагельский, И.В., Добычин, М.Н., Комбалов, В.С. Основы расчета на трение и износ. – М.: Машиностроение. 1977. – 526 с.
7. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. – М: Стройиздат, 1968. – 418 с.