

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ СИЛОВОЙ СИСТЕМЫ РОЛИК-КОЛЬЦО В УСЛОВИЯХ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ОБЪЕМНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Журавков М. А., Щербаков С.С.

A three-dimensional field of stresses in the roller-ring active system is observed in the present paper. The field was obtained by superposing the field of stresses conditioned by action of normal and tangential elliptically distributed contact forces and by bending of the ring. A significant change of the state of stress in comparison with the solution for the pure contact problem is shown.

В настоящей работе рассматривается напряженно-деформированное состояние силовой системы «ролик-кольцо» (рис. 1, тип В) при контактном взаимодействии ролика и кольца и изгибе последнего.

Тип контакта В согласно работе [3], соответствует простейшей механической модели для системы колесо-рельс. Данная модель предназначена для комплексных износоусталостных испытаний на машинах серии СИ [1]. Здесь ролик (элемент 2) имитирует колесо, а кольцо (элемент 1) – рельс.

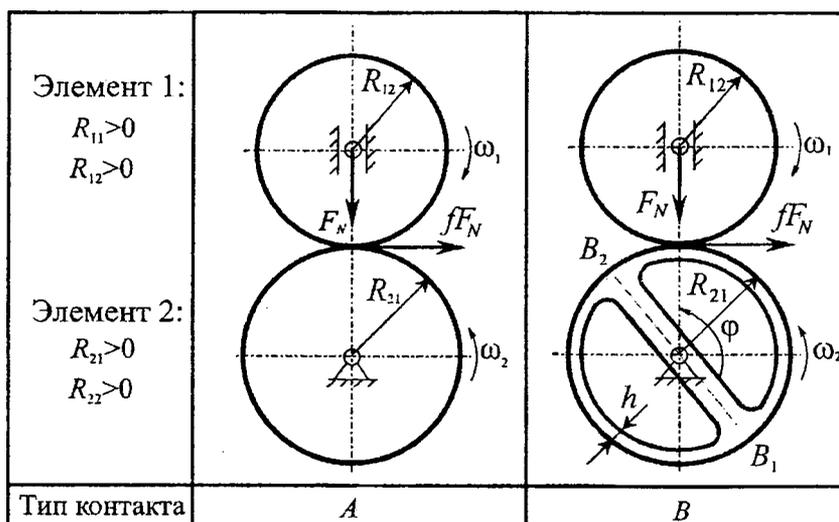


Рис. 1. Схемы подвижного контакта

Принципиальная особенность системы «ролик-кольцо» (таблица 1, тип В) по сравнению с соответствующей традиционной контактной задачей (таблица 1, тип А) для системы ролик/ролик состоит в том, в зоне взаимодействия кольца с роликом напряженное состояние обусловлено как полем контактных напряжений, так и полем напряжений вследствие изгиба. Будем называть напряженно-деформированное состояние в зоне взаимодействия кольца с роликом сопряженным напряженно-деформированным состоянием для того, чтобы подчеркнуть его особенность.

Основные положения

При исследовании сопряженного напряженного состояния рассматриваемой системы будем исходить из следующих основных положений.

1. Приложенная к силовой системе «ролик-кольцо» нагрузка F_N , вызывает в системе как локальные контактные деформации, так и объемное деформирование (изгиб) кольца – они возбуждаются одновременно и в единой области.

2. В силу того, что в области контакта взаимодействующие тела (ролик и кольцо) ограничены поверхностями второго порядка, считается применимой теория Герца. Таким обра-

зом, в общем случае площадка контакта $S(x, y)$ имеет форму эллипса, а усилия $p(x, y)$ на площадке контакта распределены по эллиптическому закону [4, 5].

3. Размеры и площадь эллипса контакта в исследуемой системе дополнительно формируются за счет изменения главной кривизны кольца вследствие его изгиба.

4. Связь между напряжениями и деформациями в области контакта линейная.

5. Изгибные напряжения в кольце рассчитываются в соответствии с теорией изгиба плоского кривого бруса [6].

В [2, 7] был предложен сравнительно простой метод описания нагруженности системы «ролик-кольцо». В основу метода положена гипотеза о том, что нагрузка F_N может быть разделена на контактную F_c и изгибную F_b составляющие:

$$F_N = F_c + F_b. \quad (1)$$

Способ определения величин F_c и F_b основан на следующем феноменологическом подходе. Под действием внешней сосредоточенной нагрузки F_N , передаваемой от ролика к кольцу, в последнем, вследствие упругого деформирования, возникает внутренний изгибающий момент M_b , который является, по существу, «моментом противодействия» внешней нагрузке со стороны кольца. Условие равновесия, следовательно, будет

$$F_N = F_c + \varphi(M_b), \quad (2)$$

где F_c – нескомпенсированная моментом M_b часть приложенной нагрузки F_N , т. е. ее контактная составляющая, а функция

$$\varphi(M_b) = F_b. \quad (3)$$

представляется как некоторая эквивалентная изгибная (поперечная) нагрузка, которая и обеспечивает условие равновесия (2) или (1).

Соотношение между составляющими F_c и F_b приложенной нагрузки F_N в общем случае зависит от объемной жесткости кольца El_z/l (E – модуль упругости материала кольца, I_z – момент инерции сечения, l – длина дуги кольца от точки приложения контактной нагрузки до ближайшей опоры) или, с точностью до постоянной k , от соотношения определяющих размеров кольца h/l , где h – толщина кольца. Постоянная k , следовательно, отражает, главным образом, влияние жесткости материала на формирование составляющих F_c и F_b .

Принимается, что разделение составляющих F_c и F_b описывается экспоненциальной функцией

$$F_c = F_N \left(1 - \exp\left(-\frac{h}{lk}\right) \right), \quad F_b = F_N \exp\left(-\frac{h}{lk}\right), \quad (4)$$

с сохранением условия (1). Функция (4) считается справедливой в интервале

$$0 \leq \frac{h}{lk} \leq \infty. \quad (5)$$

Когда $l \rightarrow \infty$, то случай $h/lk = 0$ означает, что кольцо трансформируется в брус бесконечной длины, для которого $F_N = F_b$, а $F_c = 0$. Когда же $l \rightarrow 0$, то случай $h/lk = \infty$ означает, что кольцо стягивается в ролик (или полукольцо – в половину ролика), для которого $F_N = F_c$, а $F_b = 0$.

Общий анализ напряженного состояния

Сопряженное напряженное состояние в любой точке $M(x, y, z)$ силовой системы «ролик-кольцо» будем определять из общего соотношения [7, 9, 10]

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)}, \quad i, j = x, y, z, \quad (6)$$

где $\sigma_{ij}^{(n)}$, $\sigma_{ij}^{(\tau)}$, $\sigma_{ij}^{(b)}$ – напряжения, вызванные соответственно нормальной контактной, касательной контактной и неконтактной нагрузками.

При исследовании напряженного состояния в зоне контакта в точной постановке обычно ограничиваются нахождением компонент напряжений в точках оси z и в некоторых точках поверхности контакта [4, 5]. Определение всех компонент напряжения в любой точке по-

лупространства в точной постановке затруднительно в силу большой сложности интегрируемых функций.

Напряжения $\sigma_{ij}^{(n)}$ в формуле (6) можно представить в следующем виде:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \begin{cases} \sigma_{ij}^{(hs)} & \text{при } z < 0, \\ \sigma_{ij}^{(surf)} & \text{при } z = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Расчет напряжений $\sigma_{ij}^{(hs)}$ в любой точке $M(x, y, z)$ при $z < 0$ полупространства при действии на поверхность нормальных усилий $p(x, y)$ проводится численными методами с использованием решения задачи Буссинеска $\sigma_{ij}^{(B)}$ о действии сосредоточенной нормальной силы на полупространство [7, 8]:

$$\sigma_{ij}^{(hs)}(x, y, z) = \iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \quad (8)$$

Необходимо учесть, что в точке приложения единичной нагрузки напряжения $\sigma_{ij}^{(B)}$ не определены. Это приводит к тому, что для точек $z = 0$ поверхности полупространства расчет в соответствии с (8) не сходится.

Для расчета напряжений в любой точке $M(x, y, 0)$ поверхности полупространства при действии нормально распределенных усилий $p(x, y)$ проводится в соответствии со следующей общей формулой [7, 9]:

$$\sigma_{ij}^{(surf)}(x, y, 0) = \sigma_{ij}^{(S)}(x, y), \quad (9)$$

где $\sigma_{ij}^{(S)}(x, y)$ – напряжения на поверхности полупространства, вызванные действием давления, распределенного по области $S(x, y)$.

Расчет напряженного состояния $\sigma_{ij}^{(\tau)}$, вызванного действием силы трения, которая моделируется распределением касательных усилий $q(x, y)$, также выполняется численными методами с использованием решения задачи Черрути для действия сосредоточенной касательной силы на полупространство $\sigma_{ij}^{(C)}$ [7, 9]:

$$\sigma_{ij}^{(\tau)}(x, y, z) = \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta. \quad (10)$$

Напряжения от внеконтактных нагрузок будем определять, применяя теорию, подходящую для конкретной геометрии и граничных условий взаимодействующих тел [6, 10]:

$$\sigma_{ij}^{(b)} = \sigma_{ij}^{(M)} + \sigma_{ij}^{(N)} + \sigma_{ij}^{(Q)}, \quad (11)$$

где индексы M , N и Q соответствуют внутренним моменту, продольному и поперечному усилиям.

Сопряженное напряженное состояние, определяемое выражением (6), с учетом (7)–(11) описывается моделью [7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = \left[\sigma_{ij}^{(hs)} \vee_z \sigma_{ij}^{(surf)} \right] + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)} = \\ &= \left[\iint_{S(\xi, \eta)} p(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(B)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta \vee_z \sigma_{ij}^{(S)}(x, y) \right] + \\ &+ \iint_{S(\xi, \eta)} q(\xi, \eta) \sigma_{ij}^{(C)}(\xi - x, \eta - y, z) d\xi d\eta + \sigma_{ij}^{(M)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(N)}(x, y, z) + \sigma_{ij}^{(Q)}(x, y, z). \end{aligned} \quad (12)$$

Приведем численный пример реализации (12).

Рассмотрим область кольца, непосредственно примыкающую к точке первоначального контакта, при $\varphi = \pi/2$ (посередине кольца). Зададим локальную систему координат x, y, z с началом отсчета в точке первоначального контакта ролика и кольца. Ось z направим по внешней нормали, а ось x – по касательной к поверхности кольца в направлении действия силы трения. Ось y направим перпендикулярно плоскости xz . Тогда в силу соотношения $k_{11} + k_{22} > k_{12} + k_{21}$ большая полуось эллипса контакта будет сонаправлена с осью x .

В соответствии с формулами (12) при $k = 0,1$ и одновременном действии в системе сил $F_c = 412,3$ Н и $F_b = 587,7$ Н получим распределения соответствующих напряжений, представленные на рис. 2, 3. Значения напряжений отнесены к наибольшему значению давления в центре контакта $p_0^c = 3,511 \cdot 10^9$ Па, а размеры расчетной области к максимальному значению большей полуоси эллипса контакта $a_c = 4,867 \cdot 10^{-4}$ м ($b/a = 0,574$) при $F_c = 1000$ Н и $F_b = 0$ Н. В трехмерной области контакта ролика и кольца напряжения $\sigma_{yy}^{(b)} = \sigma_{xy}^{(b)} = \sigma_{yz}^{(b)} = 0$, поэтому изменение напряженного состояния в данной области кольца по сравнению с чисто контактным напряженным состоянием (ролика) происходит в основном за счет напряжений $\sigma_{xx}^{(b)}$ (рис. 2, 3). Распределения компонент тензора напряжений $\sigma_{xx}^{(n+\tau+b)} = \sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(\tau)} + \sigma_{xx}^{(b)}$ в кольце в непосредственной близости от контактной поверхности в наибольшей степени определяются напряжениями $\sigma_{xx}^{(n)}$ однако уже на глубине $z = 0,5a$ заметно влияние напряжений $\sigma_{xx}^{(\tau)}$ разного знака и сжимающих напряжений $\sigma_{xx}^{(b)}$ (рис. 2, 3). Величина напряжений $\sigma_{xx}^{(n+\tau+b)}$ за счет действия $\sigma_{xx}^{(b)}$ увеличивается примерно на 25% по сравнению с $\sigma_{xx}^{(n+\tau)}$ (рис.2).

На рис. 4 показано существенное различие между распределениями контактных и сопряженных деформаций в кольце при $F_c = 412,3$ Н, $F_b = 587,7$ Н ($\psi = \pi/2$), $a_c = 4,867 \cdot 10^{-4}$ м, $b/a = 0,574$.

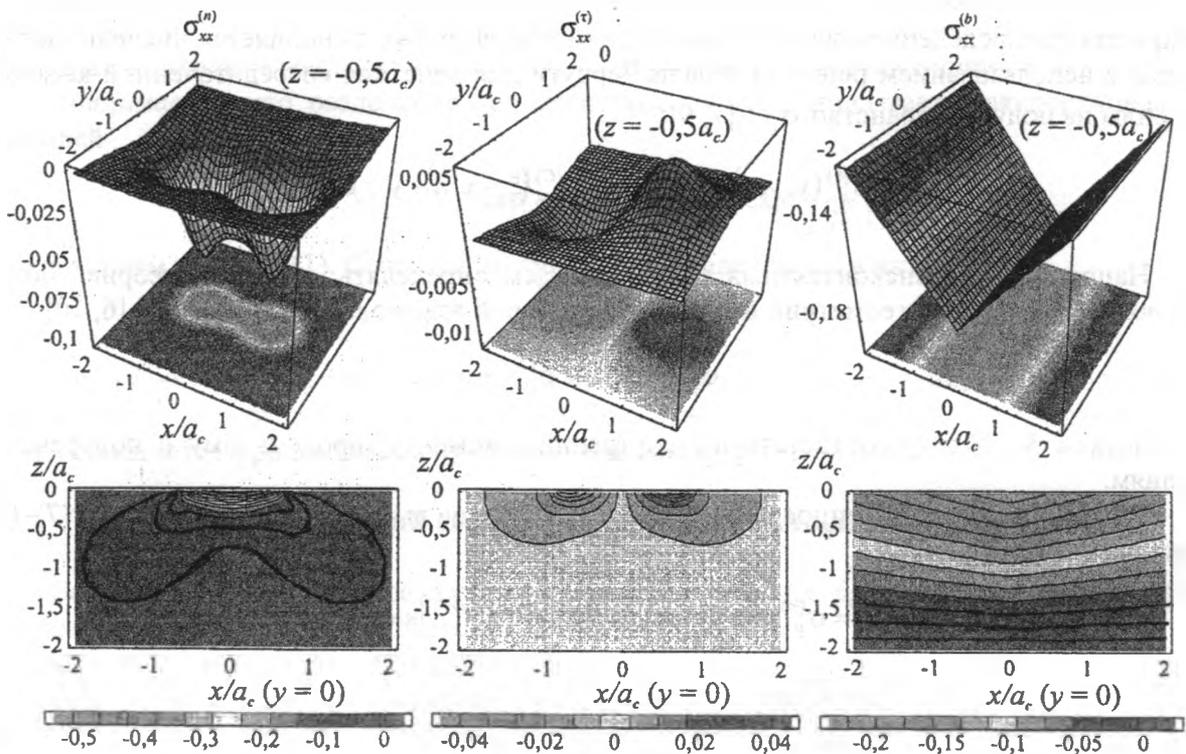


Рис. 2. Распределение напряжений $\sigma_{xx}^{(n)}$, $\sigma_{xx}^{(\tau)}$, $\sigma_{xx}^{(b)}$

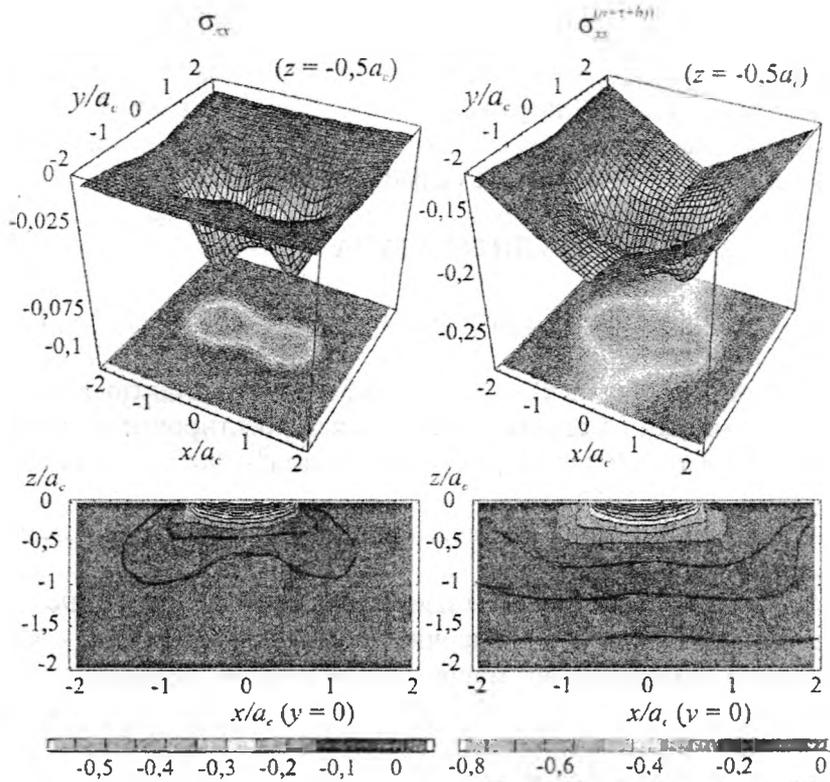


Рис. 3. Распределение напряжений $\sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(\tau)}$ и $\sigma_{xx}^{(n)} + \sigma_{xx}^{(\tau)} + \sigma_{xx}^{(h)}$

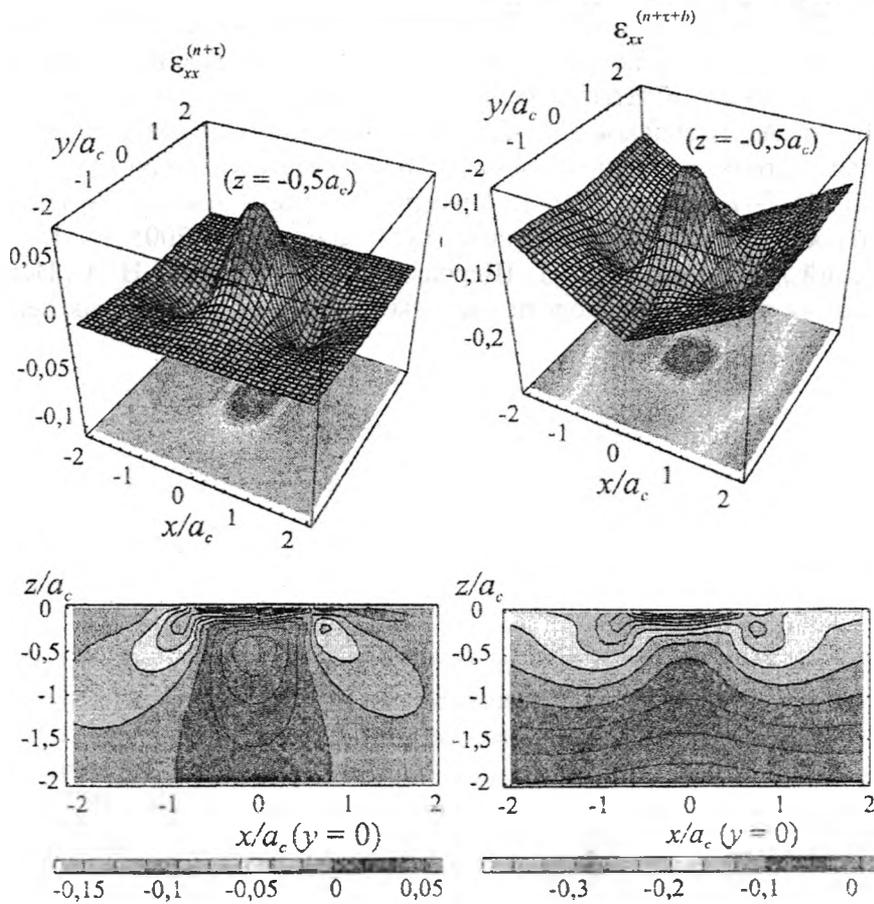


Рис. 4. Распределение деформаций $\epsilon_{xx}^{(n+\tau)} E / p_0^c$, $\epsilon_{xx}^{(n+\tau+h)} E / p_0^c$

Таким образом, установлено отличие сопряженного напряженно-деформированного состояния системы «ролик-кольцо» (12) как от контактного напряженно-деформированного состояния, так и рассчитанного в соответствии с теорией изгиба. Анализ показывает, что это различие, в зависимости от условий нагружения, может достигать 1,5–2 раз [7]. Это означает, что неучет сопряженного напряженного состояния при проектировании конкретной силовой системы может привести к неверной оценке ее работоспособности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сосновский Л. А. Основы трибофатики: – Гомель: БелГУТ, 2003. – Т.1. – 246 с.; Т.2. – 234 с.
2. Сосновский Л. А., Щербаков С. С. О классификации контактных задач применительно к силовым системам машин / Современные методы проектирования машин. Сборник научных трудов. Вып. в 7-ми т. / Под общ. ред. П. А. Витязя. – Мн.: УП "Технопринт", 2004. – Т.4. – С. 48–58.
3. Тюрин С. А. и др. Новые способы испытаний применительно к системе колесо/рельс // Вестник БелГУТа. – 2004. – С. 54–64.
4. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
5. Пономарев С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. – М.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1958. – Т.1. – С. 387–486.
6. Тимошенко С. П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
7. Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения: – Гомель: БелГУТ, 2007. – 434 с.
8. Журавков М. А., Захарик А. М., Босяков С.М., Щербаков С.С. Компьютерный анализ напряженно-деформированного состояния в зоне эллиптической площадки контакта тел при качении применительно к модели зубчатых зацеплений.// Трение и износ, 2006. -№1. –С.12-16.
9. Журавков М. А., Щербаков С.С. Исследование опасных объемов при решении контактной задачи для системы ««ролик-кольцо»» / Тр. 5-го Международного симпозиума по трибофатике (ISTF 2005), 3–7 октября 2005 г., Иркутск (Россия) / отв. ред. А. П. Хоменко. – Иркутск: Иркутский государственный университет путей сообщения, 2005. –Т. 1. – С. 375–390.
10. Сосновский Л. А., Сенько В. И., Щербаков С. С., Залесский Н. А., Исследование напряженного состояния простейшей модели системы колесо/рельс // Вестник БелГУТа, 2005. – № 2. – С. 18–41.