

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Техническая физика»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ АДИАБАТЫ  
ДЛЯ ВОЗДУХА

Методические указания  
к лабораторной работе № 111

Минск  
БНТУ  
2012

УДК 536.633(076.5)(075.8)

ББК 22.317 Я7

О-62

С о с т а в и т е л и :

*Е. Е. Трофименко, М. А. Князев,*

*Т. С. Кононова, С. И. Шеденков*

Р е ц е н з е н т

доцент кафедры физики,

канд. физ.-мат. наук *П. Г. Кужир*

В методических указаниях подробно рассмотрены понятия термодинамической системы, внутренней энергии термодинамической системы, теплоемкости системы, работы и количества теплоты. Сформулировано первое начало термодинамики, приведено термодинамическое описание всех изопроцессов. Также приведены описание лабораторной установки и вывод рабочей формулы.

© Белорусский национальный  
технический университет, 2012

## **Цель работы**

Изучить первое начало термодинамики, теорию теплоемкостей, адиабатический процесс в газе; освоить метод определения отношения теплоемкостей и получить численное значение этого отношения.

## **Приборы и принадлежности**

1. Микроманометр.
2. Насос ручной.
3. Труба стеклянная запаянная.

## **Указания по технике безопасности**

Соблюдать осторожность при работе со стеклянными сосудами.

## **Порядок теоретической подготовки к выполнению работы**

Изучить и законспектировать в тетрадь ответы на контрольные вопросы.

## **Контрольные вопросы**

1. Что называют внутренней энергией системы?
2. Дайте термодинамические определения работы и теплоты.
3. Что такое функция состояния, функция процесса? Приведите примеры.
4. Сформулируйте первое начало термодинамики.
5. Дайте определение теплоемкости системы, удельной и молярной теплоемкости. Как они связаны между собой?
6. Что называется числом степеней свободы молекулы?
7. Сформулируйте закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекулы.

8. Какие процессы называются адиабатическими и какими двумя способами их можно осуществить?

9. За счет чего совершается работа при адиабатическом расширении газа?

10. Вывод рабочей формулы.

## **Литература**

1. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высшая школа, 1989. – Гл. 9.

2. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 2003. – § 52–55.

3. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – Т. 2. – М. : Наука, 1990. – Гл. 2.

## **Отчет о лабораторной работе должен содержать:**

1. Цель работы.

2. Приборы и принадлежности к работе.

3. Схему лабораторной установки.

4. Физическую модель.

5. Математическую модель.

6. Таблицы результатов измерений.

7. Результаты расчетов и погрешности.

8. Выводы.

## Введение

Совокупность макроскопических тел, которые обмениваются энергией как между собой, так и с внешней средой, называется *термодинамической системой*. Величины, характеризующие состояние системы (давление, объем, температура и др.) называются *термодинамическими параметрами* системы. Переход системы из одного состояния в другое называется *термодинамическим процессом*.

Термодинамика количественно изучает процессы превращения энергии внутри термодинамической системы, не рассматривая внутреннее строение изучаемой системы и характер движения отдельных ее частиц. Соотношения между разными видами энергии позволяют изучать физические свойства исследуемой системы при самых разнообразных процессах, в которых участвует данная система.

Полная энергия термодинамической системы складывается из кинетической энергии механического движения системы, потенциальной энергии системы во внешнем поле (например, в гравитационном) и внутренней энергии  $U$ , зависящей только от внутреннего состояния системы. Мы будем рассматривать только неподвижные системы, которые не подвержены действию внешних полей. Для таких систем значение полной энергии совпадает со значением внутренней энергии  $U$ .

### **Внутренняя энергия, работа, количество теплоты.**

#### **Первое начало термодинамики**

*Внутренняя энергия* системы  $U$  равна сумме всех видов энергий движения и взаимодействия частиц, составляющих данную систему за вычетом кинетической энергии системы как целого и потенциальной энергии системы во внешнем поле сил. Например, при определении внутренней энергии некоторой массы газа не должна учитываться энергия движения газа вместе с сосудом и энергия, обусловленная нахождением газа в поле сил земного тяготения.

Следовательно, в понятие внутренней энергии включается:

- кинетическая энергия хаотического движения молекул;
- потенциальная энергия взаимодействия между молекулами;
- внутримолекулярная энергия (энергия химических связей, ядерная энергия и т. п.).

Внутренняя энергия – однозначная *функция состояния* системы. Это означает, что в каждом определенном состоянии система имеет определенное значение внутренней энергии, и это значение не зависит от того, посредством каких процессов система приведена в это состояние.<sup>1</sup>

*Обмен энергией* между термодинамической системой и окружающими ее телами может протекать в двух формах:

- 1) макроскопической – в форме *работы*;
- 2) микроскопической – в форме *теплообмена*.

Рассмотрим газ, находящийся в сосуде, закрытом плотно пригнанным поршнем (рис. 1). Газ очень медленно (обратимо) начинает расширяться и перемещает поршень на расстояние  $dx$ , настолько малое, что давление газа  $p$  можно считать в течение процесса расширения неизменным. Газ, действуя на поршень с силой  $F = pS$ , совершает при расширении над поршнем элементарную работу  $dA = Fdx \cos 0 = pSdx$ . Так как  $Sdx$  представляет собой приращение объема газа  $dV$ , то выражение для элементарной работы можно записать следующим образом:

$$dA = p dV. \quad (1)$$

---

<sup>1</sup> Подобно потенциальной энергии в механике, внутренняя энергия может быть количественно определена только с точностью до постоянного слагаемого  $U_0$ , зависящего от выбора «начала отсчета» внутренней энергии, т. е. от выбора состояния, в котором внутреннюю энергию системы принимают равной нулю. Однако значение  $U_0$  несущественно, т. к. в термодинамических расчетах приходится определять не абсолютное значение  $U$ , а не зависящее от величины  $U_0$  изменение этой энергии  $\Delta U$  в различных термодинамических процессах. По той же причине под внутренней энергией обычно понимают те ее составляющие, которые изменяются в рассматриваемых процессах.

Работа, совершаемая газом при конечных изменениях объема, вычисляется путем суммирования элементарных работ:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (2)$$

Геометрический смысл интеграла (2) – площадь на  $p, V$ -диаграмме. Элементарная работа  $dA = p dV$  равна площади выделенного на рис. 2 прямоугольника. Полная работа газа при изменении его объема от  $V_1$  до  $V_2$  равна площади, заштрихованной криволинейной трапецией.

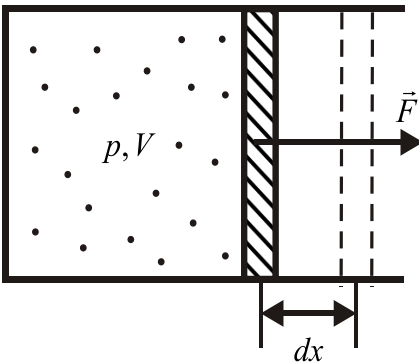


Рис. 1

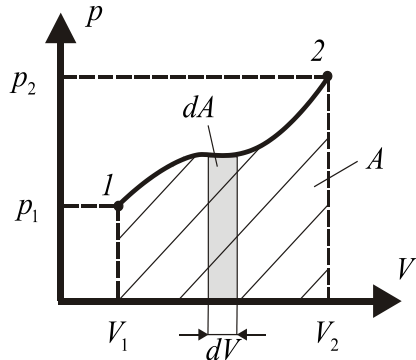


Рис. 2

Из рис. 2 видно, что эта площадь зависит не только от параметров начального и конечного состояний системы, т. е. положения точек  $(p_1, V_1)$  и  $(p_2, V_2)$ , но и от того, как происходит переход, т. е. каким образом изменяется давление при изменении объема (вида кривой  $p = p(V)$ ).

При расширении газа  $dV > 0$  и работа положительна  $dA > 0$ , при сжатии  $dV < 0$  и  $dA < 0$ .

Из курса механики известно, что работа против внешних сил совершается только за счет энергии системы. В нашем случае сосуд с газом покоится, т. е. кинетическая и потен-

циальная энергия рассматриваемой нами термодинамической системы как целого остается неизменной. Поэтому работа против внешних сил совершается только за счет убыли внутренней энергии  $U$  системы.

Работу, совершаемую внешними телами над системой, обозначим буквой  $A'$ . Очевидно, что для одного и того же процесса  $A = -A'$  (это следует из третьего закона Ньютона). Совершение работы над системой приводит к увеличению ее внутренней энергии.

*Работа  $A$* , совершаемая системой над внешними телами, – это количественная мера изменения энергии термодинамической системы при ее переходе из одного состояния в другое. Совершение работы сопровождается перемещением внешних тел (например, поршня), воздействующих на систему. Таким образом, работа представляет собой процесс передачи энергии упорядоченного движения.

*Теплообмен* (или *теплопередачей*) называется такой способ передачи энергии от одного тела другому, который осуществляется без совершения работы. Так, после приведения в контакт двух тел с различной температурой через некоторое время температуры обоих тел выравниваются. Такой процесс может протекать, например, при нагретых стенках сосуда (см. рис. 1), неподвижном поршне и холодном газе. При этом объем газа не изменяется, т. е. работа газа против внешних сил равна нулю. Рассмотренный вид теплообмена называется теплопроводностью. Физическая природа теплопроводности заключается в том, что отдельные молекулы более нагретого тела передают энергию хаотического движения молекулам менее нагретого. Теплопередача может происходить также через излучение (поглощение молекулами тела электромагнитного излучения) и при перемешивании газа (конвекция).

*Количество теплоты* (или просто теплота)  $Q$  – это количественная мера энергии хаотического движения молекул, переданной от одной термодинамической системы другой.



Энергия в виде теплоты может как сообщаться системе ( $dQ > 0$ ), так и отбираться от нее ( $dQ < 0$ ).

Еще раз подчеркнем, что можно говорить о приращении внутренней энергии  $U$ , но нельзя говорить о приращении работы или тепла. Говорят только о количестве последних двух величин в том или ином процессе, т. е.  $A$  и  $Q$  являются *функциями процесса*.<sup>2</sup>

Первое начало термодинамики – это закон сохранения и превращения энергии, примененный к тепловым явлениям. Для изменения внутренней энергии можно записать, что

$$\Delta U = Q - A, \quad (3)$$

где  $Q$  – сообщаемое системе количество теплоты;

$A$  – работа, совершенная системой.

Уравнение (3) можно переписать в виде

$$Q = \Delta U + A \quad (4)$$

или в дифференциальном виде

$$dQ = dU + dA. \quad (5)$$

Уравнения (3) и (4) представляют собой математическую формулировку первого начала термодинамики, которая гласит: *количество теплоты, сообщенное системе, идет на изменение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами.*

---

<sup>2</sup> С точки зрения математики различие функций состояния и функций процесса проявляется в том, что элементарное изменение внутренней энергии термодинамической системы  $dU$  является полным дифференциалом, интеграл от которого по замкнутой траектории дает ноль:  $\oint dU = 0$ . В то же время элементарная работа  $dA$  и элементарное количество теплоты  $dQ$  в общем случае полными дифференциалами не являются, что часто фиксируется посредством специальной символики:  $\delta A$  и  $\delta Q$ . Однако для простоты изложения мы это не учитываем.

## Внутренняя энергия идеального газа

*Идеальным газом* называется такой газ, в котором силы взаимодействия между составляющими его частицами пренебрежимо малы, а сами частицы можно считать материальными точками. При этом столкновения частиц друг с другом и со стенками сосуда происходят по законам абсолютно упругого удара. Физически – это модель маленьких упругих шариков, хаотически движущихся во всем доступном им объеме и взаимодействующих лишь при непосредственном соприкосновении.

Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории идеального газа давление идеального газа определяется кинетической энергией поступательного движения молекул:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle, \quad (6)$$

где  $n$  – концентрация молекул;

$\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну молекулу.

Это уравнение имеет сходство с уравнением Клапейрона–Менделеева, которое является уравнением состояния идеального газа:

$$pV = \nu RT, \quad (7)$$

где  $\nu = \frac{m}{M}$  – количество вещества (число молей).

Преобразуем (7). Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/ моль · К связана с постоянной Больцмана  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К и числом Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> соотношением

$$R = kN_A. \quad (8)$$

Далее используем, что число молекул, содержащихся в  $\nu$  молях газа

$$N = \nu N_A, \quad (9)$$

а концентрация молекул  $n = \frac{N}{V}$ . В итоге приходим к следующей форме уравнением Клапейрона–Менделеева:

$$p = nkT. \quad (10)$$

Сравнивая уравнения (6) и (10), находим

$$\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (11)$$

Из формулы (11) видно, что средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа прямо пропорциональна его абсолютной температуре  $T$ . Следовательно, *молекулярно-кинетический смысл абсолютной температуры газа  $T$  состоит в том, что она служит мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул.*

Молекулы, состоящие из более чем одного атома, могут двигаться не только поступательно, но и совершать колебательные и вращательные движения, которые также связаны с некоторым запасом энергии. Вращательное движение одноатомной молекулы не имеет смысла, т. к. по определению идеального газа такая молекула является материальной точкой, т. е. не имеет размеров. Прежде чем перейти к вопросу об энергиях вращения и колебания молекул, рассмотрим понятие числа степеней свободы молекулы.

Любую молекулу можно рассматривать как физическое тело, состоящее из системы материальных точек (атомов). При описа-

нии движения любого тела необходимо знать его положение относительно выбранной системы координат. Число независимых координат, которые полностью определяют положение тела в пространстве, называется *числом степеней свободы тела*.

Положение материальной точки в пространстве определяется тремя координатами. Поэтому одноатомные молекулы (состоят из одного атома – материальной точки) имеют три степени свободы. Это, например, молекулы аргона  $Ar$ , гелия  $He$  и др.

Жесткие двухатомные молекулы (расстояние между атомами остается неизменным) имеют пять степеней свободы (рис. 3).

Они имеют три поступательные степени свободы ( $i_{\text{пост}} = 3$ ), связанные с поступательным движением вдоль осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , и две

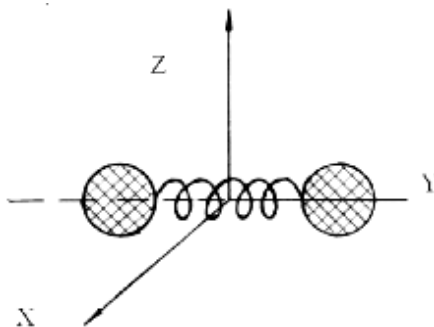


Рис. 3

вращательные степени свободы ( $i_{\text{вр}} = 2$ ), обусловленные вращением вокруг осей  $Ox$  и  $Oz$ . Вращением молекулы вокруг оси  $Oy$  можно пренебречь, т. к. ее момент инерции относительно этой оси пренебрежимо мал (в нашей модели равен нулю). При условиях, близких к нормальным, жесткими двухатомными молекулами являются, например, молекулы водорода  $H_2$  и азота  $N_2$ .

Молекулы, состоящие из трех и более жестко связанных атомов, не лежащих на одной прямой, имеют шесть степеней свободы:  $i_{\text{пост}} = 3$  и  $i_{\text{вр}} = 3$ .

В случае, когда расстояние между молекулами может изменяться (на рис. 3 это схематично изображено в виде пружины), появляются дополнительные колебательные степени свободы. Для двухатомной молекулы – одна колебательная степень свободы вдоль оси  $Oy$ .

Все молекулы, независимо от числа атомов, имеют три поступательные степени свободы. Так как они равноправны между собой, то на основании (11) можно заключить, что на каждую из трех поступательных степеней свободы приходится

в среднем одинаковая энергия:

$$\frac{\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT.$$

В статистической физике доказывается закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы: в состоянии теплового равновесия на каждую вращательную и поступательную степень свободы молекулы приходится в среднем кинетическая энергия, равная  $\frac{1}{2} kT$ , а на колебательную степень свободы –  $kT$ .

Колебательная степень свободы обладает двойной энергетической емкостью, т. к. колеблющаяся молекула обладает как кинетической энергией, так и потенциальной энергией упругой деформации, причем их средние значения равны между собой.

Таким образом, согласно закону о равномерном распределении энергии молекул по степеням свободы, средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (12)$$

где  $i$  – сумма числа поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}}. \quad (13)$$

Говоря о колебательных степенях свободы, нужно отметить, что энергия колебаний становится существенной только при до-

статочно высоких температурах (порядка нескольких тысяч градусов Кельвина). Поэтому для температур порядка комнатной ( $T \approx 300 \text{ K}$ ) под величиной  $i$  имеют в виду сумму числа поступательных и вращательных степеней свободы:  $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}}$ .

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, поэтому его внутренняя энергия складывается из кинетических энергий отдельных молекул:

$$U = N \langle \varepsilon \rangle, \quad (14)$$

где  $N$  – число молекул.

Заменяя в (14) среднюю энергию одной молекулы по формуле (12), а число молекул по формуле (9) и учитывая, что произведение постоянной Больцмана и числа Авогадро дает универсальную газовую постоянную (8), получаем

$$U = \frac{i}{2} \nu RT. \quad (15)$$

Из (15) следует, что *внутренняя энергия идеального газа не зависит от давления и объема, а определяется природой газа и его температурой.*

### **Теплоемкость. Термодинамическое описание процессов в идеальных газах**

*Теплоемкостью* системы (обычно обозначается символом  $C$ ) называется величина, равная количеству теплоты, которое необходимо передать системе для того, чтобы повысить ее температуру на один градус температурной шкалы. Поскольку теплоемкость может быть функцией температуры, то отношение подведенной в систему теплоты к вызванному ею приращению температуры следует брать в дифференциальной форме, т. е.

$$C = \frac{dQ}{dT}, \quad C = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}. \quad (16)$$

*Удельная теплоемкость* ( $c_{\text{уд}}$ ) численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить единице массы вещества, чтобы повысить его температуру на один градус:

$$c_{\text{уд}} = \frac{dQ}{m dT}, \quad [c_{\text{уд}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad (17)$$

где  $m$  – масса вещества.

*Молярная теплоемкость* ( $c$ ) численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить одному молю вещества, чтобы повысить его температуру на один градус:

$$c = \frac{dQ}{\nu dT} = \frac{dQ}{\frac{m}{M} dT}, \quad c = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \quad (18)$$

Теплоемкость  $C$ , удельная теплоемкость  $c_{\text{уд}}$  и молярная теплоемкость  $c$  связаны очевидными соотношениями:

$$c_{\text{уд}} = \frac{c}{M}, \quad (19)$$

$$C = m c_{\text{уд}} = \frac{m}{M} c. \quad (20)$$

Из определения теплоемкости видно, что ее величина зависит от условий передачи теплоты термодинамической системе, т. е. *теплоемкость является функцией процесса*, в котором в термодинамическую систему поступает теплота.

Теплоемкость зависит от условий, в которых происходит нагревание тела. Наибольший интерес представляет молярная теплоемкость газа, когда нагревание происходит при постоянном объеме (обозначается  $c_V$ ) или при постоянном давлении ( $c_p$ ). Чтобы получить выражения для  $c_V$  и  $c_p$ , применим первое начало термодинамики к изопротессам. Напомним, что *изопротессы* – это протессы, при которых один из основных параметров состояния остается постоянным.

*Изохорный* протесс – протесс, протекающий при постоянном объеме. Поскольку в изохорном протессе  $V = \text{const}$  и  $dV = 0$ , то  $dA = p dV = 0$ , т. е. при изохорном протессе газ работу не совершает. Первое начало термодинамики запишется в этом случае в виде соотношения

$$dQ = dU, \quad (21)$$

т. е. в изохорном протессе вся сообщенная газу теплота идет на изменение его внутренней энергии.

Согласно (18) для изохорного протесса

$$dQ = \nu c_V dT. \quad (22)$$

Если газ состоит из молекул, каждая из которых имеет  $i$  степеней свободы, то согласно (15) элементарное изменение внутренней энергии газа

$$dU = \frac{i}{2} \nu R dT. \quad (23)$$

Сопоставляя (22) и (23), получаем выражение для молярной теплоемкости при постоянном объеме:



$$c_V = \frac{i}{2} R. \quad (24)$$

*Изобарный процесс* – процесс, протекающий при постоянном давлении ( $p = \text{const}$ ). Применим первое начало термодинамики к изобарическому процессу:  $dQ = dU + dA$ . Элементарное количество теплоты выразим согласно (18) через молярную теплоемкость при постоянном давлении  $c_p$ :  $dQ = \nu c_p dT$ . При  $p = \text{const}$  элементарную работу  $dA$  с помощью уравнения Клапейрона–Менделеева можно представить следующим образом:

$$dA = p dV = \nu R dT.^3$$

Если далее учесть выражение (23) для элементарного изменения внутренней энергии газа, то первое начало термодинамики преобразуется к виду

$$\nu c_p dT = \frac{i}{2} \nu R dT + \nu R dT.$$

Отсюда находим, что теплоемкость газа при постоянном давлении

$$c_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (25)$$

Сравнивая выражения (24) и (25), получим соотношение между молярными теплоемкостями при изобарном и изохорном процессах:

---

<sup>3</sup> Из полученного выражения для  $dA$  вытекает *физический смысл универсальной газовой постоянной*  $R$ .  $R = \frac{dA}{\nu dT}$ , т. е. универсальная газовая постоянная  $R$  численно равна работе изобарного расширения 1 моля идеального газа при нагревании его на 1 К.

$$c_p - c_V = R. \quad (26)$$

Соотношение (26) называется *уравнением Майера*. Оно показывает, что молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении больше его молярной теплоемкости при постоянном объеме на величину универсальной газовой постоянной.  $c_p > c_V$ , т. к. в изобарном процессе, в отличие от изохорного, теплота, сообщаемая газу, расходуется не только на изменение его внутренней энергии, но также и на совершение газом работы.

*Изотермический* процесс – процесс, протекающий при постоянной температуре. Поскольку в изотермическом процессе  $T = \text{const}$  и  $dT = 0$ , то согласно (15)  $dU = 0$ , т. е. в изотермическом процессе внутренняя энергия газа остается неизменной. Первое начало термодинамики для изотермического процесса записывается в виде

$$dQ = dA, \quad (27)$$

т. е. передаваемая газу теплота полностью идет на совершение газом работы. Поэтому при изотермическом процессе теплоемкость газа равна бесконечности:

$$c_T = \frac{dQ}{dT} = \frac{dQ}{0} = \infty.$$

### Адиабатный процесс

*Адиабатическим (адиабатным)* называется процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окружающей средой ( $dQ = 0$ ). Теплоемкость газа в адиабатическом процессе

равна нулю:  $C = \frac{dQ}{dT} = 0$ . Адиабатический процесс можно ре-

лизовать и при отсутствии хорошей теплоизоляции. Практически адиабатический процесс осуществляется при достаточно быстром расширении или сжатии газа, так что теплообмен между газом и внешней средой не успевает произойти. Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса следует, что

$$dA = -dU, \quad (28)$$

т. е. работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Из выражения (27) следует, что при адиабатическом расширении газа ( $dV > 0$ ) происходит охлаждение газа ( $dT < 0$ ), а при адиабатическом сжатии газа ( $dV < 0$ ) – нагревание ( $dT > 0$ ).

Уравнение, связывающее два параметра газа, например давление и объем, в адиабатическом процессе, называют уравнением Пуассона, и оно имеет следующий вид:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (29)$$

где  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  – показатель адиабаты.<sup>4</sup>

График, изображающий адиабатический процесс, называют *адиабатой*. На  $p, V$ -диаграмме адиабата изображается кривой, похожей на изотерму, но идущей круче (рис. 4), т. к.  $\gamma > 1$  (поскольку  $c_p > c_v$ ).

Это и понятно, т. к. при адиабатном расширении газ совершает работу за счет его внутренней энергии, и его

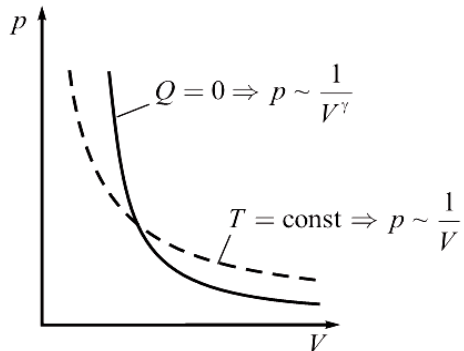


Рис. 4

<sup>4</sup> Вывод уравнения (28) приведен на странице 22.

температура падает, что еще больше уменьшает давление по сравнению с изотермическим расширением.

Все рассмотренные процессы являются частными случаями *политропического процесса*, который протекает при постоянной теплоемкости и описывается уравнением

$$PV^n = \text{const} , \quad (30)$$

где  $n = \frac{C_P - C}{C_V - C}$  называется показателем политропы.

Возможные значения показателя политропы находятся в пределах  $-\infty \leq n \leq +\infty$ . Ниже приводятся его значения для рассмотренных процессов:

$$n = \pm\infty \quad \text{при } V = \text{const} (C = C_V);$$

$$n = 0 \quad \text{при } P = \text{const} (C = C_P);$$

$$n = 1 \quad \text{при } T = \text{const} (C = \pm\infty);$$

$$n = \gamma \quad \text{при } dQ = 0 \left( C = 0, \gamma = \frac{C_P}{C_V} \right).$$

### **Классическая теория теплоемкости идеального газа**

Рассмотренная теория теплоемкости идеального газа называется классической. Согласно этой теории (см. (24) и (25)) теплоемкости  $C_V$  и  $C_P$  определяются только числом и характером степеней свободы идеального газа. Т. е. в модели идеального газа, например, все газы, молекулы которых состоят из двух атомов, независимо от их температуры, давления, массы молекул, химических свойств, молярных масс и т. д., имеют одни и те же значения  $C_V$  и  $C_P$ .

На рис. 5 приведена экспериментальная зависимость  $C_V$  от температуры для двухатомного газа. Как видно из рисунка, теплоемкость не зависит от температуры только в пределах

отдельных температурных интервалов. Причем в различных интервалах теплоемкость имеет значения, соответствующие различному числу степеней свободы молекулы. Так, на участке  $1-1'$   $c_V = \frac{3}{2}R$ . Это означает, что молекула ведет себя как система, обладающая только поступательными степенями свободы. На участке  $2-2'$   $c_V = \frac{5}{2}R$ , следовательно, при температурах, соответствующих этому участку, у молекулы, в дополнение к проявляющимся при более низких температурах, к трем поступательным степеням свободы добавляются еще две – вращательные. Наконец, при достаточно больших температурах  $c_V = \frac{7}{2}R$ , что свидетельствует о наличии при этих температурах колебаний молекулы.

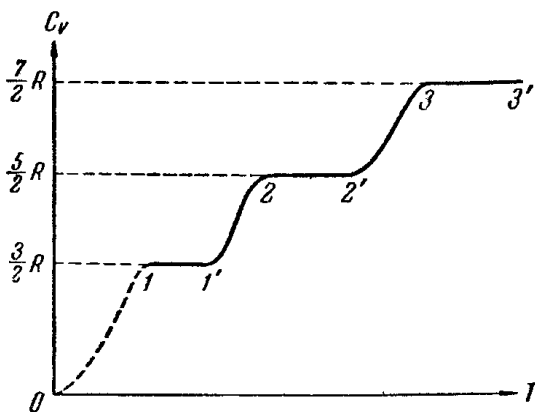


Рис. 5

В промежутках между указанными интервалами теплоемкость монотонно растет с ростом температуры, т. е. соответствует как бы переменному числу степеней свободы. Объяснение такого поведения дается квантовой механикой. Как устанавливает квантовая теория, энергия вращательного и ко-

леба-тельного движения молекул оказывается квантованной. Это означает, что энергия вращения и энергия колебания молекулы могут иметь не любые значения, а только дискретные (т. е. отдельные, отличающиеся друг от друга на конечную величину) значения. Следовательно, энергия, связанная с этими видами движения, может меняться только скачками, что и наблюдается на опыте.

### Вывод уравнения адиабаты

Воспользовавшись уравнением Клапейрона–Менделеева (2) и выражением для молярной теплоемкости при постоянном объеме (24), формулу (10) для внутренней энергии можно переписать в виде

$$U = \frac{C_V}{R} pV.$$

Учитывая далее уравнение Майера (26) и определение показателя адиабаты получаем

$$U = \frac{pV}{\gamma - 1}.$$

Отсюда элементарное изменение внутренней энергии

$$dU = \frac{d pV}{\gamma - 1} = \frac{pdV + Vdp}{\gamma - 1}.$$

Подставляя это выражение в (27) и учитывая выражение (1) для элементарной работы, имеем

$$pdV = -\frac{pdV + Vdp}{\gamma - 1}$$

или

$$\gamma p dV + V dp = 0.$$

Умножая обе части последнего уравнения на  $V^{\gamma-1}$ , получаем в левой части полный дифференциал

$$\gamma p V^{\gamma-1} dV + V^{\gamma} dp = d p V^{\gamma} = 0.$$

В результате приходим к уравнению Пуассона (29):

$$p V^{\gamma} = \text{const.}$$

Используя уравнение Менделеева–Клапейрона, уравнение Пуассона можно переписать в виде связи между другими параметрами состояниями газа в адиабатическом процессе

$$T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}; \quad (31)$$

$$T V^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (32)$$

### **Описание установки и вывод рабочей формулы**

Прибор для определения отношения  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  состоит из стеклянного баллона Б, микроманометра М и насоса Н (рис. 6).

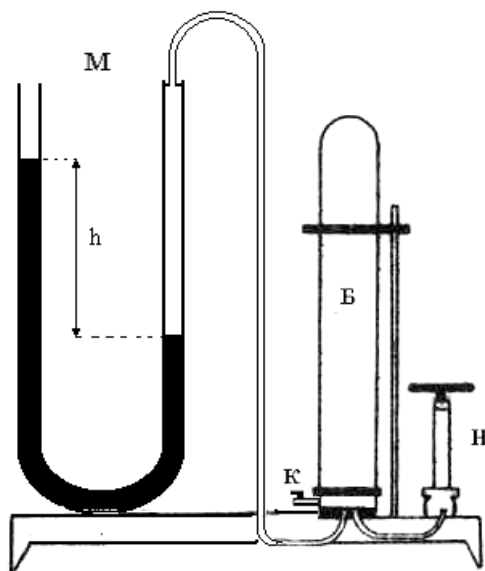


Рис. 6

Микроманометр предназначен для измерения избыточного над атмосферным давлением в баллоне. Кран К перекрывает сообщение баллона с атмосферой. Если закрыть кран К и накачать дополнительно воздух в баллон, то давление  $p$  в нем станет выше атмосферного  $p_0$  на величину, пропорциональную разности уровней жидкости в манометре  $h$ . Примем данное состояние за начальное. На диаграмме в координатах  $(p, T)$  (рис. 7) этому состоянию соответствует точка 1, в которой параметры системы принимают значения  $T_1, p_1, V$ . Если открыть кран К на короткое, но достаточное для выравнивания давления в баллоне с атмосферным время, а затем закрыть его снова, то произойдет адиабатный процесс, в результате которого давление в баллоне Б упадет до внешнего давления  $p_0$ , а температура примет значение  $T_2$ . Этому состоянию соответствуют параметры  $T_2, p_0, V$  (точка 2 на рис. 7). Используя соотношение (31) процесс адиабатического расширения газа будем описывать уравнением



$$T_1 \rho_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 \rho_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \text{или} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \quad (33)$$

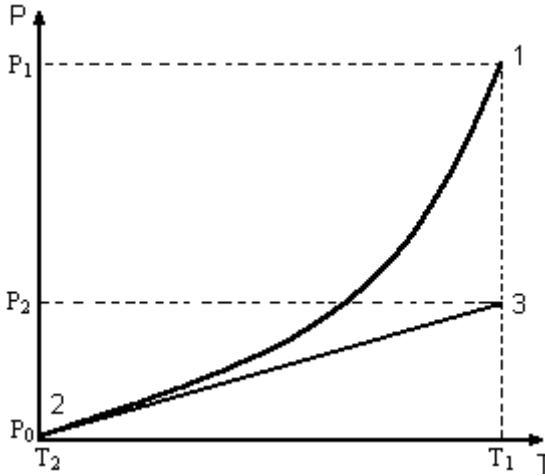


Рис. 7

После закрытия крана температура газа в баллоне в течение 2–3 минут повышается и выравнивается с внешней температурой  $T_1$ , а давление повышается до  $p_2$ . Этот процесс протекает изохорно, и его ход можно описать законом Шарля:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_2}{p_0}. \quad (34)$$

Конечное состояние газа имеет параметры  $T_1, p_2, V$  (точка 3 на рис. 7). Из уравнения (33) и (34) следует соотношение

$$\frac{p_2}{p_0} = \left( \frac{\rho_0}{\rho_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}. \quad (35)$$

Преобразовав уравнение (35), можно записать равенство

$$p_2 = p_0^\Gamma p_1^{\frac{\Gamma-1}{\Gamma}}. \quad (36)$$

Поскольку  $p_1 = p_0 + \rho g h_1$  и  $p_2 = p_0 + \rho g h_2$ , где  $h_1$  и  $h_2$  разности уровней жидкости в манометре в состояниях 1 и 3 ( $\rho$  – плотность жидкости в манометре), то, подставив значения  $p_1$  и  $p_2$  в (36), получим соотношение

$$p_0 + \rho g h_2 = p_0^\Gamma (p_0 + \rho g h_1)^{\frac{\Gamma-1}{\Gamma}}. \quad (37)$$

Разделив левую и правую части (37) на  $p_0$ , получим:

$$1 + \frac{\rho g h_2}{p_0} = \left(1 + \frac{\rho g h_1}{p_0}\right)^{\frac{\Gamma-1}{\Gamma}}. \quad (38)$$

Прологарифмируем уравнение (38)

$$\ln\left(1 + \frac{\rho g h_2}{p_0}\right) = \frac{\Gamma-1}{\Gamma} \ln\left(1 + \frac{\rho g h_1}{p_0}\right). \quad (39)$$

Избыточное давление в баллоне  $\rho g h$  намного меньше внешнего давления  $p_0$ , поэтому отношение  $\rho g h / p_0 \ll 1$ . А т. к.  $\ln(1+x) \approx x$  при условии, что  $x \ll 1$ , то уравнение (39) можно переписать в виде

$$\frac{\rho g h_2}{p_0} = \left(\frac{\Gamma-1}{\Gamma}\right) \frac{\rho g h_1}{p_0}. \quad (40)$$

После необходимых сокращений получим уравнение

$$h_2 = h_1 \frac{\Gamma - 1}{\Gamma}. \quad (41)$$

Из этого уравнения получаем рабочую формулу

$$\Gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (42)$$

### Порядок выполнения работы

1. Закрыть кран К. С помощью насоса Н создать в баллоне такое давление, чтобы разность уровней жидкости в коленях манометра  $h$  была равна примерно 25–30 см. Давление необходимо повышать осторожно, чтобы жидкость не выплеснулась из манометра. Подождать 3–4 минуты, пока газ в баллоне охладится, снять показание манометра  $h_1$  и занести его табл. 1.

2. Открыть кран К примерно на 1 с и затем закрыть. Подождать 3–4 мин пока охладившийся после адиабатического расширения газ не нагреется до комнатной температуры. Снять показания манометра  $h_2$  и занести в табл. 1.

3. Повторить измерения по пп. 1–2 не менее четырех раз. Данные занести в табл. 1.

Таблица 1

№	$h_1$	$h_2$	$\gamma_i$	$\Delta\gamma =  \gamma - \gamma_i $
1				
2				
3				
4				
5				
–	–	–	$\bar{\gamma} =$	$\Delta\bar{\gamma} =$

4. Используя рабочую формулу  $\gamma = h_1/(h_1 - h_2)$ , рассчитать значения  $\gamma$  для пяти случаев.

5. Рассчитать наиболее вероятное значение  $\bar{\Gamma}$  как среднее арифметическое всех измерений.

6. Рассчитать абсолютную ошибку определения  $\gamma$  как среднее арифметическое значение отклонений от среднего:

$$\Delta\bar{\Gamma} = \sum |\bar{\Gamma} - \bar{\Gamma}_j| / n.$$

7. Найти относительную ошибку измеряемой величины:

$$\epsilon = \frac{\Delta\bar{\Gamma}}{\bar{\Gamma}} \cdot 100 \% .$$

8. Записать окончательный результат в виде

$$\gamma = \bar{\Gamma} \pm \Delta\gamma.$$

9. Сделать выводы.

Учебное издание

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ АДИАБАТЫ  
ДЛЯ ВОЗДУХА**

Методические указания  
к лабораторной работе № 111

Составители :

**ТРОФИМЕНКО** Евгений Евгеньевич  
**КНЯЗЕВ** Михаил Александрович  
**КОНОНОВА** Татьяна Сидоровна  
**ШЕДЕНКОВ** Сергей Игнатьевич

Редактор *В. О. Кутас*  
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 17.09.2012. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная. Ризография.  
Усл. печ. л. 1,63. Уч.-изд. л. 1,27. Тираж 100. Заказ 420.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.