

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ЗОНЕ КОНТАКТА ИНСТРУМЕНТА И ЗАГОТОВКИ ПРИ БЛОЧНОЙ ОБРАБОТКЕ ПЛОСКИХ ЛИНЗ

Лагутина М.А.

Научный руководитель – Юринок В.И., к.т.н., доцент

Как известно, при блочной обработке плоских линз по методу свободного притирания интенсивность съема припуска с заготовки, согласно гипотезы Ф.Престона [1], можно представить в виде $U = kvpt$,

где k – коэффициент, зависящий от условий обработки; v – скорость скольжения инструмента относительно произвольно выбранной точки на обрабатываемой поверхности заготовки; p – давление в зоне контакта; t – время.

Целью работы является получение формул для математического моделирования изменения давления в зоне контакта инструмента и заготовки.

Для анализа влияния параметра p в приведенной выше формуле на процесс обработки рассмотрим формулу $p = \frac{F}{S}$. В процессе обработки происходит изменение давления в связи с выходом детали за край инструмента. Для того чтобы получить закон, по которому происходит данное изменение, проанализируем рис. 1, на котором изображено сопряжение инструмента и заготовки после некоторого смещения.

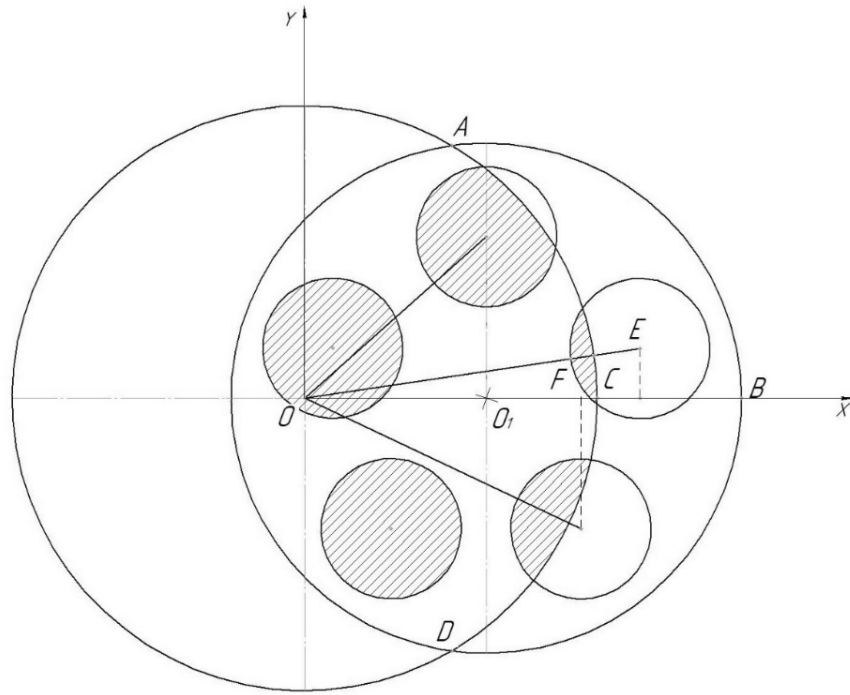


Рисунок 1. Схема обработки плоских линз при блочной обработке.

Из анализа этого рисунка видно, что $R_u = OC$ (радиус инструмента), $R_d = O_1C$ (радиус заготовки). Площадь сопряжения инструмента и заготовки зависит от параметра $e = OO_1$, который будет изменяться от $(R_u - R_d)$ до R_u . Площадь контакта будем находить с помощью двойного интеграла [2]:

$$S_k = \pi R_d^2 \iint dS,$$

Введем прямоугольную систему координат Oxy , расположенную как показано на рис.1. Поскольку площадь выхода заготовки за край инструмента ограничена дугой ABD в виде окружности радиусом R_d и дугой DCA в виде окружности радиусом R_u и состоит из двух одинаковых площадей S_{ABC} и S_{DCB} , то можно перейти к полярной системе координат. Окружности, ограничивающие область интегрирования, задаются уравнениями:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = R_u^2 \\ (x - e)^2 + y^2 = R_d^2 \end{cases} \quad (1)$$

После перехода к полярной системе координат получаем пределы изменения полярного радиуса $R_u < r < \sqrt{e^2 (\cos^2 \varphi - 1) + R_d^2} + e \cos \varphi$.

Для определения пределов изменения полярного угла φ необходимо решить систему (1) и найти координаты точки пересечения двух окружностей (x^*, y^*) , так как область ограничена прямой, которая проходит через начало координат и вышеназванную точку.

$$x^* = \frac{R_u^2 - R_d^2 + e^2}{2e}$$

Прямая OE наклонена на угол α от оси Ox , т.е.

$$\alpha = \arccos \frac{x^*}{R_u}$$

Следовательно, пределы изменения полярного угла $0 \leq \varphi \leq \alpha$. С учётом вышеизложенного формула для нахождения площади контакта примет вид:

$$S_k = \pi R_d^2 - 2 \int_0^\alpha \left(\int_{R_u}^{\sqrt{e^2(\cos^2 \varphi - 1) + R_d^2} + e \cos \varphi} \rho d\rho \right) d\varphi$$

Аналогичным образом можно найти зависимость площади контакта инструмента и блока заготовок. ($r_d = EF$). Рассмотрим это на примере одной детали на заготовке радиус которой $r_d = EF$.

Площадь контакта будет зависеть от параметра $m = OE$, который будет изменяться от $0 \leq m \leq (R_u + r_d)$. При этом значения r_d должны быть в пределах $0 \leq r_d \leq \sin \frac{360^\circ}{2n} R_v$, где R_v - радиус окружности, от которой зависит расположение деталей на заготовке, n - число деталей.

Если параметр m изменяется в пределах $0 \leq m \leq R_u$, то площадь соприкосновения будет находиться по формуле:

$$S_k = \pi r_d^2 - 2 \int_0^\alpha \left(\int_{R_u}^{\sqrt{e^2(\cos^2 \varphi - 1) + R_d^2} + e \cos \varphi} \rho d\rho \right) d\varphi$$

Если параметр m изменяется в пределах $R_u \leq m \leq (R_u + r_d)$, то площадь соприкосновения будет находиться по формуле:

$$S_k = 2 \int_0^\alpha \left(\int_{R_u}^{\sqrt{e^2(\cos^2 \varphi - 1) + R_d^2} + e \cos \varphi} \rho d\rho \right) d\varphi$$

Численные расчеты проводились в математическом пакете Mathcad 15 PRO.

На основе вышеизложенного можно сделать вывод, что выполненное математическое моделирование позволяет определить давление в непрерывно изменяющейся по величине зоне контакта инструмента и заготовки при обработке блока оптических деталей по методу свободного притирания [3]. В результате выявлена неравномерность распределения давления в исследуемой зоне контакта инструмента и детали. Зная закономерность изменения этого давления, представляется возможным, используя формулу Ф. Престона, более точно рассчитать интенсивность съема припуска с заготовки в процессе формообразования высокоточных линз.

Литература

1. Preston E.W.// Journal of the Society Technology. – 1927. – N.11. – P. 214–256.
2. Математика для инженеров. Т.2/ Под ред. Н.А. Микулика. Мн., 2006.
3. Козерук А.С. Формообразование прецизионных поверхностей. Мн.: ВУЗ-ЮНИТИ, 1997, 176 с.