

ПАРАДОКС ЗЕНОНА КАК ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА

Федюкова М.С., Гаврилова В.В.

Научный руководитель – Михайлова Н.В., к.ф.н., доцент

Сущность и сила математического знания в его доказательности. Потому многие исследователи развитие науки исчисляют именно с момента появления в философии и математике Древней Греции знания, основанного на дедуктивном способе доказательства теорем, что делало их достоверными и неопровержимыми. В рамках высокой античной философии сформировалось математическое теоретическое знание.

История развития математики показывает, что, начиная с некоторого этапа, оно становится невозможным без философского сопровождения, так как именно философия позволяет преодолеть существенные затруднения и многочисленные парадоксы, с которыми сталкивается научное знание. Так, например, философские истоки понятия предела, разработанного математически строго в работах Коши, понятий актуальной и потенциальной бесконечности, получивших обоснование в работах Г. Кантора, можно обнаружить уже у Аристотеля и других древнегреческих философов.

Утверждение о том, что при сложении конечного количества раз конечных величин получается конечная величина, доказательства не требует и даже может быть наглядно продемонстрировано. Но то, что, если складывать бесконечное количество конечных величин, можно получить конечную величину, вовсе не очевидно, и уже требует математического доказательства, что в свое время и было сделано, например, в математическом анализе и теории рядов.

Среди многих древнегреческих философских школ именно элеаты в своей философии впервые критически подошли к обсуждению математической проблемы бесконечных величин, заострив тем самым вопрос точности и строгости математических понятий. Они впервые поставили перед математикой фундаментальный вопрос «Как следует мыслить континуум: неделимым, единым или делимым до бесконечности? дискретным или непрерывным?» Причем это относится и к числам, и к геометрическим объектам (линии, плоскости). Классическим образцом здесь выступает апория Зенона «Дихотомия», в которой он анализирует математическое понятие «множество».

Суть апории «Дихотомия» (с древнегреческого «деление пополам») состоит в доказательстве невозможности движения, так как для преодоления любого расстояния (отрезка пути) требуется отсчитывание бесконечного множества «середин» отрезков: отрезок делится пополам, половины снова пополам и так далее до бесконечности.

Но, изучив теорию рядов в рамках университетского курса высшей математики, мы знаем, что построенный таким образом числовой ряд будет сходиться как ряд бесконечно убывающей геометрической прогрессии (с основанием $q = 1/2$, которое меньше 1), и его сумма равна 1: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + \dots = 1$. Тем самым, очевидно, что правила, справедливые математически для конечного, сохраняют свою силу и в бесконечном, то есть, бесконечный ряд не только сходится к конечной сумме, но и сумма оказывается равной тому значению, что подсказывают нам опыт и логика.

Парадоксальность апорий Зенона вытекает из понимания того, что бесконечная делимость не есть бесконечная величина, то есть пространство (и время) делимы до бесконечности потенциально, но не поделены до бесконечности актуально. Рассуждения Зенона основаны на невозможности мыслить завершённую (актуальную) бесконечность. В дальнейшем различные попытки решения проблемы были предприняты Г. Кантором, С.А. Богомолловым и другими выдающимися математиками в области математического анализа и теории множеств.

Из анализа апории Зенона можно сделать следующий вывод: развитие математического и философского знания идет в тесной взаимосвязи и нуждается одно в другом. Именно критическая функция философии исторически способствовала переосмыслению многих математических понятий, задач и парадоксов, давая эвристический толчок математическому творчеству учёных. Поэтому междисциплинарный «союз математики и философии» исторически оправдан и полезен.

Литература

1. Гайденко П. История греческой философии в ее связи с наукой. – М.: ПЕР СЭ; СПб.: Университетская книга, 2000. – 319 с.
2. Канке В.А. Философия математики, физики, химии, биологии. – М.: КНОРУС, 2011. – 368 с.
3. Режим доступа: http://www.vixri.ru/d/a_mat/Nestandartnyj%20analiz.pdf [Электронный ресурс].