

## ПОРОЖДЕННЫЕ ПОДГРАФЫ

Шумчик Владислав, Мильто Алексей

Научные руководители: Катковская И.Н., кандидат физ-мат наук, доцент.  
Цыбулько О.Е., лицей БНТУ, учитель математики.

### Цель работы:

- Исследовать свойства попарно неизоморфных порождённых подграфов и их количество.
- Найти интересные методы решения задачи для вычисления числа попарно неизоморфных порождённых подграфов.

### Задачи:

1. Исследовать, для каких графов  $G$  выполняется равенство  $\chi(G) = \chi(\overline{G})$
2. Доказать, что для любого графа  $G$  справедливо равенство  $\theta(G) = \theta(\overline{G})$  где  $G$  – простой граф, а  $\overline{G}$  — его дополнение, рассмотреть равенство  $\eta(G) = \eta(\overline{G})$ . Если данное равенство не выполняется для любого графа, найти все пары неизоморфных графов  $G$  5-го порядка, для которых  $\eta(G) = \eta(\overline{G})$ .
3. Пусть  $G$  и  $H$  – вершино-непересекающиеся графы. Доказать или опровергнуть, что если  $\chi(G) = \chi(H)$ , то  $\chi(G^2) = \chi(H^2)$ .
4. Найти значения величин  $\chi(G)$  и  $\chi(\overline{G})$ , где  $G$  – граф трёхмерного куба и граф октаэдра.



Рис. Граф куба (слева) и граф октаэдра (справа)

5. Рассмотреть граф  $K_l$  – звезда порядка  $l \geq 1$ , найти  $\chi(K_l)$  и  $\chi(\overline{K_l})$ .

6. Пусть  $P_n$  – простая цепь порядка  $n$ ,  $n \leq 10$ . Найти значения  $\chi(P_n)$ ,  $\chi(P_n)$ .
7. Исследовать граф  $H$  на условие  $|H| \leq |G|$ ,  $\chi(H) \leq \chi(G)$  и

$$|E(H)| \geq \frac{|G| \cdot (|G| - 1)}{4} \quad (*)$$

*Предмет исследования:* подграфы

*Объект исследования:* графы

### Полученные результаты:

- Доказано, что условие  $\chi(G) \leq \chi(G)$  выполняется тогда и только тогда, когда граф  $G$  является полным.
  - Показано, что равенство  $\theta(G) = \theta(\bar{G})$  справедливо для любого графа  $G$ .
- Равенство  $\eta(G) = \eta(\bar{G})$  выполняется не для любого графа  $G$ .

Количество пар всех попарно неизоморфных графов  $G$  порядка не выше 5, для которых  $\eta(G) = \eta(\bar{G})$ , равно трём.

- Доказано, что при выполнении условия  $\theta(G) = \theta(H)$  не всегда выполняется условие  $\chi(G^2) = \chi(H^2)$ .
- Количества попарно неизоморфных связных и несвязных порождённых подграфов для графа куба и графа октаэдра взаимно просты соответственно.
- Получены формулы для нахождения количества попарно неизоморфных связных и несвязных порождённых подграфов для графа звезды порядка  $l + 1$ :  $\chi(G) = 2l$ ;  $\eta(G) = l + 1$ .
- Найдены значения параметров  $\chi(P_n)$  для графа простой цепи  $n$ , где  $1 \leq n \leq 10$ .
- Доказано, что условие  $(*)$  выполняется для любого полного графа  $G$  и пустого графа  $H$  с одинаковым количеством вершин.

### Литература

1. Мельников О.И. «Теория графов в занимательных задачах». Изд. 3-е, испр. и доп. — М.: Либроком, 2009. — 232 с.2.
2. Харари Ф. Теория графов / Харари Ф. — М.: Мир, 1973. — 300 с.