УДК 621.3

Исследование несимметричных режимов трёхфазных цепей с изолированной нейтралью

Назаркин Н.А.
Научный руководитель Розум Т.Т., к. т. н, доцент

Условия симметрии в трёхфазных цепях с изолированной нейтралью могут не выполняться в силу различных причин. В результате происходит смещение потенциала нейтральной точки *n* приёмника относительно центра треугольника линейных напряжений, и симметрия фазных напряжений нарушается.

Рассмотрим простую методику графоаналитического исследования режимов работы трёхфазной цепи. Класс решаемых задач ограничен случаем, когда:

$$\underline{Z}_A = m z e^{j\varphi};\ m = \text{var};\ \varphi = \text{var};\ \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = Z e^{j\alpha} = \text{const}.$$

Выражение напряжения смещения нейтрали

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}$$

после подстановки комплексных ЭДС и проводимостей, несложных преобразований и нормирования приводится к виду:

$$\underline{U}'_{nN} = \frac{\underline{U}_{nN}}{E} = \frac{e^{-j\varphi} - m e^{-j\alpha}}{e^{-j\varphi} + 2 m e^{-j\alpha}}. \qquad (1)$$

Для дальнейшего анализа вводим величину $\Delta = \varphi - \alpha$. Подставляя в (1) вместо угла α разность $\varphi - \Delta$, получим:

$$\underline{U}'_{nN} = \frac{1 - m e^{-j\Delta}}{1 + 2 m e^{-j\Delta}}. \qquad (2)$$

На основании (2) можно построить на комплексной плоскости два семейства кривых, параметрами которых будут значения переменных $m = \frac{Z_A}{Z}$ и $\Delta = \varphi - \alpha$ (рисунок 1). Для упрощения построений целесообразно преобразовать (2), выделив действительную и мнимую части:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Re}\underline{U}'_{nN} &= \frac{1 - 2m^2 + m\cos\Delta}{1 + 4m^2 + 4m\cos\Delta}; \\ \operatorname{Im}\underline{U}'_{nN} &= -\frac{3m\sin\Delta}{1 + 4m^2 + 4m\cos\Delta}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

По формулам (3) построим семейства кривых: первое удовлетворяет условию *m* = const, а второе – Δ = const. Кривые *m* = const представляют собой окружности, центры которых расположены на вещественной оси комплексной плоскости. При *m* = 0,5 окружности вырождаются в прямую линию, параллельную мнимой оси и проходящую через точку 0,25. Когда Δ стремится к ±180°, точка *n* уходит в бесконечность, т. е. UnN и фазные напряжения приобретают бесконечно большие значения. В реальных цепях условие $\Delta = 180°$ не достижимо, поэтому все напряжения конечны, хотя и испытывают резкое увеличение. Физически оно объясняется резонансными явлениями.

Характер кривых *m* = const свидетельствует, что они могут быть описаны на комплексной плоскости уравнением окружности

$$\underline{U}'_{nN}(m,\Delta)=K(m)+R(m)e^{j\,f(\Delta)}.$$

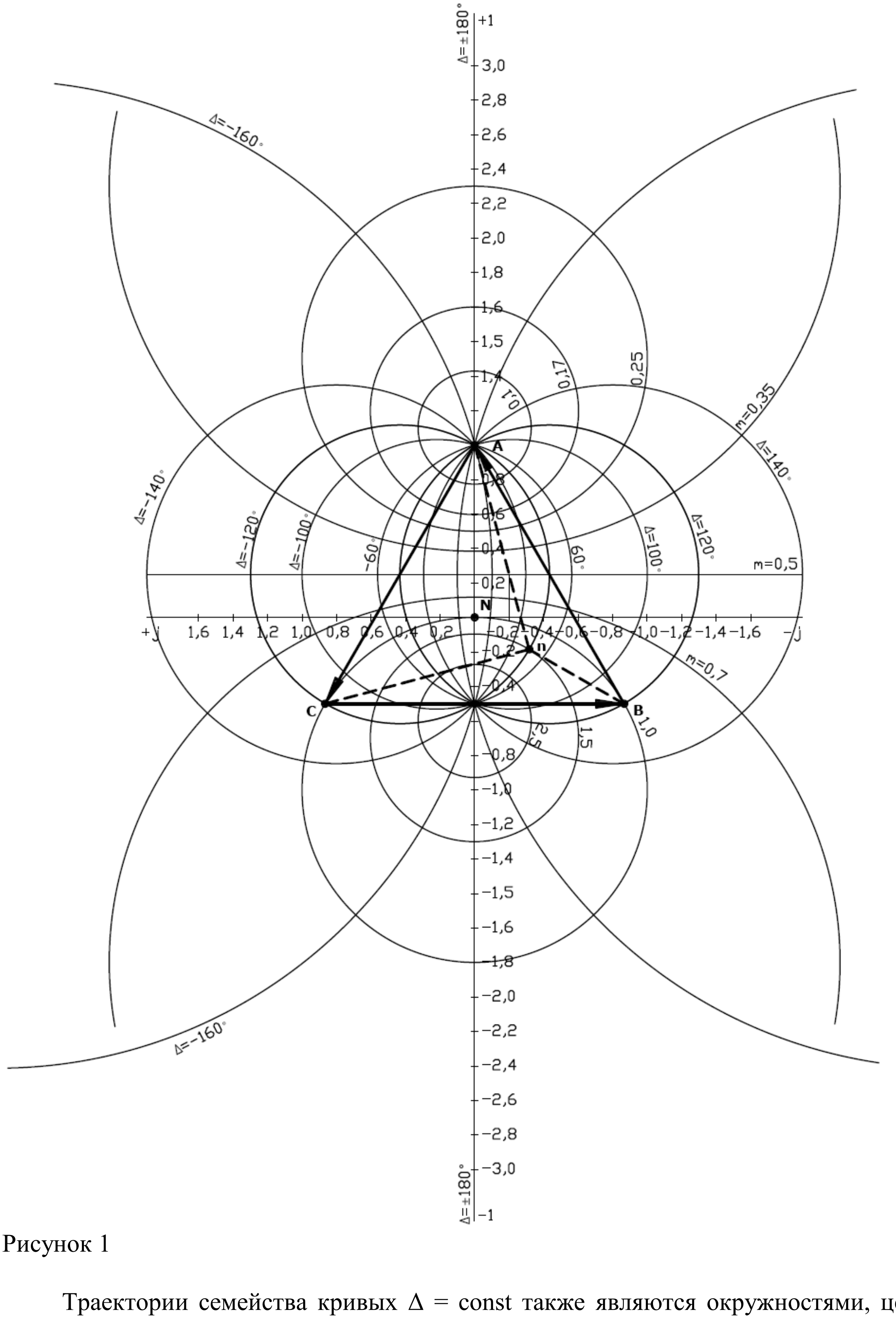

Рисунок 1

Траектории семейства кривых Δ = const также являются окружностями, центры которых расположены на прямой, проходящей через точку +0,25 параллельно мнимой оси. С возрастанием Δ радиусы окружностей увеличиваются. Кривые Δ = const описываются уравнением

$$\underline{U}'_{nN}(m,\Delta)=\underline{K}_1(\Delta)+R_1(\Delta)e^{j\,f_1(\Delta)}.$$

Для определения $K(m)$, $R(m)$, $\underline{K}_1(\Delta)$, $R_1(\Delta)$ применим искусственный приём, основанный на геометрических соотношениях между радиусом окружности, координатой её центра и координатами характерных точек траектории.

На рисунке 2 показаны две траектории, соответствующие некоторым значениям m и Δ, и отмечены точки с координатами: $\underline{U}'_{nN}(m, 0°)$, $\underline{U}'_{nN}(m, 180°)$ и $\underline{U}'_{nN}(0{,}5, \Delta)$.

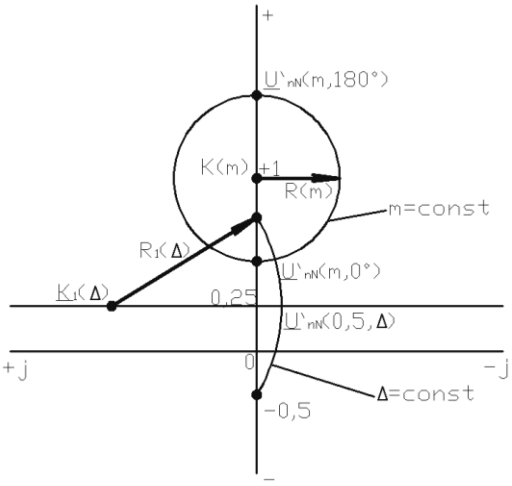

Рисунок 2

Искомые величины связаны с координатами точек соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} K(m) &= \frac{\underline{U}'_{nN}(m, 180°) + \underline{U}'_{nN}(m, 0°)}{2}; \\ R(m) &= \frac{\left|\underline{U}'_{nN}(m, 180°) - \underline{U}'_{nN}(m, 0°)\right|}{2}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

для окружностей семейства m = const, а для окружностей семейства Δ = const соотношениями:

$$\left.\begin{aligned} &\left|\operatorname{Im}\underline{K}_1(\Delta) - \operatorname{Im}\underline{U}'_{nN}(0{,}5, \Delta)\right| = R_1(\Delta); \\ &\left[\operatorname{Im}\underline{K}_1(\Delta)\right]^2 + 0{,}75^2 = R_1^2(\Delta). \end{aligned}\right\}$$

Решая последние соотношения относительно искомых величин, получим:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Im}\underline{K}_1(\Delta) &= \frac{\operatorname{Im}^2\underline{U}'_{nN}(0{,}5;\ \Delta) - 0{,}5625}{2\operatorname{Im}\underline{U}'_{nN}(0{,}5;\ \Delta)}; \\ R_1(\Delta) &= \frac{\operatorname{Im}^2\underline{U}'_{nN}(0{,}5;\ \Delta) - 0{,}5625}{2\left|\operatorname{Im}\underline{U}'_{nN}(0{,}5; \Delta)\right|}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

В соответствии с (2)

$$\left.\begin{aligned} &\underline{U}'_{nN}\left(m, 0^\circ\right) = \frac{1-m}{1+2m}; \\ &\underline{U}'_{nN}\left(m, 180^\circ\right) = \frac{1-m}{1+2m}; \\ &\operatorname{Im}\underline{U}'_{nN}(0{,}5; \Delta) = -\frac{0{,}75\sin\Delta}{1+\cos\Delta}. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Подставляя выражения (6) в (4) и (5), получим формулы для определения радиусов окружностей и их центров:

$$R(m) = \frac{3m}{\left|1-4m^2\right|};\; K(m) = \frac{1+2m^2}{1-4m^2} \qquad (7)$$

$$R_1(\Delta) = \frac{0{,}75}{\left|\sin\Delta\right|};\; \operatorname{Im}\underline{K}_1(\Delta) = 0{,}75\operatorname{ctg}\Delta. \qquad (8)$$

Формулы (7) и (8) позволяют построить оба семейства окружностей с желаемым шагом параметров m и Δ, пользуясь лишь циркулем.

Приведенная диаграмма (рисунок 1) даёт наглядное представление о совместном влиянии m и Δ на режим работы несимметричной трёхфазной цепи, у которой в двух фазах включены одинаковые сопротивления. Диаграмма позволяет аналитический расчет заменить графическим, сводящимся к измерению необходимых расстояний. В качестве примера рассмотрим следующую задачу:

$U_{\text{л}} = 500$ В; $\underline{Z}_A = 150e^{j30^\circ}$ Ом; $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 100e^{-j30^\circ}$ Ом.

Нейтральная точка n (рисунок 1) определяется пересечением окружностей $m = \dfrac{Z_A}{Z} = 1{,}5$ и $\Delta = \varphi - \alpha = 60^\circ$. Измеряя расстояния от точки n до вершин и центра треугольника линейных напряжений, находим нормированные значения фазных напряжений и напряжения смещения нейтрали:

$U'_a = 1{,}27$; $U'_b = 0{,}64$; $U'_c = 1{,}21$; $U'_{nN} = 0{,}375$.

Абсолютные значения напряжений:

$U_a = U'_a \dfrac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = 366{,}7$ В; $U_b = U'_b \dfrac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = 184{,}8$ В; $U_c = U'_c \dfrac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = 349{,}3$ В; $U_{nN} = U'_{nN} \dfrac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = 108{,}3$ В.