

## **РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ АРОК ПО МКЭ: ВЫБОР ДИСКРЕТНОЙ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ**

**Самец О. В., Каллаур А. Р.**

Научный руководитель – Юркова К. В.

Белорусский национальный технический университет  
г. Минск, Беларусь

**Аннотация.** В данной статье отражены результаты численного исследования напряженного состояния статически неопределимых арок. Даются рекомендации по выбору дискретной расчетной схемы метода конечных элементов.

### **Введение**

Основная система при расчете арок по методу перемещений должна представлять собой набор прямых стержней постоянного сечения. Поэтому на расчетной схеме криволинейную арку разбивают по длине на ряд прямолинейных участков, переходя, таким образом, к расчету ломаного стержня. Для обеспечения достаточной точности расчета число участков по длине арки приходится брать достаточно большим [1].

Цель данной работы – определение количества участков разбиения статически неопределимой арки необходимого для достижения приемлемой точности расчета. В данной работе также излагаются результаты проведения численных исследований влияния соотношения стрелы подъема арки к длине ее пролета  $f/l$  на внутренние усилия в сечениях статически неопределимых арок.

Объектом исследования являются статически неопределимые бесшарнирная и двухшарнирная арки нагруженные симметрично.

Расчет будем вести методом конечных элементов (МКЭ) с использованием программно-вычислительного комплекса Лира [2].

Для сравнительного анализа принимаем следующие параметры арки:

- ось арки очерчена по квадратной параболе:  $y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$ ,

где длина пролета  $l=20\text{м}$ ;

- стрела подъема  $f$ : 1м, 2м, 3м, 5м, 7м.
- $q=10\text{кН/м}$ ,  $EI=15*10^4 \text{ кН*м}^2$ ,  $EA=15*10^3\text{кН}$ .

Число участков разбиения арки  $n$  принимаем: 8, 12, 16, 30, 40, 50.

а) Рассмотрим бесшарнирную арку. Расчетная схема показана на рис. 1.

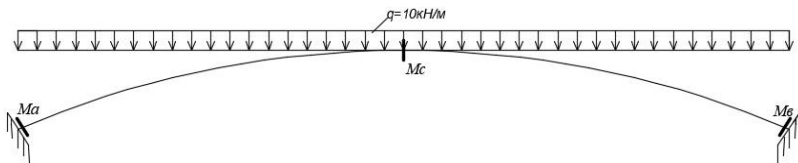


Рисунок 1. – Расчетная схема бесшарнирной арки

Результаты расчета бесшарнирной арки занесены в таблицу 1.

Таблица 1. – Изгибающие моменты в сечениях бесшарнирной арки, кН

$f/l \backslash n$	8	12	16	30	40	50
1/20	$M_A=-179$ $M_B=-179$ $M_C=86,7$	$M_A=-178$ $M_B=-178$ $M_C=88,1$	$M_A=-178$ $M_B=-178$ $M_C=88,6$	$M_A=-177$ $M_B=-177$ $M_C=89$	$M_A=-177$ $M_B=-177$ $M_C=89,1$	$M_A=-177$ $M_B=-177$ $M_C=89,1$
2/20	$M_A=-6,7$ $M_B=-6,7$ $M_C=33,3$	$M_A=-74,4$ $M_B=-74,4$ $M_C=35,5$	$M_A=-3,5$ $M_B=-73,5$ $M_C=36,3$	$M_A=-72,8$ $M_B=-72,8$ $M_C=37$	$M_A=-72,6$ $M_B=-72,6$ $M_C=37,2$	$M_A=-72,6$ $M_B=-72,6$ $M_C=37,2$
3/20	$M_A=-0,7$ $M_B=-0,7$ $M_C=14,5$	$M_A=-38$ $M_B=-38$ $M_C=17$	$M_A=-37$ $M_B=-37$ $M_C=17,9$	$M_A=-36,1$ $M_B=-36,1$ $M_C=18,7$	$M_A=-36$ $M_B=-36$ $M_C=18,9$	$M_A=-35,9$ $M_B=-35,9$ $M_C=18,9$
5/20	$M_A=-8,3$ $M_B=18,3$ $M_C=2,6$	$M_A=-15,4$ $M_B=-15,4$ $M_C=5,4$	$M_A=-4,4$ $M_B=-14,4$ $M_C=6,3$	$M_A=-13,5$ $M_B=-13,5$ $M_C=7,2$	$M_A=-13,3$ $M_B=-13,3$ $M_C=7,7$	$M_A=-13,2$ $M_B=-13,2$ $M_C=7,6$
7/20	$M_A=-11,7$ $M_B=-11,7$ $M_C=-1,0$	$M_A=-8,2$ $M_B=-8,2$ $M_C=1,8$	$M_A=-7,8$ $M_B=-7,8$ $M_C=2,8$	$M_A=-6,9$ $M_B=-6,9$ $M_C=3,7$	$M_A=-6,7$ $M_B=-6,7$ $M_C=3,8$	$M_A=-6,6$ $M_B=-6,6$ $M_C=3,9$

На рис. 2 показано, как изменяется величина изгибающего момента в ключевом сечении арки в зависимости от соотношения  $f/l$  при различных значениях  $n$ .

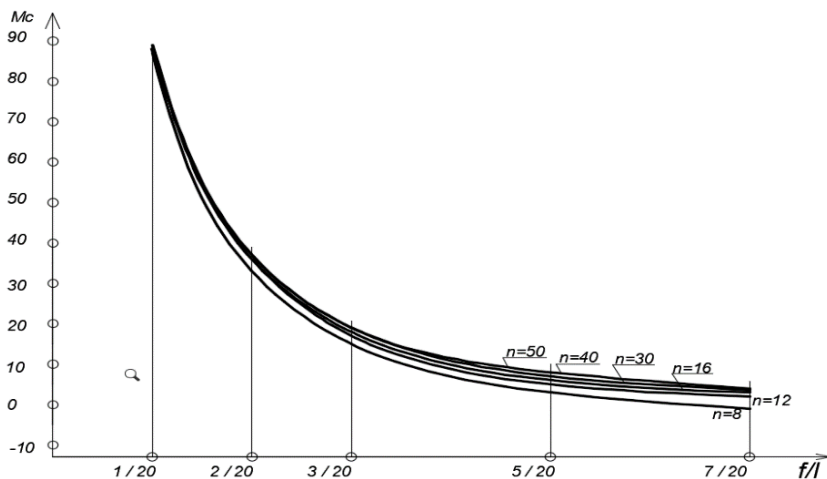


Рисунок 2. – Диаграмма « $M_c - f/l$ » для бесшарнирной арки

Были сопоставлены результаты расчета бесшарнирной арки на соседних итерациях. Различия между изгибающими моментами в процентном соотношении занесены табл. 2.

Таблица 2. – Обработка результатов расчета бесшарнирной арки, %

$\frac{n}{f/l}$	8÷12	12÷16	16÷30	30÷40	40÷50
1/20	1,62%	0,57%	0,45%	0,11%	0%
2/20	6,61%	2,25%	1,93%	0,54%	0%
3/20	17,24%	5,29%	4,47%	1,07%	0%
5/20	105,36%	18,10%	16,42%	6,24%	1,32%
7/20	154,95%	54,39%	32,03%	2,63%	2,63%

б) Рассмотрим двухшарнирную арку. Расчетная схема показана на рис. 3.

Результаты расчета бесшарнирной арки занесены в табл. 3.

На рис. 4 отражена зависимость « $M_c - f/l$ » для двухшарнирной арки при различных значениях  $n$ .

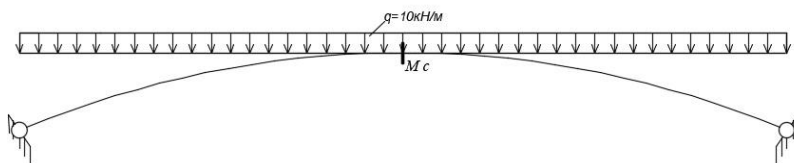


Рисунок 3. – Расчетная схема двухшарнирной арки

Таблица 3. – Изгибающие моменты в сечениях двухшарнирной арки, кН

$\frac{n}{f/l}$	8	12	16	30	40	50
1/20	$M_c=75,6$	$M_c=77,7$	$M_c=78,5$	$M_c=79,2$	$M_c=79,3$	$M_c=79,3$
2/20	$M_c=16,3$	$M_c=19,6$	$M_c=20,7$	$M_c=21,7$	$M_c=21,9$	$M_c=22,0$
3/20	$M_c=2,3$	$M_c=5,9$	$M_c=7,2$	$M_c=8,3$	$M_c=8,5$	$M_c=8,6$
5/20	$M_c=-8,48$	$M_c=-4,52$	$M_c=-3,15$	$M_c=-2,74$	$M_c=-2,67$	$M_c=-2,64$
7/20	$M_c=-16,1$	$M_c=-11,8$	$M_c=-10,3$	$M_c=-9,0$	$M_c=-8,74$	$M_c=-8,63$

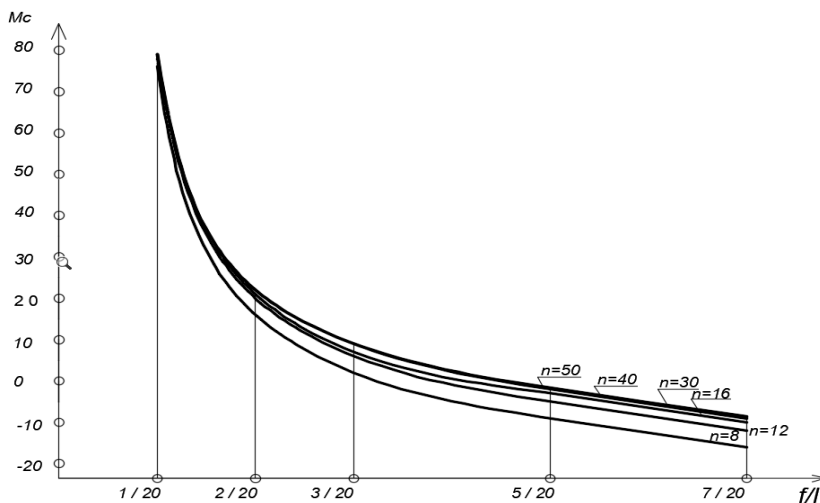


Рисунок 4. – Диаграмма « $M_c - f/l$ » для двухшарнирной арки

Результаты расхождений на смежных итерациях для двухшарнирной арки занесены в табл. 4.

Таблица 4. – Обработка результатов расчета для двухшарнирной арки, %

$n$ $f/l$	8-12	12-16	16-30	30-40	40-50
1/20	2,78%	1,03%	0,89%	0,13%	0%
2/20	20,25	5,61	4,83	0,92	0,46
3/20	156,52	22,03	15,28	2,41	1,18
5/20	87,61	43,49	14,96	2,62	1,31
7/20	36,44	14,56	13,41	2,97	1,27

### Закключение

Путем численного моделирования расчета статически неопределимых арок доказано, что при расчете по методу перемещений или по МКЭ достаточное количество участков разбиения может не превышать  $n=50$ , но не должно быть меньше  $n=30$ .

Так же показано, что изгибающие моменты снижаются по мере увеличения отношения стрелы к пролету, и наоборот.

### Литература

5. Борисевич, А. А. Строительная механика: учебное пособие для вузов /А. А. Борисевич, Е. М. Сидорович, В. И. Игнатюк – Минск: БНТУ, 2009. – 756 с.

6. Программа Лири 9.2. Руководства пользователя. Основы: учебное пособие/ Е.Б. Стрелец-Стрелецкий [и др.] – Киев: издательство «Фант», 2005 - 140 с.