УДК 539.3

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В МЕСТЕ ОПИРАНИЯ БАЛОЧНОЙ ШАРНИРНО-ОПЕРТОЙ ПЛИТЫ НА СТЕНУ

Скачёк П. Д.
Научный руководитель – Босаков С. В.
Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Беларусь

Аннотация. В статье рассматривается решение контактной задачи для шарнирного узла опирания балочной плиты перекрытия. Основная цель заключается в определении напряженного состояния области опирания плиты на стену.

Введение

Для удовлетворения функционального назначения зданий и сооружений, конструкции несущего остова зданий и сооружений должны быть запроектированы надежными, долговечными и экономичными. При этом особое внимание при проектировании уделяется местам опирания конструкций, т.е. так называемым узлам сопряжения одних строительных элементов с другими. Как известно, места опирания конструкций являются концентраторами напряжений. Поэтому задача определения напряженно-деформированного состояния контактных зон конструкций имеет важное практическое значение с точки зрения выполнения инженерных конструкторских расчетов.

Примером таких узлов являются места опирания балок и плит на стены. В настоящее время эпюра распределения напряжений в области контакта балок и плит принимается в нормативных документах треугольной либо трапециевидной, в зависимости от глубины опирания конструкции. Однако, реальное распределение контактных напряжений имеет криволинейный характер. От установленных контактных напряжений зависит расчетный пролет балок и плит, а также усилия, возникающие во внутренних сечениях конструкций. К тому же величина реактивных давлений влияет на подбор материалов стен.

Решаемая задача относится к классу контактных задач, решение большинства из которых сводится к решению интегральных уравнений. С инженерной точки зрения рассматриваемая задача есть расчет конструкций на упругом основании.

Постановка задачи и теория расчета

Исследуется напряженно-деформированное состояние шарнирных узлов опирания балочной плиты на стены. Определяются реактивные давления в местах контакта плиты и стен, а также величина контактной зоны.

При этом принимается:

– для плиты считаются справедливыми гипотезы изгиба [1];

– не учитывается касательная составляющая полного напряжения в месте контакта;

– стены рассматриваем как упругие четвертьплоскости;

– связи между основанием и плитой односторонне, работающие только на сжатие.

Данную задачу рассчитываем методом Б.Н. Жемочкина [2, 3]. Для этого область контакта упругого основания и плиты условно разбивается на участки равной длины (участки Жемочкина). В середине каждого участка ставятся вертикальные жесткие связи, через которые осуществляется контакт плиты с упругой четвертьплоскостью. Считается, что усилие в связи вызывает равномерно распределенные контактные напряжения по ширине участка. В центре пролета балки вводится защемление. Полученную статически неопределимую систему решаем смешанным методом строительной механики, где за основные неизвестные приняты усилия в связях Жемочкина и перемещения (угол поворота и вертикальное перемещение) во введенном в середине пролета плиты защемлении (рис. 1).

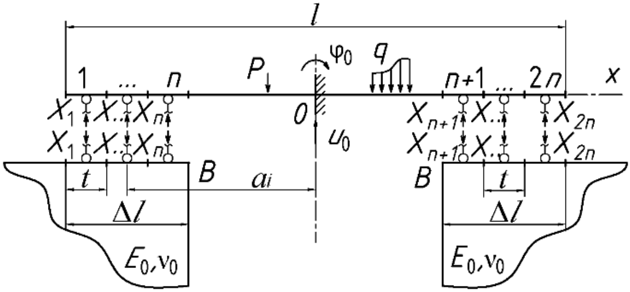

Рисунок 1. – Расчетная схема балочной плиты

На рис. 1 введены следующие обозначения: l – конструктивная длина плиты; Δl – величина зоны опирания плиты; t – длина участка Жемочкина; n – число участков Жемочкина; X_i – неизвестные усилия в связях Жемочкина; φ_0, u_0 – неизвестные перемещения во введенном защемлении; P, q – внешняя нагрузка; E_0, ν_0 – модуль деформаций и коэффициент Пуассона упругой четвертьплоскости.

Для нахождения основных неизвестных смешанного метода составляется система канонических уравнений, матричная форма которой имеет вид [4]:

$$\mu A\vec{x} + \vec{\Delta}_P = 0, \tag{1}$$

где A – матрица коэффициентов при неизвестных; $\vec{x} = \{x_i, u_0, \varphi_0\}$ – вектор-столбец неизвестных; $\vec{\Delta}_P$ – вектор-столбец свободных членов; $\delta_{i,j}$ – коэффициенты при неизвестных в связях Жемочкина; u_0, φ_0 – неизвестные перемещения в защемлении; n – число участков Жемочкина; μ – коэффициент, вычисляемый:

$$\mu = \frac{2\left(1-\nu_0^2\right)}{\pi E_0}, \tag{2}$$

где E_0 – модуль деформаций основания; ν_0 – коэффициент Пуассона основания.

Коэффициенты при неизвестных усилиях в связях Жемочкина определяются по формуле:

$$\delta_{i,j} = \xi W_{i,j} + V_{i,j} , \tag{3}$$

где $W_{i,j}$ – вертикальное перемещение точки i плиты от действия вертикальной единичной силы, приложенной в точке j; $V_{i,j}$ – перемещение точки i поверхности упругой четвертьплоскости от действия единичной силы, приложенной в точке j и распределенной по участку Жемочкина; ξ – показатель гибкости, зависящий от соотношения жесткостей плиты и основания [2].

Единичные перемещения балочной плиты $W_{i,j}$ определяются известными методами строительной механики (например, путем перемножения единичных эпюр) [4].

Показатель гибкости [2]:

$$\xi = \frac{\pi E_0 b l^3}{12 E_b I_b} \cdot \frac{1-\nu_b^2}{1-\nu_0^2} , \tag{4}$$

где E_b, I_b, ν_b – модуль упругости, момент инерции, коэффициент Пуассона балочной плиты; $b = 1$ м – ширина выделяемой полосы из состава перекрытия.

Вертикальные перемещения точек грани упругой четвертьплоскости $V_{i,j}$ определяются выражением, полученным в работах К.В. Дмитриевой [5, 6]. При этом данные перемещения являются относительными и определяются относительно вершины четвертьплоскости (т. B).

Далее решаем систему уравнений (1):

$$\vec{x} = -\frac{1}{\mu} A^{-1} \vec{\Delta}_P . \tag{5}$$

Положительные компоненты вектора $\vec{x}$ соответствуют усилиям сжатия в связях Жемочкина, а отрицательные – усилиям растяжения. При шарнирном опирании конструкции появление усилий растяжений в связях Жемочкина говорит об отрыве конструкции от основания, поэтому для определения контактной зоны необходимо поочередно удалять растянутые стержни, т.е. выключать их из работы, с последующим пересчетом вектора (5) на каждой итерации. Признаком окончания итерационного процесса являются положительные компоненты вектора $\vec{x}$.

Отметим, что найденная величина контактной зоны в значительной мере зависит от показателя гибкости ξ.

Для численного исследования напряженно-деформированного узла опирания рассматривалась железобетонная многопустотная плита марки П60-15 по Серии 1.141-1 Вып. 2 «Панели перекрытий железобетонные многопустотные», опирающаяся по концам на бетонную стену. $l = 5{,}98$ м – длина плиты, $E_b = E_0 = 29$ ГПа, $\nu_b = \nu_0 = 0{,}18$ – механические характеристики материалов железобетонной плиты и стены.

Заключение

1. Предложен итерационный алгоритм определения контактной зоны узла опирания балочной шарнирно-опертой плиты при решении задачи методом Б.Н. Жемочкина.
2. Основное влияние на размеры зоны контакта оказывает соотношение жесткостей опираемой конструкции и основания. Принимая плиту абсолютно жесткой наибольшее реактивное давление возникает у края опираемой конструкции, что подтверждается теоретическим решением Александрова В.М.
3. Учет местных деформаций в плите увеличивает контактную зону опирания.

Литература

1. Александров, А.В. Сопротивление материалов: учеб.для вузов/ А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин; под ред. А.В. Александрова. – 2-е изд. испр. – М.:Высш.шк., 2000. – 560 с.
2. Горбунов-Посадов, М.И. Расчет конструкций на упругом основании / М.И. Горбунов-Посадов, Т.А. Маликова, В.И. Соломин. – 3-

е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1984. – 680 с.
3. Жемочкин, Б.Н. Практические методы расчетов фундаментных балок и плит на упругом основании / Б.Н. Жемочкин, А.П. Синицын. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Госстройиздат, 1962. – 240 с.
4. Борисевич, А.А. Строительная механика: учебное пособи для вузов / А.А. Борисевич, Е.М. Сидорович, В.И. Игнатюк. – 2 изд., перераб. – Минск: БНТУ, 2009. – 756 с.
5. Дмитриева, К.В. Контактная задача для штампа на упругом клине со свободными гранями/ К.В. Дмитриева // Вестник БНТУ. – 2010. – №4. – С.24-29.
6. Дмитриева, К.В. Расчет нелинейно-упругой гибкой стенки в упругом основании: автореф. дис…. канд. техн.наук: 05.23.17 / К.В. Дмитриева; Бел.нац.техн.ун-т. – Минск, 2017. – 26с.