

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ФОРМЫ СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ БАЛКИ, СОДЕРЖАЩЕЙ МАГНИТОРЕОЛОГИЧЕСКИЙ ЭЛАСТОМЕР

асп. ¹Маевская С.С., д. ф.-м. н. ²Михасев Г.И.

¹*Витебский государственный университет им. П.М. Машерова, Витебск*

²*Белорусский государственный университет, Минск*

Тонкостенные слоистые элементы (оболочки, пластины, балки) имеют широкий спектр применения во многих инженерных сооружениях, таких как воздушные и космические транспортные средства, подводные объекты, автомобили и т.п. ([1], [2]). Виброзащита тонкостенных конструкций, испытывающих внешние колебательные нагрузки, является предметом большого практического интереса для механиков. Появление группы новых композитных материалов с активными и адаптивными свойствами, называемых «интеллектуальными» материалами, открывает новые возможности для решения многих проблем.

Магнитореологический эластомер (МРЭ) это «интеллектуальный» материал, упругие свойства которого изменяются в зависимости от величины приложенного магнитного поля ([3], [4]). Он состоит из магнитных частиц в деформированной полимерной матрице. Возможность управления вязкопластическими и вязкоупругими свойствами МРЭ в широком диапазоне позволяет использовать его в устройствах виброзащиты.

Одним из методов виброзащиты тонкостенных конструкций является использование в качестве промежуточного материала электро-реологических или магнитореологических сред. Расчет таких многослойных структур является сложной задачей для механиков, которые занимаются разработкой новых методов активного и полуактивного гашения строительных вибраций. Большинство работ по подавлению вибраций многослойных тонкостенных конструкций были сделаны для случая, когда прослойка «интеллектуальных» материалов являлась жидкостью ([5], [6], [7], [8]). Тем не менее, эластомеры обладают преимуществом по сравнению с жидкостями: при низком уровне поля они способны сохранять необходимую геометрическую форму.

Оптимальное отношение плотности магнитных частиц, модуль сдвига, вязкость и время отклика являются неотъемлемыми характеристиками «интеллектуального» материала [4]. Хотя достаточно много работ посвящено изучению свойств МРЭ и эластомеров (см., например, [4], [9], [10], [7]), есть всего несколько исследований с динамическим расчетом адаптивной сэндвич балки, пластин и оболочек, содержащих МРЭ в качестве наполнителя вязкоупругой прослойки. Это объясняется тем, что реакция композитной конструкции содержащей МРЭ существенно зависит от отношения масштаба времени управляющего сигнала ко времени реакции МРЭ и динамических характеристик контролируемой конструкции ([11], [12]). Именно поэтому большинство авторов изучали адаптивную структуру сэндвича, когда приложенное магнитное поле было стационарным относительно времени. Необходимо также указать отсутствие универсальной и удовлетворительной теории тонких слоистых оболочек, пластин и балок, собранных на основе МРЭ.

Комплексный модуль сдвига для МРЭ определяется экспериментально на различных уровнях индуцированного магнитного поля. Для упрощения основных уравнений приведенный комплексный модуль Юнга и модуль сдвига вводятся для целого сэндвича. Принцип затухания колебаний обсуждается в статье на примере трехслойной балки с адаптивным магнитореологическим материалом. Свободные и вынужденные колебания балки изучаются при стационарном магнитном поле.

Целью данной работы является исследование возможности эффективного воздействия постоянного магнитного поля на формы свободных и вынужденных колебаний трехслойной балки, содержащей магнитореологический эластомер.

Рассмотрим трехслойную балку, у которой внешние слои не восприимчивы к магнитному полю, а внутренний слой представляет собой МРЭ (см. рис. 1). Здесь w^* – нормальный прогиб балки, x – координата на срединной линии балки, L – длина балки, b – ширина балки, h_1, h_3 – толщины несущих слоев, h_2 – толщина МРЭ. Направления координатных осей указаны на рисунке 1

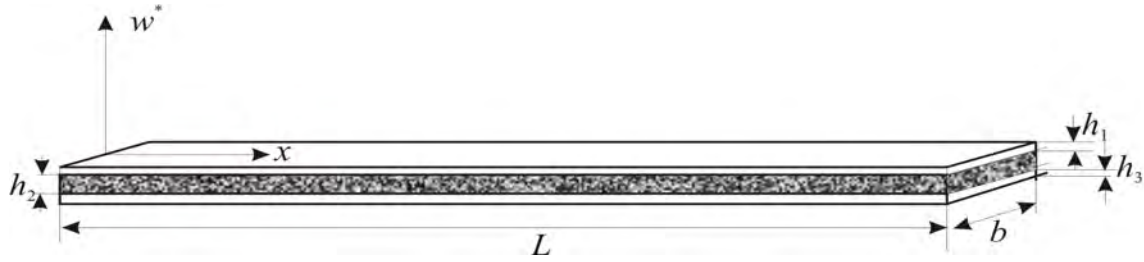


Рисунок 1. — Трехслойная балка, содержащая магнитореологический эластомер.

Для исследования движения балки используем уравнения, которые как частный случай, получаются из уравнений движения многослойной цилиндрической оболочки приведенных в работе [13], с граничными условиями:

$$\left(1 - \frac{\theta h^2}{\beta} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \chi + \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \chi = f, \quad w = \left(1 - \frac{h^2}{\beta} \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \chi. \quad (1)$$

Здесь D – приведенная цилиндрическая жесткость всего пакета, $h = h_1 + h_2 + h_3$ – суммарная толщина балки, h_1, h_3 – толщины несущих упругих слоев, h_2 – толщина внутреннего вязкоупругого слоя, изготовленного из МРЭ, ρ – приведенная плотность «сэндвича», χ – функция перемещений, w – нормальный прогиб балки, x – продольная координата, t – время, θ, β – параметры, зависящие от индукции магнитного поля и характеризующие приведенную жесткость балки (в частности параметр β характеризует жесткость балки на поперечные сдвиги), f – интенсивность внешней нагрузки (в общем случае зависящей от координаты x и времени t). В нашем случае D, θ, β – комплекснозначные параметры, зависящие от индукции B внешнего магнитного поля [14]. Если магнитное поле является нестационарным и неоднородным, то данные параметры – функции времени t и координаты x . В качестве граничных условий рассмотрим условия шарнирного опирания, которые в терминах функции перемещений имеют вид:

$$\chi = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} = 0 \text{ при } x = 0, L. \quad (2)$$

Рассмотрим свободные колебания, для которых в (1) положим $f=0$. С учетом граничных условий (2) собственные формы колебаний задаются функцией:

$$\chi_n^*(x, t^*) = \sin \lambda_n x e^{i \omega_n t^*}, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (3)$$

где ω_n искомая комплексная частота колебаний, а $\lambda_n = \pi n / L$. Подстановка (3) в уравнения (1) приводит к простому соотношению для комплексной частоты колебаний:

$$\omega_n = \lambda_n^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h} \cdot \frac{\beta + \theta h^2 \lambda_n^2}{\beta + h^2 \lambda_n^2}}. \quad (4)$$

Пусть теперь на балку действует внешняя нагрузка интенсивности

$$f = \rho F_0(x) e^{i \Omega t^*}, \quad (5)$$

где Ω – частота вынужденных колебаний.

Здесь решение уравнения (1) с граничными условиями (2) находятся в виде:

$$\chi^*(x, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\lambda_n x) q_n(t^*) \quad (6)$$

где $q_n(t)$ – так называемые обобщенные координаты системы.

Подстановка (6) в уравнение (1) с последующим разложением функции (5) в ряд Фурье приводит к уравнению:

$$\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{2\beta}{Lh(\beta + h^2 \lambda_n^2)} \int_0^L e^{i\Omega t^*} F_0(x) \sin \lambda_n x dx \quad (7)$$

Частное решение уравнения (7) имеет вид:

$$q_n(t) = \frac{2\beta}{Lh(\beta + h^2 \lambda_n^2)} N_n e^{i\Omega t^*} \left(\omega_n^2 - \Omega^2 \right)^{-1}, \quad (8)$$

где $N_n = \int_0^L e^{i\Omega t^*} F_0(x) \sin \lambda_n x dx$ - обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате $q_n(t)$.

Общее решение уравнений (1), соответствующее вынужденным изгибным колебаниям при силовом воздействии (5), имеет вид:

$$\chi^*(x, t^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n e^{i\omega_n t^*} + \frac{2\beta}{Lh(\beta + h^2 \lambda_n^2)} \cdot \frac{N_n}{\omega_n^2 - \Omega^2} e^{i\Omega t^*} \right] \sin(\lambda_n x). \quad (9)$$

Здесь A_n – произвольные комплексные числа, которые находятся из начальных условий.

Показателем эффективности гашения вынужденных колебаний любой механической системы, подвергаемой действию внешней периодической силы, является амплитудно-частотная характеристика. Изучим зависимость максимальной амплитуды вынужденных колебаний балки

$$A = \sqrt{w_c^2 + w_s^2} \quad (10)$$

от частоты Ω внешней периодической силы при различной интенсивности магнитного поля. В (10) приняты следующие обозначения:

$$w_c = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N_n \left(\bar{\omega}_n^2 - \alpha_n^2 - \Omega^2 \right)}{\left(\bar{\omega}_n^2 - \alpha_n^2 - \Omega^2 \right)^2 + 4\bar{\omega}_n^2 \alpha_n^2}, \quad w_s = 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N_n \bar{\omega}_n \alpha_n}{\left(\bar{\omega}_n^2 - \alpha_n^2 - \Omega^2 \right)^2 + 4\bar{\omega}_n^2 \alpha_n^2},$$

где $\bar{\omega}_n = \text{Re } \omega_n$, $\alpha_n = \text{Im } \omega_n$.

Пример. В качестве примера рассмотрим трехслойную балку с параметрами $h_1 = h_3 = 0,0005$ м; $h_2 = 0,01$ м; $L = 1$ м; $\nu_1 = \nu_3 = 0,4$; $\nu_2 = 0,42$; $E_1 = E_3 = 1,5 \cdot 10^9$ Па; $\rho_1 = \rho_3 = 1,4 \cdot 10^3$ кг/м³ в случае, когда внутренний слой изготовлен из МРЭ плотностью $\rho_2 = 2,650 \cdot 10^3$ кг/м³. Для определения E_2 и G_2 были использованы результаты экспериментально установленных зависимостей этих параметров от индукции магнитного поля [15].

На рис. 2 и 3 показаны зависимости собственной частоты и декремента колебаний, соответствующие различным модам, от интенсивности магнитного поля.

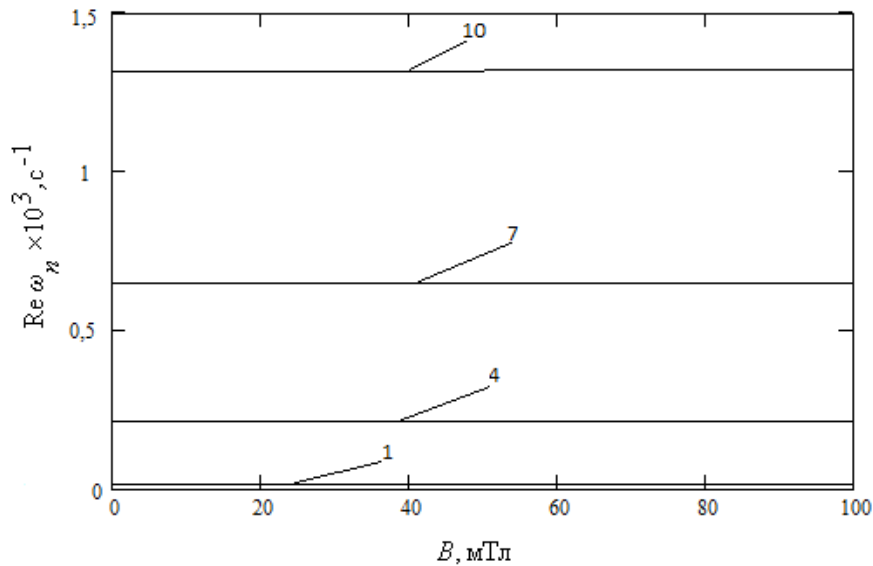


Рисунок 2. — Собственные частоты $Re \omega_n$ для мод с 1, 4, 7 и 10 числом волн в балке

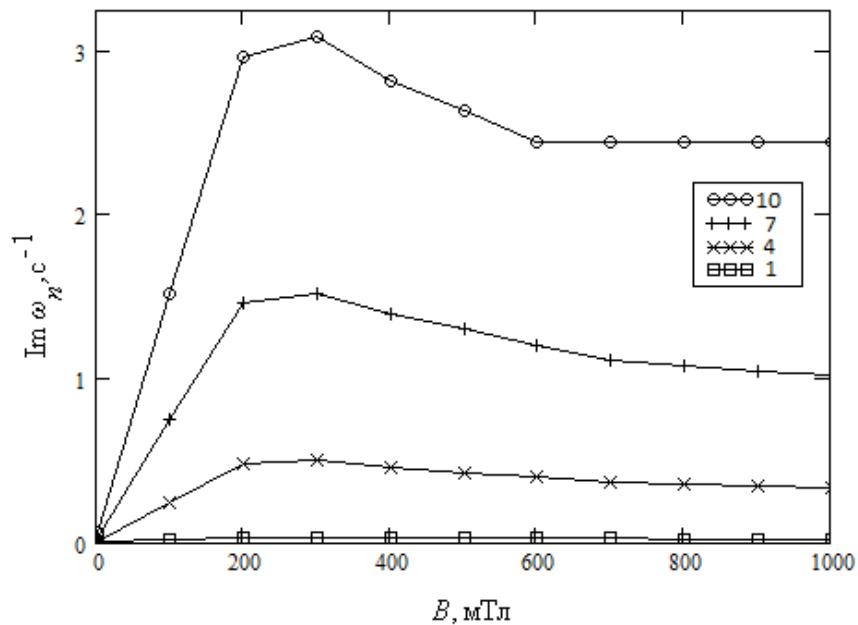


Рисунок 3. — Декремент $Im \omega_n$ для мод с 1, 4, 7 и 10 числом волн в балке

Из рис. 2 видно, что увеличение индукции магнитного поля приводит к едва заметному росту собственных частот колебаний, что объясняется слабой зависимостью действительной части приведенного модуля упругости «сэндвича» от магнитного поля. Как показано в работе [14], влияние магнитного поля становится заметным на высших модах, для которых возрастает вклад слагаемых в уравнении (1), учитывающих поперечные сдвиги, в общее решение (9). Анализ рис. 2 показывает, что для всех рассмотренных мод соответствующий декремент колебаний $Im \omega_n$ возрастает с увеличением индукции до $B = 350 mTl$, дальнейшее увеличение интенсивности магнитного поля приводит к некоторому уменьшению параметра $Im \omega_n$, что объясняется «насыщением» МРЭ [15].

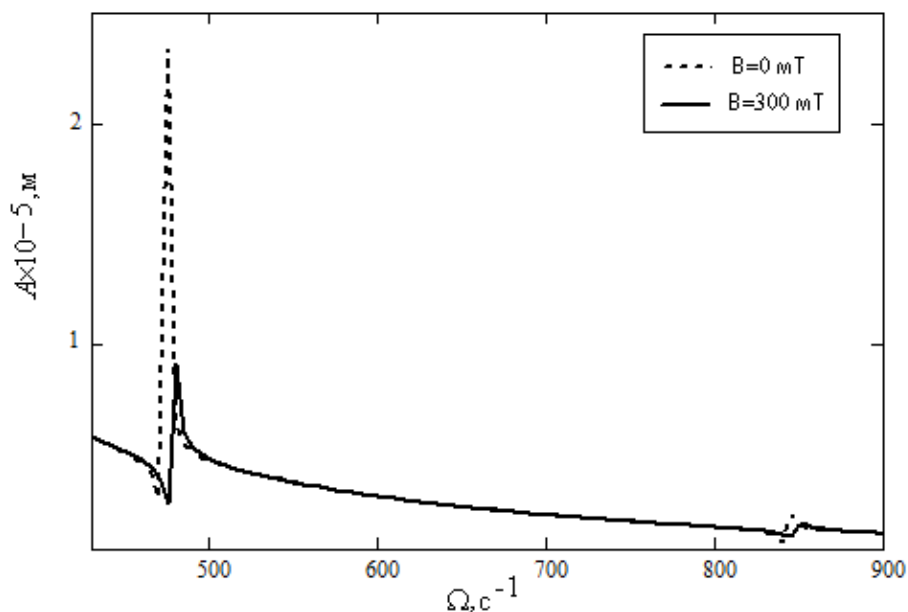


Рисунок 4. — Амплитудно-частотная характеристика при уровне магнитного поля $B = 0$ мТл и $B = 300$ мТл

На рис. 4 представлена амплитудно-частотная характеристика при нулевом уровне магнитного поля, а также при $B = 300$ мТл в случае, когда амплитуда внешней периодической силы (5) задается соотношением $F(x) = \frac{4x}{L}(1 - \frac{x}{L})$. Как видно ненулевой сигнал магнитного поля приводит к снижению амплитуд, соответствующих режиму резонансных колебаний балки.

РЕЗЮМЕ

Рассматриваются свободные и вынужденные колебания трехслойной балки, содержащей магнитореологический эластомер. Анализируется влияние внешнего стационарного магнитного поля на собственные частоты и декремент колебаний, соответствующие различным модам балки. Исследуется амплитудно-частотная характеристика вынужденных колебаний при различных уровнях приложенного магнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Analysis of free damped vibrations of laminated composite conical shells. / A. Korjakin [et al.] // Composite Structures. – 1998. – №41. – P. 39–47.
2. Qatu, M.S. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells / M.S. Qatu // Composite Structures. – 2010. – № 93(1). - P. 14–31.
3. Jolly, M.R. Properties and applications of commercial magnetorheological fluids / M.R. Jolly, J.W. Bender, D.J. Carlson // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 1999. – №10. – P 5–13.
4. Ginder, G.M. Rheology controlled by magnetic fields / G.M. Ginder // Encyclopedia of Applied Physics. – 1996. – Vol.16. – P. 487–503.
5. Park, D.W. Shape control of an electrorheological fluid based smart plate / D.W. Park, S.B. Choi, S.B. Jung // Proc. SPIE. 3329. – 1998. – P. 824–835.
6. Shaw, J. Hybrid control of cantilevered ER sandwich beam for vibration suppression. / J. Shaw // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 2000. – № 11. – P. 26–31.

7. Yalcintas, M. Magnetoreological and electrorheological materials in adaptive structures and their performance comparison / M. Yalcintas, H. Dai // *J. Smart Mater. Struct.* – 1999. - № 8. – P. 560–573.
8. Yeh, J.-Y. Vibration and damping analysis of orthotropic cylindrical shells with electrorheological core layer / J.-Y. Yeh // *Aerospace Science and Technology.* – 2008 doi:10.1016/j.jsv.2008.02.012.
9. Rheological properties of magnetoelectrorheological fluids with complex disperse phase / E. V. Korobko [et al.] // *Journal of Physics: Conference Series.* – 2009. – № 149. – P. 12–65.
10. White, J.L. Polyolefins: Processing, Structure, Development, and Properties / J.L. White D.D. Choi. – Munich: Carl Hanser Verlag, 2005.
11. Choi, Y.T. Assessment of time response characteristics of electrorheological and magnetorheological dampers / Y.T. Choi, N.M. Werely // *Proc. SPIE.* 4331 – 2001. P. 92–102.
12. Mikhasev, G.I., On suppression of vibrations of three-layered beam containing magnetorheological composite / G.I. Mikhasev, E.V. Korobko, Z.A. Novikova // *Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials.* – 2010 – № 4(13). – P. 49–53.
13. Григолюк, Э.И. Многослойные армированные оболочки: Расчет пневматических шин / Э.И. Григолюк, Г.М. Куликов. – М.: Машиностроение, 1988. - 288с.
14. Mikhasev G. Theory of Thin Adaptive Laminated Shells Based on Magnetorheological Materials and its Application in Problems on Vibration Suppression. / G. Mikhasev, M. Botogova, E.Korobko // *Shelllike Structures / Advanced Structured Materials*; Eds. H. Altenbach and V. Eremeyev. – Springer, 2011. – Vol. 15, Chapter 48. – P. 727-750.
15. On Damping Vibrations of Three Layered Beam Containing Magnetorheological Elastomer / E. V. Korobko [et al.] // *Journal of Intelligent Material Systems and Structures.* – 2012. – Vol. 23, №. 9. – P. 1019 – 1023.

SUMMARY

Free and forced vibrations of a three-layered beam containing magnetorheological elastomer are considered. Influence of the external stationary magnetic field on natural frequencies and damping ratios corresponding to the different modes of the beam is analyzed. The amplitude - frequency characteristic of forced vibrations at different levels of applied magnetic field is also studied.

Поступила в редакцию 21.10.2013