Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Электротехника и электроника»

Применение MathCAD в решении задач электротехники

Часть 2

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ.
НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ.
ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Учебно-методическое пособие
для студентов электротехнических специальностей

Электронный учебный материал

М и н с к 2 0 1 3

УДК 621.38 (075.8)
ББК 32.85я7

А в т о р ы :
Ю.В. Бладыко, А.А. Мазуренко, И.В. Новаш

Р е ц е н з е н т ы :
О.И. Александров, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат технических наук;
М.И. Полуянов, доцент Авиационного колледжа, кандидат технических наук

В учебном пособии приводится методика расчета переходных процессов, нелинейных электрических цепей и электромагнитного поля с помощью MathCAD. Рассмотрена 41 задача с решениями.

Большое внимание уделено компьютерному расчету в MathCAD, облегчающему изучение электротехники.

Предложенный материал является базовой основой для дальнейшего изучения электротехники, а навыки работы в математическом пакете – в других дисциплинах.

Соответствует программам изучения дисциплин «Теоретические основы электротехники», «Теория электрических цепей», «Электротехника и электроника», «Электротехника и промышленная электроника».

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости, 65, г. Минск, Республика Беларусь
Тел.(017)292-71-93
E-mail: eie@bntu.by
http://www.electro.bntu.by/
Регистрационный № ЭИ БНТУ/ЭФ39-58.2013

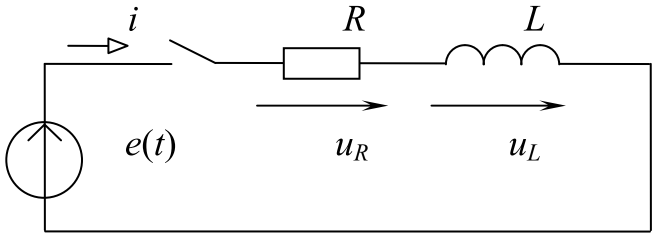
СОДЕРЖАНИЕ

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для технических вузов/ Л.А. Бессонов . – 11-е изд. – М: Гардарики, 2006. – 701 с.: ил.
2. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник для вузов / Л.А. Бессонов . – 10-е изд. – М: Гардарики, 2003. – 316 с.: ил.
3. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов в 3 т. / К.С. Демирчан [и др.]. – СПб.: Питер, 2006.
4. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники / под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат. 1982. – 768 с.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники / под ред. Л. А. Бессонова. – М.: Высшая школа, 1980. – 472 с.
6. Прянишников, В.А. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах : практическое пособие / В.А. Прянишников, Е.А. Петров и Ю.М. Осипов; под общ. ред. В.А. Прянишникова. – СПб: Корона-Век, 2007. – 334 с.: ил.; дискета. – (Для высших и средних учебных заведений)
7. Потапов, Л.А. Теоретические основы электротехники: сборник задач: учебное пособие для вузов/ Л.А. Потапов; кол. авт. Брянский государственный технический университет. – Изд. 2-е изд., доп. – Брянск: Из-во БГТУ, 2007. – 192 с.: ил.
8. Гольдин, О.Е. Задачник по теории электрических цепей / О.Е. Гольдин. – М.: Высшая школа, 1969. – 312с.
9. Шебес, М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей / М.Р. Шебес. –М.: Высшая школа, 1984. – 488 с.

ЗАДАЧА 31.
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ *RL*

1. Схема цепи и параметры элементов



$E := 100$ $\quad f := 50$ $\quad \alpha := 30deg$

$R1 := 10$ $\quad R2 := 20$ $\quad R3 := 40$

$L1 := 0.2$ $\quad L2 := 0.2$ $\quad L3 := 0.2$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R + L\frac{d}{dt}i1 = e(t) \qquad \frac{d}{dt}i1 = \frac{-R}{L}\cdot i1 + \frac{e(t)}{L}$$

$$NU := 0 \qquad F(t,X) := \frac{-R1}{L1}\cdot X_0 + \frac{E}{L1}$$

$$Z := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, F)$$

$$t := Z^{\langle 0\rangle} \qquad i := Z^{\langle 1\rangle} \qquad Ur1 := i\cdot R1 \qquad UL1 := E - Ur1$$

$$NU := 0 \qquad F(t,X) := \frac{-R2}{L2}\cdot X_0 + \frac{E}{L2}$$

$$Z := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, F)$$

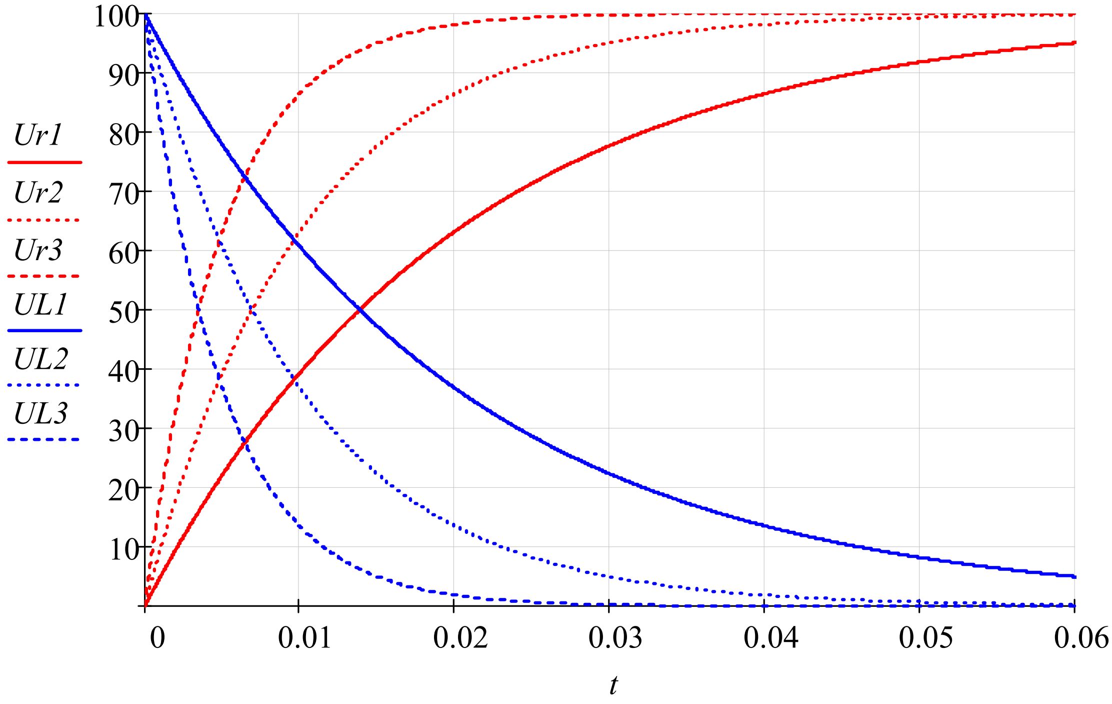
$$t := Z^{\langle 0\rangle} \qquad i := Z^{\langle 1\rangle} \qquad Ur2 := i\cdot R2 \qquad UL2 := E - Ur2$$

$$NU := 0 \qquad F(t,X) := \frac{-R3}{L3}\cdot X_0 + \frac{E}{L3}$$

$$Z := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, F)$$

$$t := Z^{\langle 0\rangle} \qquad i := Z^{\langle 1\rangle} \qquad Ur3 := i\cdot R3 \qquad UL3 := E - Ur3$$

3. Графические диаграммы функций *Ur*(*t*), *UL*(*t*)



$$R := 20 \qquad L := .2 \qquad \alpha := 72deg$$

$$e1(t) := E\cdot sin(2\pi\cdot f\cdot t+\alpha) \qquad e2(t) := E\cdot sin(2\pi\cdot f\cdot t+\alpha+90deg)$$

$$e3(t) := E\cdot sin(2\pi\cdot f\cdot t+\alpha-90deg)$$

$$NU := 0 \qquad F(t,X) := \frac{-R}{L}\cdot X_0+\frac{e1(t)}{L}$$

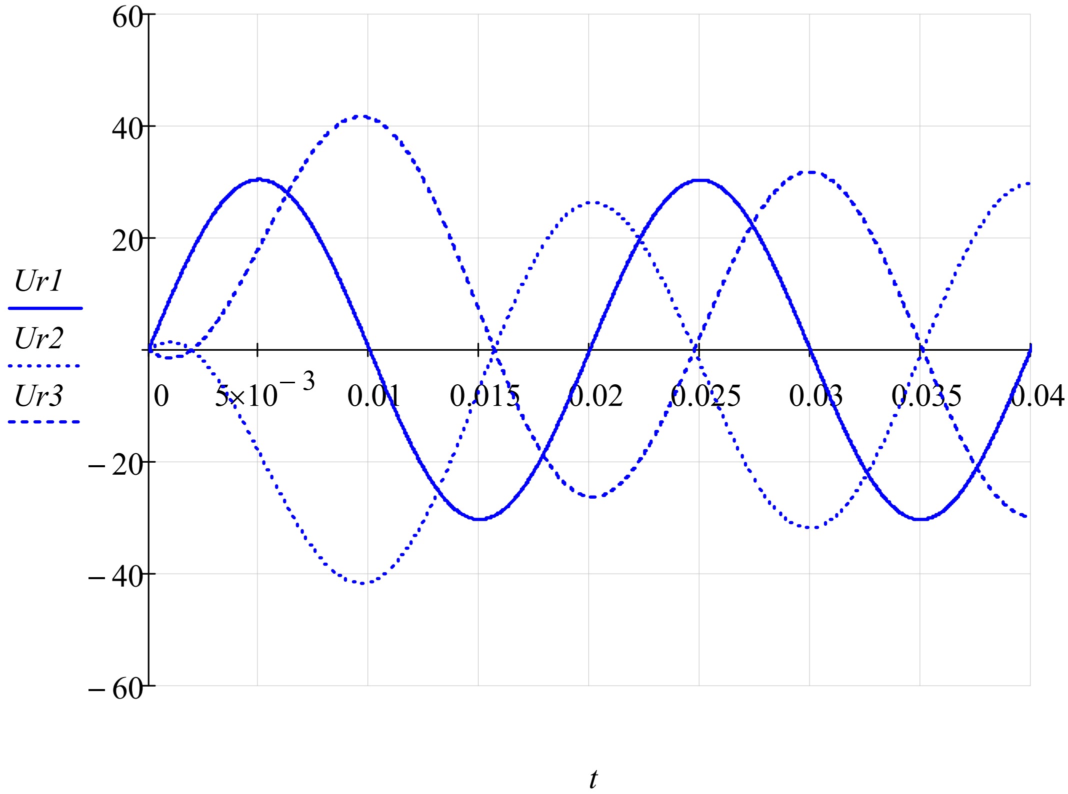
$$Z := rkfixed(NU,0,0.2,10000,F) \qquad i := Z^{\langle 1\rangle} \qquad Ur1 := i\cdot R$$

$$NU := 0 \qquad F(t,X) := \frac{-R}{L}\cdot X_0+\frac{e2(t)}{L}$$

$$Z := rkfixed(NU,0,0.2,10000,F) \qquad i := Z^{\langle 1\rangle} \qquad Ur2 := i\cdot R$$

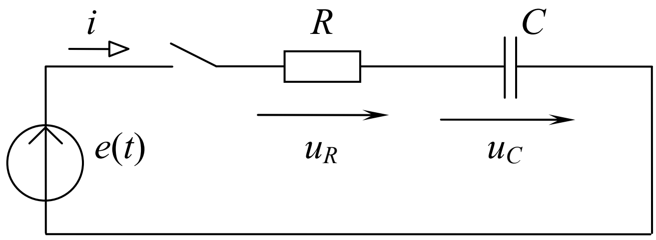
$$NU := 0 \qquad F(t,X) := \frac{-R}{L}\cdot X_0+\frac{e3(t)}{L}$$

$$Z := rkfixed(NU,0,0.2,10000,F) \qquad i := Z^{\langle 1\rangle} \qquad Ur3 := i\cdot R$$


Ur1
Ur2
Ur3
60
40
20
− 20
− 40
− 60
0
5×10⁻³
0.01
0.015
0.02
0.025
0.03
0.035
0.04
t

ЗАДАЧА 32.
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ *RC*

1. Схема цепи и параметры элементов



$E := 100$ $\quad f := 50$ $\quad \alpha := 30deg$ $\quad R := 200$

$R1 := 200$ $\quad R2 := 400$ $\quad R3 := 600$

$C1 := 40\cdot10^{-6}$ $\quad C2 := 40\cdot10^{-6}$ $\quad C3 := 40\cdot10^{-6}$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1\cdot R + Uc = e(t)$$

$$i1 = C\frac{d}{dt}Uc$$

$$\frac{d}{dt}Uc = -\frac{1}{R\cdot C}\cdot Uc + \frac{1}{R\cdot C}\cdot e(t)$$

$NU := 0$ $\qquad D(t,X) := -\frac{1}{R1\cdot C1}\cdot X_0 + \frac{1}{R1\cdot C1}\cdot E$

$F := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$

$t := F^{\langle 0\rangle}$ $\qquad Uc1 := F^{\langle 1\rangle}$ $\qquad Ur1 := E - Uc1$

$NU := 0$ $\qquad D(t,X) := -\frac{1}{R2\cdot C2}\cdot X_0 + \frac{1}{R2\cdot C2}\cdot E$

$F := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$

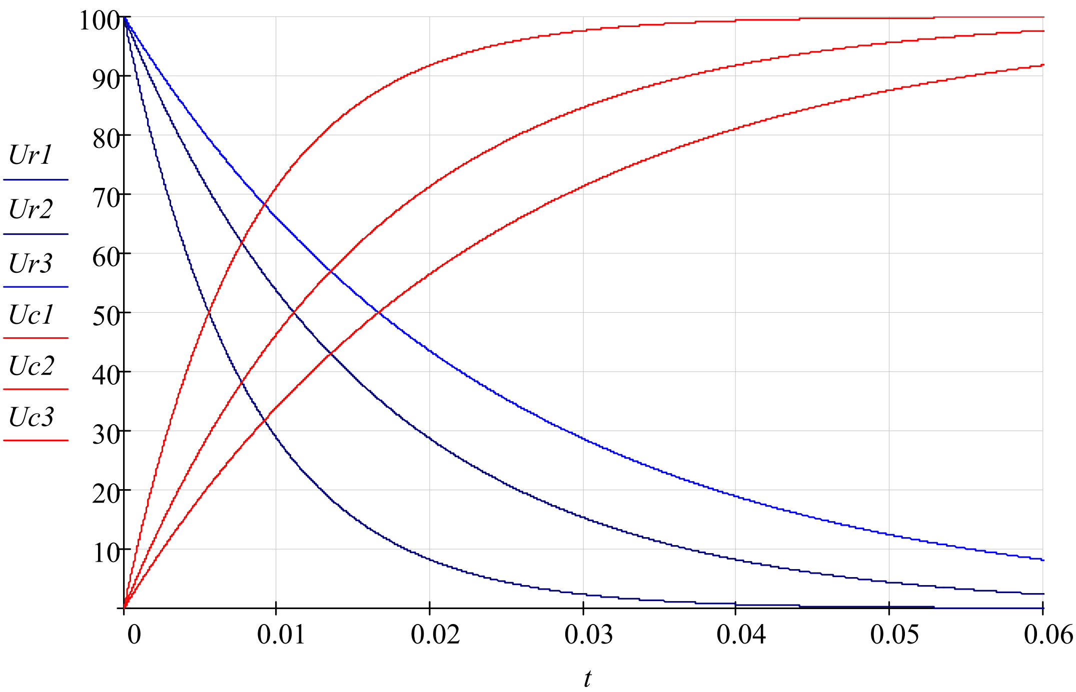
$t := F^{\langle 0\rangle}$ $\qquad Uc2 := F^{\langle 1\rangle}$ $\qquad Ur2 := E - Uc2$

$NU := 0$ $\qquad D(t,X) := -\frac{1}{R3 \cdot C3} \cdot X_0 + \frac{1}{R3 \cdot C3} \cdot E$

$F := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$

$t := F^{\langle 0 \rangle}$ $\qquad Uc3 := F^{\langle 1 \rangle}$ $\qquad Ur3 := E - Uc3$

3. Графические диаграммы функций *Ur*(*t*), *Uc*(*t*)



$R := 200$ $\qquad C := 30 \cdot 10^{-6}$

$\alpha := 62deg$

$e(t) := E \cdot sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha)$

$NU := 0$ $\qquad D(t,X) := -\frac{1}{R \cdot C} \cdot X_0 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t)$

$F := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$

$t := F^{\langle 0 \rangle}$ $\qquad Uc1 := F^{\langle 1 \rangle}$

$e(t) := E \cdot sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha + 90deg)$

$NU := 0$ $\qquad D(t,X) := -\frac{1}{R \cdot C} \cdot X_0 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t)$

$$F := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$$

$$t := F^{\langle 0 \rangle} \qquad Uc2 := F^{\langle 1 \rangle}$$

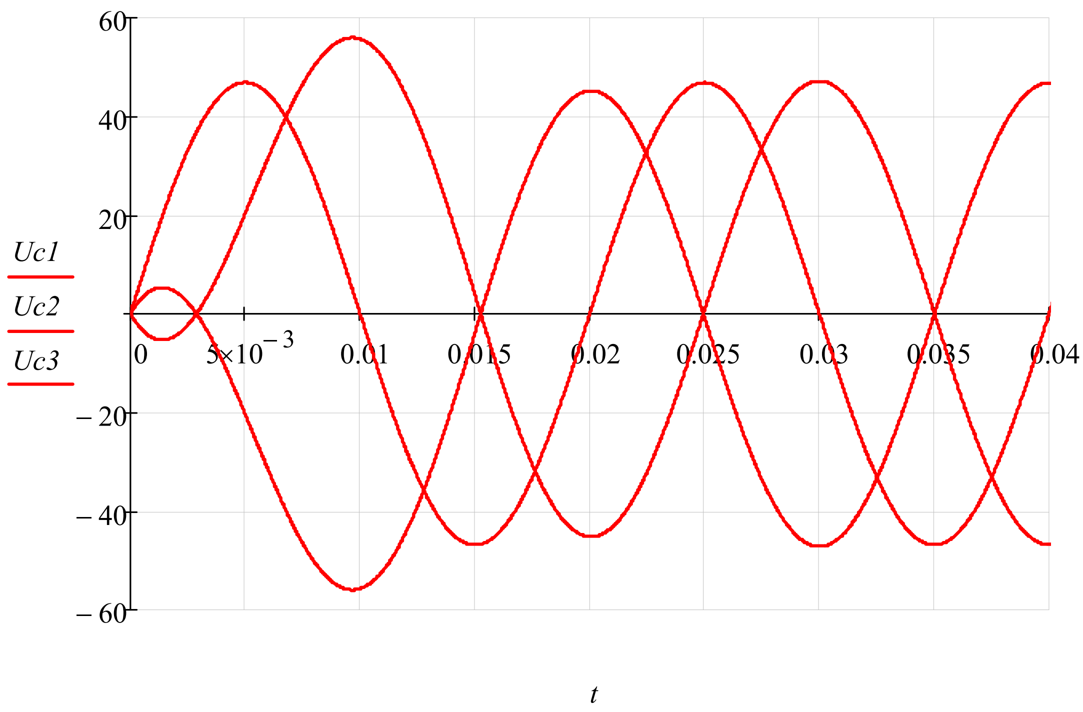
$$e(t) := E \cdot sin(2\pi \cdot f \cdot t + \alpha - 90deg)$$

$$NU := 0 \qquad D(t, X) := -\frac{1}{R \cdot C} \cdot X_0 + \frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t)$$

$$F := rkfixed(NU, 0, 0.2, 10000, D)$$

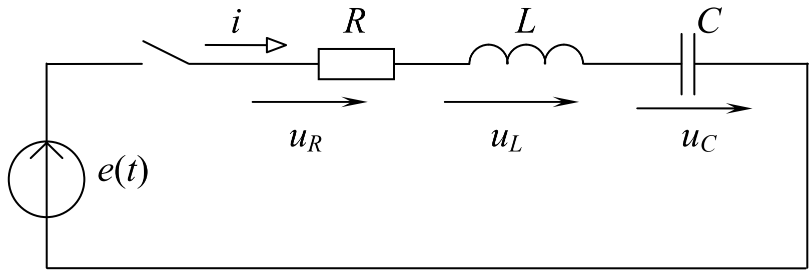
$$t := F^{\langle 0 \rangle} \qquad Uc3 := F^{\langle 1 \rangle}$$

4. Графические диаграммы функций $Uc(t)$



ЗАДАЧА 33.
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ *RLC*

1. Схема цепи и параметры элементов



Исходные данные : $E := 100$ $\quad L := 0.5$ $\quad C := 20 \cdot 10^{-6}$

$R1 := 100$ $\quad R2 := 280$ $\quad R3 := 700$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R + L\frac{d}{dt}i1 + Uc = e(t)$$

$$i1 = C\left(\frac{d}{dt}Uc\right)$$

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-R}{L} \cdot i1 - \frac{1}{L}Uc + \frac{e(t)}{L}$$

$$\frac{d}{dt}Uc = \frac{1}{C} \cdot i1$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t,X) := \begin{pmatrix} \dfrac{-R1}{L}X_0 + \dfrac{-1}{L}X_1 + \dfrac{E}{L} \\ \dfrac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$F := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$

$t := F^{\langle 0 \rangle}$ $\quad i1 := F^{\langle 1 \rangle}$ $\quad Uc1 := F^{\langle 2 \rangle}$ $\quad Ur1 := i1 \cdot R1$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R2}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + \frac{E}{L} \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$F := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$

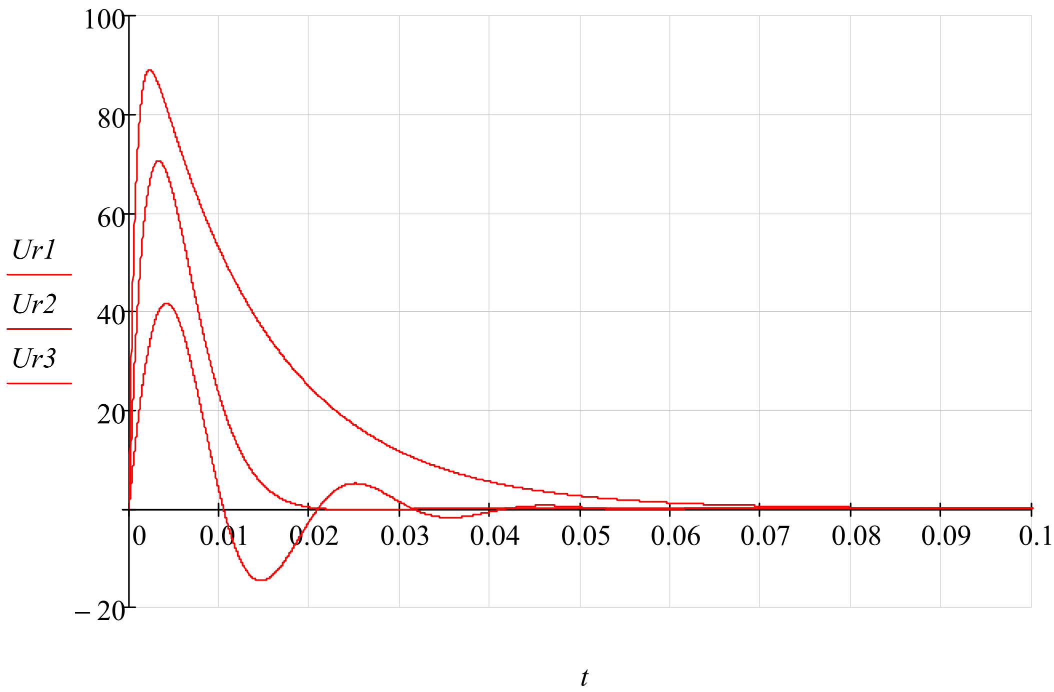
$t := F^{\langle 0 \rangle}$ $\quad i2 := F^{\langle 1 \rangle}$ $\quad Uc2 := F^{\langle 2 \rangle}$ $\quad Ur2 := i2 \cdot R2$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R3}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + \frac{E}{L} \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$F := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$

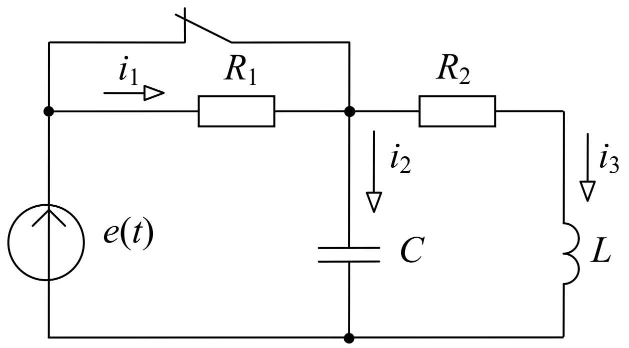
$t := F^{\langle 0 \rangle}$ $\quad i3 := F^{\langle 1 \rangle}$ $\quad Uc3 := F^{\langle 2 \rangle}$ $\quad Ur3 := i3 \cdot R3$

3. Графические диаграммы функций *Ur*(*t*)



ЗАДАЧА 34.
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ВТОРОГО ПОРЯДКА КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R_2 := 35$

$R_1 := 276$

$L := 65 \cdot 10^{-3}$

$C := 1.9 \cdot 10^{-6}$

$Em := 235$

$f := 125$

$\alpha := 134 \cdot deg$

$\omega := 2\pi f \qquad T := \dfrac{1}{f} \qquad u(t) := Em \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha) \qquad j := \sqrt{-1}$

Требуется определить функцию $Uc(t)$ в переходном режиме

2. Расчет переходного процесса классическим методом

2.1. Общий вид решения:

$$Uc(t) = Uy(t) + Ucb(t) = Um \cdot sin(\omega t + \psi) + A \cdot e^{-bt} \cdot sin(\omega_o t + \gamma)$$

2.2. Характеристическое уравнение и его корни

$$Z(p) = \frac{R_1 \cdot (R_2 + p \cdot L)}{R_1 + (R_2 + p \cdot L)} + \frac{1}{pC} = 0$$

$$R_2 \cdot L \cdot C \cdot p^2 + (R_1 \cdot R_2 \cdot C + L) \cdot p + (R_1 + R_2) = 0$$

Для нахождения корней уравнения используем функцию *polyroots*

$$p := polyroots\left(\begin{pmatrix} R_1 + R_2 \\ R_1 \cdot R_2 \cdot C + L \\ R_1 \cdot L \cdot C \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1222.701 - 2762.061j \\ -1222.701 + 2762.061j \end{pmatrix}$$

$p_0 = -1222.701 - 2762.061j \qquad p_1 = -1222.701 + 2762.061j$

$b := -Re(p_0) = 1222.701 \qquad \omega o := -Im(p_0) = 2762.061$

2.3. Определение установившейся составляющей по методу двух узлов:

$$Xc := \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad XL := \omega \cdot L \qquad Z_2 := R_2 + j \cdot XL$$

$$Um := \frac{Em \cdot e^{j \cdot \alpha}}{R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{-j \cdot Xc} \right)}$$

$$|Um| = 48.931 \qquad \psi := arg(Um) = 176.844 \cdot deg$$

$$Uy(t) := |Um| \cdot sin(\omega \cdot t + \psi)$$

2.4. Определение независимых начальных условий $i3(0)$, $Uc(0)$

$$Uc(t) := u(t) \qquad Uc(0) = 169.045$$

$$Im_3 := \frac{Em \cdot e^{j \cdot \alpha}}{Z_2} \qquad |Im_3| = 3.797 \qquad \beta := arg(Im_3)$$

$$i3(t) := |Im_3| \cdot sin(\omega \cdot t + \beta) \qquad i3(0) = 3.72$$

2.5. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \qquad (1)$$

$$i_1 \cdot R_1 + Uc = u(t) \qquad (2)$$

$$L \cdot \frac{d}{dt} i_3 + i_3 \cdot R_2 - Uc = 0 \qquad (3)$$

$$i_2 = C \cdot \frac{d}{dt} Uc \qquad (4)$$

2.6. Определение зависимых начальных условий

из (2) выразим *i1* $\qquad i1 := \frac{1}{R_1} \cdot (u(0) - Uc(0))$

из (1) выразим *i2* $\qquad i2 := i1 - i3(0)$

из (4) $\qquad \left(\frac{d}{dt} Uc \right)(0) = du = \frac{i2}{C} \qquad du := \frac{i2}{C} \qquad du = -1957664.033$

2.7. Определение постоянных интегрирования

Представим общий вид решения для искомой функции и ее производной в развернутой форме:

$$Uc(t) = Uy(t) + Ucb(t) = |Um| \cdot sin(\omega t + \psi) + e^{-bt} \cdot \left[(A_1) \cdot sin(\omega o \cdot t) + A_2 \cdot cos(\omega o \cdot t)\right]$$

$$\frac{d}{dt}Uc(t) = |Um| \cdot \omega \cdot cos(\omega \cdot t + \psi) - \left[b \cdot e^{-b \cdot t} \cdot \left(A_1 \cdot sin(\omega o \cdot t) + A_2 \cdot cos(\omega o \cdot t)\right)\right] +$$

$$+ \left(A_1 \cdot \omega o \cdot cos(\omega o \cdot t) - A_2 \cdot \omega o \cdot sin(\omega o \cdot t)\right) \cdot e^{-b \cdot t}$$

Подставляем начальные условия и находим постоянные интегрирования:

$$Uc(0) = |Um| \cdot sin(\psi) + A_2 \qquad A_2 := Uc(0) - |Um| \cdot sin(\psi) = 166.351$$

$$du = |Um| \cdot \omega \cdot cos(\psi) - \left(b \cdot A_2 + \omega o \cdot A_1\right)$$

$$A_1 := \frac{b \cdot A_2 - |Um| \cdot \omega \cdot cos(\psi) + du}{\omega o} = -621.237$$

$$A := A_1 + j \cdot A_2 \qquad |A| = 643.124 \qquad \gamma := arg(A) = 165.009 \cdot deg$$

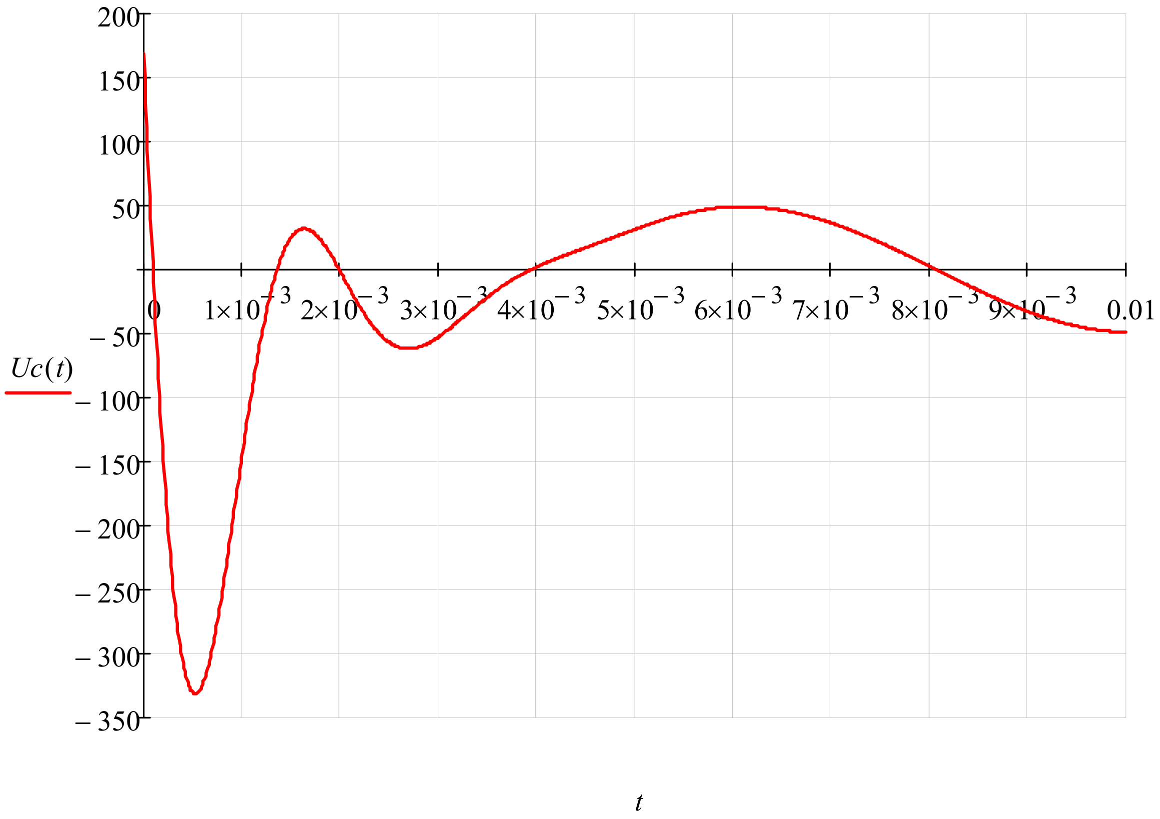
2.8. Окончательное решение для искомой функции

$$Uc(t) := |Um| \cdot sin(\omega \cdot t + \psi) + e^{-b \cdot t} \cdot (|A| \cdot sin(\omega o \cdot t + \gamma)) \qquad b = 1222.701$$

$$|Um| = 48.931 \qquad \psi = 176.844 \cdot deg \qquad \omega = 785.398$$

$$|A| = 643.124 \qquad \omega o = 2762.061 \qquad \gamma = 165.009 \cdot deg$$

2.9. Графическая диаграмма искомой функции



3. Расчет переходного процесса численным методом

3.1. Независимые начальные условия: $i3(0)$, $Uc(0)$

$Uc(t) := u(t)$ $\qquad$ $Uc(0) = 169.045$

$Im_3 := \dfrac{Em \cdot e^{\alpha i}}{Z_2}$ $\qquad$ $|Im_3| = 3.797$ $\qquad$ $\alpha i := arg(Im_3)$

$i3(t) := |Im_3| \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha i)$ $\qquad$ $i3(0) = 3.72$

3.2. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \tag{1}$$

$$i_1 \cdot R_1 + Uc = u(t) \tag{2}$$

$$L \cdot \frac{d}{dt} i_3 + i_3 \cdot R_2 - Uc = 0 \tag{3}$$

$$i_2 = C \cdot \frac{d}{dt} Uc \tag{4}$$

3.3. Приведение системы дифференциальных уравнений к форме Коши и ее решение

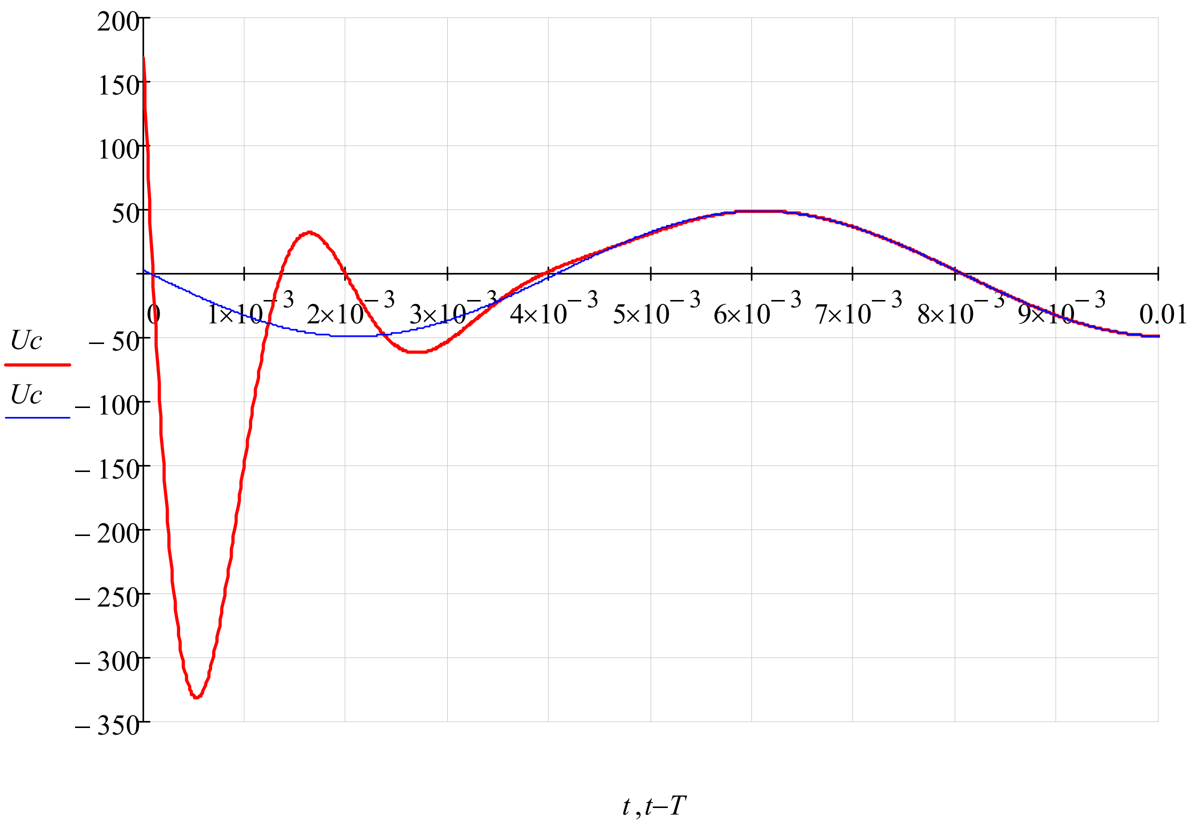
$$\frac{d}{dt}i_3 = \frac{-R_2}{L}\cdot i_3 + \frac{1}{L}\cdot Uc \qquad \frac{d}{dt}Uc = \frac{-1}{C}\cdot i_3 - \frac{1}{R_1\cdot C}\cdot Uc + \frac{1}{R_1\cdot C}u(t)$$

$$N := \begin{pmatrix} i3(0) \\ Uc(0) \end{pmatrix} \qquad D(t,X) := \begin{pmatrix} \frac{-R_2}{L}\cdot X_0 + \frac{1}{L}\cdot X_1 \\ \frac{-1}{C}\cdot X_0 - \frac{1}{C\cdot R_1}\cdot X_1 + \frac{1}{C\cdot R_1}\cdot u(t) \end{pmatrix}$$

$$n := 2000 \qquad F := rkfixed(N, 0, 0.02, n, D)$$

$$t := F^{\langle 0\rangle} \qquad i3 := F^{\langle 1\rangle} \qquad Uc := F^{\langle 2\rangle}$$

3.4. Графическая диаграмма искомой функции $Uc(t)$



4. Анализ решения по графической диаграмме

Из анализа графической диаграммы функции $Uc(t)$ определяем:

4.1. Характер переходного процесса - колебательный, затухающий.

4.2. Время переходного процесса $T_n = 0.0045$ с.

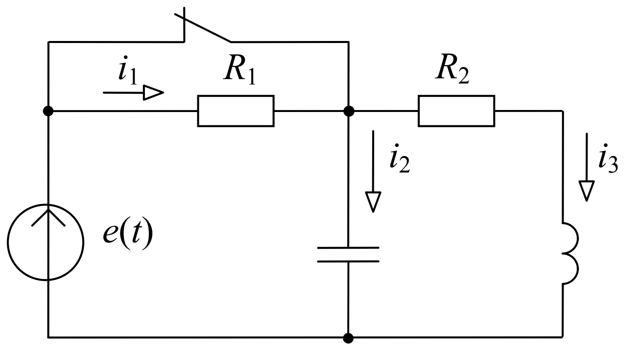
4.3. Коэффициент затухания свободной составляющей $b = 5/T\,n = 1111$.

4.4. Период свободных колебаний $To = 0.0023$.

4.5. Максимальное и минимальное значения $Uc_{\max} = 170$ В, $Uc_{\min} = -330$ В.

ЗАДАЧА 35.
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ВТОРОГО ПОРЯДКА ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R_2 := 35 \quad Ом$

$R_1 := 276 \quad Ом$

$L := 65 \cdot 10^{-3} \ Гн$

$C := 1.9 \cdot 10^{-6} \ Ф$

$Em := 115 \ В$

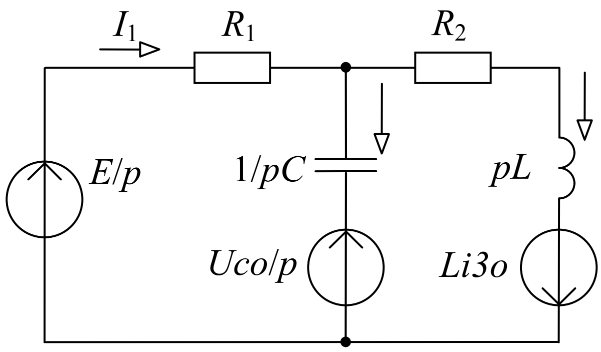
$u(t) := Em$

$j := \sqrt{-1}$

Требуется определить функцию $Uc(t)$ в переходном режиме

2. Расчет переходного процесса операторным методом

2.1. Операторная схема замещения



2.2. Независимые начальные условия

$$i3o := \frac{Em}{R_2} = 3.286 \qquad Uco := Em = 115$$

2.3. Система операторных уравнений (по методу 2-х узлов)

$$Uc(p) := \frac{\dfrac{Em}{p \cdot R_1} + \dfrac{Uco}{p} \cdot p \cdot C - \dfrac{L \cdot i3o}{R_2 + p \cdot L}}{\dfrac{1}{R_2} + p \cdot C + \dfrac{1}{R_1 + p \cdot L}}$$

После преобразований получим решение для искомой функции в следующем виде

$$Uc(p) = \frac{Em \cdot R_2 + p\left(Em \cdot L + R_1 \cdot R_2 \cdot Uco \cdot C - R_1 \cdot L \cdot i3o\right) + p^2 \cdot R_1 \cdot L \cdot Uco \cdot C}{p^3 \cdot R_2 \cdot L \cdot C + p^2\left(L + R_1 \cdot R_2 \cdot C\right) + p\left(R_1 + R_2\right)} = \frac{N(p)}{M(p)}$$

$$N(p) := Em \cdot R_2 + p \cdot \left(Em \cdot L + R_1 \cdot R_2 \cdot Uco \cdot C - R_1 \cdot L \cdot i3o\right) + p^2 \cdot R_1 \cdot L \cdot Uco \cdot C$$

$$M(p) := p^3 \cdot R_1 \cdot L \cdot C + p^2 \cdot \left(L + R_1 \cdot R_2 \cdot C\right) + p \cdot \left(R_1 + R_2\right)$$

$$dM(p) := \left[3p^2 \cdot R_1 \cdot L \cdot C + 2p \cdot \left(L + R_1 \cdot R_2 \cdot C\right) + R_1 + R_2\right]$$

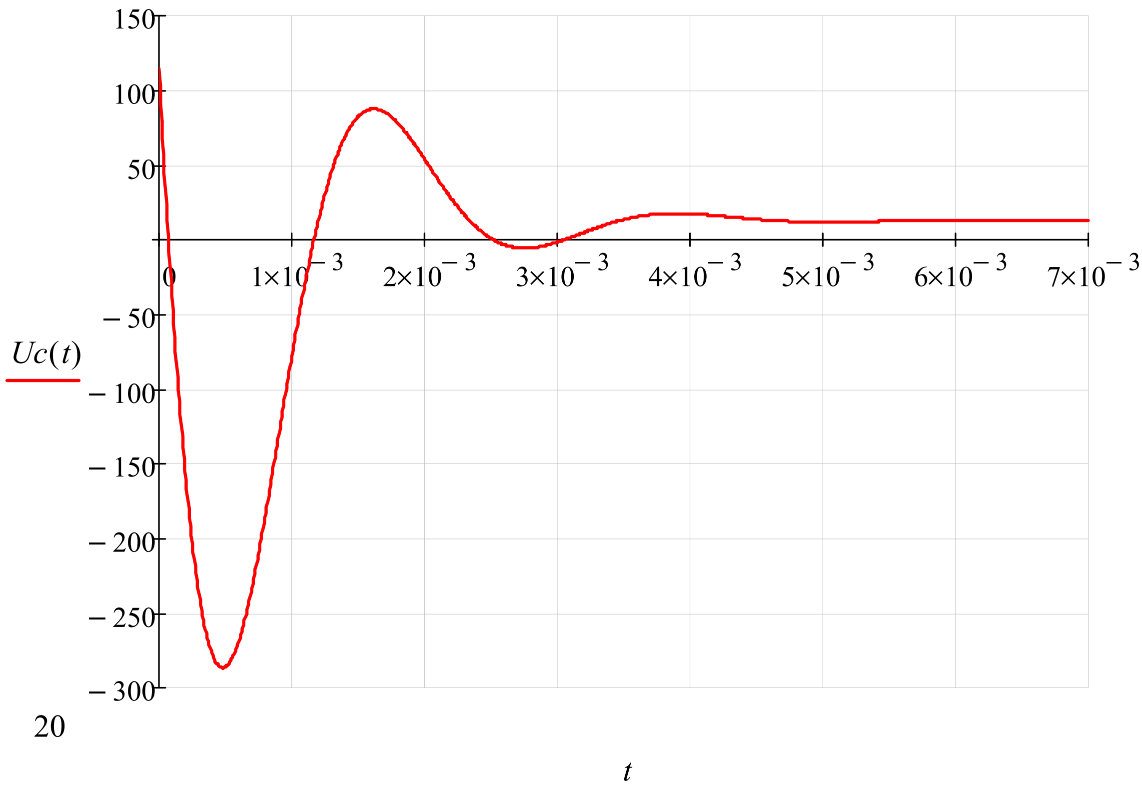
2.4. Определение корней уравнения $M(p) = 0$ (используем функцию polyroots):

$$p := polyroots\left(\left(\begin{matrix} 0 \\ R_1 + R_2 \\ L + R_2 \cdot R_1 \cdot C \\ R_1 \cdot L \cdot C \end{matrix}\right)\right) = \left(\begin{matrix} -1222.701 - 2762.061j \\ -1222.701 + 2762.061j \\ 0 \end{matrix}\right)$$

2.6. Решение для искомой функции

$$Uc(t) := \sum_{k=0}^{2} \left(\frac{N(p_k)}{dM(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}\right)$$

2.7. Графическая диаграмма искомой функции



3. Расчет переходного процесса численным методом

3.1. Независимые начальные условия: $i3(0)$, $Uc(0)$

$$i3o := \frac{Em}{R_2} = 3.286 \qquad Uco := Em = 115$$

3.2. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \tag{1}$$

$$i_1 \cdot R_1 + Uc = u(t) \tag{2}$$

$$L \cdot \frac{d}{dt} i_3 + i_3 \cdot R_2 - Uc = 0 \tag{3}$$

$$i_2 = C \cdot \frac{d}{dt} Uc \tag{4}$$

3.3. Приведение системы дифференциальных уравнений к форме Коши и ее решение

$$\frac{d}{dt} i_3 = \frac{-R_2}{L} \cdot i_3 + \frac{1}{L} \cdot Uc$$

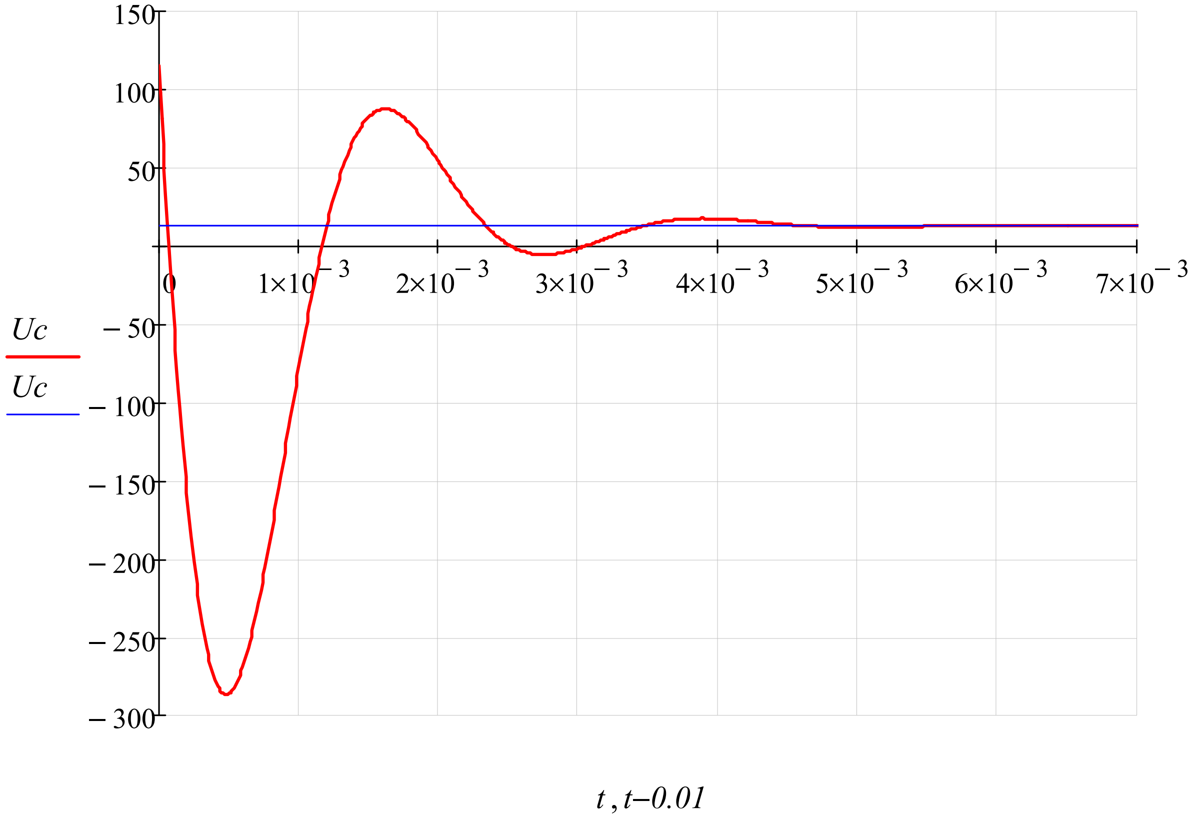
$$\frac{d}{dt} Uc = \frac{-1}{C} \cdot i_3 - \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot Uc + \frac{1}{R_1 \cdot C} u(t)$$

$$N := \begin{pmatrix} i3o \\ Uco \end{pmatrix} \qquad D(t, V) := \begin{pmatrix} \dfrac{-R_2}{L} \cdot V_0 + \dfrac{1}{L} \cdot V_1 \\ \dfrac{-1}{C} \cdot V_0 - \dfrac{1}{C \cdot R_1} \cdot V_1 + \dfrac{1}{C \cdot R_1} \cdot Em \end{pmatrix}$$

$$n := 2000 \qquad F := rkfixed(N, 0, 0.02, n, D)$$

$$t := F^{\langle 0 \rangle} \qquad i3 := F^{\langle 1 \rangle} \qquad Uc := F^{\langle 2 \rangle}$$

3.4.Графическая диаграмма искомой функции $Uc(t)$



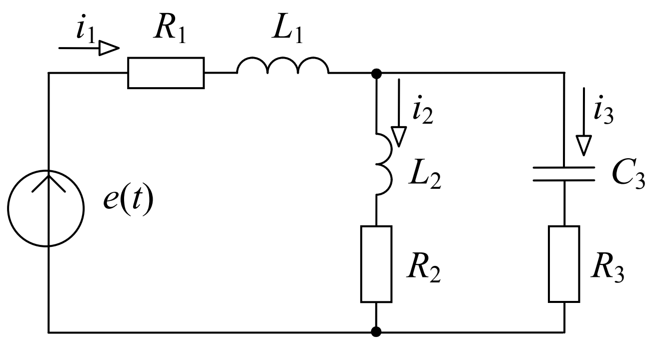
4. Анализ решения по графической диаграмме

Из анализа графической диаграммы функции $Uc(t)$ определяем:

4.1. Характер переходного процесса – колебательный, затухающий.
4.2. Время переходного процесса $T_n = 0.0045$ с.
4.3. Коэффициент затухания свободной составляющей $b = 5/Tn = 1111$.
4.4. Период свободных колебаний $To = 0.0023$.
4.5. Максимальное и минимальное значения $Uc_{max} = 137$ В, $Uc_{min} = -280$ В.

ЗАДАЧА 36.
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$R1 := 10 \qquad R2 := 15 \qquad R3 := 1 \qquad L1 := 0.1 \qquad L2 := 0.3 \qquad C := 20 \times 10^{-6}$

$E := 30 \qquad Em := 100 \qquad f := 50 \qquad \omega := 2\pi\, f \qquad \alpha := 50deg$

$$e(t) := E + Em \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i1 - i2 - i3 = 0$$

$$i1 \cdot R1 + L1 \cdot \frac{di1}{dt} + i3 \cdot R3 + Uc = e(t)$$

$$-i2 \cdot R2 - L2 \cdot \frac{di2}{dt} + i3 \cdot R3 + Uc = 0$$

$$C \cdot \frac{dUc}{dt} = i3$$

$$\frac{d}{dt} i1 = \frac{-(R1 + R3)}{L1} \cdot i1 + \frac{R3}{L1} \cdot i2 - \frac{1}{L1} \cdot Uc + \frac{1}{L1} \cdot e(t)$$

$$\frac{d}{dt} i2 = \frac{R3}{L2} \cdot i1 - \frac{(R2 + R3)}{L2} \cdot i2 + \frac{1}{L2} Uc$$

$$\frac{d}{dt} Uc = \frac{1}{C} \cdot i1 - \frac{1}{C} \cdot i2$$

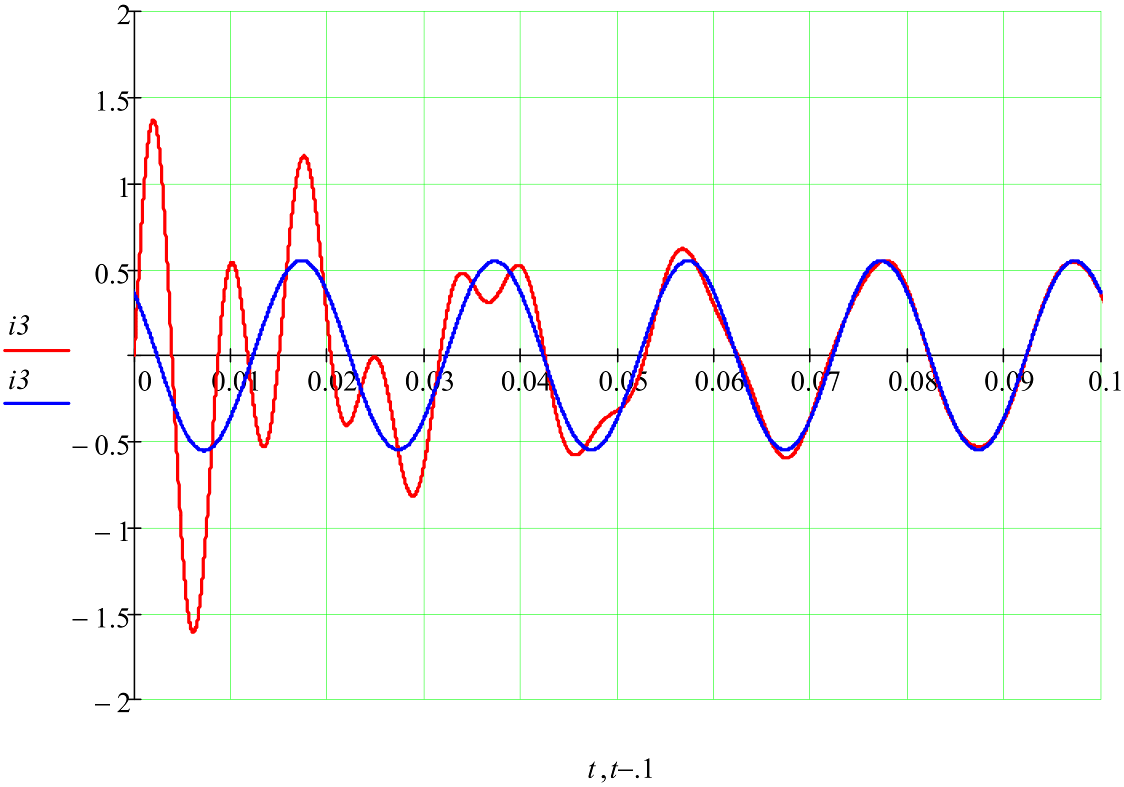
3. Решение системы дифференциальных уравнений численным методом

$$Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad F(t,X) := \begin{bmatrix} \frac{-(R1+R3)}{L1}\cdot X_0 + \frac{R3}{L1}\cdot X_1 + \frac{-1}{L1}\cdot X_2 + \frac{1}{L1}\cdot e(t) \\ \frac{R3}{L2}\cdot X_0 + \frac{-(R2+R3)}{L2}\cdot X_1 + \frac{1}{L2}\cdot X_2 \\ \frac{1}{C}\cdot X_0 + \frac{-1}{C}\cdot X_1 \end{bmatrix}$$

$$Z := rkfixed(Y, 0, 0.2, 10000, F)$$

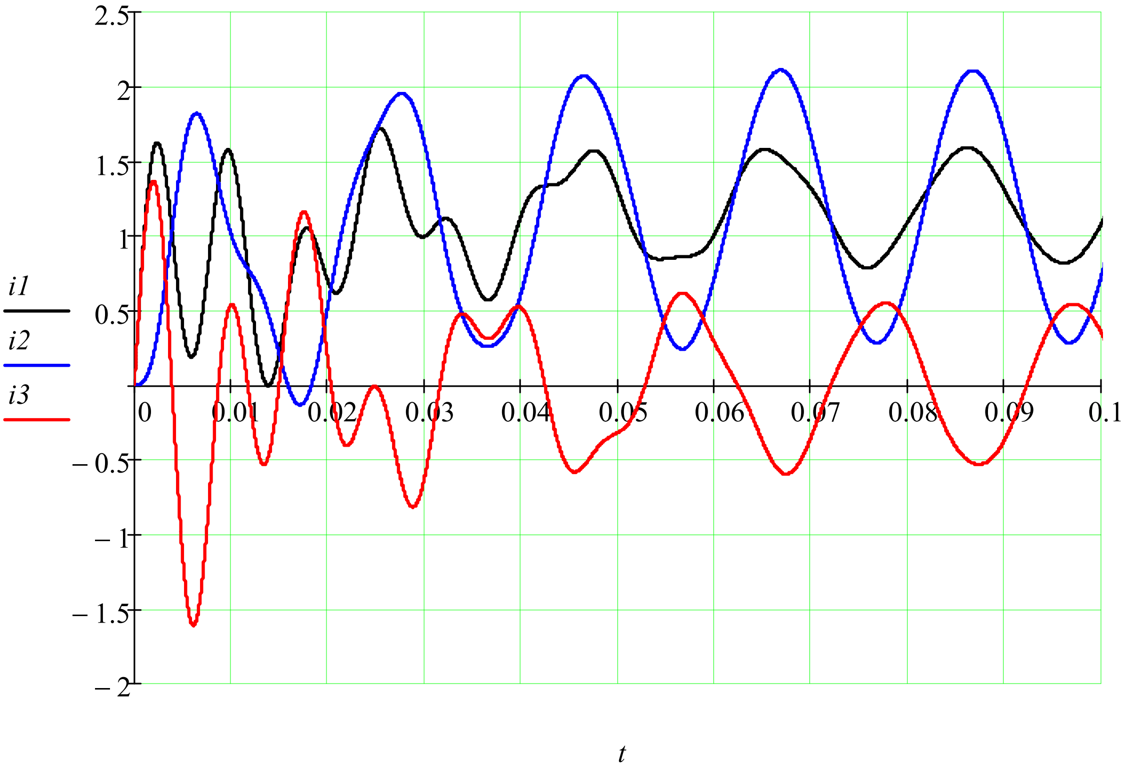
$$t := Z^{\langle 0 \rangle} \quad i1 := Z^{\langle 1 \rangle} \quad i2 := Z^{\langle 2 \rangle} \quad Uc := Z^{\langle 3 \rangle} \quad i3 := i1 - i2 \quad Uab := i3\cdot R3 + Uc$$

4. Определение времени переходного процесса



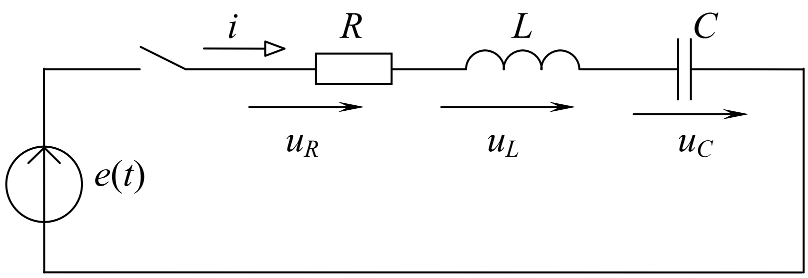
Вывод: время переходного процесса составляет примерно Tn =.1 с.

5. Графические диаграммы функций токов



ЗАДАЧА 37.
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЦЕПИ *RLC* ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НАПРЯЖЕНИЯ ИМПУЛЬСНОЙ ФОРМЫ

1. Схема цепи и параметры элементов



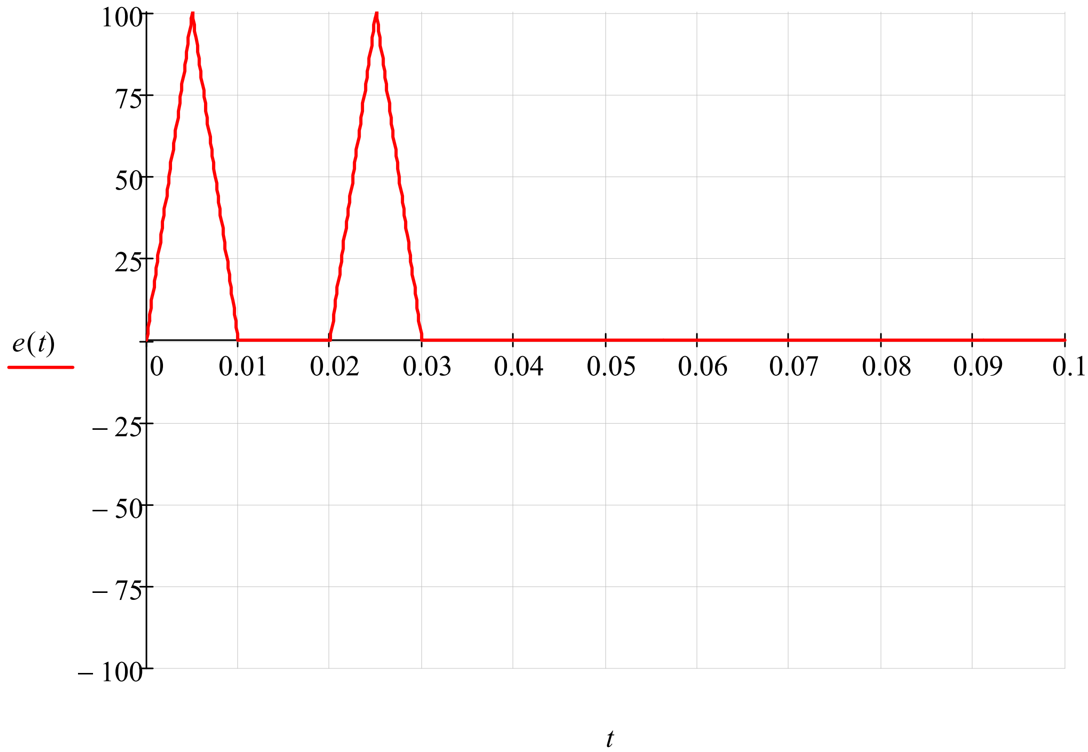
Исходные данные:

$R := 10$ $\quad L := 0.1$ $\quad C := 100\cdot 10^{-6}$ $\quad f := 50$

$$tk := (0\ \ .005\ \ .010\ \ .020\ \ .025\ \ .030\ \ .1)^T$$

$$uk := (0\ \ 100\ \ 0\ \ 0\ \ 100\ \ 0\ \ 0)^T$$

$$e(t) := linterp(tk, uk, t)$$



2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R + L\frac{d}{dt}i1 + Uc = u(t)$$

$$i1 = C\left(\frac{d}{dt}Uc\right)$$

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-R}{L}\cdot i1 - \frac{1}{L}Uc + u(t)$$

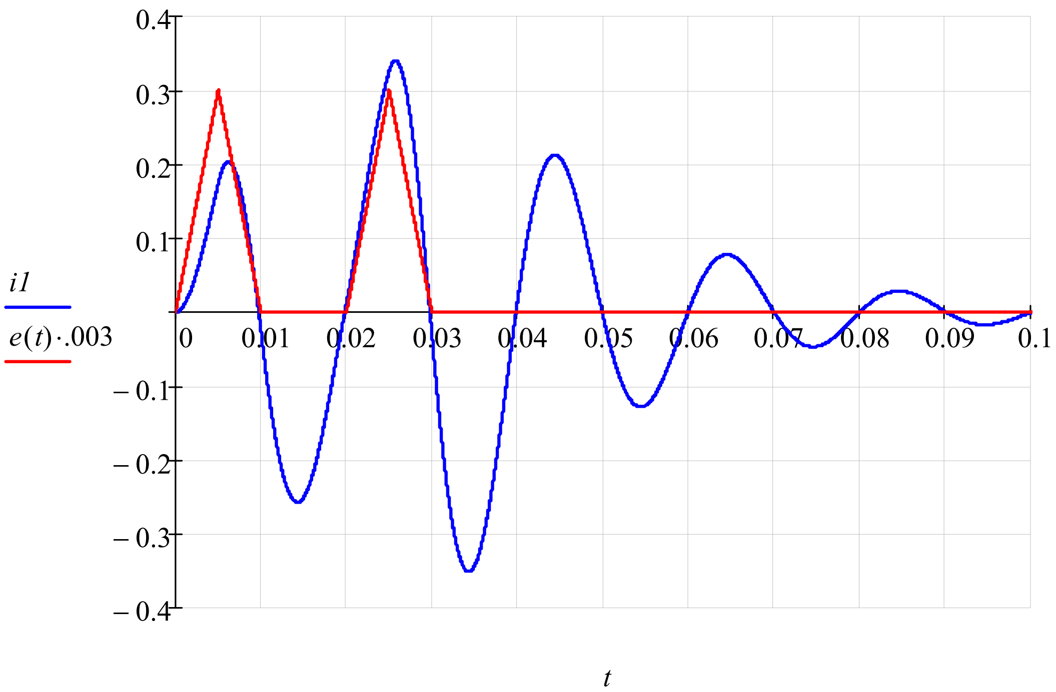
$$\frac{d}{dt}Uc = \frac{1}{C}\cdot i1$$

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t,X) := \begin{pmatrix} \frac{-R}{L}X_0 + \frac{-1}{L}X_1 + e(t) \\ \frac{1}{C}\cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$$F := Rkadapt(X, 0, 0.2, 10000, D)$$

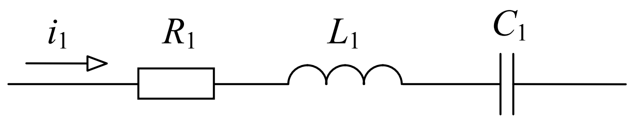
$$t := F^{\langle 0 \rangle} \qquad i1 := F^{\langle 1 \rangle} \qquad Uc := F^{\langle 2 \rangle}$$

$$Ur := i1 \cdot R \qquad UL := e(t) - Ur - Uc$$



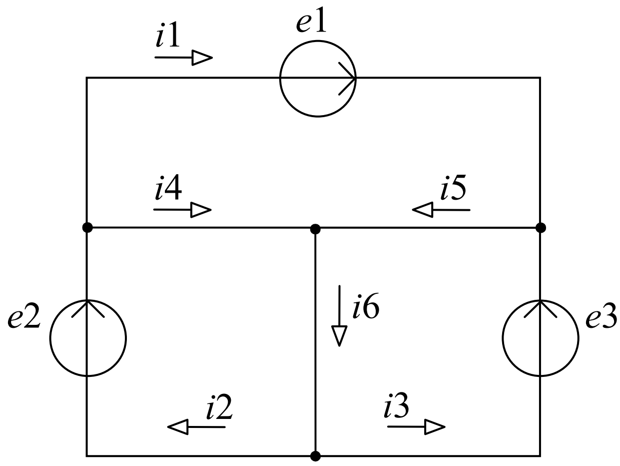
ЗАДАЧА 38.
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1. Схема произвольной ветви и ее потенциальное уравнение



$$u = i1 \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{d}{dt} i1 + u1 - e_1 \qquad i1 = C_1 \cdot \frac{d}{dt} u1$$

2. Граф-схема сложной электрической цепи



3. Параметры элементов схемы в матричной форме

$ORIGIN := 1$

$$R := \begin{pmatrix} 26 \\ 31 \\ 42 \\ 18 \\ 28 \\ 42 \end{pmatrix} \qquad L := \begin{pmatrix} 85 \\ 126 \\ 92 \\ 79 \\ 106 \\ 121 \end{pmatrix} \cdot 10^{-3} \qquad C := \begin{pmatrix} 92 \\ 87 \\ 47 \\ 76 \\ 53 \\ 71 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6}$$

$$Em := \begin{pmatrix} 100 \\ 130 \\ 120 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 10 \\ 150 \\ -40 \end{pmatrix} \cdot deg \qquad f := 50 \qquad \omega := 2\pi f \qquad T := \frac{1}{f}$$

$$e1(t) := Em_1 \cdot sin(\omega \cdot t + a_1) \qquad e2(t) := Em_2 \cdot sin(\omega \cdot t + a_2) \qquad e3(t) := Em_3 \cdot sin(\omega \cdot t + a_3)$$

3. Система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа

$$i1 \cdot R_1 + L_1 \cdot \frac{d}{dt} i1 + u1 + u5 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 + i5 \cdot R_5 - i4 \cdot R4 - L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 - u4 = e1(t)$$

$$i2 \cdot R_2 + L_2 \cdot \frac{d}{dt} i2 + u2 + i4 \cdot R_4 + L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 + u4 + i6 \cdot R_6 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 + u6 = e2(t)$$

$$i3 \cdot R_3 + L_3 \cdot \frac{d}{dt} i3 + u3 + i5 \cdot R_5 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 + u5 + i6 \cdot R_6 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 + u6 = e3(t)$$

$$\frac{d}{dt} i1 - \frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i4 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i1 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i5 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i6 = 0$$

4. Приведение системы дифференциальных уравнений к форме Коши

4.1. Вводим обозначения

$$S1 = e1(t) - u1 - i1 \cdot R_1 - u5 - i5 \cdot R_5 + i4 \cdot R_4 + u4$$

$$S2 = e2(t) - u2 - i2 \cdot R_2 - u4 - i4 \cdot R_4 - i6 \cdot R_6 - u6$$

$$S3 = e3(t) - u3 - i3 \cdot R_3 - u5 - i5 \cdot R_5 - i6 \cdot R_6 - u6$$

$$L_1 \cdot \frac{d}{dt} i1 - L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 = S1$$

$$L_2 \cdot \frac{d}{dt} i2 + L_4 \cdot \frac{d}{dt} i4 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 = S2$$

$$L_3 \cdot \frac{d}{dt} i3 + L_5 \cdot \frac{d}{dt} i5 + L_6 \cdot \frac{d}{dt} i6 = S3$$

$$\frac{d}{dt} i1 - \frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i4 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i1 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i5 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i2 + \frac{d}{dt} i3 - \frac{d}{dt} i6 = 0$$

4.2. Решение методом Крамера

$$D := \left|\begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & L_4 & 0 & L_6 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\right| = 0.016$$

$$D1 = \left|\begin{pmatrix} S1 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ S2 & L_2 & 0 & L_4 & 0 & L_6 \\ S3 & 0 & L_3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\right| \to D1 = \frac{89353 \cdot S1}{1000000} + \frac{38027 \cdot S2}{1000000} - \frac{8823 \cdot S3}{200000}$$

$$D2 = \left|\begin{pmatrix} L_1 & S1 & 0 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & S2 & 0 & L_4 & 0 & L_6 \\ 0 & S3 & L_3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\right| \to D2 = \frac{38027 \cdot S1}{1000000} + \frac{37447 \cdot S2}{500000} - \frac{10261 \cdot S3}{250000}$$

$$D3 = \left|\begin{pmatrix} L_1 & 0 & S1 & -L_4 & L_5 & 0 \\ 0 & L_2 & S2 & L_4 & 0 & L_6 \\ 0 & 0 & S3 & 0 & L_5 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\right| \to D3 = \frac{81779 \cdot S3}{1000000} - \frac{10261 \cdot S2}{250000} - \frac{8823 \cdot S1}{200000}$$

$$D4 = \left|\begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & S1 & L_5 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & S2 & 0 & L_6 \\ 0 & 0 & L_3 & S3 & L_5 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}\right| \to D4 = \frac{9381 \cdot S2}{500000} - \frac{3339 \cdot S1}{250000} + \frac{3339 \cdot S3}{250000}$$

$$D5 = \left| \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & -L_4 & S1 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & L_4 & S2 & L_6 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & S3 & L_6 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D5 = \frac{22619 \cdot S1}{500000} - \frac{3017 \cdot S2}{1000000} + \frac{1177 \cdot S3}{31250}$$

$$D6 = \left| \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & -L_4 & L_5 & S1 \\ 0 & L_2 & 0 & L_4 & 0 & S2 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 & L_5 & S3 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right| \rightarrow D6 = \frac{677 \cdot S2}{20000} - \frac{761 \cdot S1}{125000} + \frac{8147 \cdot S3}{200000}$$

4.3. Система дифференциальных уравнений в форме Коши

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{1}{D}\cdot D1 = \frac{1}{D}\cdot\left[\frac{89353\cdot\left(e1(t)-u1-i1\cdot R_1-u5-i5\cdot R_5+i4\cdot R_4+u4\right)}{1000000}+\frac{38027\cdot\left(e2(t)-u2-i2\cdot R_2-u4-i4\cdot R_4-i6\cdot R_6-u6\right)}{1000000}-\frac{8823\cdot\left(e3(t)-u3-i3\cdot R_3-u5-i5\cdot R_5-i6\cdot R_6-u6\right)}{200000}\right]$$

$$\frac{d}{dt}i2 = \frac{1}{D}\cdot D2 = \frac{1}{D}\cdot\left[\frac{38027\cdot\left(e1(t)-u1-i1\cdot R_1-u5-i5\cdot R_5+i4\cdot R_4+u4\right)}{1000000}+\frac{37447\cdot\left(e2(t)-u2-i2\cdot R_2-u4-i4\cdot R_4-i6\cdot R_6-u6\right)}{500000}-\frac{10261\cdot\left(e3(t)-u3-i3\cdot R_3-u5-i5\cdot R_5-i6\cdot R_6-u6\right)}{250000}\right]$$

$$\frac{d}{dt}i3 = \frac{1}{D}\cdot D3 = \frac{1}{D}\cdot\left[\frac{81779\cdot\left(e3(t)-u3-i3\cdot R_3-u5-i5\cdot R_5-i6\cdot R_6-u6\right)}{1000000}-\frac{10261\cdot\left(e2(t)-u2-i2\cdot R_2-u4-i4\cdot R_4-i6\cdot R_6-u6\right)}{250000}-\frac{8823\cdot\left(e1(t)-u1-i1\cdot R_1-u5-i5\cdot R_5+i4\cdot R_4+u4\right)}{200000}\right]$$

$$\frac{d}{dt}i4 = \frac{1}{D}\cdot D4 = \frac{1}{D}\cdot\left[\frac{9381\cdot\left(e2(t)-u2-i2\cdot R_2-u4-i4\cdot R_4-i6\cdot R_6-u6\right)}{500000}-\frac{3339\cdot\left(e1(t)-u1-i1\cdot R_1-u5-i5\cdot R_5+i4\cdot R_4+u4\right)}{250000}+\frac{3339\cdot\left(e3(t)-u3-i3\cdot R_3-u5-i5\cdot R_5-i6\cdot R_6-u6\right)}{250000}\right]$$

$$\frac{d}{dt}i5 = \frac{1}{D}\cdot D5 = \frac{1}{D}\cdot\left[\frac{22619\cdot\left(e1(t)-u1-i1\cdot R_1-u5-i5\cdot R_5+i4\cdot R_4+u4\right)}{500000}-\frac{3017\cdot\left(e2(t)-u2-i2\cdot R_2-u4-i4\cdot R_4-i6\cdot R_6-u6\right)}{1000000}+\frac{1177\cdot\left(e3(t)-u3-i3\cdot R_3-u5-i5\cdot R_5-i6\cdot R_6-u6\right)}{31250}\right]$$

$$\frac{d}{dt}i6 = \frac{1}{D}\cdot D6 = \frac{1}{D}\cdot\left[\frac{677\cdot\left(e2(t)-u2-i2\cdot R_2-u4-i4\cdot R_4-i6\cdot R_6-u6\right)}{20000}-\frac{761\cdot\left(e1(t)-u1-i1\cdot R_1-u5-i5\cdot R_5+i4\cdot R_4+u4\right)}{125000}+\frac{8147\cdot\left(e3(t)-u3-i3\cdot R_3-u5-i5\cdot R_5-i6\cdot R_6-u6\right)}{200000}\right]$$

$$\frac{d}{dt}u1 = \frac{1}{C_1}\cdot i1$$

$$\frac{d}{dt}u2 = \frac{1}{C_2}\cdot i2$$

$$\frac{d}{dt}u3 = \frac{1}{C_3}\cdot i3$$

$$\frac{d}{dt}u4 = \frac{1}{C_4}\cdot i4$$

$$\frac{d}{dt}u5 = \frac{1}{C_5}\cdot i5 \qquad \frac{d}{dt}u6 = \frac{1}{C_6}\cdot i6$$

5. Решение системы дифференциальных уравнений по программе *rkfixed*

$i1 = X_1 \qquad i2 = X_2 \qquad i3 = X_3 \qquad i4 = X_4 \qquad i5 = X_5 \qquad i6 = X_6$

$u1 = X_7 \qquad u2 = X_8 \qquad u3 = X_9 \qquad u4 = X_{10} \qquad u5 = X_{11} \qquad u6 = X_{12}$

$$NU := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

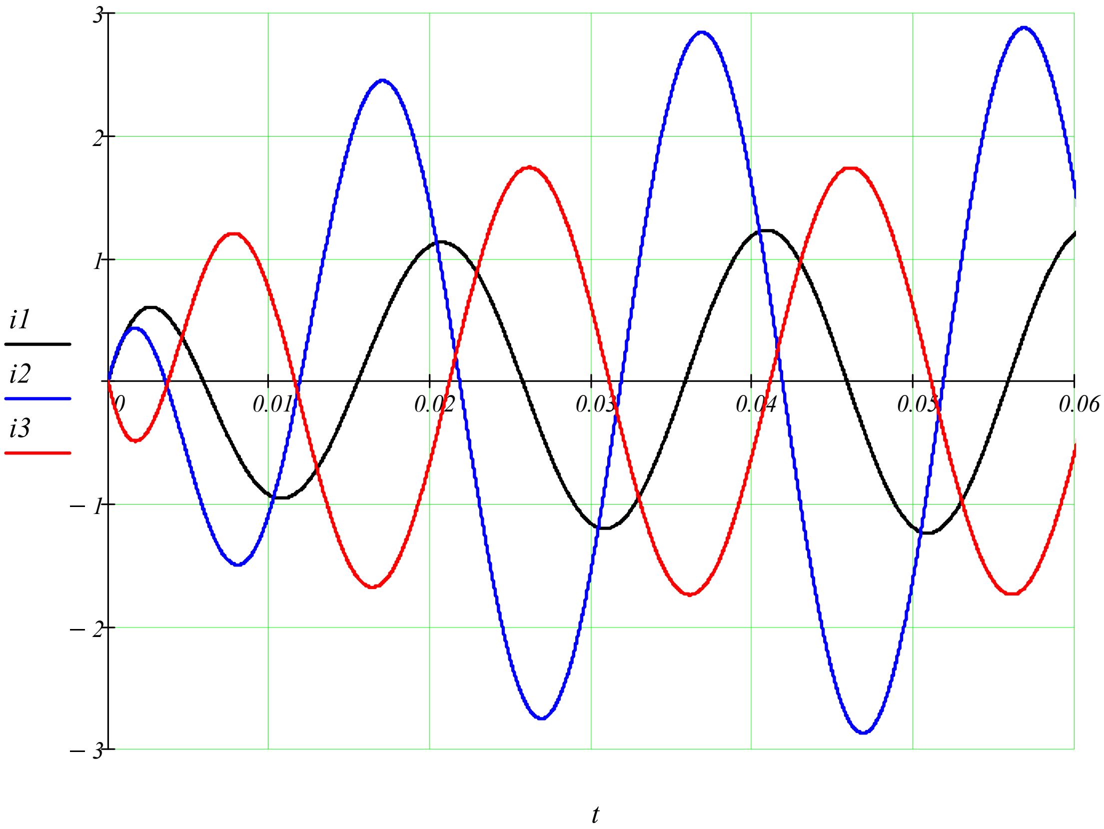
$$B(t,X) := \begin{bmatrix}
\frac{1}{D}\cdot\left[\frac{89353\cdot(e1(t)-X_7-X_1\cdot R_1-X_{11}-X_5\cdot R_5+X_4\cdot R_4+X_{10})}{1000000}+\frac{38027\cdot(e2(t)-X_8-X_2\cdot R_2-X_{10}-X_4\cdot R_4-X_6\cdot R_6-X_{12})}{1000000}-\frac{8823\cdot(e3(t)-X_9-X_3\cdot R_3-X_{11}-X_5\cdot R_5-X_6\cdot R_6-X_{12})}{200000}\right] \\
\frac{1}{D}\cdot\left[\frac{38027\cdot(e1(t)-X_7-X_1\cdot R_1-X_{11}-X_5\cdot R_5+X_4\cdot R_4+X_{10})}{1000000}+\frac{37447\cdot(e2(t)-X_8-X_2\cdot R_2-X_{10}-X_4\cdot R_4-X_6\cdot R_6-X_{12})}{500000}-\frac{10261\cdot(e3(t)-X_9-X_3\cdot R_3-X_{11}-X_5\cdot R_5-X_6\cdot R_6-X_{12})}{250000}\right] \\
\frac{1}{D}\cdot\left[\frac{81779\cdot(e3(t)-X_9-X_3\cdot R_3-X_{11}-X_5\cdot R_5-X_6\cdot R_6-X_{12})}{1000000}-\frac{10261\cdot(e2(t)-X_8-X_2\cdot R_2-X_{10}-X_4\cdot R_4-X_6\cdot R_6-X_{12})}{250000}-\frac{8823\cdot(e1(t)-X_7-X_1\cdot R_1-X_{11}-X_5\cdot R_5+X_4\cdot R_4+X_{10})}{200000}\right] \\
\frac{1}{D}\cdot\left[\frac{9381\cdot(e2(t)-X_8-X_2\cdot R_2-X_{10}-X_4\cdot R_4-X_6\cdot R_6-X_{12})}{500000}-\frac{3339\cdot(e1(t)-X_7-X_1\cdot R_1-X_{11}-X_5\cdot R_5+X_4\cdot R_4+X_{10})}{250000}+\frac{3339\cdot(e3(t)-X_9-X_3\cdot R_3-X_{11}-X_5\cdot R_5-X_6\cdot R_6-X_{12})}{250000}\right] \\
\frac{1}{D}\cdot\left[\frac{22619\cdot(e1(t)-X_7-X_1\cdot R_1-X_{11}-X_5\cdot R_5+X_4\cdot R_4+X_{10})}{500000}-\frac{3017\cdot(e2(t)-X_8-X_2\cdot R_2-X_{10}-X_4\cdot R_4-X_6\cdot R_6-X_{12})}{1000000}+\frac{1177\cdot(e3(t)-X_9-X_3\cdot R_3-X_{11}-X_5\cdot R_5-X_6\cdot R_6-X_{12})}{31250}\right] \\
\frac{1}{D}\cdot\left[\frac{677\cdot(e2(t)-X_8-X_2\cdot R_2-X_{10}-X_4\cdot R_4-X_6\cdot R_6-X_{12})}{20000}-\frac{761\cdot(e1(t)-X_7-X_1\cdot R_1-X_{11}-X_5\cdot R_5+X_4\cdot R_4+X_{10})}{125000}+\frac{8147\cdot(e3(t)-X_9-X_3\cdot R_3-X_{11}-X_5\cdot R_5-X_6\cdot R_6-X_{12})}{200000}\right] \\
\frac{1}{C_1}\cdot X_1 \\
\frac{1}{C_2}\cdot X_2 \\
\frac{1}{C_3}\cdot X_3 \\
\frac{1}{C_4}\cdot X_4 \\
\frac{1}{C_5}\cdot X_5 \\
\frac{1}{C_6}\cdot X_6
\end{bmatrix}$$

$$Z := rkfixed(NU, 0, .1, 5000, B)$$

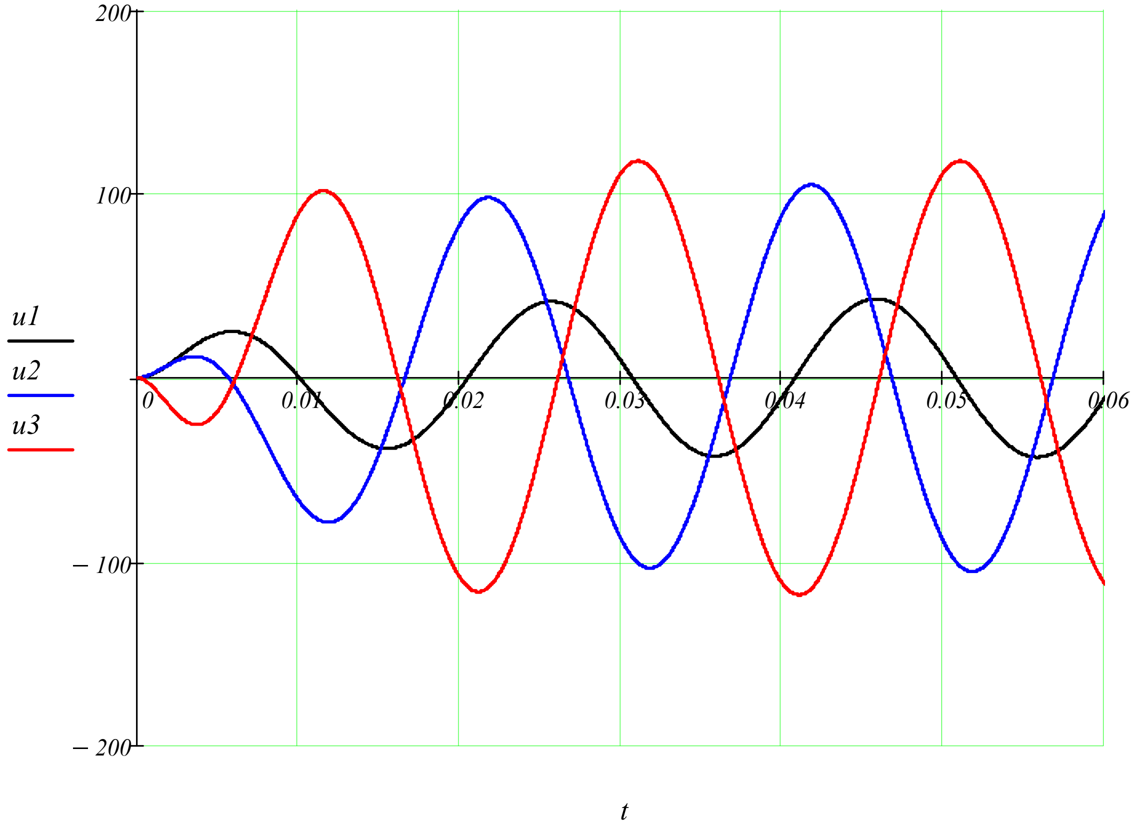
$t := Z^{\langle 1 \rangle}$ $i1 := Z^{\langle 2 \rangle}$ $i2 := Z^{\langle 3 \rangle}$ $i3 := Z^{\langle 4 \rangle}$ $i4 := Z^{\langle 5 \rangle}$ $i5 := Z^{\langle 6 \rangle}$ $i6 := Z^{\langle 7 \rangle}$

$u1 := Z^{\langle 8 \rangle}$ $u2 := Z^{\langle 9 \rangle}$ $u3 := Z^{\langle 10 \rangle}$ $u4 := Z^{\langle 11 \rangle}$ $u5 := Z^{\langle 12 \rangle}$ $u6 := Z^{\langle 13 \rangle}$

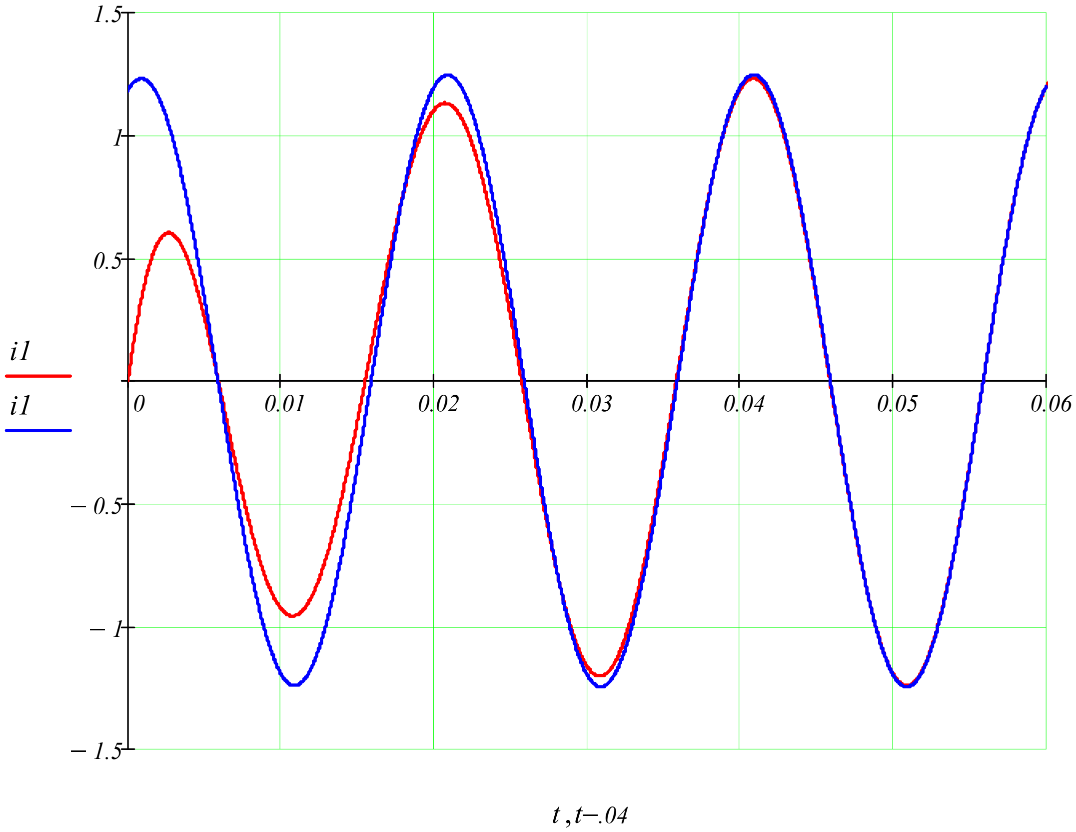
5. Графические диаграммы токов в переходном режиме



6. Графические диаграммы напряжений в переходном режиме



7. Определение времени переходного процесса



Вывод: продолжительность переходного процесса составляет 2 периода.

7. Обработка результатов расчета для 3-г о периода

$$N := 3000$$

7.1. Действующие значения токов и напряжений

$$I1 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i1_i\right)^2} = 0.876 \qquad U1 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u1_i\right)^2} = 30.434$$

$$I2 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i2_i\right)^2} = 2.033 \qquad U2 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u2_i\right)^2} = 74.352$$

$$I3 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i3_i\right)^2} = 1.23 \qquad U3 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u3_i\right)^2} = 83.336$$

$$I4 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i4_i\right)^2} = 0.662 \qquad U4 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u4_i\right)^2} = 27.677$$

$$I5 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i5_i\right)^2} = 1.458 \qquad U5 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u5_i\right)^2} = 87.608$$

$$I6 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i6_i\right)^2} = 0.886 \qquad U6 := \sqrt{\frac{1}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u6_i\right)^2} = 39.686$$

$$E1 := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_0^T e1(t)^2\,dt} = 70.711 \qquad E2 := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_0^T e2(t)^2\,dt} = 91.924$$

$$E3 := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_0^T e3(t)^2\,dt} = 84.853$$

7.2. Гармонический анализ функций токов и напряжений

$$\omega := 2\pi\ f \qquad j := \sqrt{-1}$$

$$B1 := \frac{2}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i1_i\cdot sin\left(\omega\cdot t_i\right)\right) = 0.339$$

$$C1 := \frac{2}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(i1_i\cdot cos\left(\omega\cdot t_i\right)\right) = 1.191$$

$$Im_1 := B1 + j\cdot C1 \quad \left|Im_1\right| = 1.238 \qquad \psi i_1 := arg\left(Im_1\right) = 74.107\cdot deg$$

$$ig1(t) := \left|Im_1\right|\cdot sin\left(\omega\cdot t + \psi i_1\right)$$

$$D1 := \frac{2}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u1_i\cdot sin\left(\omega\cdot t_i\right)\right) = 41.41$$

$$F1 := \frac{2}{1000}\cdot\sum_{i=2001}^{N}\left(u1_i\cdot cos\left(\omega\cdot t_i\right)\right) = -11.733$$

$$Um_1 := D1 + j\cdot F1 \quad \left|Um_1\right| = 43.04 \qquad \psi u_1 := arg\left(Um_1\right) = -15.819\cdot deg$$

$$ug1(t) := \left(\left|Um_1\right|\cdot sin\left(\omega\cdot t + \psi u_1\right)\right)$$

7.3. Мощность источников и приемников

$$Pe1 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left(e1(t)_i \cdot i1_i\right) = 27.039$$

$$Pe2 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left(e2(t)_i \cdot i2_i\right) = 186.475$$

$$Pe3 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left(e3(t)_i \cdot i3_i\right) = 98.139$$

$$P1 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left[R_1 \cdot \left(i1_i\right)^2\right] = 19.936$$

$$P2 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left[R_2 \cdot \left(i2_i\right)^2\right] = 128.109$$

$$P3 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left[R_3 \cdot \left(i3_i\right)^2\right] = 63.585$$

$$P4 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left[R_4 \cdot \left(i4_i\right)^2\right] = 7.877$$

$$P5 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left[R_5 \cdot \left(i5_i\right)^2\right] = 59.488$$

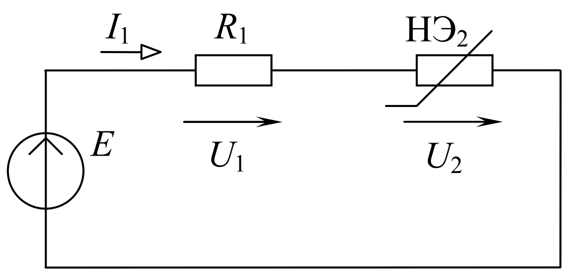
$$P6 := \frac{1}{1000} \cdot \sum_{i=2001}^{N} \left[R_6 \cdot \left(i6_i\right)^2\right] = 32.998$$

$$Pe := Pe1 + Pe2 + Pe3 = 311.653$$

$$Pn := P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 = 311.993$$

ЗАДАЧА 39.
РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$E := 140$

$R1 := 50$

Вольтамперная характеристика нелинейного элемента задана в виде таблицы координат точек. Представляем ВАХ в матричной форме

$$Uk := (0 \quad 10 \quad 24 \quad 36 \quad 49 \quad 64 \quad 81 \quad 100 \quad 121 \quad 144)^T$$

$$Ik := (0 \quad .3 \quad .5 \quad .6 \quad .7 \quad .8 \quad .9 \quad 1.0 \quad 1.1 \quad 1.2)^T$$

2. 1-ый вариант решения

Нелинейная ВАХ $I(U)$ аппроксимируется кубическими сплайнами

$s1 := cspline(Uk, Ik) \qquad I1(U2) := interp(s1, Uk, Ik, U2)$

Нелинейное уравнение Кирхгофа решается по программе *Given..Find..*

$U2 := 1 \qquad Given \qquad I1(U2) \cdot R1 + U2 = E$

$U2 := Find(U2) = 92.032$

$I1(U2) = 0.959 \qquad U1 := I1(U2) \cdot R1 = 47.968$

3. 2-ой вариант решения

Нелинейная ВАХ *U*(*I*) аппроксимируется кубическими сплайнами

$$s2 := cspline(Ik, Uk) \qquad U2(I2) := interp(s2, Ik, Uk, I2)$$

Нелинейное уравнение Кирхгофа решается по программе *Given..Find..*

$$I2 := 1 \qquad Given \qquad I2 \cdot R1 + U2(I2) = E$$

$$I2 := Find(I2) = 0.959 \qquad U2(I2) = 92.033 \qquad U1 := R1 \cdot I2 = 47.967$$

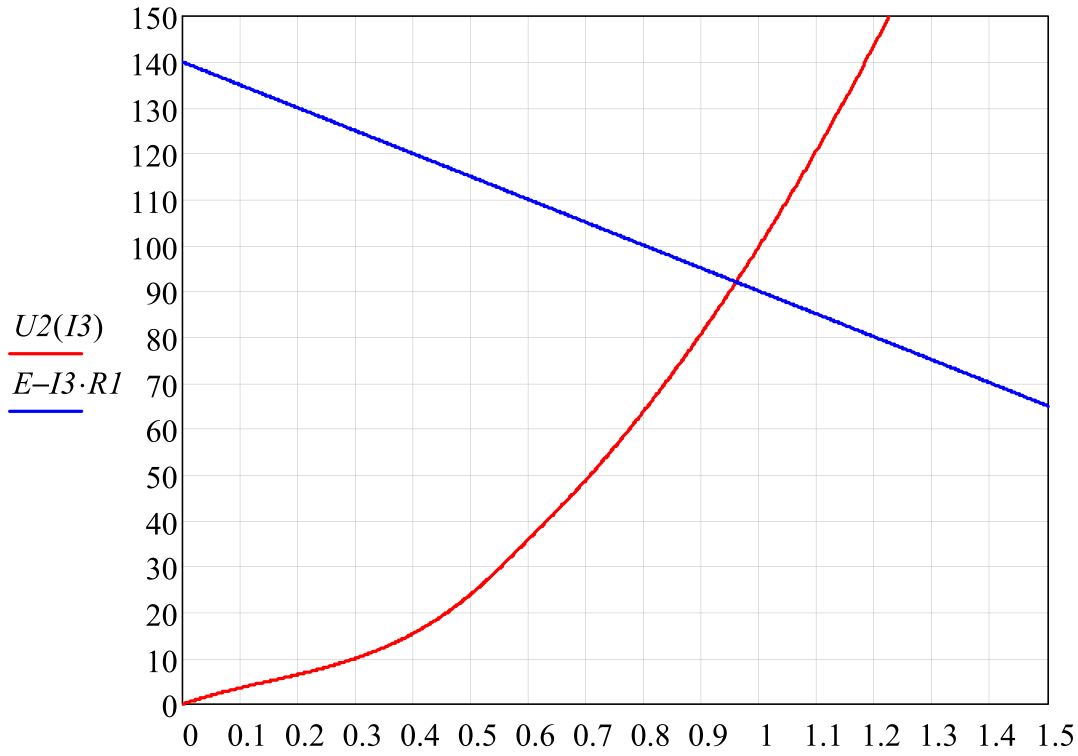
4. 3-ий вариант – графическое решение

Нелинейная ВАХ *U*(*I*) аппроксимируется кубическими сплайнами

$$s3 := cspline(Ik, Uk) \qquad U2(I3) := interp(s3, Ik, Uk, I3)$$

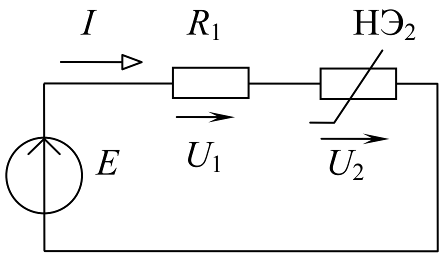
$$U2(I3) = E - I3 \cdot R1$$

В соответствии с уравнением Кирхгофа в одном масштабе строятся две графические диаграммы, представляющие выражения слева и справа от знака равенства. Решению задачи соответствует точка пересечения двух диаграмм.



ЗАДАЧА 40.
РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$E := 150$

$R1 := 140$

Вольтамперная характеристика нелинейного элемента задана в виде таблицы координат точек. Представляем ВАХ в матричной форме

$$Uk := (0 \;\; 2 \;\; 20 \;\; 40 \;\; 50 \;\; 60 \;\; 80 \;\; 100 \;\; 120 \;\; 150)^T$$

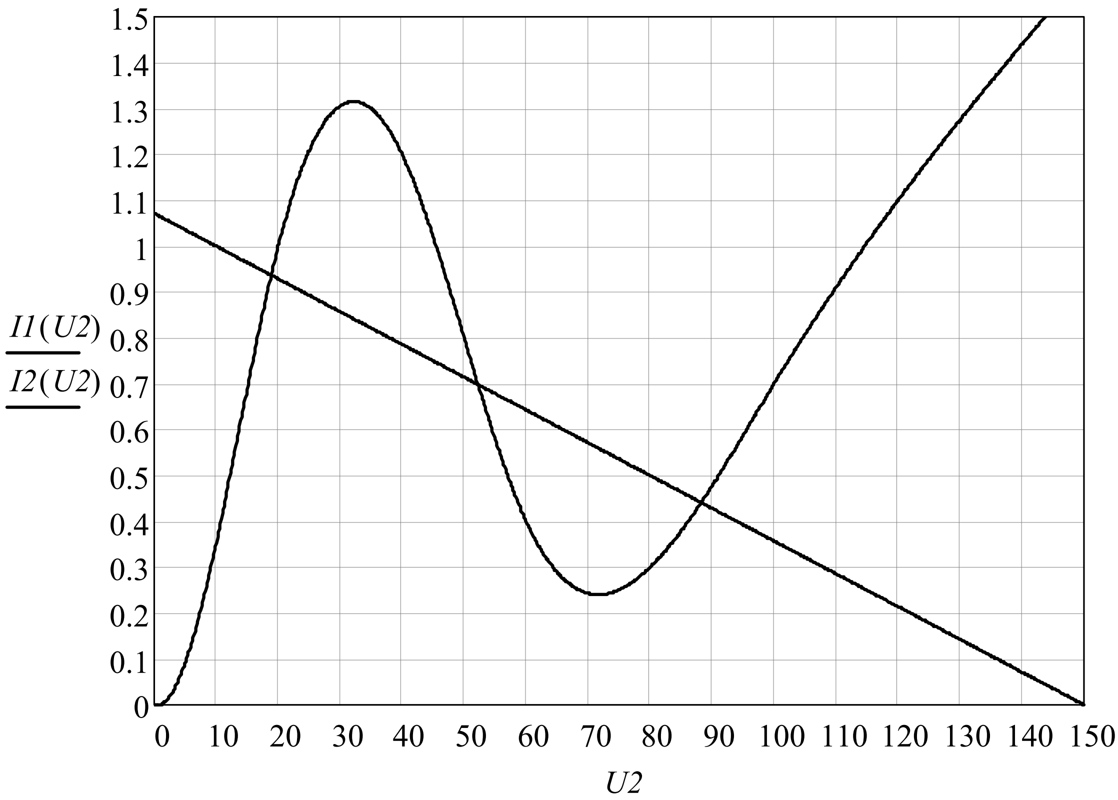
$$Ik := (0 \;\; .01 \;\; 1.0 \;\; 1.2 \;\; .8 \;\; .4 \;\; .3 \;\; .7 \;\; 1.1 \;\; 1.6)^T$$

2. Графический метод решения

Нелинейная ВАХ $I(U)$ аппроксимируется кубическими сплайнами

$$s1 := cspline(Uk, Ik) \qquad I2(U2) := interp(s1, Uk, Ik, U2)$$

$$I1(U2) := \frac{E - U2}{R1} \qquad I2(U2) = \frac{E - U2}{R1}$$



3. Аналитический метод решения

Нелинейное уравнение Кирхгофа решается по программе *Given...Find*.

$U2 := 10$ $\quad$ *Given* $\quad$ $I1(U2) \cdot R1 + U2 = E$

$U2 := Find(U2) = 0$ $\quad$ $I1(U2) = 1.071$ $\quad$ $U1 := I1(U2) \cdot R1 = 150$

$U2 := 50$ $\quad$ *Given* $\quad$ $I1(U2) \cdot R1 + U2 = E$

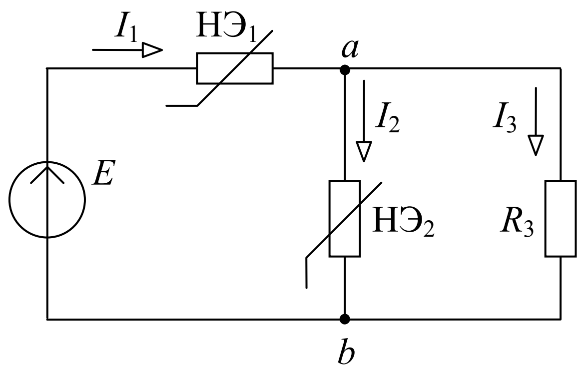
$U2 := Find(U2) = 0$ $\quad$ $I1(U2) = 1.071$ $\quad$ $U1 := I1(U2) \cdot R1 = 150$

$U2 := 100$ $\quad$ *Given* $\quad$ $I1(U2) \cdot R1 + U2 = E$

$U2 := Find(U2) = 0$ $\quad$ $I1(U2) = 1.071$ $\quad$ $U1 := I1(U2) \cdot R1 = 150$

ЗАДАЧА 41.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ 1 ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$E := 150$

$R3 := 120$

Вольтамперные характеристики (ВАХ) нелинейных элементов заданы в виде таблиц координат точек (таблично), которые представляем в матричной форме.

Для НЭ1:

$$U1k := (0\ \ 20\ \ 30\ \ 40\ \ 50\ \ 60\ \ 70\ \ 80\ \ 90\ \ 95)^T$$

$$I1k := (0\ \ .03\ \ .06\ \ .12\ \ .23\ \ .39\ \ .61\ \ 0.95\ \ 1.56\ \ 2.58)^T$$

Для НЭ2:

$$U2k := (0\ \ 11\ \ 27\ \ 39\ \ 55\ \ 74\ \ 95\ \ 125\ \ 165\ \ 210)^T$$

$$I2k := (0\ \ .3\ \ .5\ \ .6\ \ .7\ \ .8\ \ .9\ \ 1.0\ \ 1.1\ \ 1.2)^T$$

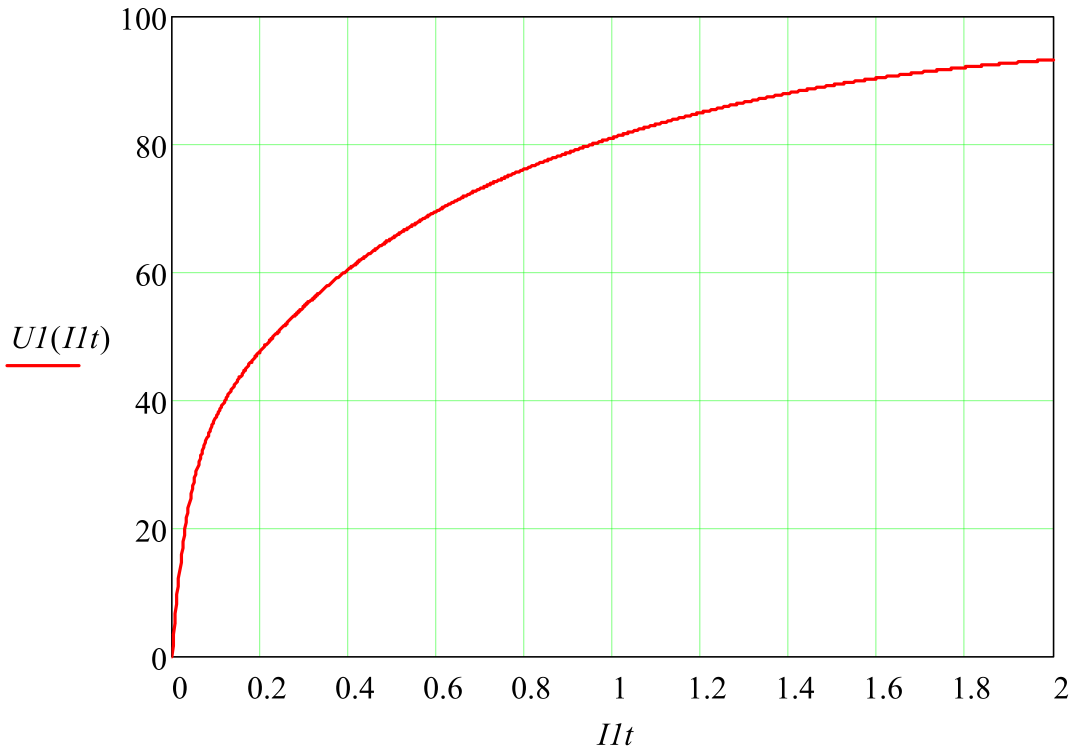
2. Аппроксимация ВАХ нелинейных элементов

Выполняем аппроксимацию ВАХ нелинейных элементов по форме $I(U)$ или $U(I)$ в зависимости от их применения в уравнениях Кирхгофа

Для НЭ1:

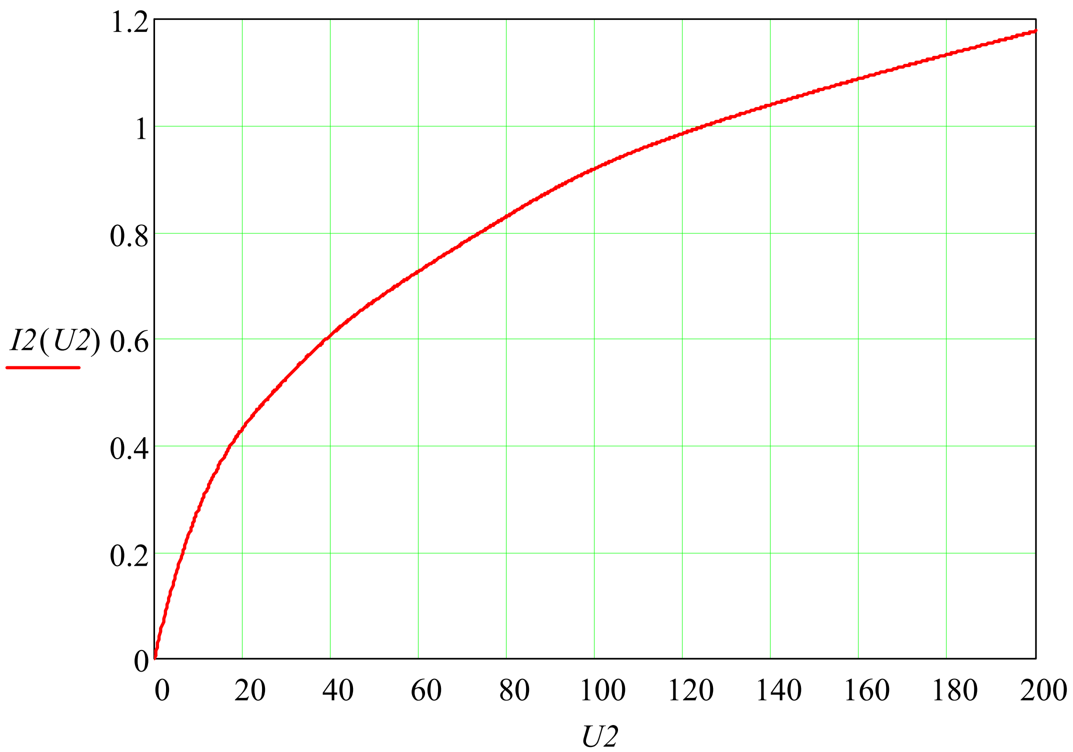
$$s1 := cspline(I1k, U1k)$$

$$U1(I1t) := interp(s1, I1k, U1k, I1t)$$



Для НЭ2:

$$s2 := cspline(U2k, I2k) \qquad I2(U2) := interp(s2, U2k, I2k, U2)$$



3. Решение системы нелинейных уравнений

Система нелинейных уравнений Кирхгофа решается по программе *Given...Find*:

$$I1t := 1 \qquad I3 := 1 \qquad U2 := 6$$

$$Given \qquad I1t - I2(U2) - I3 = 0$$

$$U1(I1t) + I3 \cdot R3 = E$$

$$U1(I1t) + U2 = E$$

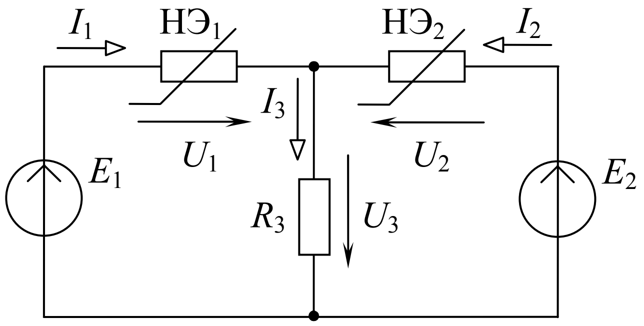
$$\begin{pmatrix} I1t \\ I3 \\ U2 \end{pmatrix} := Find(I1t, I3, U2) = \begin{pmatrix} 1.277 \\ 0.531 \\ 63.689 \end{pmatrix}$$

$$I1t = 1.277 \qquad I2(U2) = 0.747 \qquad I3 = 0.531$$

$$U1(I1t) = 86.311 \qquad U3 := U2 = 63.689$$

ЗАДАЧА 42.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ 2 ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Схема цепи и параметры элементов



$E1 := 180 \qquad E2 := 150 \qquad R3 := 40$

2. Аппроксимация ВАХ нелинейного элемента НЭ1 производится уравнением степенного полинома вида $U = a \cdot I + b \cdot I^n$. Коэффициенты аппроксимации определяются по методу выбранных точек.

$$U1k := (0 \;\; 10 \;\; 20 \;\; 30 \;\; 40 \;\; 50 \;\; 70 \;\; 90 \;\; 100 \;\; 140)^T$$

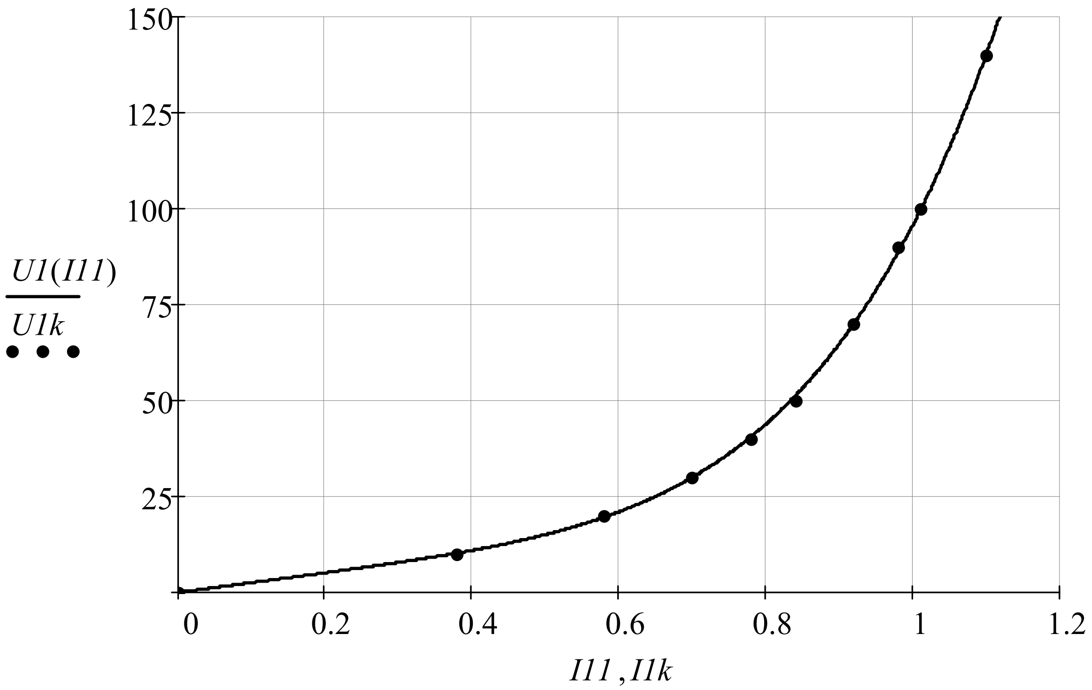
$$I1k := (0 \;\; .38 \;\; .58 \;\; .70 \;\; .78 \;\; .84 \;\; .92 \;\; .98 \;\; 1.01 \;\; 1.10)^T$$

$$a := 1 \qquad b := 1 \qquad n := 2$$

Given

$$U1k_3 = a \cdot I1k_3 + b \cdot (I1k_3)^n$$
$$U1k_6 = a \cdot I1k_6 + b \cdot (I1k_6)^n$$
$$U1k_9 = a \cdot I1k_9 + b \cdot (I1k_9)^n$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ n \end{pmatrix} := Find(a, b, n) = \begin{pmatrix} 25.475 \\ 70.123 \\ 4.911 \end{pmatrix} \qquad U1(I11) := a \cdot I11 + b \cdot I11^n$$

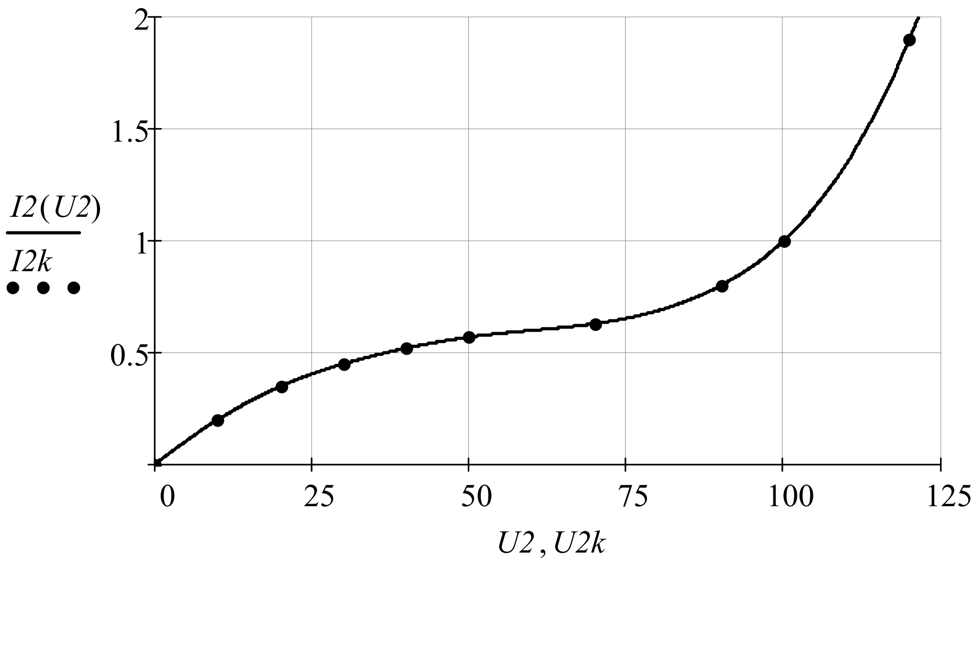


3. Аппроксимация ВАХ нелинейного элемента НЭ2 выполняется кубическими сплайнами

$$U2k := (0\ \ 10\ \ 20\ \ 30\ \ 40\ \ 50\ \ 70\ \ 90\ \ 100\ \ 120)^T$$

$$I2k := (0\ \ .2\ \ .35\ \ .45\ \ .52\ \ .57\ \ .63\ \ .80\ \ 1.00\ \ 1.90)^T$$

$$cs := cspline(U2k, I2k) \qquad I2(U2) := interp(cs, U2k, I2k, U2)$$



4. Решение системы нелинейных уравнений Кирхгофа по программе *Given...Find*:

$$I1 := 1 \qquad I3 := 1 \qquad U1 := 1 \qquad U2 := 1 \qquad U3 := 1$$

$$\text{Given} \qquad I1 + I2(U2) - I3 = 0 \qquad U1 + U3 = E1$$

$$U2 + U3 = E2 \qquad U1 = a \cdot I1 + b \cdot I1^{n} \qquad U3 = I3 \cdot R3$$

$$A := \text{Find}(I1, I3, U1, U2, U3)$$

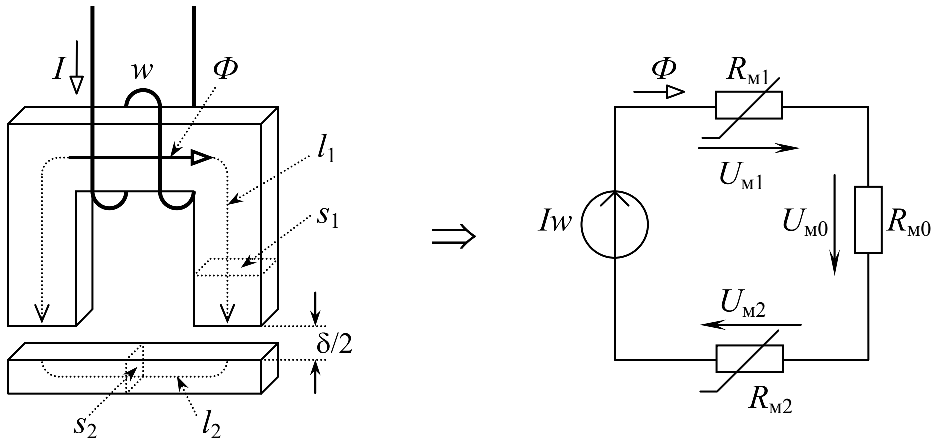
5. Результаты вычислений:

$$I1 := A_0 = 1.038 \qquad I3 := A_1 = 1.732 \qquad U1 := A_2 = 110.725$$

$$U2 := A_3 = 80.725 \qquad U3 := A_4 = 69.275 \qquad I2(U2) = 0.694$$

ЗАДАЧА 43.
РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ

1. Эскизный рисунок магнитной цепи (*а*) и ее схема (*б*)



а *б*

2. Исходные данные

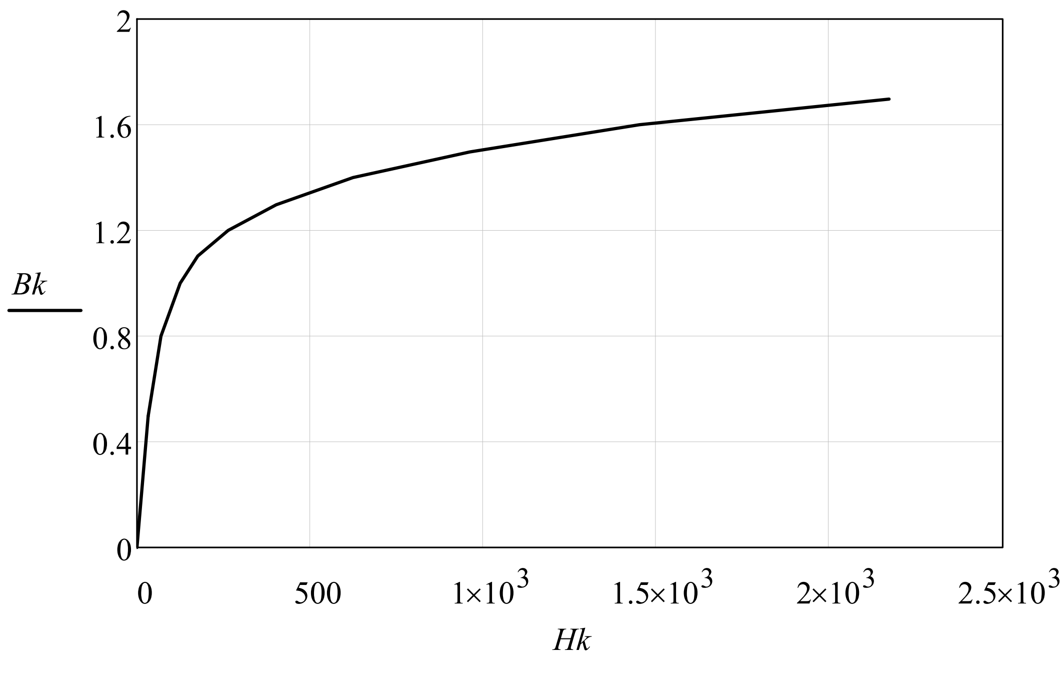
2.1. Кривая намагничивания материала сердечника $B = f(H)$ задана таблично:

$$Bk := (0 \;\; .5 \;\; .8 \;\; 1 \;\; 1.1 \;\; 1.2 \;\; 1.3 \;\; 1.4 \;\; 1.5 \;\; 1.6 \;\; 1.7)^T$$

$$Hk := (0 \;\; 32 \;\; 68 \;\; 123 \;\; 174 \;\; 263 \;\; 404 \;\; 625 \;\; 959 \;\; 1450 \;\; 2170)^T$$

$$\mu o := 1.25 \cdot 10^{-6}$$

Графическая диаграмма функции $B = f(H)$:



2.2. Геометрические размеры магнитной цепи заданы в единицах измерения системы *SI*:

$$l1 := 0.3 \quad s1 := 0.004 \qquad Iw := 300$$

$$l2 := 0.1 \quad s2 := 0.003 \qquad \delta := .0001$$

3. Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи

Для удобства чтения выразим магнитные потоки в *мВб*

3.1. Для 1-го участка:

$$\Phi 1k := 1000Bk \cdot s1 \;\; мВб \qquad U1k := Hk \cdot l1 \;\; В$$

$\Phi 1k^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	2	3.2	4	4.4	4.8	5.2	5.6	6	6.4	6.8

$U1k^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	9.6	20.4	36.9	52.2	78.9	121.2	187.5	287.7	435	651

3.2. Для 2-го участка:

$$\Phi 2k := 1000Bk \cdot s2 \;\; мВб \qquad U2k := Hk \cdot l2 \;\; В$$

$\Phi 2k^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1.5	2.4	3	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1

$U2k^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	3.2	6.8	12.3	17.4	26.3	40.4	62.5	95.9	145	217

3.3. Для 3-го участка:

$$Uo(\Phi) := \frac{\delta}{\mu o \cdot s1} \cdot \Phi \cdot .001$$

4. Аппроксимация вебер-амперных характеристик степенным полиномом вида $U = a\Phi + b\Phi^n$

4.1. Определение коэффициентов *a1* и *b1*и *n1* по методу выбранных точек (3, 6, 9):

$$a1 := .01 \qquad b1 := .0001 \qquad\qquad n1 := 5$$

Given

$$U1k_3 = a1 \cdot \Phi 1k_3 + b1 \cdot (\Phi 1k_3)^{n1}$$

$$U1k_6 = a1 \cdot \Phi 1k_6 + b1 \cdot (\Phi 1k_6)^{n1}$$

$$U1k_9 = a1 \cdot \Phi 1k_9 + b1 \cdot (\Phi 1k_9)^{n1}$$

$$\begin{pmatrix} a1 \\ b1 \\ n1 \end{pmatrix} := Find(a1, b1, n1) = \begin{pmatrix} 5.628 \\ 7.978 \times 10^{-4} \\ 7.069 \end{pmatrix}$$

$$U1(\Phi) := a1 \cdot \Phi + b1 \cdot \Phi^{n1}$$

4.2. Определение коэффициентов $a2$ и $b2$ и $n2$ по методу выбранных точек (3, 6, 9):

$$a2 := .01 \qquad b2 := .0001 \qquad\qquad n2 := 5$$

Given

$$U2k_3 = a2 \cdot \Phi 2k_3 + b2 \cdot (\Phi 2k_3)^{n2}$$

$$U2k_6 = a2 \cdot \Phi 2k_6 + b2 \cdot (\Phi 2k_6)^{n2}$$

$$U2k_9 = a2 \cdot \Phi 2k_9 + b2 \cdot (\Phi 2k_9)^{n2}$$

$$\begin{pmatrix} a2 \\ b2 \\ n2 \end{pmatrix} := Find(a2, b2, n2) = \begin{pmatrix} 2.501 \\ 2.032 \times 10^{-3} \\ 7.069 \end{pmatrix}$$

$$U2(\Phi) := a2 \cdot \Phi + b2 \cdot \Phi^{n2}$$

4.4. Уравнение аппроксимации ВбАХ воздушного зазора:

$$Uo(\Phi) := \frac{\delta}{\mu o \cdot s1} \cdot \Phi \cdot .001$$

5. Система уравнений Кирхгофа и ее решение

$\Phi := 1$

Given $\quad U1(\Phi) + U2(\Phi) + Uo(\Phi) = Iw$

$\Phi := Find(\Phi) = 4.73$

6. Результаты расчета:

$U1(\Phi) = 73.683 \qquad U2(\Phi) = 131.716 \qquad Uo(\Phi) = 94.601$

$$Bo := \frac{\Phi}{s1} \cdot 10^{-3} = 1.183$$

6. Аппроксимация вебер-амперных характеристик гиперболическим синусом вида $U = c\sinh(d\Phi)$

6.1. Определение коэффициентов $c1$ и $d1$ по методу выбранных точек (3, 7):

$c1 := 1 \qquad d1 := 1$

Given $\quad U1k_3 = c1 \cdot \sinh\left(d1 \cdot \Phi1k_3\right)$

$U1k_7 = c1 \cdot \sinh\left(d1 \cdot \Phi1k_7\right)$

$$\begin{pmatrix} c1 \\ d1 \end{pmatrix} := Find(c1, d1) = \begin{pmatrix} 1.269 \\ 1.016 \end{pmatrix} \qquad U1(\Phi) := c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \Phi)$$

6.2. Определение коэффициентов $c2$ и $d2$ по методу выбранных точек (3, 7):

$c2 := 1 \qquad d2 := 1$

Given $\quad U2k_3 = c2 \cdot \sinh\left(d2 \cdot \Phi2k_3\right)$

$U2k_7 = c2 \cdot \sinh\left(d2 \cdot \Phi2k_7\right)$

$$\begin{pmatrix} c2 \\ d2 \end{pmatrix} := Find(c2, d2) = \begin{pmatrix} 0.423 \\ 1.354 \end{pmatrix} \qquad U2(\Phi) := c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \Phi)$$

6.3. Уравнение аппроксимации воздушного зазора:

$$Uo(\Phi) := \frac{\delta}{\mu o \cdot s1} \cdot \Phi \cdot .001$$

7. Система уравнений Кирхгофа и ее решение

$\Phi := 1$ Given $U1(\Phi) + U2(\Phi) + Uo(\Phi) = Iw$

$\Phi := Find(\Phi) = 4.729$

6. Результаты расчета:

$U1(\Phi) = 77.418$ $U2(\Phi) = 127.997$ $Uo(\Phi) = 94.585$

$$Bo := \frac{\Phi}{s1} \cdot 10^{-3} = 1.182$$

ЗАДАЧА 44.
РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ 1 В MathCAD

1. Схема цепи и параметры элементов

Заданы: эскизный рисунок магнитной цепи (рис. 1, *а*) и геометрические размеры отдельных участков, числа витков обмоток и токи, протекающие в обмотках, графическая диаграмма кривой намагничивания материала сердечника $\boldsymbol{B = f(H)}$ (рис. 2).

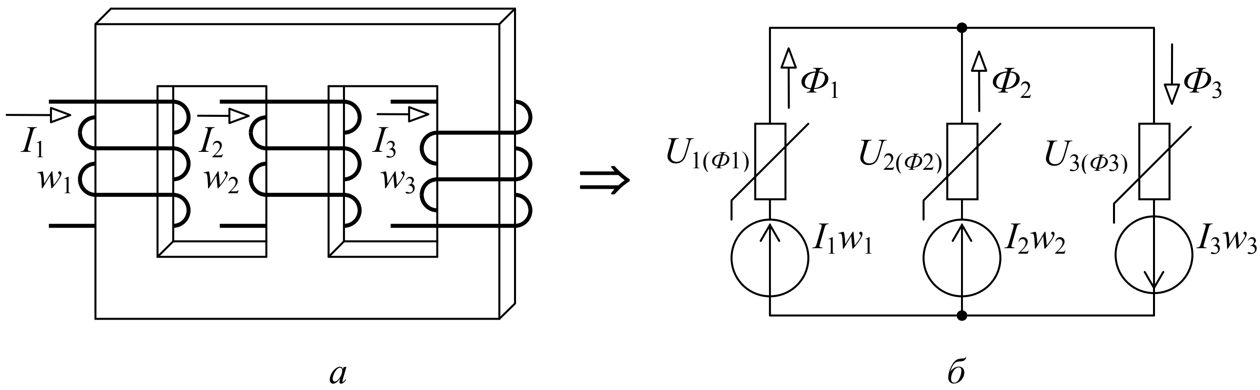


Рис. 1

Геометрические размеры магнитной цепи заданы в единицах измерения системы *SI*:

l1 := 0.4	s1 := 0.002	w1 := 300	i1 := 2
l2 := 0.2	s2 := 0.004	w2 := 200	i2 := 2
l3 := 0.5	s3 := 0.003	w3 := 250	i3 := 3

Требуется: выполнить расчет магнитной цепи и определить индукцию магнитного поля в зазоре ***Bo***.

1. На графической диаграмме кривой намагничивания $B = f(H)$ выбирают 10…15 точек. Координаты выбранных точек оформляют в виде матриц.

$$B := (0\ \ .5\ \ .8\ \ 1\ \ 1.1\ \ 1.2\ \ 1.3\ \ 1.4\ \ 1.5\ \ 1.6\ \ 1.7)^T$$

$$H := (0\ \ 35\ \ 66\ \ 120\ \ 170\ \ 260\ \ 410\ \ 630\ \ 980\ \ 1560\ \ 2470)^T$$

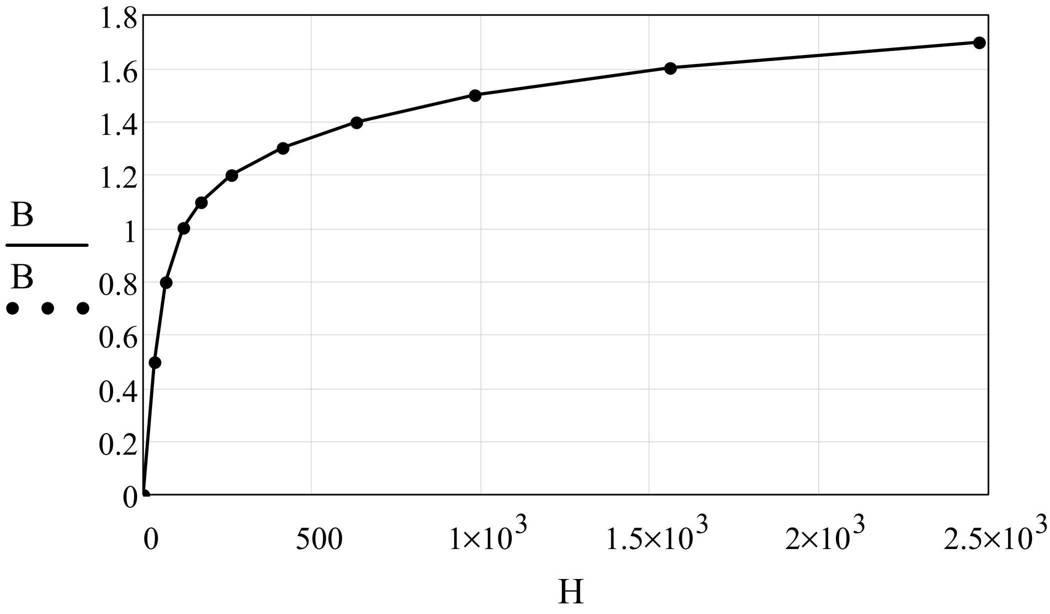


Рис. 2. Графическая диаграмма функции $B = f(H)$

1-ый вариант решения задачи

2. Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи производится по известным формулам $\Phi = B\ s$, $U = Hl$, для удобства магнитные потоки выразим в [*мВб*].

$$k := 1\,..\,10$$

$$\Phi 1_k := 1000\,B_k \cdot s1 \qquad U1_k := H_k \cdot l1 \qquad \text{– для 1-го участка}$$

$$\Phi 2_k := 1000\,B_k \cdot s2 \qquad U2_k := H_k \cdot l2 \qquad \text{– для 2-го участка}$$

$$\Phi 3_k := 1000\,B_k \cdot s3 \qquad U3_k := H_k \cdot l3 \qquad \text{– для 3-го участка}$$

3. Аппроксимация вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи выполняется степенным полиномом вида $U = a\Phi + b\Phi^{\,n}$, коэффициенты аппроксимации a, b и n определяются по методу выбранных точек (3, 6, 9).

Для 1-го участка:

$$a1 := 1 \qquad b1 := 1 \qquad n1 := 1$$

Giver $\quad U1_3 = a1\cdot\Phi1_3 + b1\cdot(\Phi1_3)^{n1}$

$$U1_6 = a1\cdot\Phi1_6 + b1\cdot(\Phi1_6)^{n1}$$

$$U1_9 = a1\cdot\Phi1_9 + b1\cdot(\Phi1_9)^{n1}$$

$$\begin{pmatrix} a1 \\ b1 \\ n1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(a1, b1, n1) = \begin{pmatrix} 14.894 \\ 0.112 \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Для 2-го участка:

$a2 := 1 \quad b2 := 1 \quad n2 := 1$

Giver $\quad U2_3 = a2\cdot\Phi2_3 + b2\cdot(\Phi2_3)^{n2}$

$$U2_6 = a2\cdot\Phi2_6 + b2\cdot(\Phi2_6)^{n2}$$

$$U2_9 = a2\cdot\Phi1_9 + b2\cdot(\Phi2_9)^{n2}$$

$$\begin{pmatrix} a2 \\ b2 \\ n2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(a2, b2, n2) = \begin{pmatrix} -48.024 \\ 22.447 \\ 1.634 \end{pmatrix}$$

Для 3-го участка:

$a3 := 1 \quad b3 := 1 \quad n3 := 1$

Giver $\quad U3_3 = a3\cdot\Phi3_3 + b3\cdot(\Phi3_3)^{n3}$

$$U3_6 = a3\cdot\Phi3_6 + b3\cdot(\Phi3_6)^{n3}$$

$$U3_9 = a3\cdot\Phi3_9 + b3\cdot(\Phi3_9)^{n3}$$

$$\begin{pmatrix} a3 \\ b3 \\ n3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(a3, b3, n3) = \begin{pmatrix} 12.411 \\ 7.086\times 10^{-3} \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Уравнения аппроксимации вебер-амперных характеристик отдельных участков:

$$U1(\Phi 1) := a1\cdot\Phi 1 + b1\cdot\Phi 1^{n1}$$

$$U2(\Phi 2) := a2\cdot\Phi 2 + b2\cdot\Phi 2^{n2}$$

$$U3(\Phi 3) := a3\cdot\Phi 3 + b3\cdot\Phi 3^{n3}$$

4. Составляется расчетная схема магнитной цепи (рис. 1, *б*). Для схемы составляется система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений производится по программе "Given...find"

$\Phi 1 := 0$ $\quad\Phi 2 := 0$ $\quad\Phi 3 := 0$ $\quad Uab := 0$

Giver

$$Uab + U1(\Phi 1) = i1\cdot w1$$

$$Uab + U2(\Phi 2) = i2\cdot w2$$

$$Uab - U3(\Phi 3) = -i3\cdot w3$$

$$\Phi 1 + \Phi 2 - \Phi 3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} \Phi 1 \\ \Phi 2 \\ \Phi 3 \\ Uab \end{pmatrix} := \text{Find}(\Phi 1, \Phi 2, \Phi 3, Uab) = \begin{pmatrix} 2.64 \\ 2.449 \\ 5.089 \\ 420.644 \end{pmatrix}$$

Результаты вычислений:

$\Phi 1 = 2.64$ $\quad\Phi 2 = 2.449$ $\quad\Phi 3 = 5.089$ $\quad Uab = 420.644$

2-ой вариант решения задачи

2.Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи производится по известным формулам $\Phi = Bs$, $U = Hl$, для удобства магнитные потоки выразим в [*мВб*].

$$k := 1..10$$

$\Phi 1_k := 1000 B_k \cdot s1$ $\quad U1_k := H_k \cdot l1$ - для 1-го участка

$\Phi 2_k := 1000 B_k \cdot s2$ $\quad U2_k := H_k \cdot l2$ - для 2-го участка

$\Phi 3_k := 1000 B_k \cdot s3$ $\quad U3_k := H_k \cdot l3$ - для 3-го участка:

3.Аппроксимация вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи выполняется гиперболическим синусом вида $U = c\sinh(d\Phi)$, коэффициенты аппроксимации c и d определяются по методу выбранных точек(3,7)

6.1.Определение коэффициентов c1и d1по методу выбранных точек (3,7):

Для 1-го участка:

$c1 := 1 \qquad d1 := 1$

Given $\quad U1_3 = c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \Phi 1_3)$

$U1_7 = c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \Phi 1_7)$

$$\begin{pmatrix} c1 \\ d1 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(c1, d1) = \begin{pmatrix} 1.521 \\ 2.072 \end{pmatrix}$$

Для 2-го участка:

$c2 := 1 \qquad d2 := 1$

Given $\quad U2_3 = c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \Phi 2_3)$

$U2_7 = c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \Phi 2_7)$

$$\begin{pmatrix} c2 \\ d2 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(c2, d2) = \begin{pmatrix} 0.761 \\ 1.036 \end{pmatrix}$$

Для 3-го участка:

$c3 := 1 \qquad d3 := 1$

$$\text{Giver} \qquad U3_3 = c3 \cdot \sinh\left(d3 \cdot \Phi3_3\right)$$

$$U3_7 = c3 \cdot \sinh\left(d3 \cdot \Phi3_7\right)$$

$$\begin{pmatrix} c3 \\ d3 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(c3, d3) = \begin{pmatrix} 1.902 \\ 1.382 \end{pmatrix}$$

Уравнения аппроксимации вебер-амперных характеристик отдельных участков:

$$U1(\Phi1) := c1 \cdot \sinh(d1 \cdot \Phi1)$$

$$U2(\Phi2) := c2 \cdot \sinh(d2 \cdot \Phi2)$$

$$U3(\Phi3) := c3 \cdot \sinh(d3 \cdot \Phi3)$$

7.Система уравнений Кирхгофа и ее решение

$\Phi1 := 1 \qquad \Phi2 := 1 \qquad \Phi3 := 1 \qquad Uab := 1$

$$\text{Giver} \qquad Uab + U1(\Phi1) = i1 \cdot w1$$

$$Uab + U2(\Phi2) = i2 \cdot w2$$

$$Uab - U3(\Phi3) = -i3 \cdot w3$$

$$\Phi1 + \Phi2 - \Phi3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} \Phi1 \\ \Phi2 \\ \Phi3 \\ Uab \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(\Phi1, \Phi2, \Phi3, Uab) = \begin{pmatrix} 2.7 \\ 2.435 \\ 5.134 \\ 395.29 \end{pmatrix}$$

Результаты вычислений:

$\Phi1 = 2.7 \qquad \Phi2 = 2.435 \qquad \Phi3 = 5.134 \qquad Uab = 395.29$

ЗАДАЧА 45.
РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ 2 В MathCAD

1. Схема цепи и параметры элементов

Заданы: эскизный рисунок магнитной цепи (рис. 1, *а*) и геометрические размеры отдельных участков, числа витков обмоток и токи, протекающие в обмотках, графическая диаграмма кривой намагничивания материала сердечника ***B* = *f*(*H*)** (рис. 2)**.**

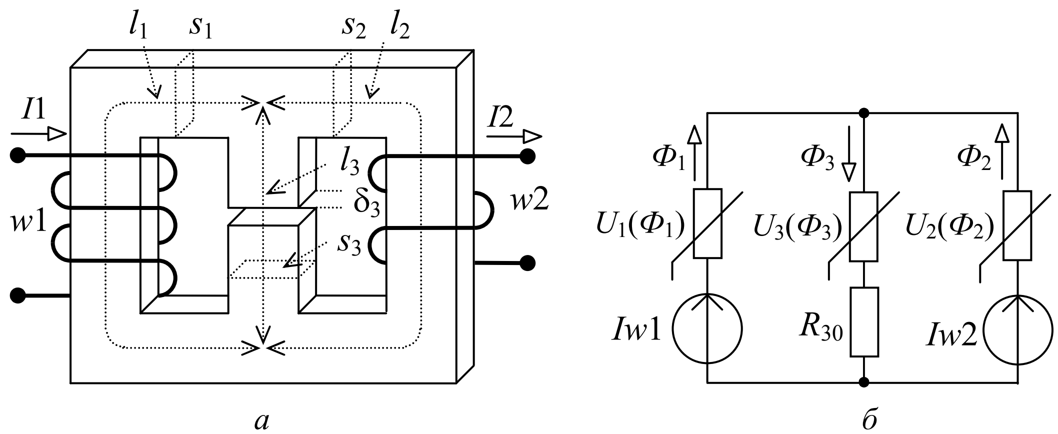


Рис. 1. Эскизный рисунок и расчетная схема магнитной цепи

Геометрические размеры магнитной цепи заданы в единицах измерения системы *SI*:

$l1 := 0.4$ $\quad s1 := 0.0015$ $\quad w1 := 200$ $\quad I1 := 2.5$

$l2 := 0.4$ $\quad s2 := 0.0025$ $\quad w2 := 300$ $\quad I2 := 2$

$l3 := 0.2$ $\quad s3 := 0.004$ $\quad \mu o := 4\pi \cdot 10^{-7}$ $\quad \delta := 5 \cdot 10^{-4}$

Требуется: выполнить расчет магнитной цепи и определить индукцию магнитного поля в зазоре ***Bo*** .

1. На графической диаграмме кривой намагничивания $B = f(H)$ выбирают 10…15 точек. Координаты выбранных точек оформляют в виде матриц.

$$B := (0\ \ .5\ \ .8\ \ 1\ \ 1.1\ \ 1.2\ \ 1.3\ \ 1.4\ \ 1.5\ \ 1.6\ \ 1.7)^T$$

$$H := (0\ \ 35\ \ 66\ \ 120\ \ 170\ \ 260\ \ 410\ \ 630\ \ 980\ \ 1560\ \ 2470)^T$$

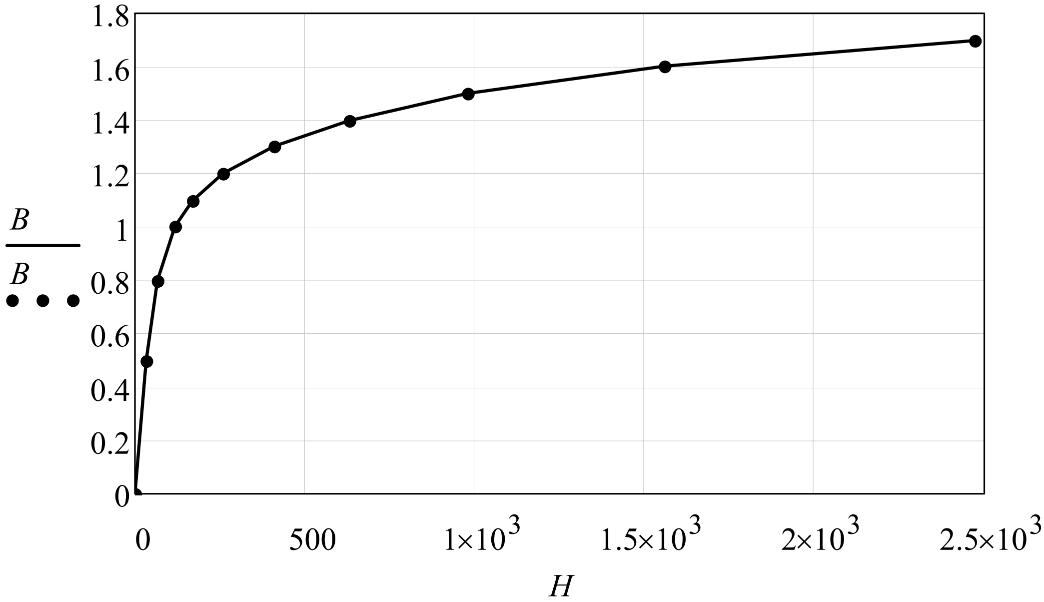


Рис. 2. Графическая диаграмма функции $B = f(H)$

2. Расчет вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи производится по известным формулам $\Phi = B\,s$, $U = Hl$, для удобства магнитные потоки выразим в [*мВб*].

$$k := 1 .. 10$$

$\Phi1_k := 1000\,B_k \cdot s1 \qquad U1_k := H_k \cdot l1$ - для 1-го участка

$\Phi2_k := 1000\,B_k \cdot s2 \qquad U2_k := H_k \cdot l2$ - для 2-го участка

$\Phi3_k := 1000\,B_k \cdot s3 \qquad U3_k := H_k \cdot l3$ - для 3-го участка

$Ro := \dfrac{\delta}{\mu o \cdot s3} \qquad Uo(\Phi3) := Ro \cdot \Phi3 \cdot .001$ - для зазора

3. Аппроксимация вебер-амперных характеристик отдельных участков магнитной цепи выполняется степенным полиномом вида $U = a\Phi + b\Phi^{\,n}$, коэффициенты аппроксимации a, b и n определяются по методу выбранных точек (3, 6, 9).

Для 1-го участка:

$a1 := 1 \qquad b1 := 1 \qquad n1 := 1$

$$Given \qquad U1_3 = a1 \cdot \Phi1_3 + b1 \cdot \left(\Phi1_3\right)^{n1}$$

$$U1_6 = a1 \cdot \Phi1_6 + b1 \cdot \left(\Phi1_6\right)^{n1}$$

$$U1_9 = a1 \cdot \Phi1_9 + b1 \cdot \left(\Phi1_9\right)^{n1}$$

$$\begin{pmatrix} a1 \\ b1 \\ n1 \end{pmatrix} := Find(a1, b1, n1) = \begin{pmatrix} 19.858 \\ 0.925 \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Для 2-го участка:

$$a2 := 1 \qquad b2 := 1 \qquad n2 := 1$$

$$Given \qquad U2_3 = a2 \cdot \Phi2_3 + b2 \cdot \left(\Phi2_3\right)^{n2}$$

$$U2_6 = a2 \cdot \Phi2_6 + b2 \cdot \left(\Phi2_6\right)^{n2}$$

$$U2_9 = a2 \cdot \Phi1_9 + b2 \cdot \left(\Phi2_9\right)^{n2}$$

$$\begin{pmatrix} a2 \\ b2 \\ n2 \end{pmatrix} := Find(a2, b2, n2) = \begin{pmatrix} 12.383 \\ 0.017 \\ 7.557 \end{pmatrix}$$

Для 3-го участка:

$$a3 := 1 \qquad b3 := 1 \qquad n3 := 1$$

$$Given \qquad U3_3 = a3 \cdot \Phi3_3 + b3 \cdot \left(\Phi3_3\right)^{n3}$$

$$U3_6 = a3 \cdot \Phi3_6 + b3 \cdot \left(\Phi3_6\right)^{n3}$$

$$U3_9 = a3 \cdot \Phi3_9 + b3 \cdot \left(\Phi3_9\right)^{n3}$$

$$\begin{pmatrix} a3 \\ b3 \\ n3 \end{pmatrix} := Find(a3, b3, n3) = \begin{pmatrix} 3.723 \\ 3.421 \times 10^{-4} \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Уравнения аппроксимации вебер-амперных характеристик отдельных участков:

$$U1(\Phi1) := a1\cdot\Phi1 + b1\cdot\Phi1^{n1}$$

$$U2(\Phi2) := a2\cdot\Phi2 + b2\cdot\Phi2^{n2}$$

$$U3(\Phi3) := a3\cdot\Phi3 + b3\cdot\Phi3^{n3}$$

4. Составляется расчетная схема магнитной цепи (рис. 1, б). Для схемы составляется система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений производится по программе "Given...find"

$\Phi1 := 1 \qquad \Phi2 := 1 \qquad \Phi3 := 1 \qquad Uab := 10$

$$Given \qquad \Phi1 + \Phi2 - \Phi3 = 0$$

$$Uab + U1(\Phi1) = I1\cdot w1$$

$$Uab + U2(\Phi2) = I2\cdot w2$$

$$Uab = U3(\Phi3) + Uo(\Phi3)$$

$$\begin{pmatrix} \Phi1 \\ \Phi2 \\ \Phi3 \\ Uab \end{pmatrix} := Find(\Phi1, \Phi2, \Phi3, Uab) = \begin{pmatrix} 1.259 \\ 3.122 \\ 4.382 \\ 469.951 \end{pmatrix}$$

Результаты вычислений:

$\Phi1 = 1.259 \qquad \Phi2 = 3.122 \qquad \Phi3 = 4.382 \qquad Uab = 469.951$

$U1(\Phi1) = 30.049 \qquad U2(\Phi2) = 130.049 \qquad U3(\Phi3) = 34.106$

$Uo(\Phi3) = 435.845 \qquad Bo := \frac{\Phi3}{s3}\cdot .001 = 1.095$

Примечание: алгоритм решения задачи позволяет выполнять анализ влияния отдельных параметров исходных данных на конечные результаты, для этого достаточно внести изменение нужного параметра в исходных данных задачи и повторить вычисления до конца алгоритма.

ЗАДАЧА 46.
РАСЧЕТ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНОЙ КАТУШКИ

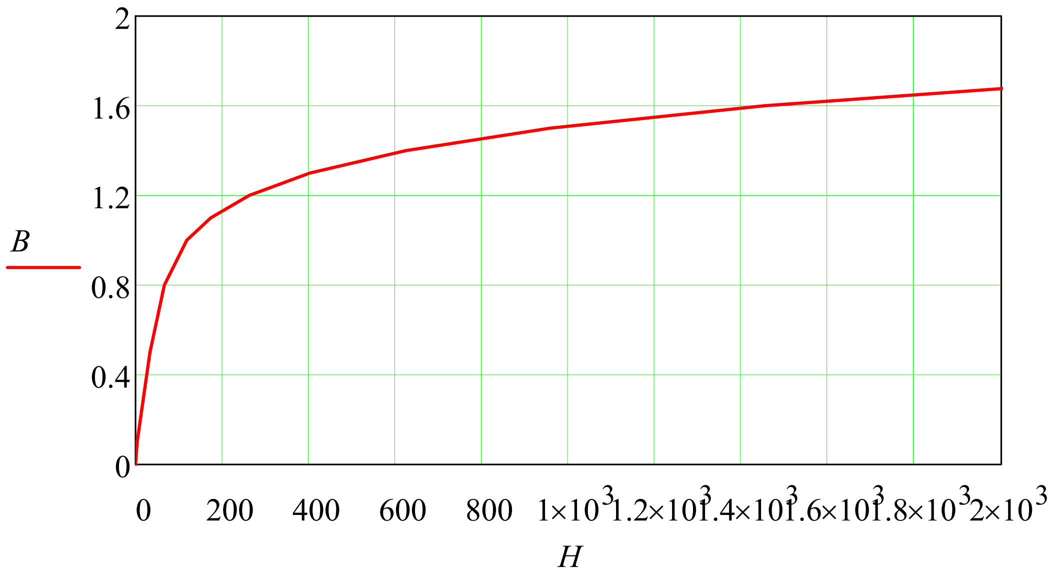
1. Исходные данные

$l := 47\cdot 10^{-2}$ $s := 28\cdot 10^{-4}$ $w := 135$ $f := 50$ $\omega := 2\pi f$ $T := \frac{1}{f}$

$B := (0 \;\; .1 \;\; .5 \;\; .8 \;\; 1.0 \;\; 1.1 \;\; 1.2 \;\; 1.3 \;\; 1.4 \;\; 1.5 \;\; 1.6 \;\; 1.7)^T$

$H := (0 \;\; 2 \;\; 35 \;\; 66 \;\; 120 \;\; 174 \;\; 263 \;\; 404 \;\; 625 \;\; 959 \;\; 1454 \;\; 2170)^T$

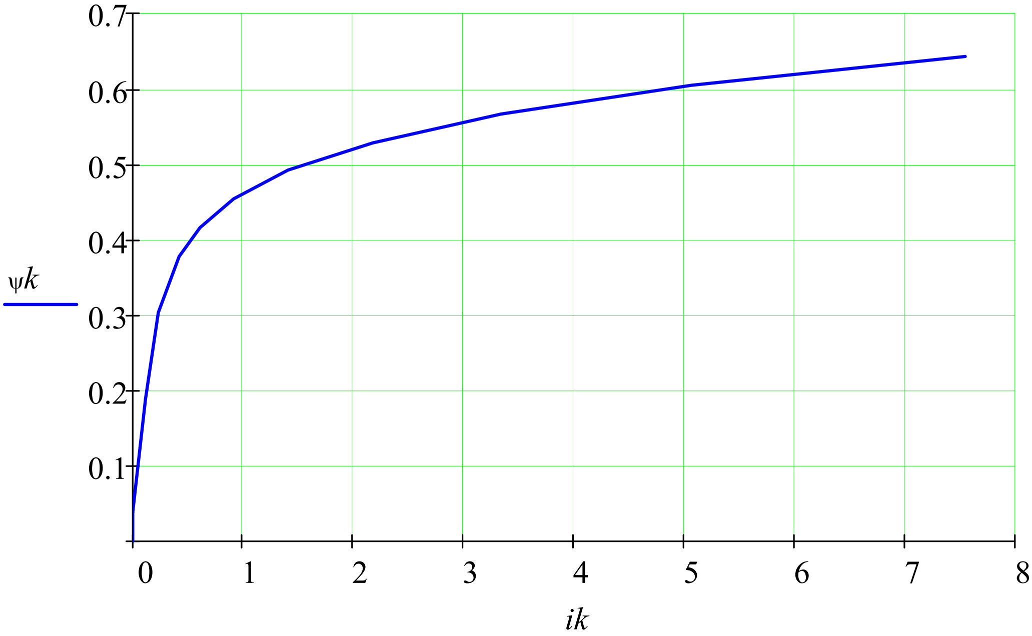
Диаграмма функции $B = f(H)$



2. Расчет вебер-амперной характеристики:

$\psi k := B\cdot s\cdot w$ $ik := \frac{H\cdot l}{w}$

Диаграмма функции $\psi = f(i\mathrm{l})$



Аппроксимация вебер-амперной характеристики:

$n := 7 \qquad a := 1 \qquad b := 1$

Given $\qquad ik_2 = a \cdot \psi k_2 + b \cdot (\psi k_2)^n$

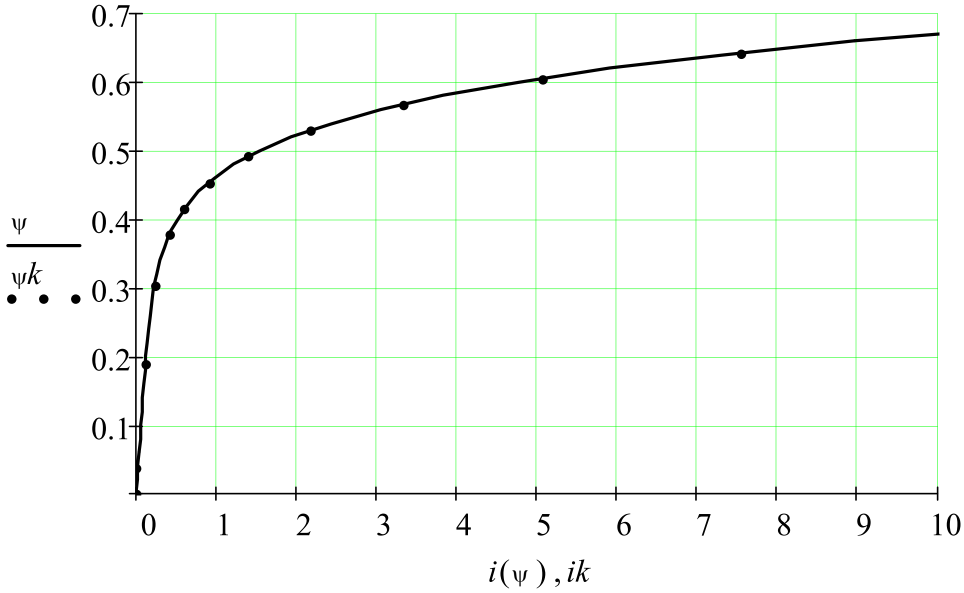
$$ik_6 = a \cdot \psi k_6 + b \cdot (\psi k_6)^n$$

$$ik_9 = a \cdot \psi k_9 + b \cdot (\psi k_9)^n$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ n \end{pmatrix} := Find(a, b, n) = \begin{pmatrix} 0.637 \\ 156.68 \\ 6.985 \end{pmatrix} \qquad n := 7$$

$$i(\psi) := a \cdot \psi + b \cdot (\psi)^n$$

Проверка качества аппроксимации вебер-амперной характеристики:



3. Расчет вольт-амперной характеристики:

$$U := (0\ \ 20\ \ 40\ \ 60\ \ 80\ \ 100\ \ 110\ \ 120\ \ 130\ \ 140\ \ 150)^T$$

$$k := 6 \quad Um_k := U_k \cdot \sqrt{2} \quad \Psi m_k := \frac{Um_k}{\omega} \quad c1 := 0 \quad c2 := 0.1 \quad c3 := -0.1$$

$$\psi(t) := \Psi m_k \cdot sin(\omega \cdot t) + c1 \cdot \Psi m_k \cdot sin(3\omega \cdot t)$$

$$i(t) := a \cdot \psi(t) + b \cdot \psi(t)^7$$

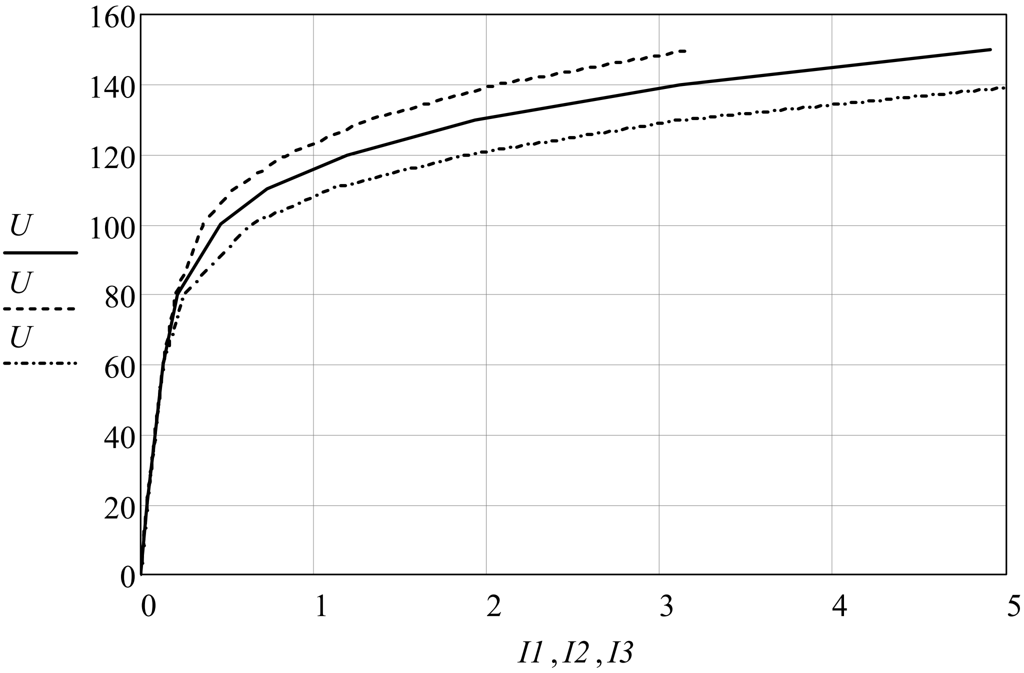
$$Id := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t)^2\,dt} = 0.722$$

$$I1 := (0\ \ .04\ \ .08\ \ .13\ \ .21\ \ .46\ \ .73\ \ 1.19\ \ 1.93\ \ 3.11\ \ 4.91)^T$$

$$I2 := (0\ \ .04\ \ .08\ \ .13\ \ .20\ \ .36\ \ .54\ \ .84\ \ 1.31\ \ 2.05\ \ 3.18)^T$$

$$I3 := (0\ \ .04\ \ .08\ \ .13\ \ .25\ \ .64\ \ 1.10\ \ 1.87\ \ 3.11\ \ 5.15\ \ 8.21)^T$$

Диаграмма функции $U = f(I)$



Аппроксимация вольт-амперной характеристики:

$$\textit{Given} \qquad c := .1 \qquad d := .1$$

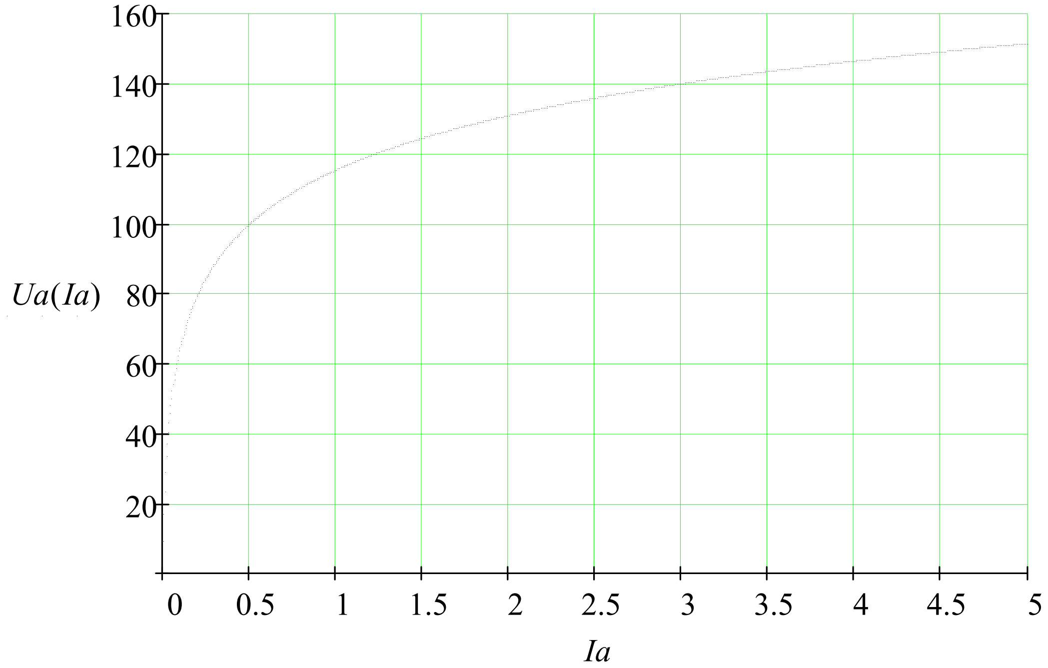
$$I1_4 = c \cdot sinh\left(d \cdot U_4\right) \qquad I1_8 = c \cdot sinh\left(d \cdot U_8\right)$$

$$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} := Find(c, d) = \begin{pmatrix} 0.012 \\ 0.044 \end{pmatrix}$$

$$I1(U) := c \cdot sinh(d \cdot U)$$

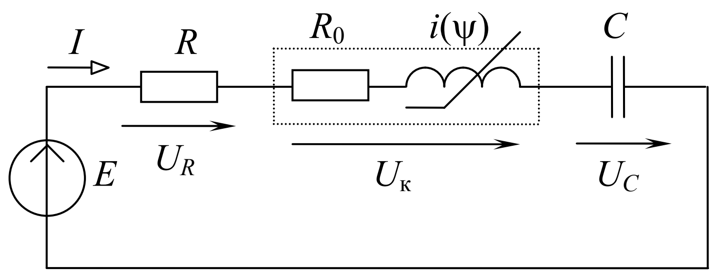
Проверка качества аппроксимации вольт-амперной характеристики:

$$Ua(Ia) := \frac{1}{d} \cdot asinh\left(\frac{Ia}{c}\right)$$


160
140
120
100
80
60
40
20
Ua(Ia)
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
Ia

ЗАДАЧА 47.
РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



Параметры отдельных элементов схемы заданы в единицах измерения системы SI. Вольтамперные характеристики нелинейных элементов заданы аналитически.

$E := 50 \quad R := 20 \quad Ro := 4 \quad Xc := 30 \quad a := 2\cdot 10^{-5} \quad I = a\cdot UL^{3}$

2. Решение задачи методом законов Кирхгофа

Система уравнений Кирхгофа дополняется уравнением аппроксимации в комплексной форме и решается по программе "Given...find".

$j := \sqrt{-1} \qquad I1 := 1 + j \qquad UL := 10 + j\cdot 10$

Given $\qquad I1\cdot(R + Ro) - j\cdot I1\cdot Xc + UL = E$

$$I1 = a\cdot(|UL|)^{3}\cdot e^{j\cdot(arg(UL)-90deg)}$$

$\begin{pmatrix} I1 \\ UL \end{pmatrix} := Find(I1, UL) \quad Ur := I1\cdot R \quad Uk := I1\cdot Ro + UL \quad Uc := I1\cdot(-j\cdot Xc)$

Результаты расчета:

$$|I1| = 2.004 \qquad arg(I1) = 15.869 \cdot deg$$

$$|UL| = 46.446 \qquad arg(UL) = 105.869 \cdot deg$$

$$|Ur| = 40.079 \qquad arg(Ur) = 15.869 \cdot deg$$

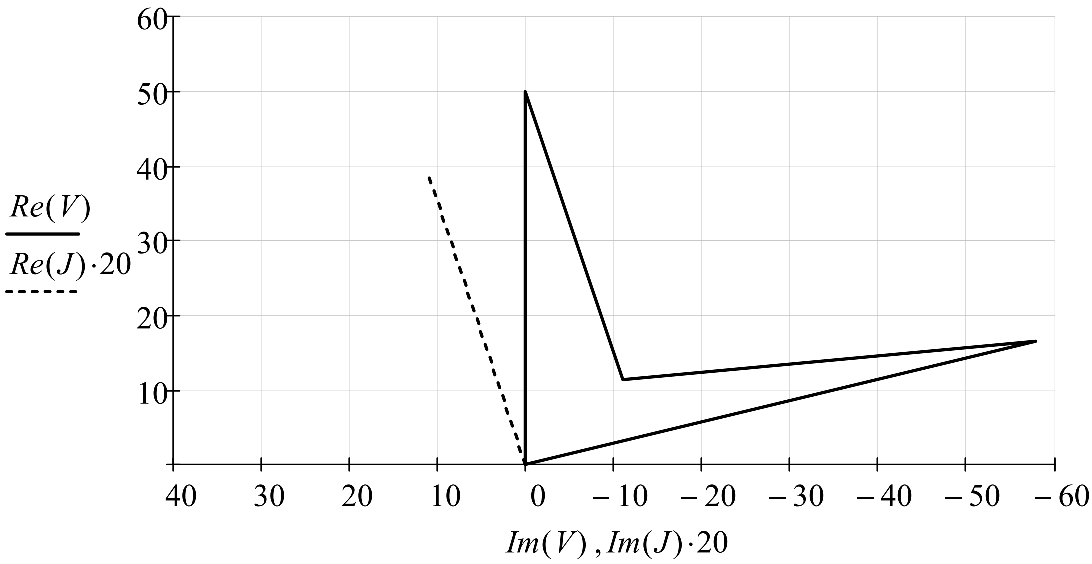
$$|Uc| = 60.118 \qquad arg(Uc) = -74.131 \cdot deg$$

$$|Uk| = 47.133 \qquad arg(Uk) = 96.077 \cdot deg$$

$$Va := E \qquad Vc := Uc \qquad Vb := Vc + Uk$$

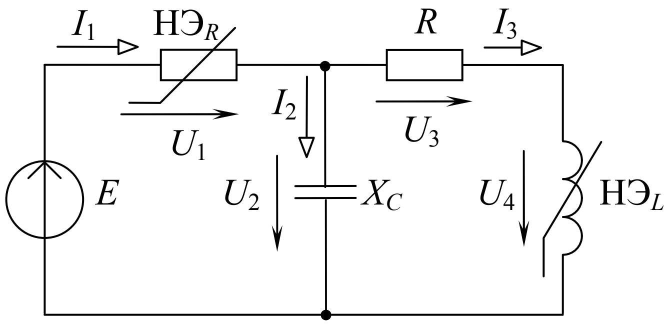
3. <u>Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов</u>

$$V := (0 \quad Vc \quad Vb \quad Va \quad 0)^T \qquad J := (0 \quad I1)^T$$



ЗАДАЧА 48.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА КОМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



Параметры отдельных элементов схемы заданы в единицах измерения системы SI. Вольтамперные характеристики нелинейных элементов заданы аналитически.

$$E := 70 \qquad R := 25 \qquad Xc := 30 \qquad b := 26 \qquad d := 1.8\cdot 10^{-3}$$

$$U1 = b\cdot(|I1|)^2\cdot e^{j\cdot arg(I1)} \qquad I3 = d\cdot(|U4|)^4\cdot e^{j\cdot(arg(U4)-90deg)}$$

2. Решение задачи методом законов Кирхгофа

Система уравнений Кирхгофа дополнена уравнениями аппроксимации в комплексной форме

$$j := \sqrt{-1} \qquad I1 := 1+j \qquad I2 := 1 \qquad I3 := 1 \qquad U1 := 10 \qquad U4 := 10$$

$$Given \qquad I1 - I2 - I3 = 0 \qquad U1 - j\cdot I2\cdot Xc = E \qquad U1 + I3\cdot R + U4 = E$$

$$I3 = d\cdot(|U4|)^4\cdot e^{j\cdot(arg(U4)-90deg)} \qquad U1 = b\cdot(|I1|)^2\cdot e^{j\cdot arg(I1)}$$

$$\begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ U1 \\ U4 \end{pmatrix} := Find(I1, I2, I3, U1, U4) \qquad U2 := I2\cdot(-j\cdot Xc) \qquad U3 := I3\cdot R$$

Результаты расчета:

$|I1| = 1.315$ $\quad arg(I1) = 13.036 \cdot deg$

$|I2| = 0.936$ $\quad arg(I2) = 68.812 \cdot deg$

$|I3| = 1.105$ $\quad arg(I3) = -31.402 \cdot deg$

$|U1| = 44.984$ $\quad arg(U1) = 13.036 \cdot deg$

$|U2| = 28.073$ $\quad arg(U2) = -21.188 \cdot deg$

$|U3| = 27.628$ $\quad arg(U3) = -31.402 \cdot deg$

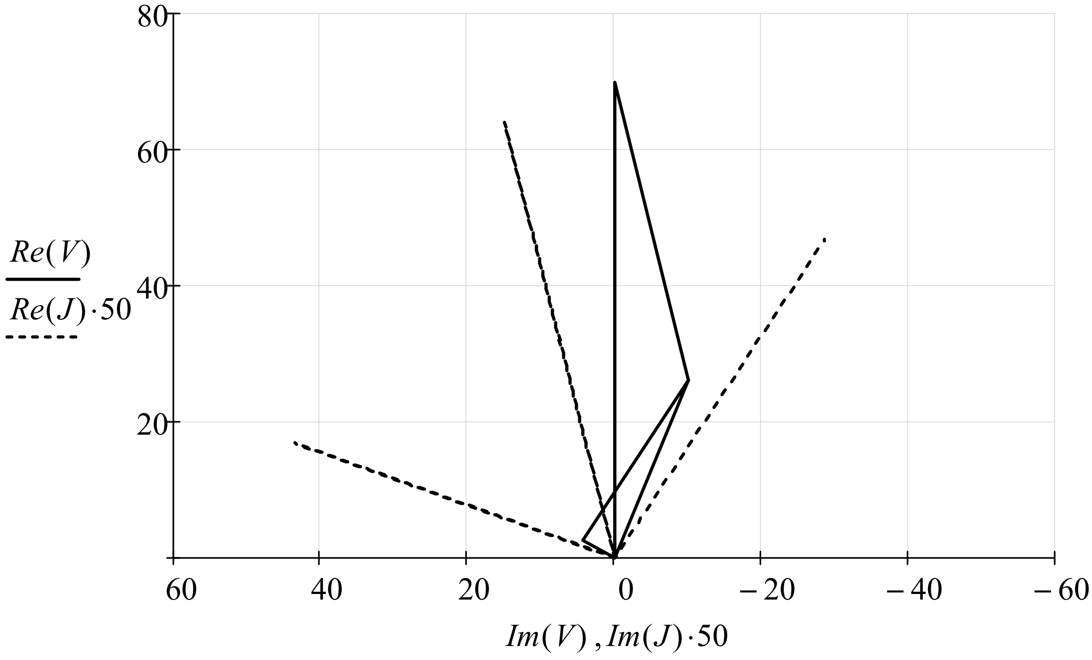
$|U4| = 4.978$ $\quad arg(U4) = 58.598 \cdot deg$

3. Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов

$Vd := 0 \qquad Va := E \qquad Vb := U2 \qquad Vc := U4$

$V := (Vd \quad Va \quad Vb \quad Vc \quad Vd \quad Vb)^T$

$J := (0 \quad I1 \quad 0 \quad I2 \quad 0 \quad I3)^T$

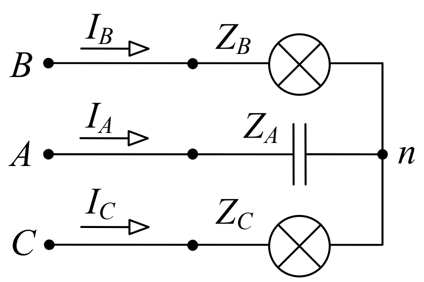


ЗАДАЧА 49.
РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ НАГРУЗКИ ЗВЕЗДОЙ БЕЗ НУЛЕВОГО ПРОВОДА

1. Условие задачи

Для экспериментального определения порядка следования фаз в трехфазной системе собирается трехфазная электрическая цепь по схеме звезды без нулевого провода, в которой в одну из фаз включается конденсатор емкостью *C*, а в две другие фазы включаются электрические лампочки с номинальным напряжением *Un* и номинальной мощностью *Pn*. Требуется по накалу лампочек установить порядок следования фаз трехфазного источника.

2. Схема цепи и параметры элементов



$f := 50$

$Un := 220$

$C := .5 \times 10^{-6}$

$Pn := 40$

$Uf := 220$

$j := \sqrt{-1}$

$Ua := Uf\, e^{j \cdot 0deg}$ $\quad Ub := Uf\, e^{-j \cdot 120deg}$ $\quad Uc := Uf\, e^{j \cdot 120deg}$

3. Решение задачи методом линейной электротехники

3.1. Комплексные сопротивления фаз нагрузки (сопротивления ламп принимаем постоянными и равными их номинальным значениям)

$$Rn := \frac{Un^2}{Pn} = 1.21 \times 10^3 \qquad Xc := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = 6.366 \times 10^3$$

$$Za := -j \cdot Xc \qquad Zb := Rn \qquad Zc := Rn$$

3.2. Расчет напряжений и токов по методу двух узлов

$$Vn := \frac{\frac{Ua}{Za} + \frac{Ub}{Zb} + \frac{Uc}{Zc}}{\frac{1}{Za} + \frac{1}{Zb} + \frac{1}{Zc}} \qquad |Vn| = 111.467 \qquad arg(Un) = 0 \cdot deg$$

$$Uan := Ua - Vn \qquad |Uan| = 328.52 \qquad arg(Uan) = -5.429 \cdot deg$$

$$Ubn := Ub - Vn \qquad |Ubn| = 221.626 \qquad arg(Ubn) = -90.764 \cdot deg$$

$$Ucn := Uc - Vn \qquad |Ucn| = 159.473 \qquad arg(Ucn) = 91.061 \cdot deg$$

$$Ia := \frac{Uan}{Za} \qquad |Ia| = 0.052 \qquad arg(Ia) = 84.571 \cdot deg$$

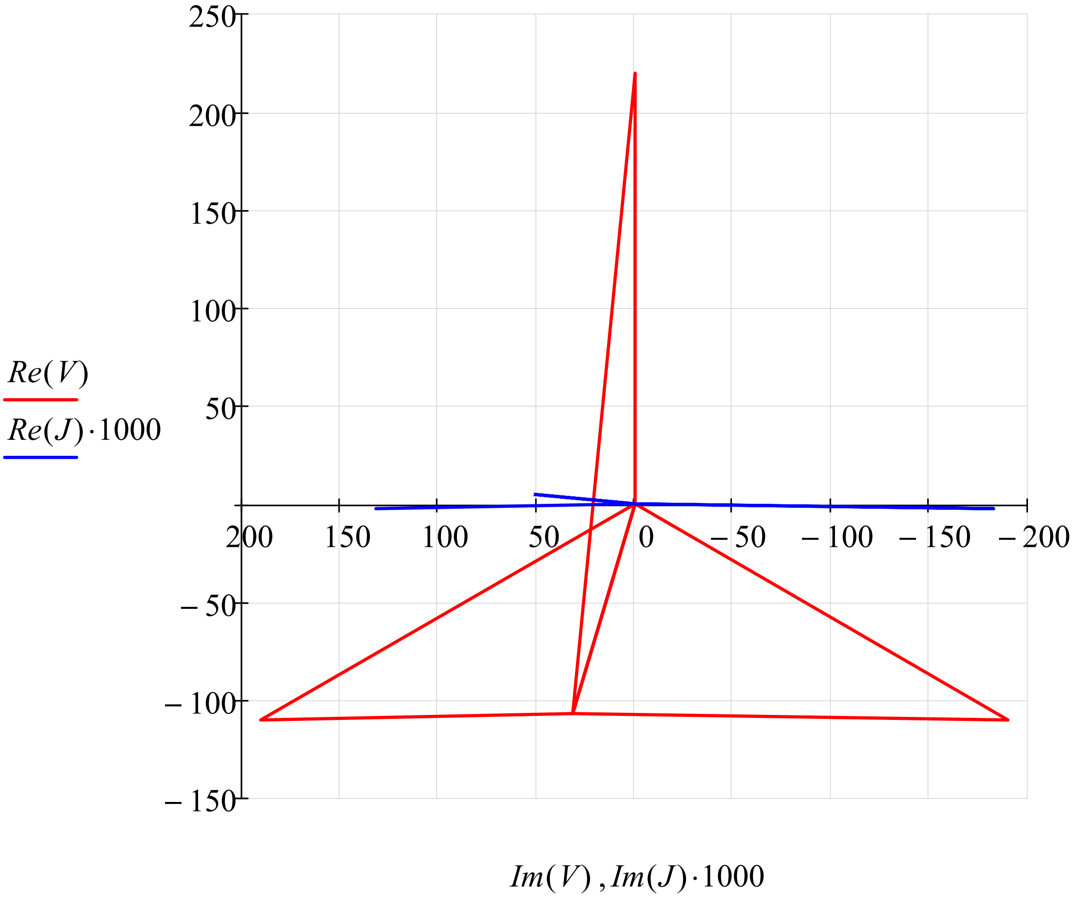
$$Ib := \frac{Ubn}{Zb} \qquad |Ib| = 0.183 \qquad arg(Ib) = -90.764 \cdot deg$$

$$Ic := \frac{Ucn}{Zc} \qquad |Ic| = 0.132 \qquad arg(Ic) = 91.061 \cdot deg$$

3.3.Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов

$$V := (0 \quad Ua \quad Vn \quad 0 \quad Ub \quad Vn \quad 0 \quad Uc \quad Vn \quad 0)^T$$

$$J := (0 \quad Ia \quad 0 \quad Ib \quad 0 \quad Ic)^T$$



4. Решение задачи методом нелинейной электротехники

4.1. Сопротивление лампочек накаливания зависит от температуры нити, и эта зависимость может быть представлена нелинейной функцией вида $U = a \cdot I^2$, где коэффициент аппроксимации а может быть определен по номинальным параметрам.

$$a := \frac{Un^3}{Pn^2} = 6.655 \times 10^3$$

4.2. Система нелинейных уравнений, составленная для схемы по законам Кирхгофа и ее решение

$$Ia := 1 \quad Ib := 1 \quad Ic := 1 \quad Ucn := 10 + j \cdot 10 \quad Ubn := 10 + j \cdot 10$$

$$\text{Given} \quad Ia \cdot (-j \cdot Xc) - Ubn = Ua - Ub \qquad Ucn - Ia \cdot (-j \cdot Xc) = Uc - Ua$$

$$Ucn = a \cdot \left(\left|Ic\right|\right)^2 \cdot e^{j \cdot arg(Ic)} \qquad Ubn = a \cdot \left(\left|Ib\right|\right)^2 \cdot e^{j \cdot arg(Ib)}$$

$$Ia + Ib + Ic = 0$$

$$\begin{pmatrix} Ia \\ Ib \\ Ic \\ Ubn \\ Ucn \end{pmatrix} := Find(Ia, Ib, Ic, Ubn, Ucn)$$

$$Uan := Ia \cdot (-j \cdot Xc) \qquad Vn := Ua - Uan$$

$$\left|Ia\right| = 0.052 \quad arg(Ia) = 80.087 \cdot deg$$

$$\left|Ib\right| = 0.193 \quad arg(Ib) = -91.124 \cdot deg$$

$$\left|Ic\right| = 0.142 \quad arg(Ic) = 92.079 \cdot deg$$

$$\left|Vn\right| = 119.518 \qquad arg(Vn) = 151.613 \cdot deg$$

$$\left|Uan\right| = 330.074 \qquad arg(Uan) = -9.913 \cdot deg$$

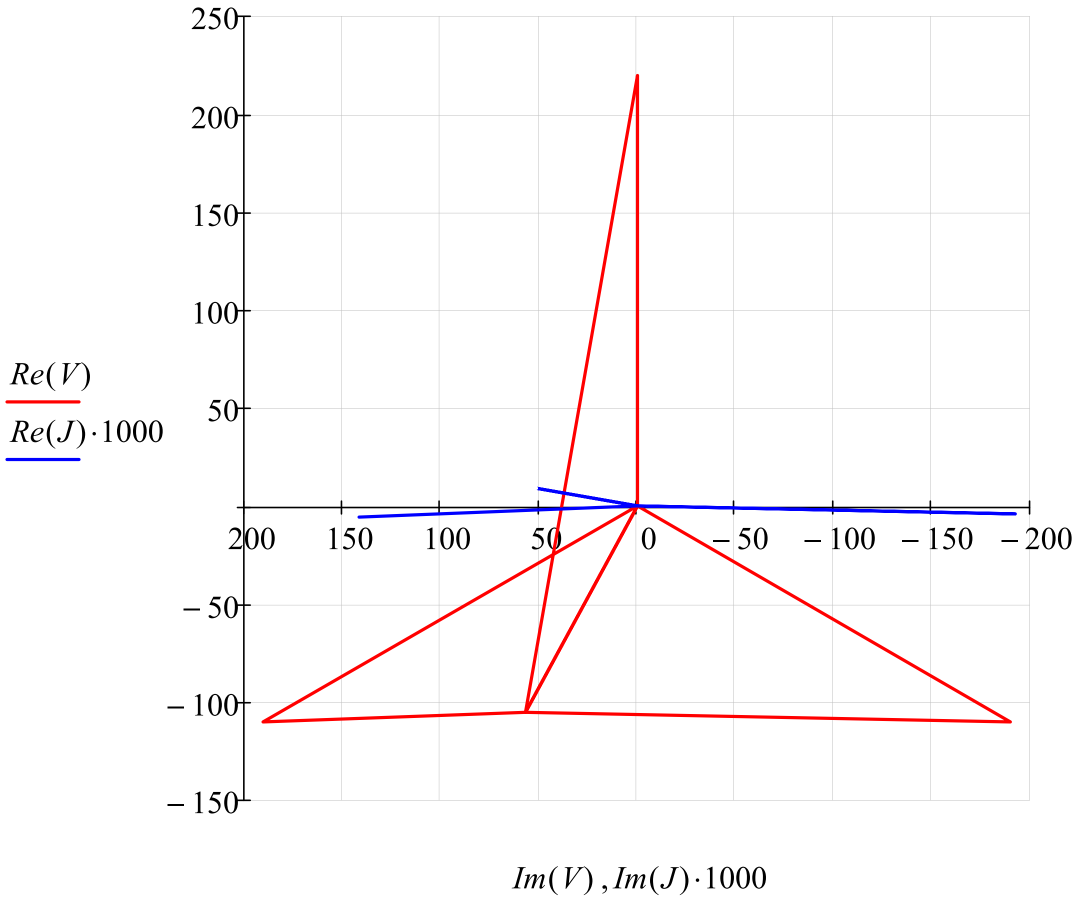
$$\left|Ubn\right| = 247.395 \qquad arg(Ubn) = -91.124 \cdot deg$$

$$\left|Ucn\right| = 133.792 \qquad arg(Ucn) = 92.079 \cdot deg$$

4.3.Топографическая диаграмма потенциалов и векторная диаграмма токов

$$V := (0 \quad Ua \quad Vn \quad 0 \quad Ub \quad Vn \quad 0 \quad Uc \quad Vn \quad 0)^T$$

$$J := (0 \quad Ia \quad 0 \quad Ib \quad 0 \quad Ic)^T$$



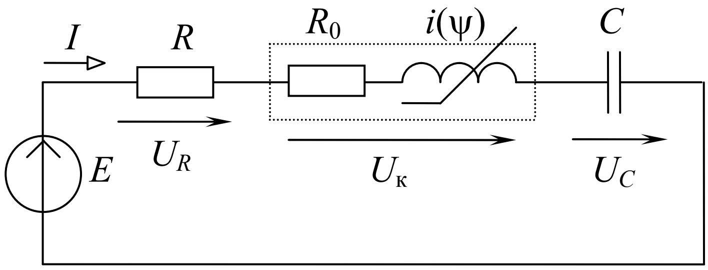
5. Выводы

5.1. По отношению к фазе с конденсатором *C* на отстающей фазе нагрузки напряжение больше (лампочка горит ярко), а на опережающей фазе напряжение меньше (лампочка горит тускло). Исходя из этого визуального наблюдения устанавливается порядок следования фаз источника *A-B-C*.

5.2. Расхождение в результатах расчета двумя методами составило около 10%, что указывает на тот факт, что для точного решения этой задачи следует применять методы нелинейной электротехники.

ЗАДАЧА 50.
РАСЧЕТ ПРОСТОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$j := \sqrt{-1}$ $\quad R := 45$ $\quad Ro := 4$ $\quad C := 45\cdot 10^{-6}$ $\quad a := .02$ $\quad b := 20$

$i = a\cdot sinh(b\cdot\psi)$ $\quad Em := 170$ $\quad f := 50$ $\quad \omega := 2\pi f$ $\quad \alpha := 0deg$

$T := \dfrac{1}{f}$ $\qquad e(t) := Em\cdot sin(\omega t + \alpha)$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i\cdot R + i\cdot Ro + \frac{d}{dt}\psi + uc = e(t)$$

$$i = \frac{d}{dt}uc \qquad i = a\cdot sinh(b\cdot\psi)$$

$$\frac{d}{dt}\psi = -(R + Ro)\cdot(a\cdot sinh(b\cdot\psi)) - uc + e(t)$$

$$\frac{d}{dt}uc = \frac{1}{C}\cdot(a\cdot sinh(b\cdot\psi))$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t,X) := \begin{bmatrix} -(R+Ro)\cdot\left(a\cdot \sinh\left(b\cdot X_0\right)\right) - X_1 + e(t) \\ \dfrac{1}{C}\cdot\left(a\cdot \sinh\left(b\cdot X_0\right)\right) \end{bmatrix}$$

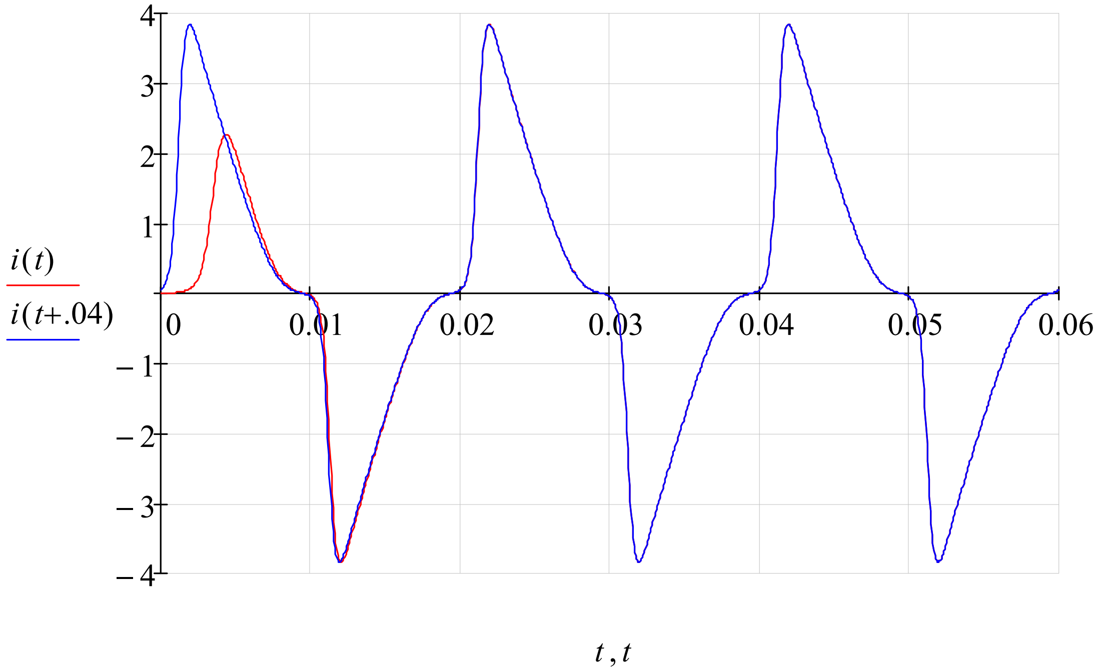
$$F := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, D)$$

$$tn := F^{\langle 0\rangle} \qquad \psi n := F^{\langle 1\rangle} \qquad ucn := F^{\langle 2\rangle} \qquad in := a\cdot \sinh(b\cdot \psi n)$$

$$\psi(t) := linterp(tn, \psi n, t) \qquad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

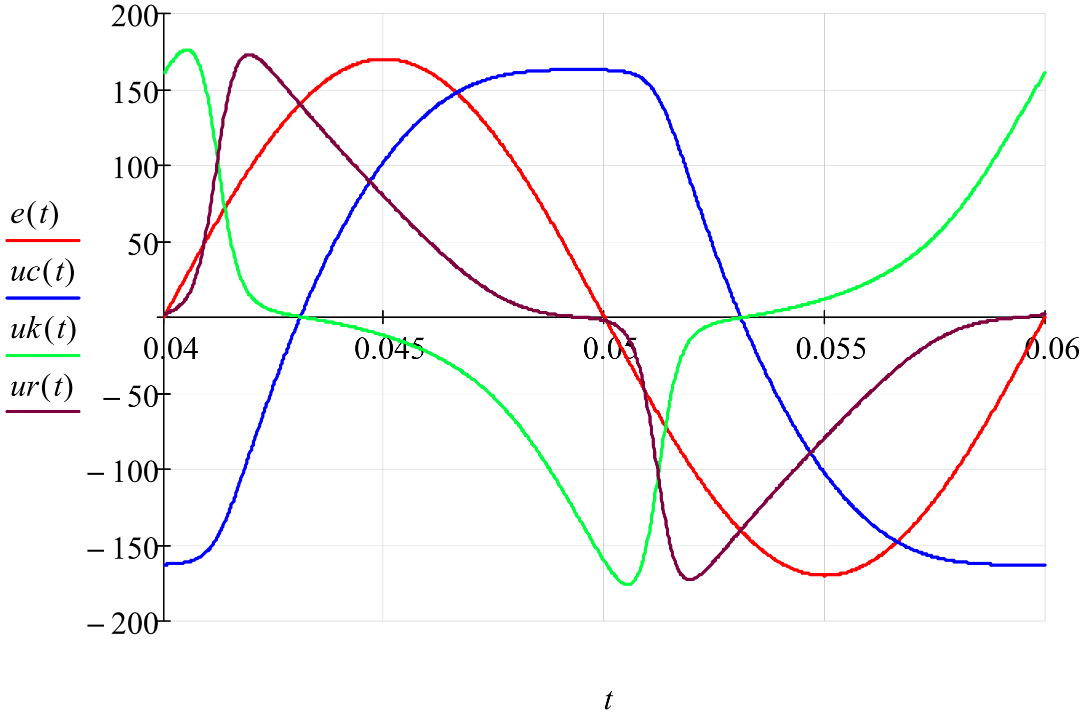
$$i(t) := a\cdot \sinh(b\cdot \psi(t)) \qquad ur(t) := i(t)\cdot R \qquad uk(t) := e(t) - ur(t) - uc(t)$$

3. Определение времени переходного процесса



Вывод: время переходного процесса составляет примерно Тп = .025 с

4. Графические диаграммы функций напряжений



5. Обработка результатов расчета для 3-го периода

5.1. Максимальное и минимальное значения

$$Imax := max(in) = 3.838$$

5.2. Среднее значение по модулю

$$Is := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} |i(t)| \, dt = 1.466$$

5.3. Среднеквадратичные (действующие) значения величин

$$Id := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i(t)^2 \, dt} = 1.957$$

5.4. Комплексное действующее значение основной гармоники:

$$I1 := \frac{\sqrt{2}}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i(t) \cdot sin(\omega \cdot t) \, dt + j \cdot \int_{2T}^{3T} i(t) \cdot cos(\omega \cdot t) \, dt \right)$$

$$I1 = 1.561 + 0.898j \qquad |I1| = 1.801 \qquad arg(I1) = 29.91 \cdot deg$$

5.5. Действующие значения высших гармоник:

$$Ig := \sqrt{Id^2 - (|I1|)^2} = 0.766$$

5.6. Коэффициенты функции *i*(*t*):

$$Ka := \frac{Imax}{Id} = 1.962 \qquad K\phi := \frac{Id}{Is} = 1.334 \qquad Ku := \frac{Ig}{|I1|} = 0.425$$

5.7. Гармонический состав функции *i*(*t*):

$$M := 9 \qquad k := 1..M$$

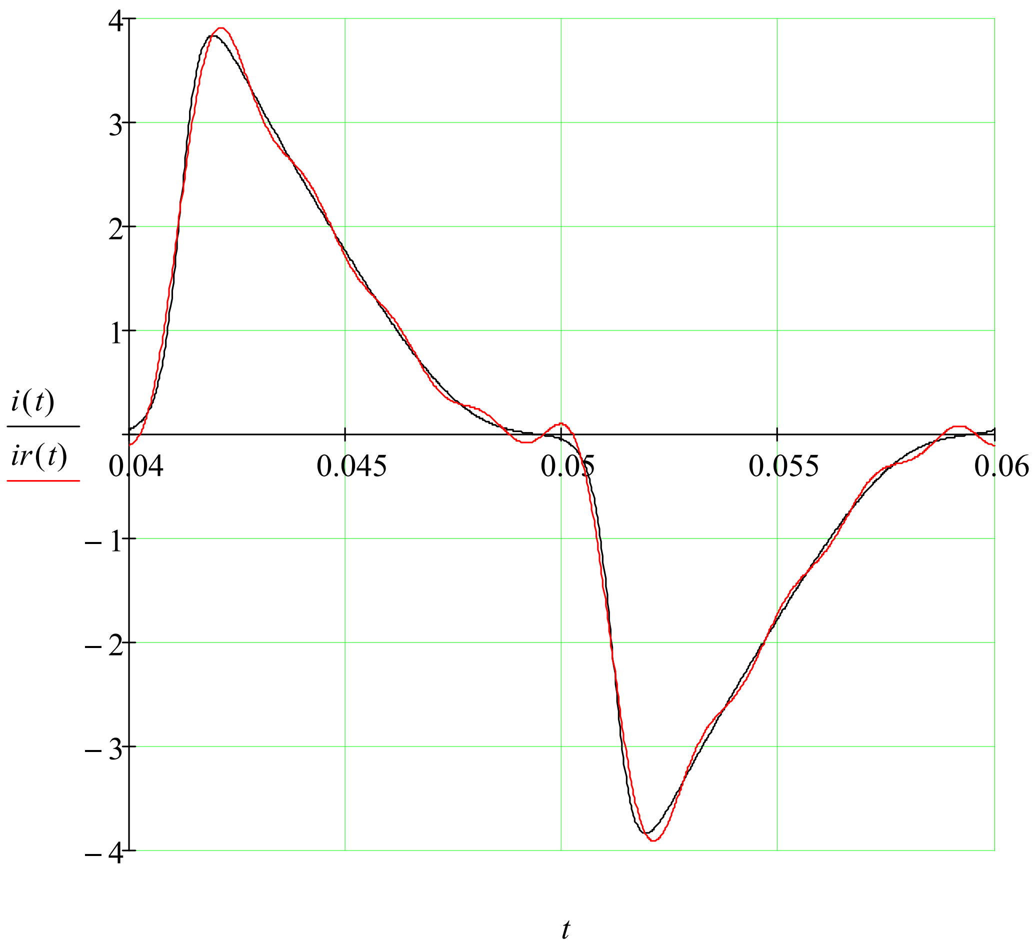
$$Im_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\,dt + j\cdot\int_{2T}^{3T} i(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\,dt\right)$$

$\overrightarrow{|Im_k|} =$ $\qquad$ $arg(Im_k) =$ $\cdot deg$

$\overrightarrow{\lvert Im_k \rvert}$	$arg(Im_k)$, deg
2.547	29.91
$1.684\cdot10^{-5}$	-110.271
0.904	-57.89
$1.714\cdot10^{-5}$	-163.509
0.483	-99.424
$1.487\cdot10^{-5}$	149.677
0.276	-145.181
$1.192\cdot10^{-5}$	105.197
0.167	169.731

$$ir(t) := \sum_{k=1}^{M}\left(|Im_k|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(Im_k\right)\right)\right)$$

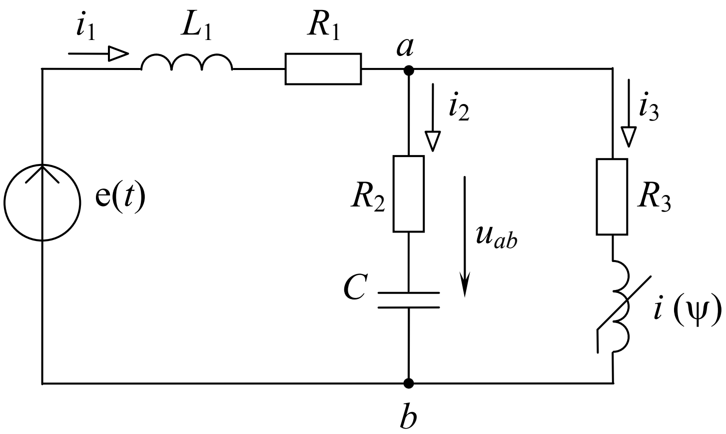
5.8. Совмещенная диаграмма исходной $i(t)$ и расчетной $ir(t)$ функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой.

ЗАДАЧА 51.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R1 := 30 \qquad R2 := 25 \qquad R3 := 20 \qquad C := 78 \times 10^{-6} \qquad L1 := 0.05$

$a := 0.7 \qquad b := 100 \qquad m := 9 \qquad i3 = a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m} \qquad Em := 500$

$f := 50 \qquad \alpha := -30deg \qquad \omega := 2\pi\ f \qquad T := \frac{1}{f} \qquad e(t) := Em\cdot sin(\omega\cdot t + \alpha)$

2. Система дифференциальных уравнений

$$i1\cdot R1 + L1\cdot\frac{d}{dt}i1 + i2\cdot R2 + Uc = u(t) \qquad -i2\cdot R2 - Uc + i3\cdot R3 + \frac{d}{dt}\psi = 0$$

$$i2 = C\cdot\frac{dU_c}{dt} \qquad i_1 - i_2 - i_3 = 0 \qquad i3 = a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}$$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-(R1+R2)\cdot i1}{L1} + \frac{R2}{L1}\cdot\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}\right) - \frac{1}{L1}Uc + \frac{1}{L1}u(t)$$

$$\frac{d}{dt}\psi = R2\cdot i1 - (R2+R3)\cdot\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}\right) + Uc + 0$$

$$\frac{d}{dt}Uc = \frac{1}{C}i1 - \frac{1}{C}\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}\right) + 0$$

$$a11 := \frac{-(R1+R2)}{L1} \qquad a12 := \frac{R2}{L1} \qquad a13 := \frac{-1}{L1} \qquad b1 := \frac{1}{L1}$$

$$a21 := R2 \qquad a22 := -(R2+R3) \qquad a23 := 1 \qquad a31 := \frac{1}{C} \qquad a32 := \frac{-1}{C}$$

$$N := (0 \quad 0 \quad 0)^T$$

$$F(t,X) := \begin{bmatrix} a11 \cdot X_0 + a12 \cdot \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] + a13 \cdot X_2 + b1 \cdot (e(t)) \\ a21 \cdot X_0 + a22 \cdot \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] + a23 \cdot X_2 \\ a31 \cdot X_0 + a32 \cdot \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] \end{bmatrix}$$

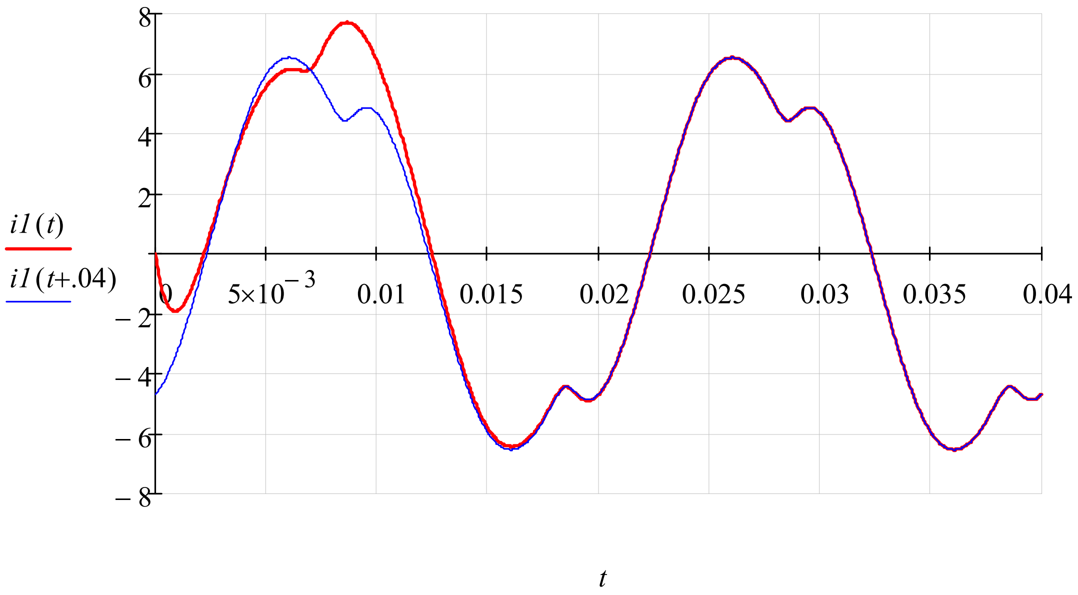
$$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \qquad i1n := Z^{\langle 1 \rangle} \qquad \psi n := Z^{\langle 2 \rangle} \qquad ucn := Z^{\langle 3 \rangle}$$

$$i1(t) := linterp(tn, i1n, t) \qquad \psi(t) := linterp(tn, \psi n, t) \qquad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

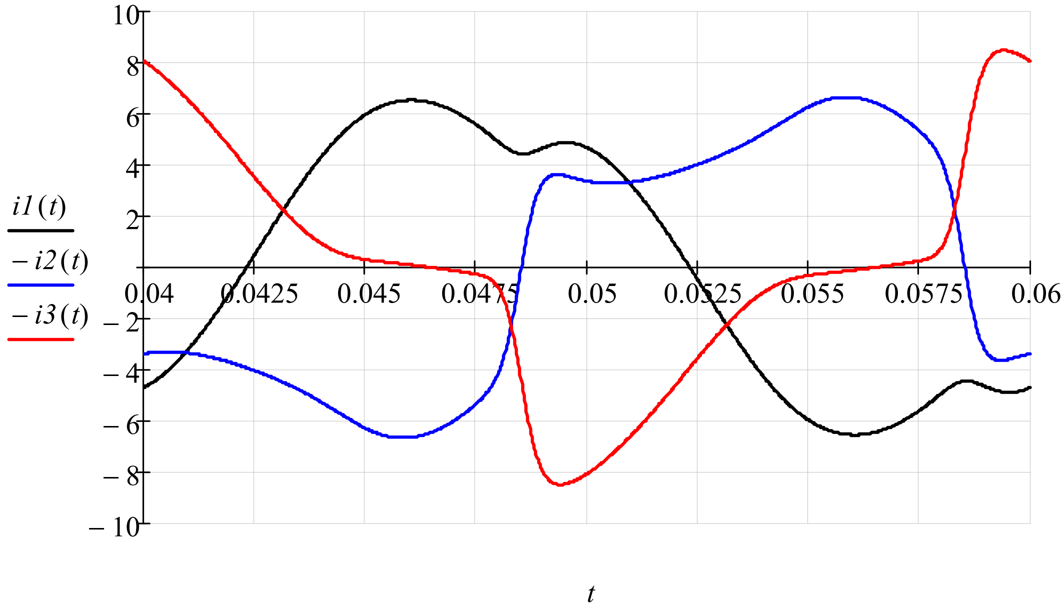
$$i3(t) := a \cdot \psi(t) + b \cdot \psi(t)^m \qquad i2(t) := i1(t) - i3(t) \qquad Uab(t) := uc(t) + i2(t) \cdot R2$$

4. Определение времени переходного процесса



Вывод: время переходного процесса составляет примерно $Tn = .03$ с

5. Графические диаграммы функций *i*(*t*)



6. Обработка результатов расчета для 3-го периода

6.1. Среднеарифметические значения (постоянные составляющие)

$$I1sa := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i1(t)\,dt = 7.649\times 10^{-7}$$

$$I2sa := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i2(t)\,dt = 9.08\times 10^{-8}$$

$$I3sa := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i3(t)\,dt = 2.859\times 10^{-8}$$

6.2. Средние значения по модулю (средневыпрямленные значения)

$$I1sm := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|i1(t)\right|\,dt = 4.291$$

$$I2sm := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|i2(t)\right|\,dt = 4.53$$

$$I3sm := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|i3(t)\right|\,dt = 3.19$$

6.3. Среднеквадратичные значения (действующие значения)

$$I1d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i1(t)^2\,dt} = 4.649$$

$$I2d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i2(t)^2\,dt} = 4.753$$

$$I3d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i3(t)^2\,dt} = 4.425$$

6.4. Гармонические составы функций токов

$M := 9 \qquad k := 1\,..\,M \qquad j := \sqrt{-1}$

$$I1m_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i1(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\,dt + j\int_{2T}^{3T} i1(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\,dt\right)$$

$$i1g(t) := \sum_{k=1}^{M}\left(\left|I1m_k\right|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(I1m_k\right)\right)\right)$$

$\overrightarrow{\left|I1m_k\right|} =$

6.486
$1.721\cdot10^{-7}$
1.034
$1.091\cdot10^{-7}$
0.265
$7.738\cdot10^{-8}$
0.129
$5.954\cdot10^{-8}$
0.065

$arg\left(I1m_k\right) =$ $\cdot deg$

-38.203
46.984
-161.51
28.326
-116.591
19.605
-74.401
14.489
-21.712

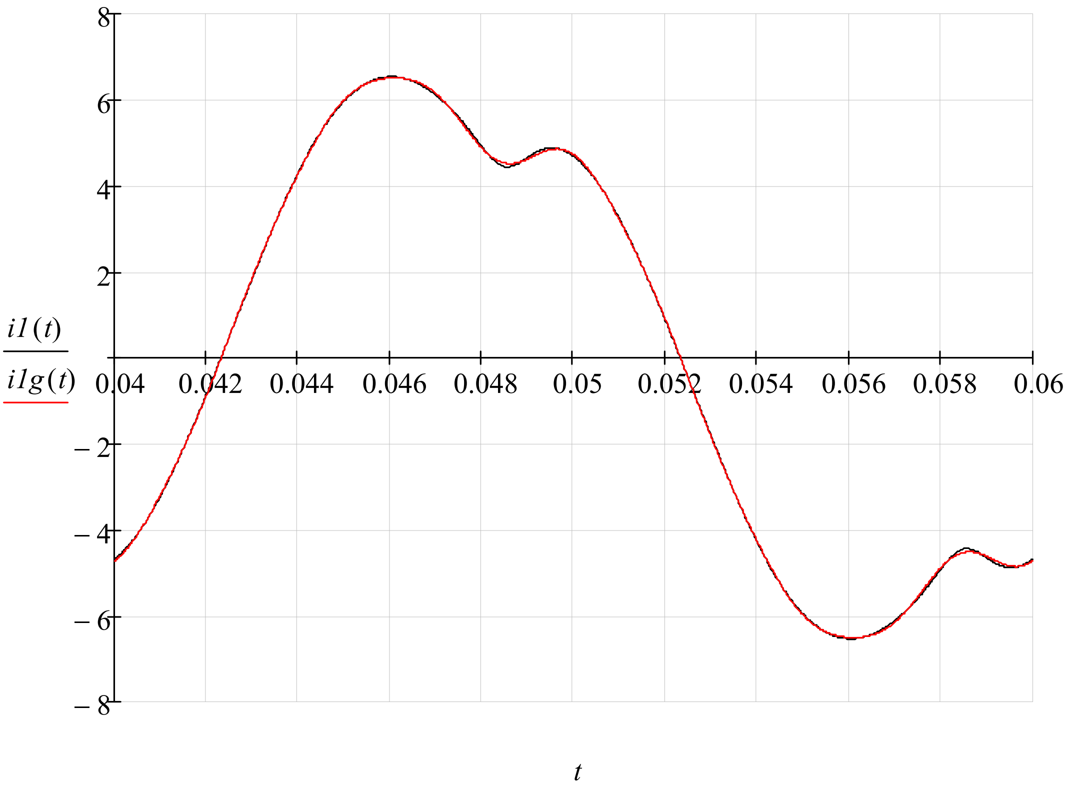
$$I2m_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i2(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\,dt + j\int_{2T}^{3T} i2(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\,dt\right)$$

$$i2g(t) := \sum_{k=1}^{M}\left(\left|I2m_k\right|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(I2m_k\right)\right)\right)$$

$$I3m_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i3(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\,dt + j\int_{2T}^{3T} i3(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\,dt\right)$$

$$i3g(t) := \sum_{k=1}^{M}\left(\left|I3m_k\right|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(I3m_k\right)\right)\right)$$

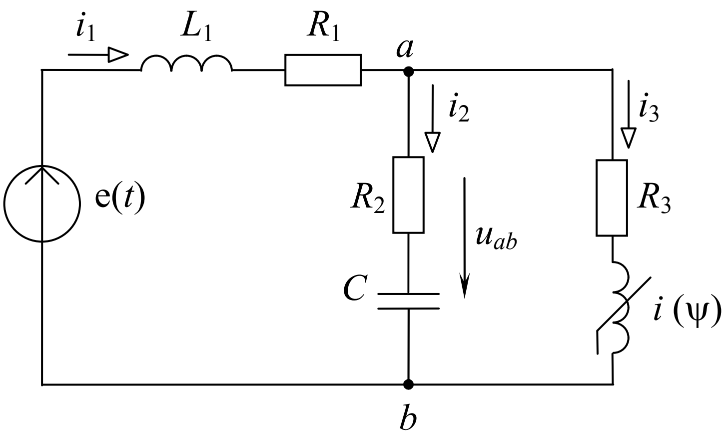
6.5. Совмещенная диаграмма исходной $i1(t)$ и расчетной $i1g(t)$ функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой

ЗАДАЧА 52.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

1. Схема цепи и параметры элементов



$j := \sqrt{-1}$

$R1 := 30 \quad R2 := 25 \quad R3 := 20 \quad C := 80 \times 10^{-6} \quad L1 := 0.05$

$a := 0.639 \quad b := 100 \quad m := 9 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi\, f \quad T := \dfrac{1}{f}$

$Eo := 100 \quad E1m := 400 \quad \alpha 1 := -30deg \quad E2m := 100 \quad \alpha 2 := 20deg$

$e(t) := Eo + E1m\cdot sin(\omega\cdot t + \alpha 1) + E2m\cdot sin(2\omega\cdot t + \alpha 2)$

2. Система дифференциальных уравнений

$i1\cdot R1 + L1\cdot\dfrac{d}{dt}i1 + i2\cdot R2 + uc = e(t) \qquad -i2\cdot R2 - uc + i3\cdot R3 + \dfrac{d}{dt}\psi = 0$

$i2 = C\cdot\dfrac{duc}{dt} \qquad i_1 - i_2 - i_3 = 0 \qquad i3 = a\cdot\psi + b\cdot\psi^m$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-(R1+R2)\cdot i1}{L1} + \frac{R2}{L1}\cdot\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^m\right) - \frac{1}{L1}Uc + \frac{1}{L1}u(t)$$

$$\frac{d}{dt}\psi = R2\cdot i1 - (R2+R3)\cdot\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^m\right) + uc + 0$$

$$\frac{d}{dt}Uc = \frac{1}{C}i1 - \frac{1}{C}\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^m\right) + 0$$

$$a1 := \frac{-(R1+R2)}{L1} \qquad a12 := \frac{R2}{L1} \quad a13 := \frac{-1}{L1} \qquad b1 := \frac{1}{L1}$$

$$a21 := R2 \qquad a22 := -(R2+R3) \qquad a23 := 1 \qquad a31 := \frac{1}{C} \qquad a32 := \frac{-1}{C}$$

$$N := (0 \;\; 0 \;\; 0)^T$$

$$F(t,X) := \begin{bmatrix} a1 \cdot X_0 + a12 \cdot \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] + a13 \cdot X_2 + b1 \cdot e(t) \\ a21 \cdot X_0 + a22 \cdot \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] + a23 \cdot X_2 \\ a31 \cdot X_0 + a32 \cdot \left[a \cdot X_1 + b \cdot (X_1)^m\right] \end{bmatrix}$$

$$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

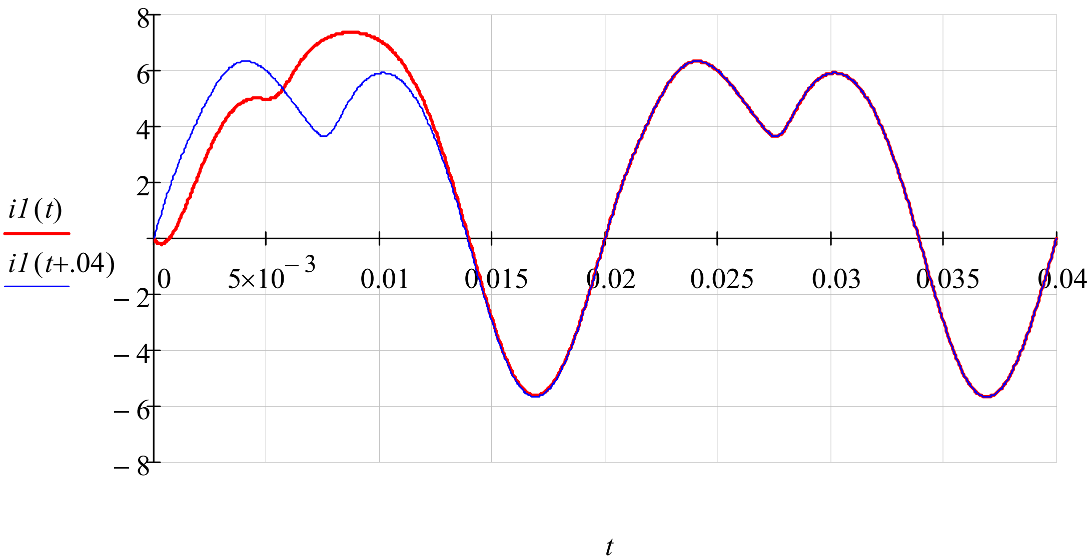
$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \qquad i1n := Z^{\langle 1 \rangle} \qquad \psi n := Z^{\langle 2 \rangle} \qquad ucn := Z^{\langle 3 \rangle}$$

$$i1(t) := linterp(tn, i1n, t) \qquad \psi(t) := linterp(tn, \psi n, t) \qquad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

$$i3(t) := a \cdot \psi(t) + b \cdot \psi(t)^m \qquad i2(t) := i1(t) - i3(t) \qquad u23(t) := i2(t) \cdot R2 + uc(t)$$

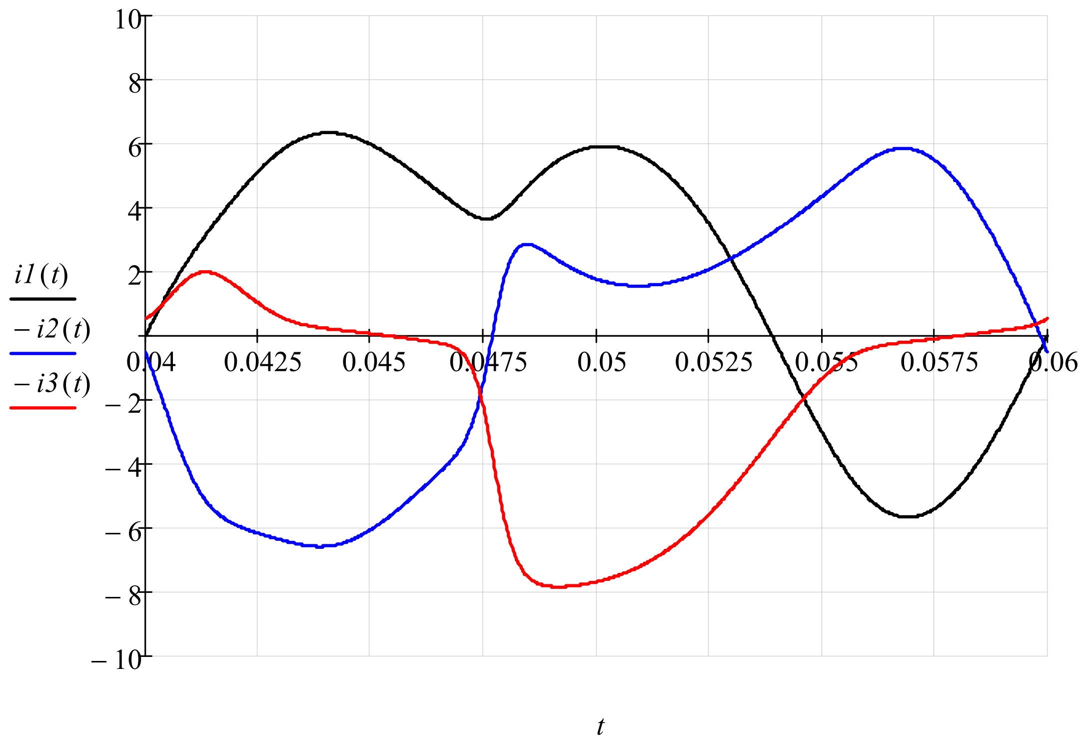
$$u1(t) := e(t) - u23(t)$$

4. Определение времени переходного процесса

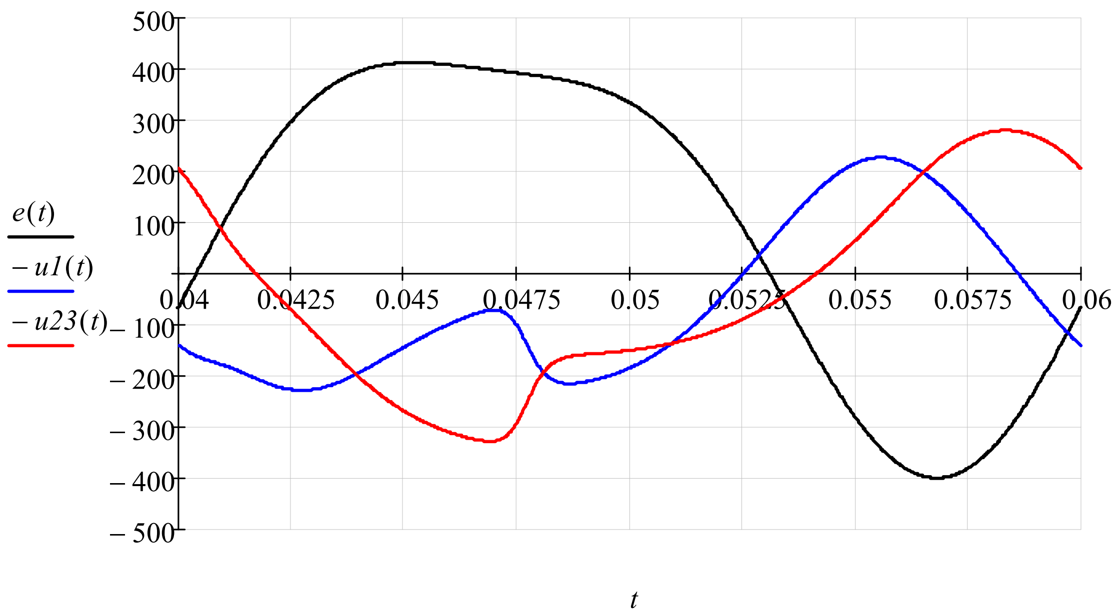


Вывод: время переходного процесса составляет примерно $Tn = .03$ с

5.1. Графические диаграммы функций *i(t)*



5.2. Графические диаграммы функций *u(t)*



6. Обработка результатов расчета для 3-го периода

6.1. Среднеарифметические значения (постоянные сосавляющие)

$$I1o := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i1(t)\,dt = 2$$

$$I2o := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i2(t)\,dt = 2.168\times 10^{-5}$$

$$I3o := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i3(t)\,dt = 2$$

$$U1o := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} u1(t)\,dt = 60$$

$$U23o := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} u23(t)\,dt = 40$$

6.2. Средние значения по модулю (средневыпрямленные значения)

$$I1s := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|i1(t)\right|\,dt = 4.184$$

$$I2s := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|i2(t)\right|\,dt = 3.815$$

$$I3s := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|i3(t)\right|\,dt = 2.501$$

$$U1s := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|u1(t)\right|\,dt = 145.629$$

$$U23s := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} \left|u23(t)\right|\,dt = 168.321$$

6.3. Среднеквадратичные значения (действующие значения)

$$I1d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i1(t)^2\,dt} = 4.516$$

$$I2d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i2(t)^2\,dt} = 4.228$$

$$I3d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i3(t)^2\,dt} = 3.772$$

$$U1d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} u1(t)^2\,dt} = 158.819$$

$$U23d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} u23(t)^2\,dt} = 191.758$$

6.4. Мощности источника и приемников:

$$Pe := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} e(t)\,i1(t)\,dt = 1.343\times 10^3$$

$$P_1 := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} u1(t)\,i1(t)\,dt = 611.723$$

$$P_2 := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} u23(t)\,i2(t)\,dt = 446.852$$

$$P_3 := \frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} u23(t)\,i3(t)\,dt = 284.581$$

$$\sum P = 1.343\times 10^3$$

6.4. Гармонические составы функций токов

$$M := 9 \qquad k := 1\,..\,M$$

$$I1m_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i1(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\,dt + j\int_{2T}^{3T} i1(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\,dt\right)$$

$$i1g(t) := I1o + \sum_{k=1}^{M}\left(\left|I1m_k\right|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(I1m_k\right)\right)\right)$$

$\overrightarrow{|I1m_k|} =$

5.075
2.619
0.277
0.251
0.104
0.058
0.067
0.031
0.022

$arg(I1m_k)$

-0.594
0.275
-2.749
1.827
-0.539
2.593
0.49
-1.708
1.705

$$I2m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot sin(k \cdot \omega \cdot t)\, dt + j \int_{2T}^{3T} i2(t) \cdot cos(k \cdot \omega \cdot t)\, dt \right)$$

$$i2g(t) := I2o + \sum_{k=1}^{M} \left(|I2m_k| \cdot sin\left(k \cdot \omega \cdot t + arg\left(I2m_k\right)\right)\right)$$

$$I3m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot sin(k \cdot \omega \cdot t)\, dt + j \int_{2T}^{3T} i3(t) \cdot cos(k \cdot \omega \cdot t)\, dt \right)$$

$$i3g(t) := I3o + \sum_{k=1}^{M} \left(|I3m_k| \cdot sin\left(k \cdot \omega \cdot t + arg\left(I3m_k\right)\right)\right)$$

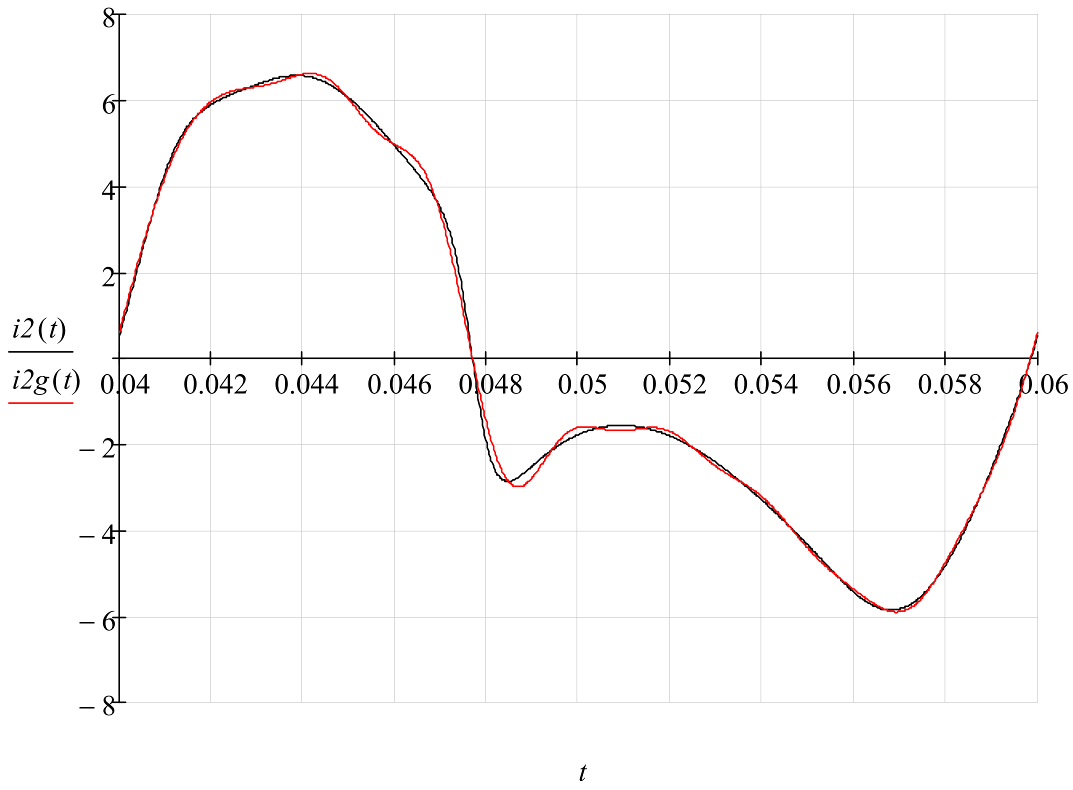
$$U1m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} u1(t) \cdot sin(k \cdot \omega \cdot t)\, dt + j \int_{2T}^{3T} u1(t) \cdot cos(k \cdot \omega \cdot t)\, dt \right)$$

$$u1g(t) := U1o + \sum_{k=1}^{M} \left(|U1m_k| \cdot sin\left(k \cdot \omega \cdot t + arg\left(U1m_k\right)\right)\right)$$

$$U23m_k := \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{2T}^{3T} u23(t) \cdot sin(k \cdot \omega \cdot t)\, dt + j \int_{2T}^{3T} u23(t) \cdot cos(k \cdot \omega \cdot t)\, dt \right)$$

$$u23g(t) := U23o + \sum_{k=1}^{M} \left(|U23m_k| \cdot sin\left(k \cdot \omega \cdot t + arg\left(U23m_k\right)\right)\right)$$

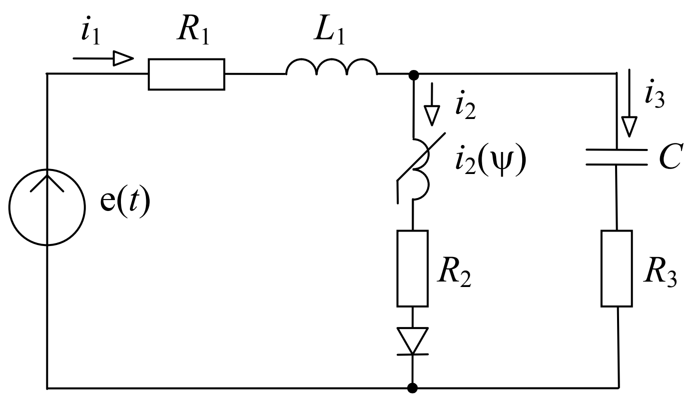
6.5. Совмещенная диаграмма исходной *i2*(*t*) и расчетной *i2g*(*t*) функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой

ЗАДАЧА 53.
РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ
С ДВУМЯ РАЗНОРОДНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R1 := 30 \quad R2 := 10 \quad R3 := 40 \quad L1 := 0.1 \quad C := 80\times10^{-6} \quad Rp := .1$

$Ro := 10000(\quad a := 0.7 \quad b := 10(\quad m := 9 \quad i2(\psi) := a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}$

$Em := 25(\quad f := 50 \quad \alpha := -60deg \quad \omega := 2\pi f \quad e(t) := Em\cdot sin(\omega\cdot t + \alpha)$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1\cdot R1 + L1\cdot\frac{di1}{dt} + i3\cdot R3 + Uc = e(t) \qquad i3 = C\cdot\frac{dUc}{dt} \qquad i1 - i2 - i3 = 0$$

$$-i2\cdot Rd - i2\cdot R2 - \frac{d\psi}{dt} + i3\cdot R3 + Uc = 0 \qquad i2(\psi) := a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}$$

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-(R1+R3)}{L1}\cdot i1 + \frac{R3}{L1}\cdot\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}\right) - \frac{1}{L1}\cdot Uc + \frac{1}{L1}\cdot e(t)$$

$$\frac{d}{dt}\psi = R3\cdot i1 - (R2 + R3 + if(\psi \ge 0, Rp, Ro))\cdot\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}\right) + Uc$$

$$\frac{d}{dt}Uc = \frac{1}{C}\cdot i1 - \frac{1}{C}\cdot\left(a\cdot\psi + b\cdot\psi^{m}\right)$$

$N := (0 \;\; 0 \;\; 0)^T$

$$F(t,X) := \begin{bmatrix} \frac{-(R1+R3)}{L1}\cdot X_0 + \frac{R3}{L1}\cdot\left[a\cdot X_1 + b\cdot(X_1)^m\right] + \frac{-1}{L1}\cdot X_2 + \frac{1}{L1}\cdot e(t) \\ R3\cdot X_0 - \left(R2 + R3 + if(X_1 > 0, Rp, Ro)\right)\cdot\left[a\cdot X_1 + b\cdot(X_1)^m\right] + X_2 \\ \frac{1}{C}\cdot X_0 + \frac{-1}{C}\cdot\left[a\cdot X_1 + b\cdot(X_1)^m\right] \end{bmatrix}$$

$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$

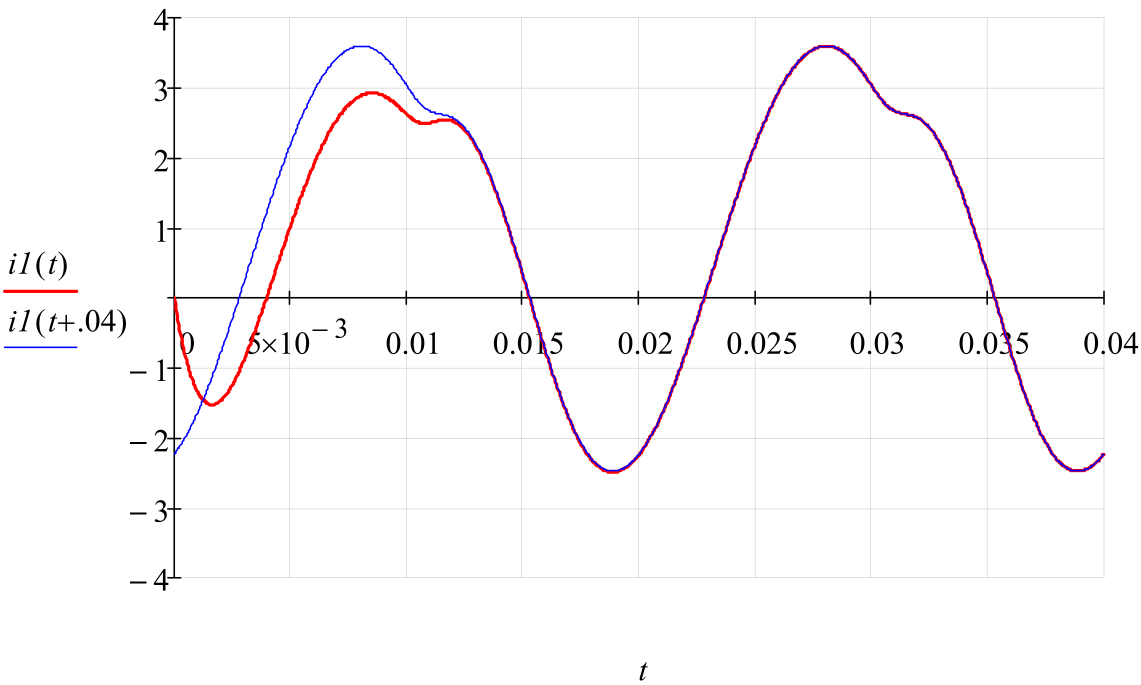
$tn := Z^{\langle 0\rangle}$ $\quad i1n := Z^{\langle 1\rangle}$ $\quad \psi n := Z^{\langle 2\rangle}$ $\quad Ucn := Z^{\langle 3\rangle}$

$i2n := a\cdot\psi n + b\cdot\psi n^m$ $\quad i3n := i1n - i2n$ $\quad Uabn := i3n\cdot R3 + Ucn$

$i1(t) := linterp(tn, i1n, t)$ $\quad i2(t) := linterp(tn, i2n, t)$

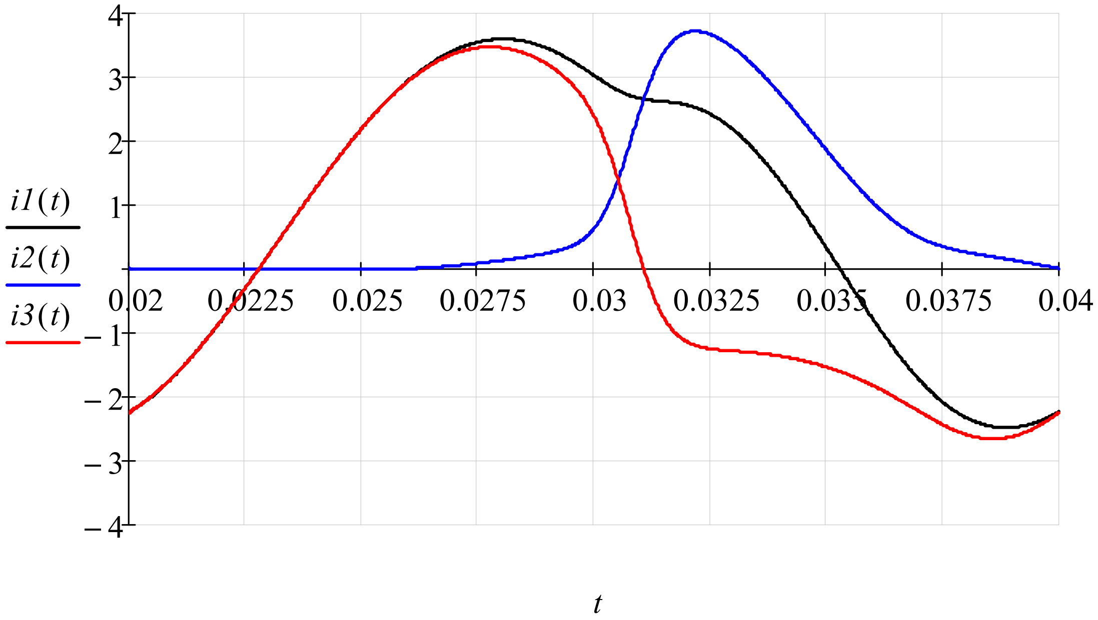
$i3(t) := linterp(tn, i3n, t)$

3. Определение времени переходного процесса



Вывод: переходной процесс продолжается .2 с или 1 период. Начиная со 2-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

3. Графические диаграммы функций токов



4. Обработка результатов расчета для 3-го периода

$$j := \sqrt{-1} \qquad T := \frac{1}{f}$$

4.1. Среднеарифметические значения (постоянные составляющие)

$$I1o := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t)\, dt = 0.864$$

$$I2o := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t)\, dt = 0.864$$

$$I3o := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i3(t)\, dt = -8.005 \times 10^{-6}$$

4.2.Среднеквадратичные значения (действующие значения)

$$I1d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i1(t)^2\, dt} = 2.288$$

$$I2d := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} i2(t)^2\, dt} = 1.496$$

$$I3d := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{2T}^{3T} i3(t)^2\, dt} = 2.142$$

4.3. Гармонические составы функций токов

$$M := 9 \qquad k := 1..M$$

$$I1m_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i1(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\, dt + j\int_{2T}^{3T} i1(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\, dt\right)$$

$$i1g(t) := I1o + \sum_{k=1}^{M}\left(\left|I1m_k\right|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(I1m_k\right)\right)\right)$$

$\overrightarrow{\left|I1m_k\right|} =$

2.957
0.455
0.165
0.064
0.032
0.021
0.011
$6.899\cdot10^{-3}$
$3.895\cdot10^{-3}$

$arg\left(I1m_k\right) =$

-70.522
-71.37
62.344
-146.114
28.409
-172.61
-10.653
157.722
-40.644

$\cdot deg$

$$I2m_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i2(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\, dt + j\int_{2T}^{3T} i2(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\, dt\right)$$

$$i2g(t) := I2o + \sum_{k=1}^{M}\left(\left|I2m_k\right|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(I2m_k\right)\right)\right)$$

$\overrightarrow{\left|I2m_k\right|} =$

1.425
0.836
0.42
0.209
0.13
0.103
0.059
0.044
0.028

$arg\left(I2m_k\right) =$

-144.549
-13.401
129.849
-73.319
104.511
-94.248
69.345
-121.059
41.566

$\cdot deg$

$$I3m_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{2T}^{3T} i3(t)\cdot sin(k\cdot\omega\cdot t)\,dt + j\int_{2T}^{3T} i3(t)\cdot cos(k\cdot\omega\cdot t)\,dt\right)$$

$$i3g(t) := I3o + \sum_{k=1}^{M}\left(\left|I3m_k\right|\cdot sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg\left(I3m_k\right)\right)\right)$$

$$\overrightarrow{\left|I3m_k\right|} =$$

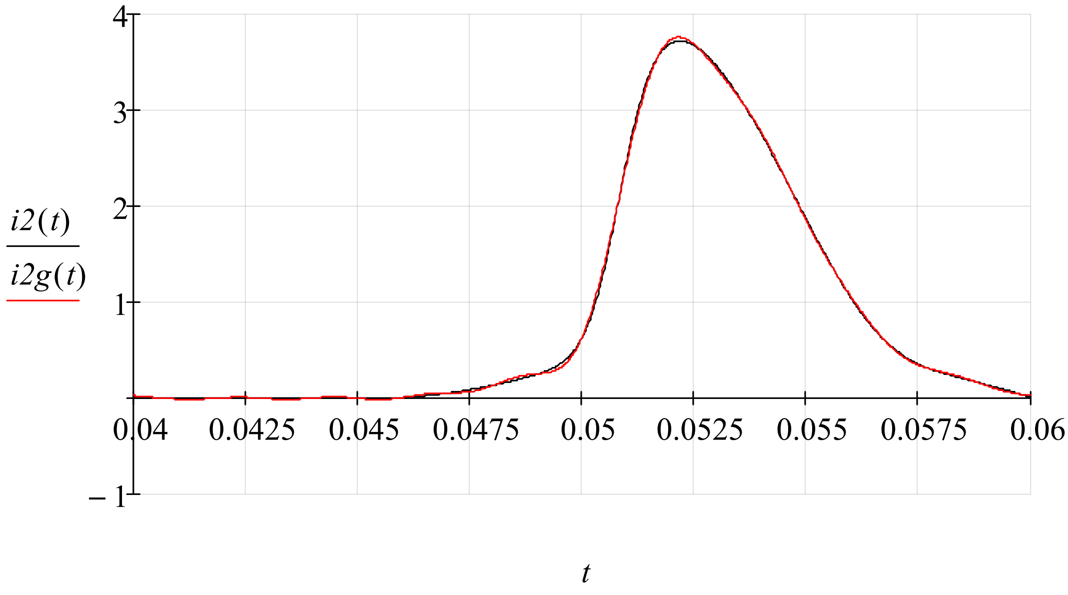
2.908
0.709
0.388
0.199
0.126
0.1
0.058
0.043
0.028

$$arg\left(I3m_k\right) =$$

-42.408
-160.448
-26.968
124.424
-61.157
97.761
-100.33
67.999
-130.375

$\cdot deg$

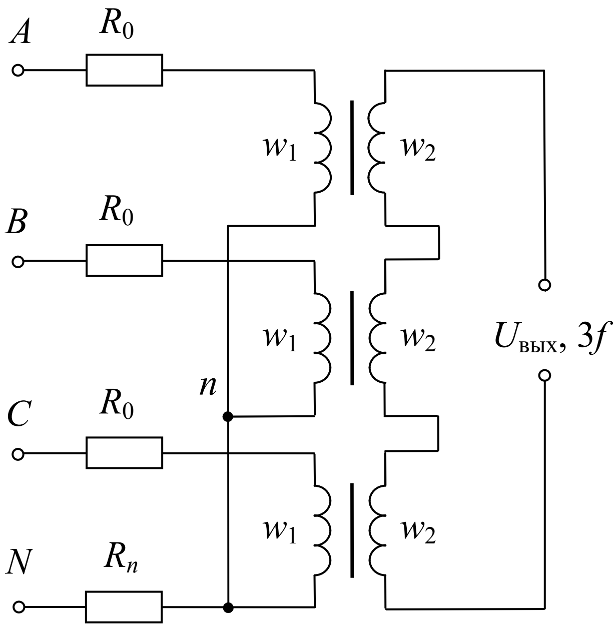
4.4. Совмещенная диаграмма исходной ($i2$) и расчетной ($i2g$) функций



Вывод: незначительные отклонения в некоторых точках расчетной функции от заданной объясняются тем, что в расчетной функции не учтены гармоники выше 9-ой

ЗАДАЧА 54.
РАСЧЕТ УТРОИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

1. Схема цепи и параметры элементов



$Ro := 5 \qquad Rn := 1000 \qquad a := 0.8 \qquad b := 20 \qquad m := 5 \qquad I = a\cdot\Psi + b\cdot\Psi^{m}$

$Um := 250 \qquad f := 50 \qquad \omega := 2\cdot\pi\cdot f \qquad Ua(t) := Um\cdot sin(\omega\cdot t + 0)$

$Ub(t) := Um\cdot sin(\omega\cdot t - 120deg) \qquad Uc(t) := Um\cdot sin(\omega\cdot t + 120deg)$

2. Система дифференциальных уравнений

$$Ia\cdot Ro + \frac{d}{dt}\Psi a + In\cdot Ro = Ua(t) \qquad Ib\cdot Ro + \frac{d}{dt}\Psi b + In\cdot Ro = Ub(t)$$

$$Ic\cdot Ro + \frac{d}{dt}\Psi c + In\cdot Ro = Ucb(t)$$

$$Ia = a\cdot\Psi a + b\cdot\Psi a^{m} \qquad Ib = a\cdot\Psi b + b\cdot\Psi b^{m} \qquad Ic = a\cdot\Psi c + b\cdot\Psi c^{m} \qquad Ia + Ib + Ic = In$$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$\frac{d}{dt}\Psi a = -\left(a\cdot\Psi a + b\cdot\Psi a^{m}\right)\cdot(Ro+Rn) - \left(a\cdot\Psi b + b\cdot\Psi b^{m}\right)\cdot Rn - \left(a\cdot\Psi c + b\cdot\Psi c^{m}\right)\cdot Rn + Ua(t)$$

$$\frac{d}{dt}\Psi b = -\left(a\cdot\Psi b + b\cdot\Psi b^{m}\right)\cdot(Ro+Rn) - \left(a\cdot\Psi a + b\cdot\Psi a^{m}\right)\cdot Rn - \left(a\cdot\Psi c + b\cdot\Psi c^{m}\right)\cdot Rn + Ub(t)$$

$$\frac{d}{dt}\Psi c = -\left(a\cdot\Psi c + b\cdot\Psi c^{m}\right)\cdot(Ro+Rn) - \left(a\cdot\Psi b + b\cdot\Psi b^{m}\right)\cdot Rn - \left(a\cdot\Psi a + b\cdot\Psi a^{m}\right)\cdot Rn + Uc(t)$$

$$N := (0\ \ 0\ \ 0)^{T}$$

$$F(t,X) := \begin{bmatrix} -\left[a\cdot X_0 + b\cdot(X_0)^m\right]\cdot(Ro+Rn) - \left[a\cdot X_1 + b\cdot(X_1)^m\right]\cdot Rn - \left[a\cdot X_2 + b\cdot(X_2)^m\right]\cdot Rn + Ua(t) \\ -\left[a\cdot X_1 + b\cdot(X_1)^m\right]\cdot(Ro+Rn) - \left[a\cdot X_0 + b\cdot(X_0)^m\right]\cdot Rn - \left[a\cdot X_2 + b\cdot(X_2)^m\right]\cdot Rn + Ub(t) \\ -\left[a\cdot X_2 + b\cdot(X_2)^m\right]\cdot(Ro+Rn) - \left[a\cdot X_1 + b\cdot(X_1)^m\right]\cdot Rn - \left[a\cdot X_0 + b\cdot(X_0)^m\right]\cdot Rn + Uc(t) \end{bmatrix}$$

$$Z := Rkadapt(N, 0, 0.2, 10000, F)$$

$$tn := Z^{\langle 0\rangle} \qquad \Psi an := Z^{\langle 1\rangle} \qquad \Psi bn := Z^{\langle 2\rangle} \qquad \Psi cn := Z^{\langle 3\rangle}$$

$$\Psi a(t) := linterp(tn, \Psi an, t) \qquad Ia(t) := a\cdot\Psi a(t) + b\cdot\Psi a(t)^{m}$$

$$\Psi b(t) := linterp(tn, \Psi bn, t) \qquad Ib(t) := a\cdot\Psi b(t) + b\cdot\Psi b(t)^{m}$$

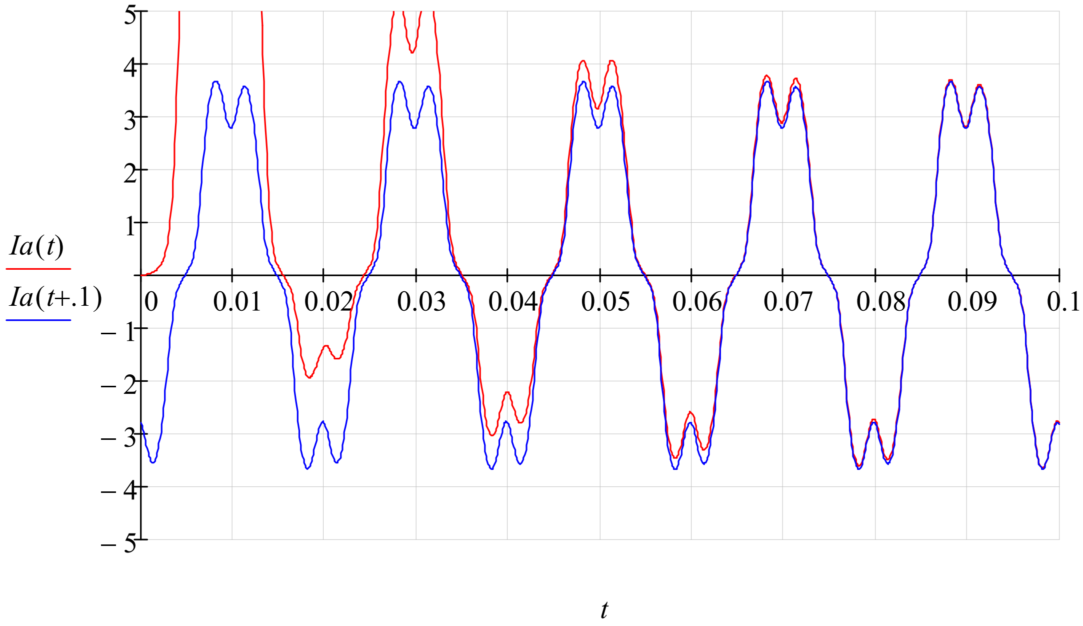
$$\Psi c(t) := linterp(tn, \Psi cn, t) \qquad Ic(t) := a\cdot\Psi c(t) + b\cdot\Psi c(t)^{m}$$

$$Un(t) := (Rn)\cdot(Ia(t) + Ib(t) + Ic(t)) \qquad Uan(t) := Ua(t) - Un(t)$$

$$Ubn(t) := Ub(t) - Un(t) \qquad Ucn(t) := Uc(t) - Un(t)$$

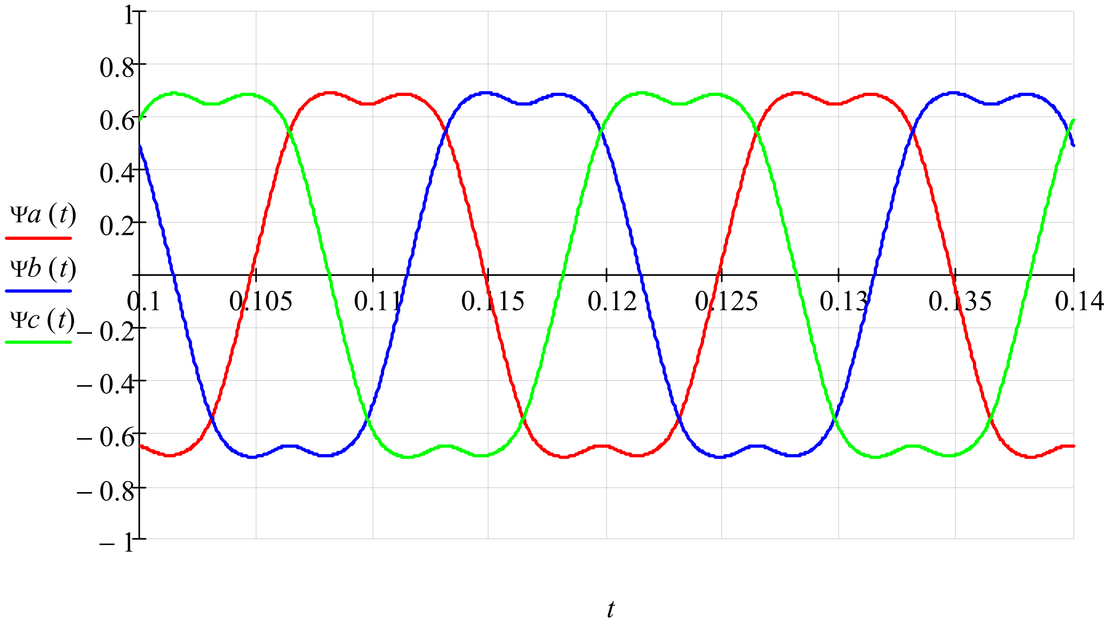
$$U\hat{a}\hat{u}\tilde{o}(t) := -(Uan(t) + Ubn(t) + Ucn(t)) \qquad In(t) := Ia(t) + Ib(t) + Ic(t)$$

4. Определение времени переходного процесса

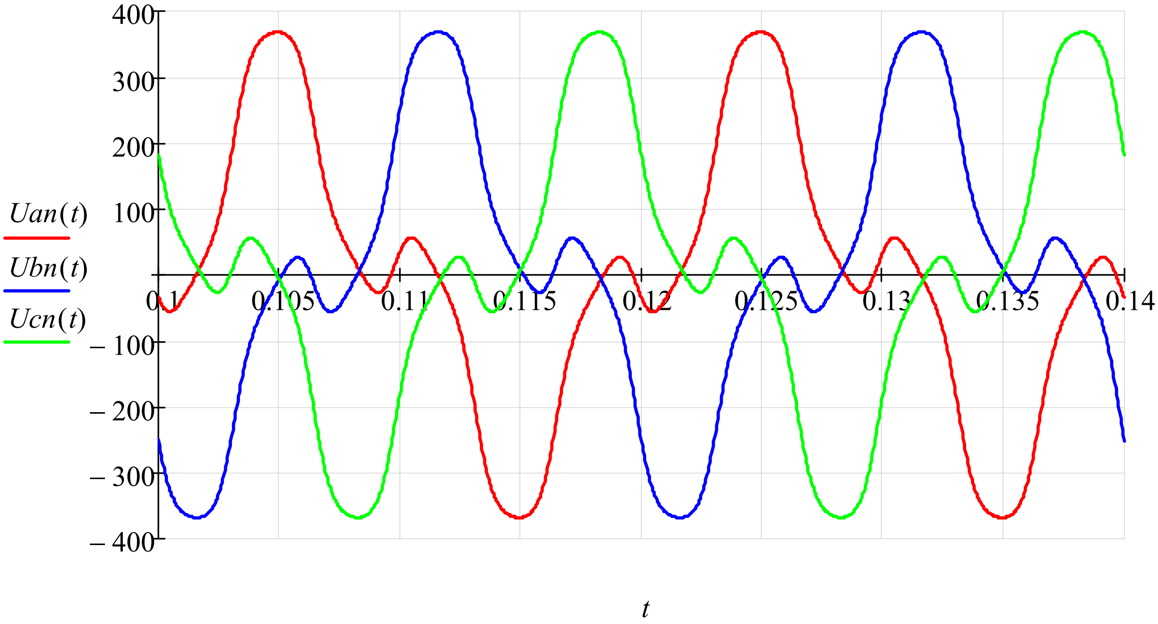


Заключение: переходной процесс продолжается .1 с или 5 периодов. Начиная с 6-го периода в схеме действует установившийся режим.

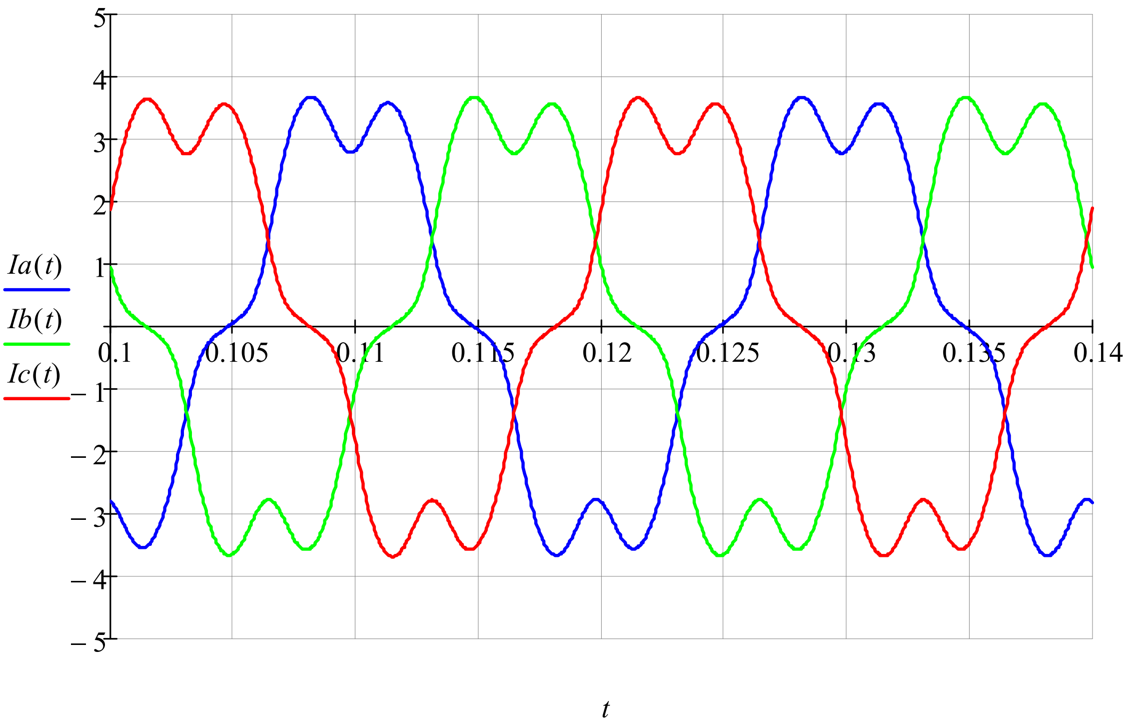
5. Графические диаграммы функций ψ(t)



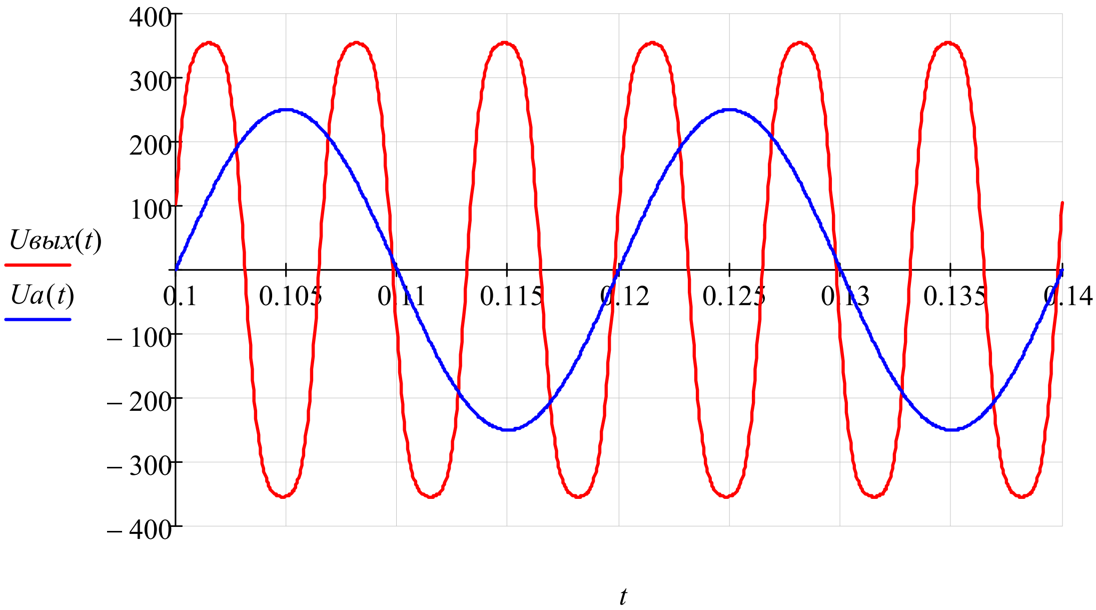
6. Графические диаграммы функций $u(t)$



7. Графические диаграммы функций $i(t)$



8. Графическая диаграмма функции *Uвых*(*t*)



4. Обработка результатов расчета для 6-го периода

4.1. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$T := \frac{1}{f} \qquad U_{выхd} := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{5T}^{6T} U_{вых}(t)^2\,dt} = 283.453$$

4.2. Гармонический состав функции *Uвых*(*t*)

$$j := \sqrt{-1} \qquad M := 15 \qquad k := 3, 9 .. M$$

$$Um_k := \frac{2}{T}\cdot\left(\int_{5T}^{6T} U_{вых}(t)\cdot\sin(k\cdot\omega\cdot t)\,dt + j\int_{5T}^{6T} U_{вых}(t)\cdot\cos(k\cdot\omega\cdot t)\,dt\right)$$

$\overrightarrow{|Um_k|} =$

397.93
48.239
4.625

$arg(Um_k) =$

10.506
33.395
60.952

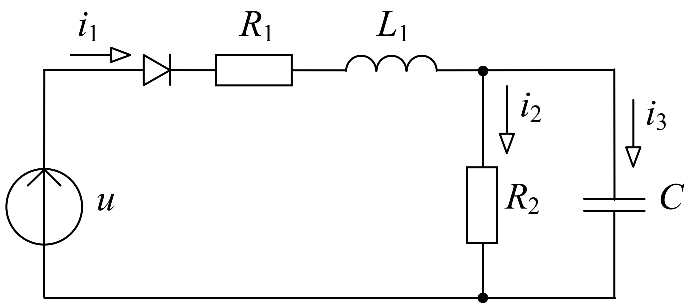
$\cdot deg$

$$U_{выхg}(t) := \sum_{k=1}^{M}\left(|Um_k|\cdot\sin\left(k\cdot\omega\cdot t + arg(Um_k)\right)\right)$$

<u>Вывод:</u> в выходном напряжении содержатся нечетные гармонические составляющие, кратные трем (3-я, 9-я и т. д. гармоники)

ЗАДАЧА 55.
РАСЧЕТ ОДНОПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ
С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R2 := 200$ $\quad C := 500 \times 10^{-6}$ $\quad R1 := 0$ $\quad L := 0$

$Rdp := .2$ $\quad Rdo := 100000$ $\quad Rd = if(i1 > 0, Rdp, Rdo)$

$Um := 100$ $\quad f := 50$ $\quad \alpha := 0deg$ $\quad \omega := 2\pi f$ $\quad T := \dfrac{1}{f}$

$$u(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$i1 - i2 - i3 = 0$ $\quad i1 \cdot R1 + i1 \cdot Rd + uc = u(t)$ $\quad -i2 \cdot R2 + uc = 0$

$C \cdot \dfrac{duc}{dt} = i3$ $\quad i1 = \dfrac{u(t) - uc}{R1 + Rd}$ $\quad i2 = \dfrac{Uc}{R2}$

$$\frac{d}{dt}uc = \left[\frac{1}{R1 + Rd} \cdot (u(t) - uc) - \frac{uc}{R2}\right]\frac{1}{C}$$

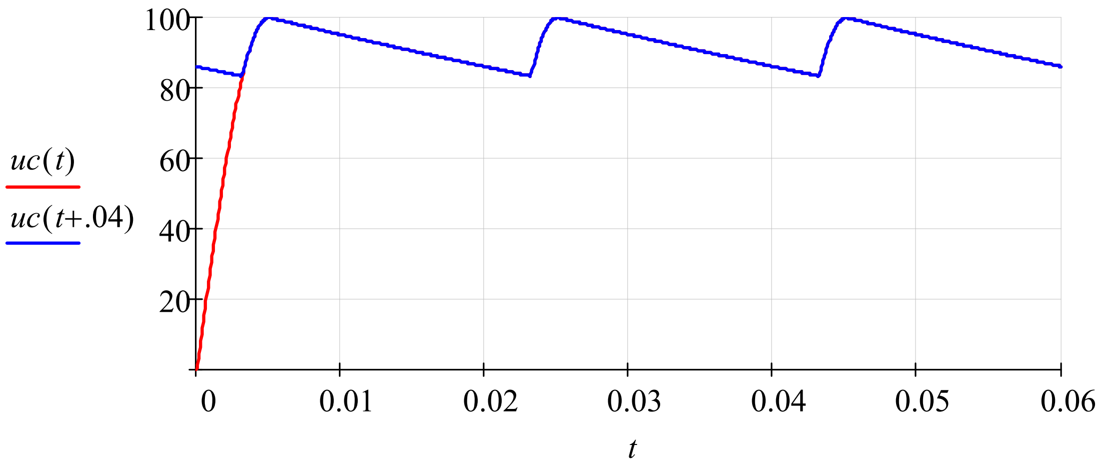
$$N := (0) \qquad F(t, X) := \left(\frac{u(t) - X_0}{R1 + if\left(u(t) > X_0, Rdp, Rdo\right)} - \frac{X_0}{R2}\right) \cdot \frac{1}{C}$$

$$Z := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$tn := Z^{\langle 0 \rangle}$ $\quad ucn := Z^{\langle 1 \rangle}$ $\quad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$

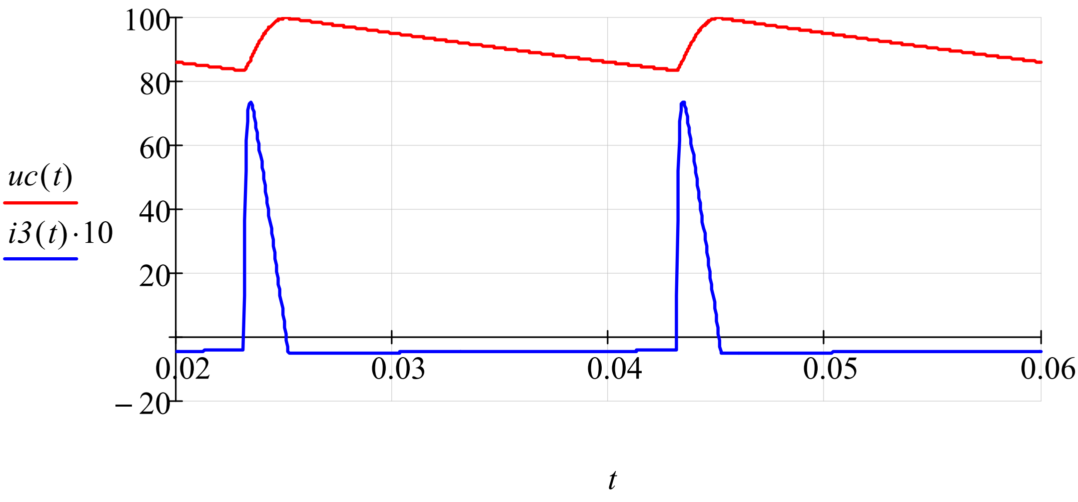
$i2(t) := \dfrac{uc(t)}{R2}$ $\quad i3(t) := C \cdot \left(\dfrac{d}{dt}uc(t)\right)$ $\quad i1(t) := i2(t) + i3(t)$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс в цепи продолжается .02 с или 1период. Начиная со 2-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций *uc*(*t*), *i3*(*t*)



5. Обработка результатов расчета для 3-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$Uco := \frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} uc(t)\, dt = 91.624$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$Ucd := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{2T}^{3T} uc(t)^2 \, dt} = 91.754$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

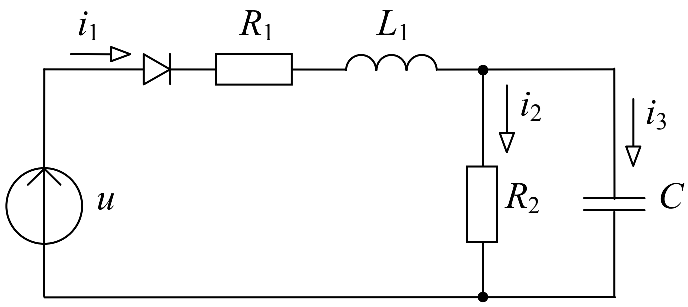
$$Ucg := \sqrt{Ucd^2 - Uco^2} = 4.878$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$Kp := \frac{Ucg}{Uco} = 0.053$$

ЗАДАЧА 56.
РАСЧЕТ ОДНОПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С РЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R2 := 200$ $\quad C := 500\times 10^{-6}$ $\quad R1 := 2$ $\quad L := .001$

$Rdp := .1$ $\quad Rdo := 10000$ $\quad Rd = if(i1 > 0, Rdp, Rdo)$

$Um := 100$ $\quad f := 50$ $\quad \alpha := 0deg$ $\quad \omega := 2\pi f$ $\quad T := \dfrac{1}{f}$

$$u(t) := Um\cdot sin(\omega\cdot t + \alpha)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1\cdot R1 + i1\cdot Rd + L\cdot\frac{di1}{dt} + uc = u(t) \qquad C\cdot\frac{duc}{dt} = i3$$

$$-i2\cdot R2 + uc = 0 \qquad i1 - i2 - i3 = 0$$

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-R1}{L}\cdot i1 - \frac{1}{L}\cdot(i1\cdot Rd) - \frac{1}{L}\cdot Uc + \frac{1}{L}\cdot u(t)$$

$$\frac{d}{dt}uc = \frac{1}{C}\cdot i1 - \frac{1}{R2\cdot C}\cdot uc$$

$$N := (0\ \ 0)^T$$

$$F(t,X) := \begin{bmatrix} \dfrac{-R1\cdot X_0 - if\left(X_0 > 0, Rdp, Rdo\right)\cdot\left(X_0\right)}{L} + \dfrac{-1}{L}\cdot X_1 + \dfrac{1}{L}\cdot u(t) \\ \dfrac{1}{C}\cdot X_0 + \dfrac{-1}{C\cdot R2}\cdot X_1 \end{bmatrix}$$

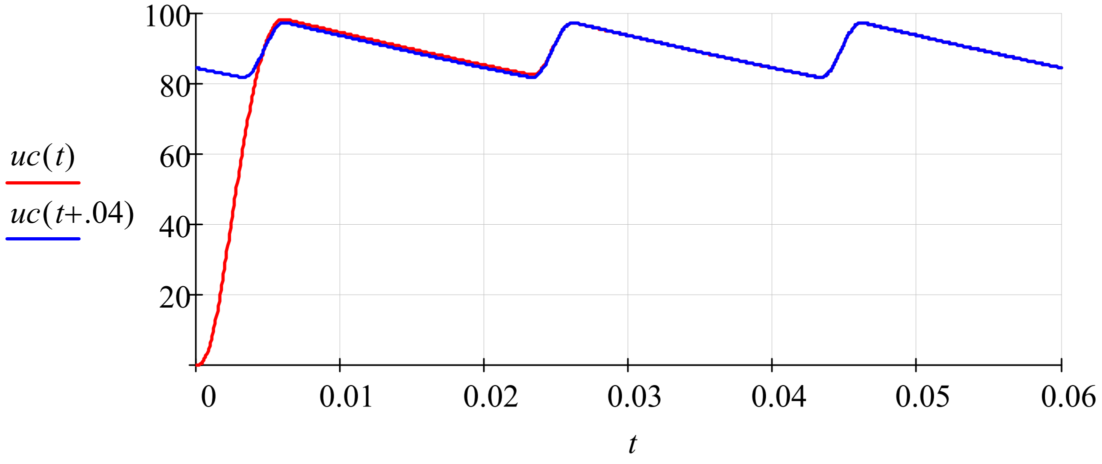
$$Z := Rkadapt(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \qquad i1n := Z^{\langle 1 \rangle} \qquad ucn := Z^{\langle 2 \rangle}$$

$$i1(t) := linterp(tn, i1n, t) \qquad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

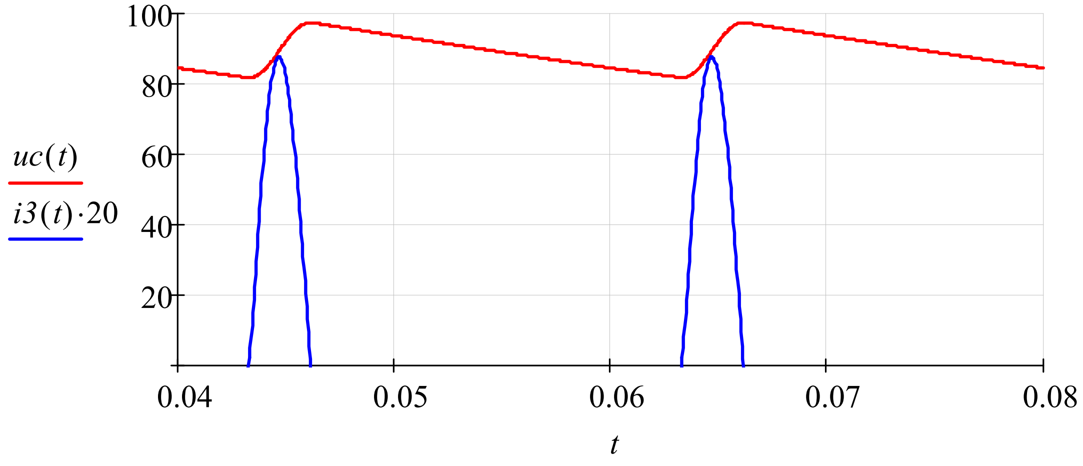
$$i2(t) := \frac{uc(t)}{R2} \qquad i3(t) := i1(t) - i2(t)$$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс в цепи продолжается .04 с или 2 перида. Начиная с 3-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций *uc*(*t*), *i3*(*t*)



5. Обработка результатов расчета для 4-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$Uco := \frac{1}{T}\cdot\int_{3T}^{4T} uc(t)\,dt = 89.418$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$Ucd := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{3T}^{4T} uc(t)^2\,dt} = 89.542$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

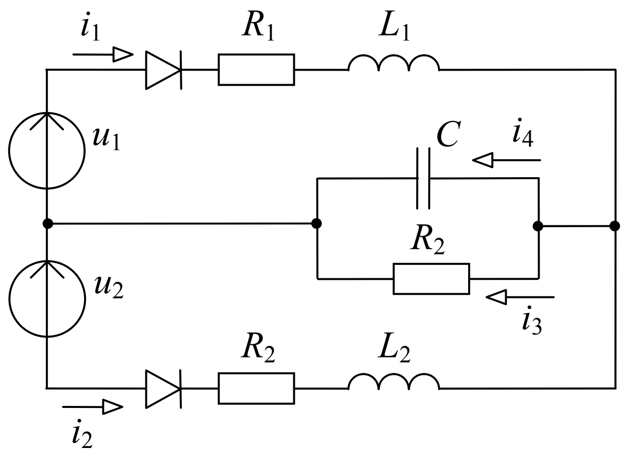
$$Ucg := \sqrt{Ucd^2 - Uco^2} = 4.71$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$Kp := \frac{Ucg}{Uco} = 0.053$$

ЗАДАЧА 57.
РАСЧЕТ ДВУХПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R1 := 0 \quad R2 := 0 \quad L1 := 0 \quad L2 := 0 \quad R3 := 200 \quad C := 500 \times 10^{-6}$

$Um := 100 \quad f := 50 \quad \alpha := 0deg \quad \omega := 2\pi f \quad T := \dfrac{1}{f}$

$u1(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha) \qquad u2(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha)$

$Rp1 := .1 \quad Ro1 := 10000 \quad Rp2 := .1 \quad Ro2 := 10000$

$R1 = if(u1(t) > 0, Rp1, Ro1) \qquad R2 = if(u2(t) < 0, Rp2, Ro2)$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$i1 \cdot R1 + i1 \cdot Rd1 + Uc = u1(t) \qquad i2 \cdot R2 + i2 \cdot Rd2 + Uc = -u2(t)$

$i1 + i2 - i3 - i4 = 0 \qquad i3 = \dfrac{Uc}{R3} \qquad C \cdot \dfrac{dUc}{dt} = i4$

$N := (0)$

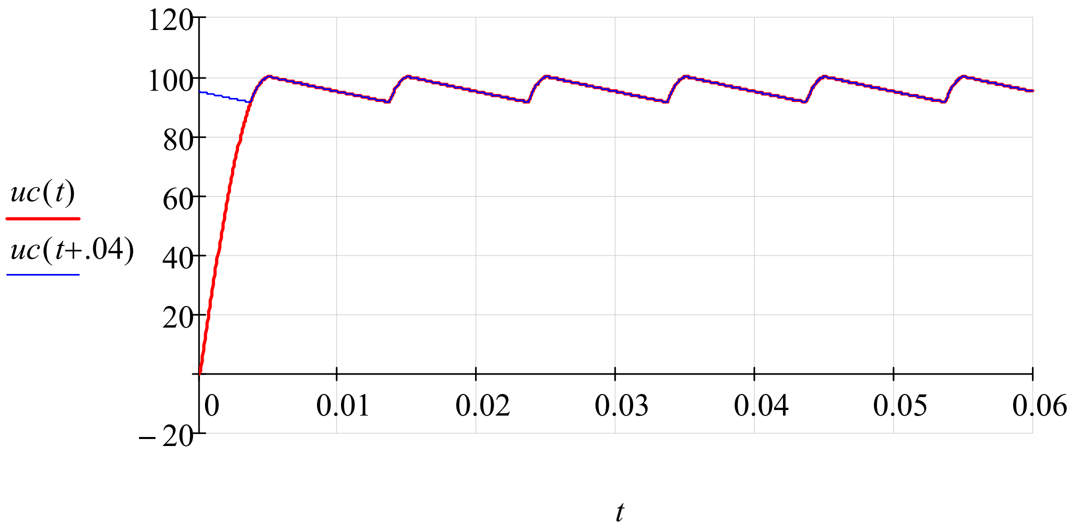
$$F(t, X) := \left[\frac{1}{C} \cdot \left(\frac{u1(t) - X_0}{if\left(u1(t) > X_0, Rp1, Ro1\right)} + \frac{-u2(t) - X_0}{if\left(-u2(t) > X_0, Rp2, Ro2\right)} - \frac{X_0}{R3} \right) \right]$$

$$Z := Rkadapt(N, 0, 0.1, 5000, F)$$

$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \quad ucn := Z^{\langle 1 \rangle} \qquad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

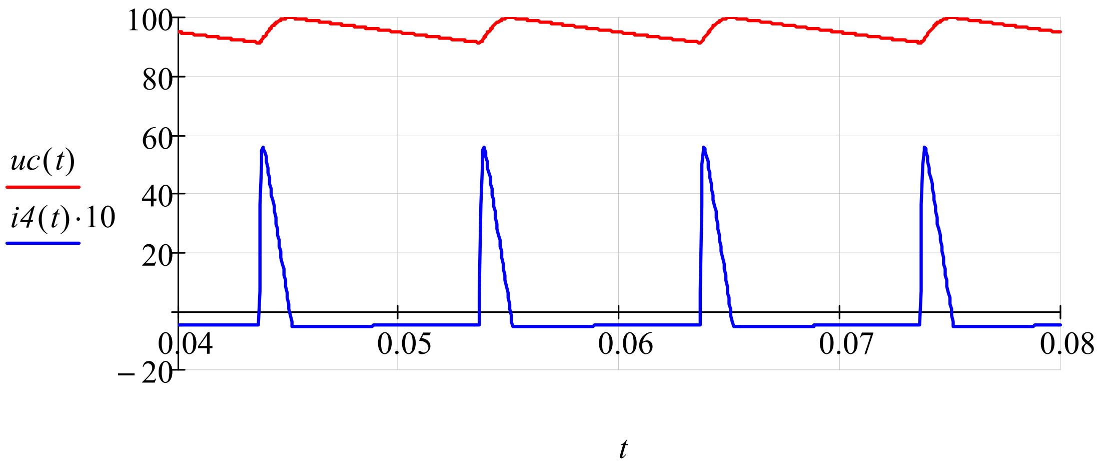
$$i3(t) := \frac{uc(t)}{R3} \qquad i4(t) := C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc(t) \right)$$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс в цепи продолжается .04 с или 2 периода. Начиная с 3-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций



5. Обработка результатов расчета для 4-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$Uco := \frac{1}{T}\cdot\int_{3T}^{4T} uc(t)\,dt = 95.808$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$Ucd := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{3T}^{4T} uc(t)^2\,dt} = 95.842$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

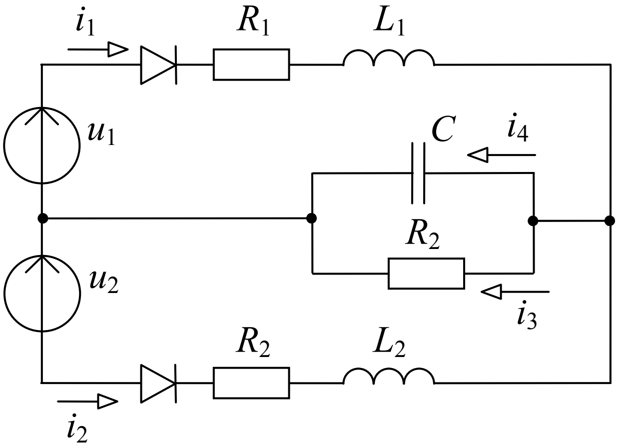
$$Ucg := \sqrt{Ucd^2 - Uco^2} = 2.542$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$Kp := \frac{Ucg}{Uco} = 0.027$$

ЗАДАЧА 58.
РАСЧЕТ ДВУХПОЛУПЕРИОДНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$$R1 := 1 \quad R2 := 1 \quad R3 := 200 \quad L1 := .01 \quad L2 := .01 \quad C := 300 \times 10^{-6}$$

$$Um := 100 \quad f := 50 \quad \alpha := 0deg \quad \omega := 2\pi\, f \quad T := \frac{1}{f}$$

$$u1(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha) \qquad u2(t) := -Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$Rdp1 := .1 \quad Rdo1 := 10000 \quad Rdp2 := .1 \quad Rdo2 := 10000$$

$$R1 = if(i1(t) > 0, Rdp1, Rdo1) \qquad R2 = if(i2(t) < 0, Rdp2, Rdo2)$$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R1 + i1 \cdot Rd1 + L \cdot \frac{di1}{dt} + Uc = u1(t) \qquad i2 \cdot R2 + i2 \cdot Rd2 + L \cdot \frac{di2}{dt} + Uc = u2(t)$$

$$i1 + i2 - i3 - i4 = 0 \qquad -i3 \cdot R3 + Uc = 0 \qquad C \cdot \frac{dUc}{dt} = i4$$

$$\frac{d}{dt} i1 = \frac{-R1}{L1} \cdot i1 - \frac{Rd1}{L1} \cdot i1 - \frac{1}{L1} \cdot Uc + \frac{1}{L1} \cdot u1(t)$$

$$\frac{d}{dt} i2 = \frac{-R2}{L2} \cdot i2 - \frac{\mathrm{Rd2}}{L2} \cdot i2 - \frac{1}{L2} \cdot Uc + \frac{1}{L2} \cdot u2(t)$$

$$X := (0 \quad 0 \quad 0)^T$$

$$F(t,X) := \begin{bmatrix} \frac{-1}{L1}\cdot R1\cdot X_0 + \frac{-1}{L1}\cdot if\left(X_0 > 0, Rdp1, Rdo1\right)\cdot\left(X_0\right) + \frac{-1}{L1}\cdot X_2 + \frac{1}{L1}\cdot u1(t) \\ \frac{-1}{L2}\cdot R2\cdot X_1 + \frac{-1}{L2}\cdot\left(if\left(X_1 > 0, Rdp2, Rdo2\right)\right)\cdot\left(X_1\right) + \frac{-1}{L2}\cdot X_2 + \frac{1}{L2}\cdot u2(t) \\ \frac{1}{C}\cdot X_0 + \frac{1}{C}\cdot X_1 + \frac{-1}{C\cdot R3}\cdot X_2 \end{bmatrix}$$

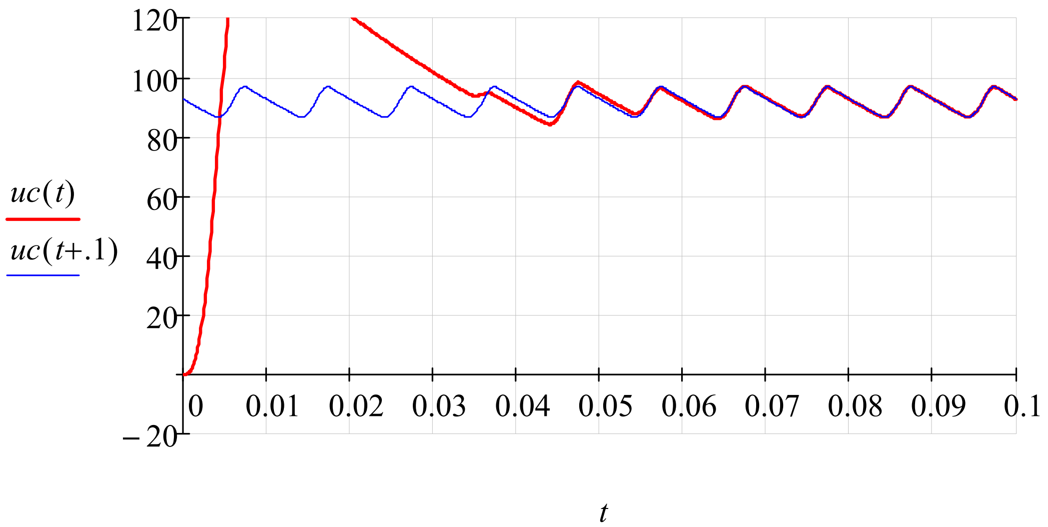
$$Z := Rkadapt(X, 0, 0.2, 10000, F)$$

$tn := Z^{\langle 0\rangle}$ $\quad i1n := Z^{\langle 1\rangle}$ $\quad i2n := Z^{\langle 2\rangle}$ $\quad ucn := Z^{\langle 3\rangle}$

$i3n := \frac{ucn}{R3}$ $\quad i4n := i1n + i2n - i3n$

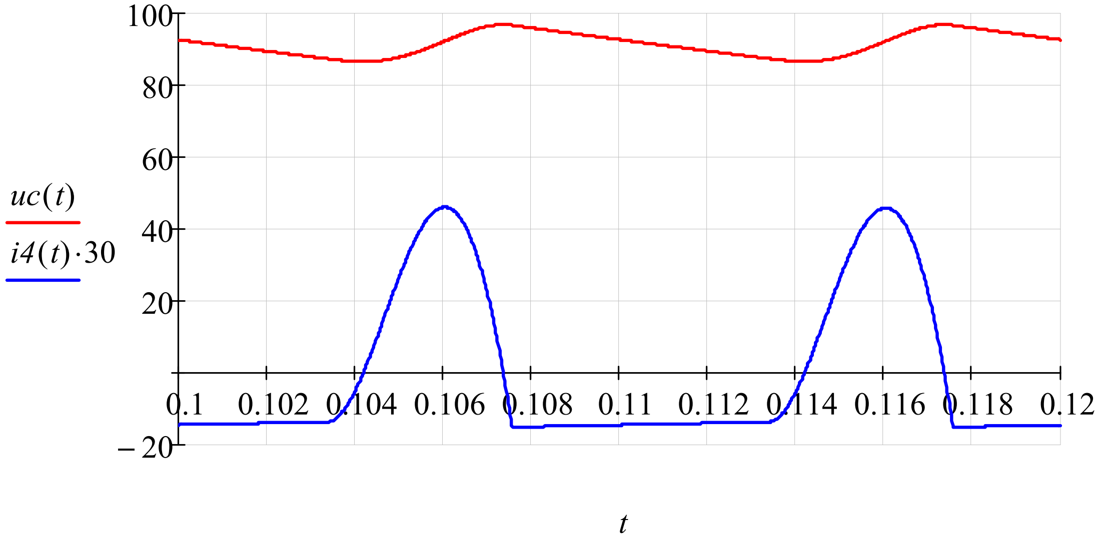
$uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$ $\quad i4(t) := linterp(tn, i4n, t)$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс продолжается .08 с или 4 периода. Начиная с 5-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций $uc(t), i4(t)$



5. Обработка результатов расчета для 5-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$Uco := \frac{1}{T} \cdot \int_{4T}^{5T} uc(t)\,dt = 91.4$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$Ucd := \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{4T}^{5T} uc(t)^2\,dt} = 91.46$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

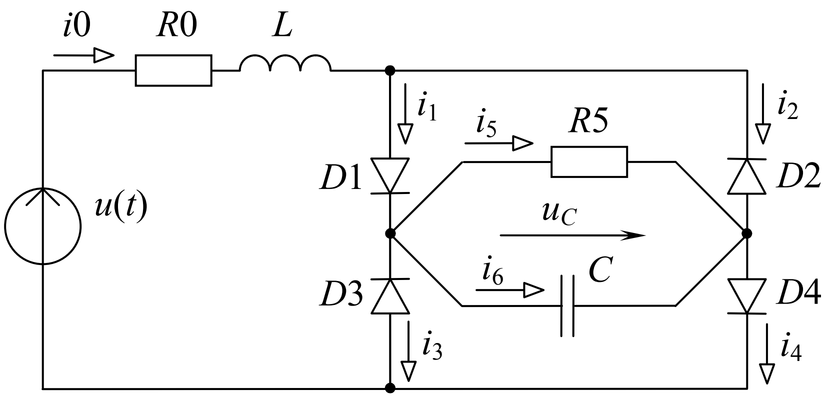
$$Ucg := \sqrt{Ucd^2 - Uco^2} = 3.289$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$Kp := \frac{Ucg}{Uco} = 0.036$$

ЗАДАЧА 59.1
РАСЧЕТ МОСТОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R5 := 200$ $\quad C := 1000 \cdot 10^{-6}$ $\quad R0 := .2$ $\quad L := 0$

$Rp1 := .1$ $\quad Rp2 := .1$ $\quad Rp3 := .1$ $\quad Rp4 := .1$

$Ro1 := 100000$ $\quad Ro2 := 100000$ $\quad Ro3 := 100000$ $\quad Ro4 := 100000$

$Um := 100$ $\quad f := 50$ $\quad \omega := 2\pi f$ $\quad T := \frac{1}{f}$

$$u(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t)$$

$$R1 = if(u(t) > uc, Rp1, Ro1)$$

$$R2 = if(-u(t) > uc, Rp2, Ro2)$$

$$R3 = if(-u(t) > uc, Rp3, Ro3)$$

$$R4 = if(u(t) > uc, Rp4, Ro4)$$

2. Система дифференциальных уравнений

$$i1 \cdot R1 + i3 \cdot R3 = u(t) - i0 \cdot R0$$

$$i1 \cdot R1 - i2 \cdot R2 = -uc$$

$$i1 + i2 = i0$$

$$i3 \cdot R3 - i4 \cdot R4 = uc$$

$$i3 + i4 = i0$$

$$i1 - i3 = \frac{1}{R5} \cdot uc + C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc \right)$$

3. Решение системы дифференциальных уравнений

$$i2 = i0 - i1$$

$$i1 \cdot R1 - (i0 - i1) \cdot R2 = -uc$$

$$i1 = \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2}$$

$$i4 = i0 - i3$$

$$i3 \cdot R3 - (i0 - i3) \cdot R4 = uc$$

$$i3 = \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4}$$

$$0 = u(t) - i0 \cdot R0 - R1 \cdot \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2} - R3 \cdot \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4}$$

$$\frac{d}{dt} uc = \frac{1}{C} \cdot \left(-\frac{1}{R5} \cdot uc + \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2} - \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4} \right)$$

$$i0 \cdot \left(R0 + \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} + \frac{R3 \cdot R4}{R3 + R4} \right) = u(t) + uc \cdot \frac{R1}{R1 + R2} + uc \cdot \frac{R3}{R3 + R4}$$

$$\frac{d}{dt} uc = \frac{1}{C} \cdot \left[uc \cdot \left(-\frac{1}{R5} - \frac{1}{R1 + R2} - \frac{1}{R3 + R4} \right) + i0 \cdot \left(\frac{R2}{R1 + R2} - \frac{R4}{R3 + R4} \right) \right]$$

$$i0\cdot[R0\cdot(R1+R2)\cdot(R3+R4)+R1\cdot R2\cdot(R3+R4)+R3\cdot R4\cdot(R1+R2)] = u(t)\cdot(R1+R2)\cdot(R3+R4)+uc\cdot[R1\cdot(R3+R4)+R3\cdot(R1+R2)]$$

$$i0 = \frac{u(t)\cdot(R1+R2)\cdot(R3+R4)+uc\cdot[R1\cdot(R3+R4)-R3\cdot(R1+R2)]}{[R0\cdot(R1+R2)\cdot(R3+R4)+R1\cdot R2\cdot(R3+R4)+R3\cdot R4\cdot(R1+R2)]}$$

$$\frac{d}{dt}uc = \frac{1}{C}\cdot\left[uc\cdot\left(-\frac{1}{R5}-\frac{1}{R1+R2}-\frac{1}{R3+R4}\right)+\frac{u(t)\cdot(R1+R2)\cdot(R3+R4)+UC\cdot[R1\cdot(R3+R4)-R3\cdot(R1+R2)]}{[R0\cdot(R1+R2)\cdot(R3+R4)+R1\cdot R2\cdot(R3+R4)+R3\cdot R4\cdot(R1+R2)]}\cdot\left(\frac{R2}{R1+R2}-\frac{R4}{R3+R4}\right)\right]$$

$$NU := 0$$

$$D(t,X) := \frac{1}{C}\cdot\left[X_0\cdot\left(-\frac{1}{R5}-\frac{1}{if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)}-\frac{1}{if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)}\right)+\right.$$

$$+\frac{u(t)\cdot\left(if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)\right)\cdot\left(if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)\right)+}{\left[R0\cdot\left(if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)\right)\cdot\left(if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)\right)+\right.}$$

$$\frac{+X_0\cdot\left[if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)\cdot\left(if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)\right)-\right.}{+if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)\cdot if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)\cdot\left(if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)\right)+}$$

$$\frac{\left.-if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)\cdot\left(if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)\right)\right]}{\left.+\left(if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)\right)\cdot if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)\cdot\left(if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)\right)\right]}\cdot$$

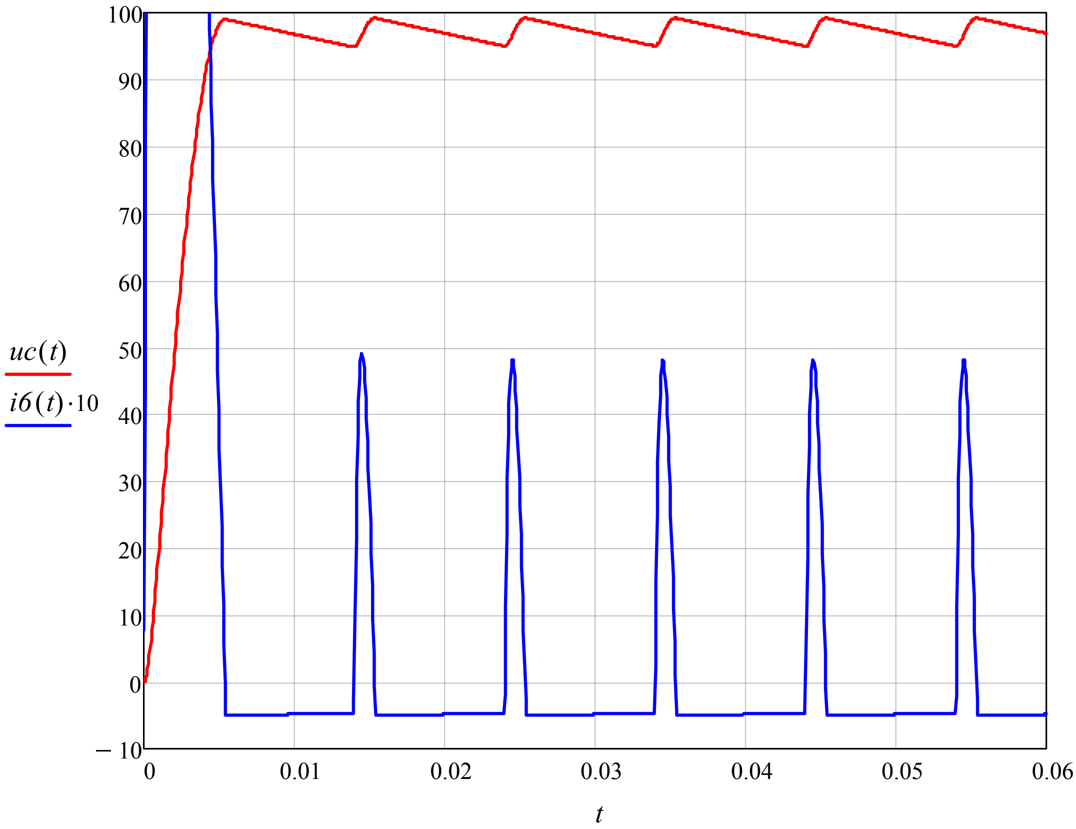
$$\left.\cdot\left(\frac{if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)}{if\left(u(t)>X_0,Rp1,Ro1\right)+if\left(-u(t)>X_0,Rp2,Ro2\right)}-\frac{if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)}{if\left(-u(t)>X_0,Rp3,Ro3\right)+if\left(u(t)>X_0,Rp4,Ro4\right)}\right)\right]$$

$$Z := rkfixed(NU, 0, .1, 5000, D)$$

$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \qquad ucn := Z^{\langle 1 \rangle} \qquad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

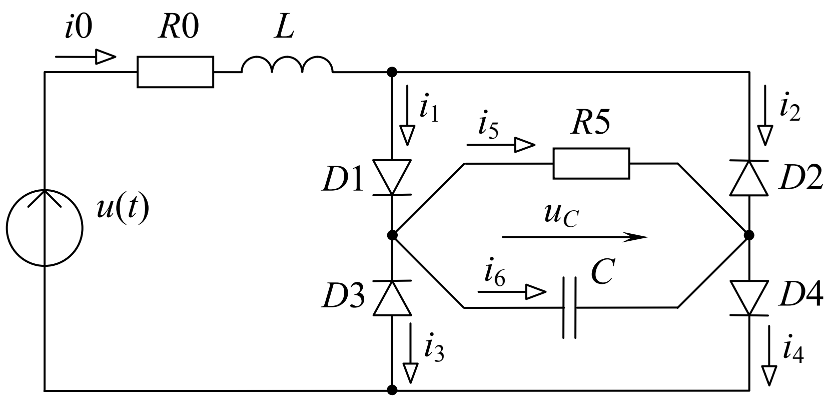
$$i5(t) := \frac{uc(t)}{R5} \qquad i6(t) := C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc(t) \right)$$

4. Графические диаграммы функций $uc(t)$, $i6(t)$



ЗАДАЧА 59.2
РАСЧЕТ МОСТОВОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ
С РЕАЛЬНЫМ ИСТОЧНИКОМ НАПРЯЖЕНИЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R5 := 200$ $\quad C := 500\cdot10^{-6}$ $\quad R0 := .1$ $\quad L := 0.001$

$Um := 100$ $\quad f := 50$ $\quad \omega := 2\pi\, f$ $\quad u(t) := Um\cdot sin(\omega\cdot t)$

$Rp1 := 1$ $\quad Rp2 := 1$ $\quad Rp3 := 1$ $\quad Rp4 := 1$

$Ro1 := 10000$ $\quad Ro2 := 10000$ $\quad Ro3 := 10000$ $\quad Ro4 := 10000$

$R1 = if(u(t) > uc, Rp1, Ro1)$

$R2 = if(-u(t) > uc, Rp2, Ro2)$

$R3 = if(-u(t) > uc, Rp3, Ro3)$

$R4 = if(u(t) > uc, Rp4, Ro4)$

2. Система дифференциальных уравнений

$$i\cdot R1 + i3\cdot R3 = u(t) - i0\cdot R0 - L\cdot\left(\frac{d}{dt}i0\right)$$

$$i1\cdot R1 - i2\cdot R2 = -uc$$

$$i1 + i2 = i0$$

$$i3\cdot R3 - i4\cdot R4 = uc$$

$$i3 + i4 = i0$$

$$i1 - i3 = \frac{1}{R5} \cdot uc + C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc \right)$$

3.Решение системы дифференциальных уравнений

$$i2 = i0 - i1$$

$$i1 \cdot R1 - (i0 - i1) \cdot R2 = -uc$$

$$i1 = \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2}$$

$$i4 = i0 - i3$$

$$i3 \cdot R3 - (i0 - i3) \cdot R4 = uc$$

$$i3 = \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4}$$

$$\frac{d}{dt} i0 = \frac{1}{L} \cdot \left(u(t) - i0 \cdot R0 - R1 \cdot \frac{-uc + I0 \cdot R2}{R1 + R2} - R3 \cdot \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4} \right)$$

$$\frac{d}{dt} uc = \frac{1}{C} \cdot \left(-\frac{1}{R5} \cdot uc + \frac{-uc + i0 \cdot R2}{R1 + R2} - \frac{uc + i0 \cdot R4}{R3 + R4} \right)$$

$$NU := (\, 0 \quad 0 \,)^T$$

$$D(t, X) := \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \cdot \left(u(t) - X_0 \cdot R0 - if\left(u(t) > X_1, Rp1, Ro1\right) \cdot \frac{-X_1 + X_0 \cdot if\left(-u(t) > X_1, Rp2, Ro2\right)}{if\left(u(t) > X_1, Rp1, Ro1\right) + if\left(-u(t) > X_1, Rp2, Ro2\right)} - if\left(-u(t) > X_1, Rp3, Ro3\right) \cdot \frac{X_1 + X_0 \cdot if\left(u(t) > X_1, Rp4, Ro4\right)}{if\left(-u(t) > X_1, Rp3, Ro3\right) + if\left(u(t) > X_1, Rp4, Ro4\right)} \right) \\ \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{-1}{R5} \cdot X_1 + \frac{-X_1 + X_0 \cdot if\left(-u(t) > X_1, Rp2, Ro2\right)}{if\left(u(t) > X_1, Rp1, Ro1\right) + if\left(-u(t) > X_1, Rp2, Ro2\right)} - \frac{X_1 + X_0 \cdot if\left(u(t) > X_1, Rp4, Ro4\right)}{if\left(-u(t) > X_1, Rp3, Ro3\right) + if\left(u(t) > X_1, Rp4, Ro4\right)} \right) \end{bmatrix}$$

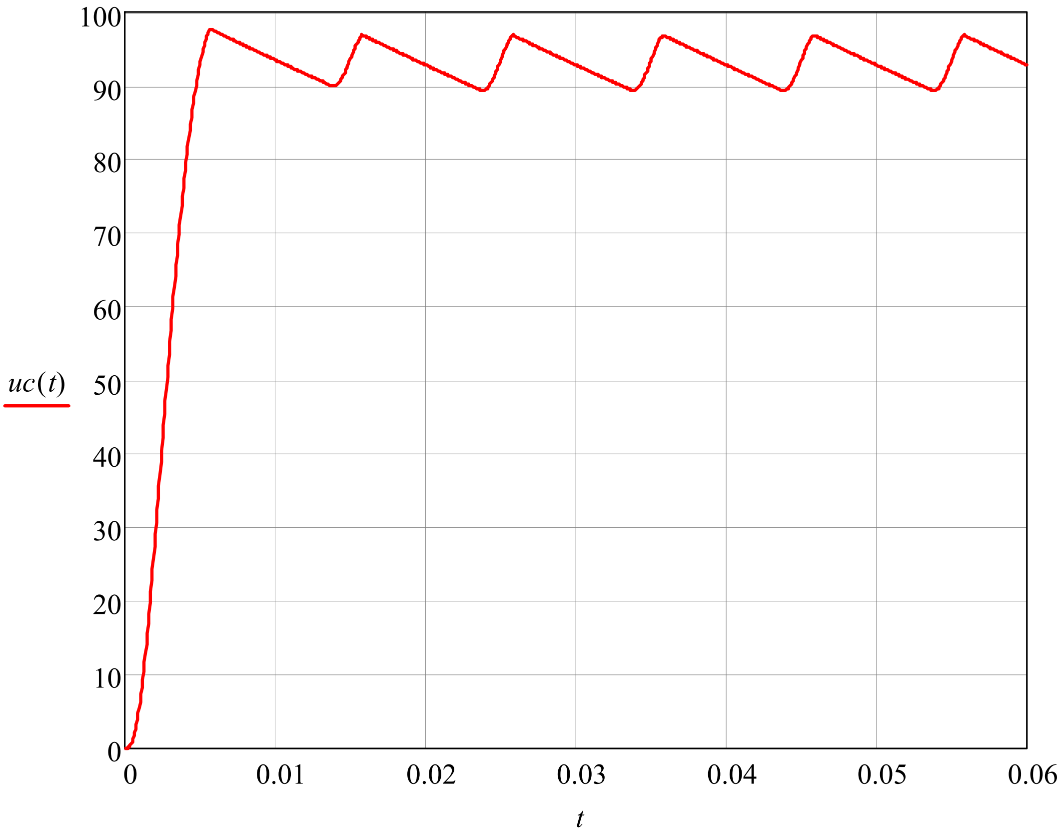
$$Z := Rkadapt(NU, 0, .1, 5000, D)$$

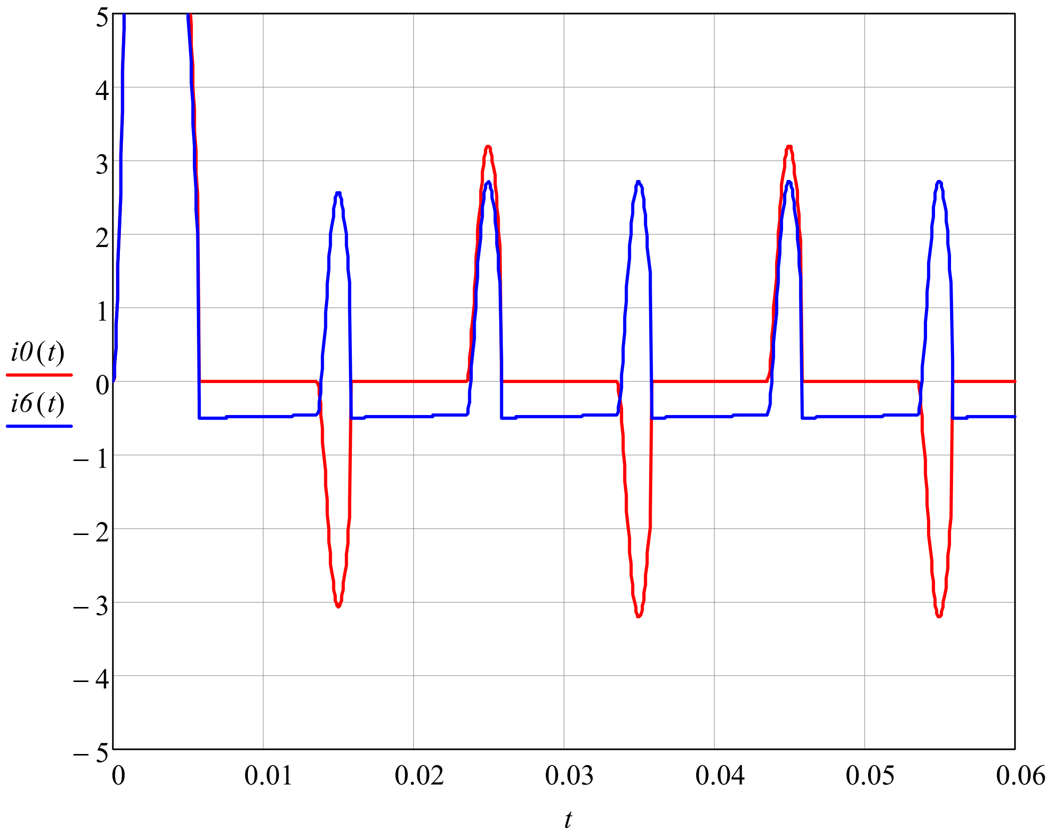
$$tn := Z^{\langle 0 \rangle} \qquad i0n := Z^{\langle 1 \rangle} \qquad i0(t) := linterp(tn, i0n, t)$$

$$ucn := Z^{\langle 2 \rangle} \qquad uc(t) := linterp(tn, ucn, t)$$

$$i6(t) := C \cdot \left(\frac{d}{dt} uc(t) \right)$$

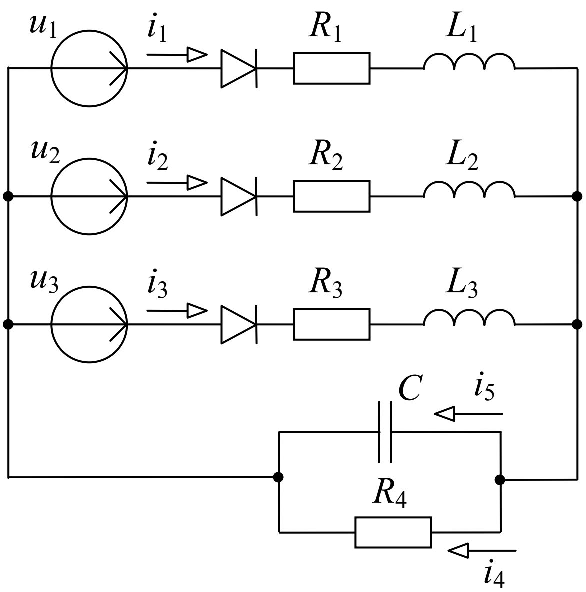
4. Графические диаграммы функций *uc*(*t*), *i0*(*t*), *i6*(*t*)





ЗАДАЧА 60.
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ

1. Схема цепи и параметры элементов



$R1 := 2 \quad R2 := 2 \quad R3 := 2 \quad R4 := 200 \quad L1 := .1 \quad L2 := .1 \quad L3 := .1$

$C := 200 \times 10^{-6} \quad Um := 100 \quad f := 50 \quad \omega := 2\pi\, f \quad T := \dfrac{1}{f} \quad \alpha := 30deg$

$$u1(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha)$$

$$u2(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha - 120 \cdot deg)$$

$$u3(t) := Um \cdot sin(\omega \cdot t + \alpha + 120 \cdot deg)$$

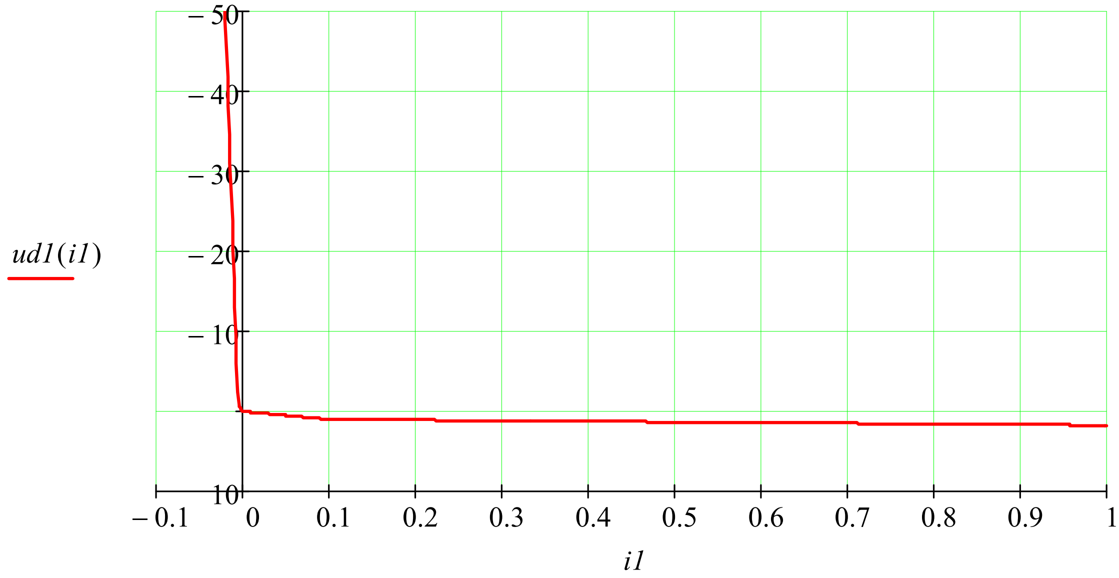
$ik := (-.05 \quad -.02 \quad -.005 \quad 0 \quad .1 \quad 5 \quad 10)^T \qquad uk := (-200 \quad -50 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 5 \quad 20)^T$

$$ud1(i1) := linterp(ik, uk, i1)$$

$$ud2(i2) := linterp(ik, uk, i2)$$

$$ud3(i3) := linterp(ik, uk, i3)$$

Графическая диаграмма ВАХ диода



2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 \cdot R1 + ud1 + L1 \cdot \frac{di1}{dt} + Uc = u1(t)$$

$$i2 \cdot R2 + ud2 + L2 \cdot \frac{di2}{dt} + Uc = u2(t)$$

$$i3 \cdot R3 + ud3 + L3 \cdot \frac{di3}{dt} + Uc = u3(t)$$

$$-i4 \cdot R4 + Uc = 0$$

$$C \cdot \frac{dUc}{dt} = i5$$

$$i1 + i2 + i3 - i4 - i5 = 0$$

$$\frac{d}{dt} i1 = \frac{-R1}{L1} \cdot i1 - \frac{1}{L1} \cdot ud1 - \frac{1}{L1} \cdot Uc + \frac{1}{L1} \cdot u1(t)$$

$$\frac{d}{dt} i2 = \frac{-R2}{L2} \cdot i2 - \frac{1}{L2} \cdot ud2 - \frac{1}{L2} \cdot Uc + \frac{1}{L2} \cdot u2(t)$$

$$\frac{d}{dt} i3 = \frac{-R3}{L3} \cdot i3 - \frac{1}{L3} \cdot ud3 - \frac{1}{L3} \cdot Uc + \frac{1}{L3} \cdot u3(t)$$

$$\frac{d}{dt} Uc = \frac{1}{C} \cdot i1 + \frac{1}{C} \cdot i2 + \frac{1}{C} \cdot i3 - \frac{1}{R4 \cdot C} \cdot Uc$$

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad F(t,X) := \begin{pmatrix} \frac{-1}{L1}\cdot R1\cdot X_0 + \frac{-1}{L1}\cdot ud1(X_0) + \frac{-1}{L1}\cdot X_3 + \frac{1}{L1}\cdot u1(t) \\ \frac{-1}{L2}\cdot R2\cdot X_1 + \frac{-1}{L2}\cdot ud2(X_1) + \frac{-1}{L2}\cdot X_3 + \frac{1}{L2}\cdot u2(t) \\ \frac{-1}{L3}\cdot R2\cdot X_2 + \frac{-1}{L3}\cdot ud3(X_2) + \frac{-1}{L3}\cdot X_3 + \frac{1}{L3}\cdot u3(t) \\ \frac{1}{C}\cdot X_0 + \frac{1}{C}\cdot X_1 + \frac{1}{C}\cdot X_2 + \frac{-1}{C\cdot R4}\cdot X_3 \end{pmatrix}$$

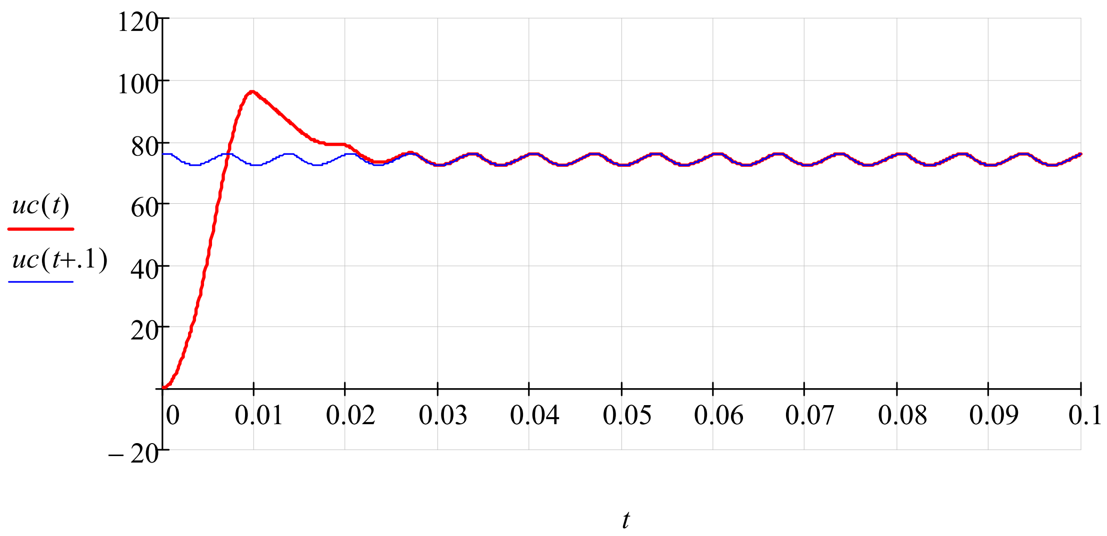
$$Z := rkfixed(X, 0, 0.2, 10000, F)$$

$$tn := Z^{\langle 0\rangle} \quad i1n := Z^{\langle 1\rangle} \quad i2n := Z^{\langle 2\rangle} \quad i3n := Z^{\langle 3\rangle} \quad ucn := Z^{\langle 4\rangle}$$

$$i4n := \frac{ucn}{R4} \qquad i5n := i1n + i2n + i3n - i4n$$

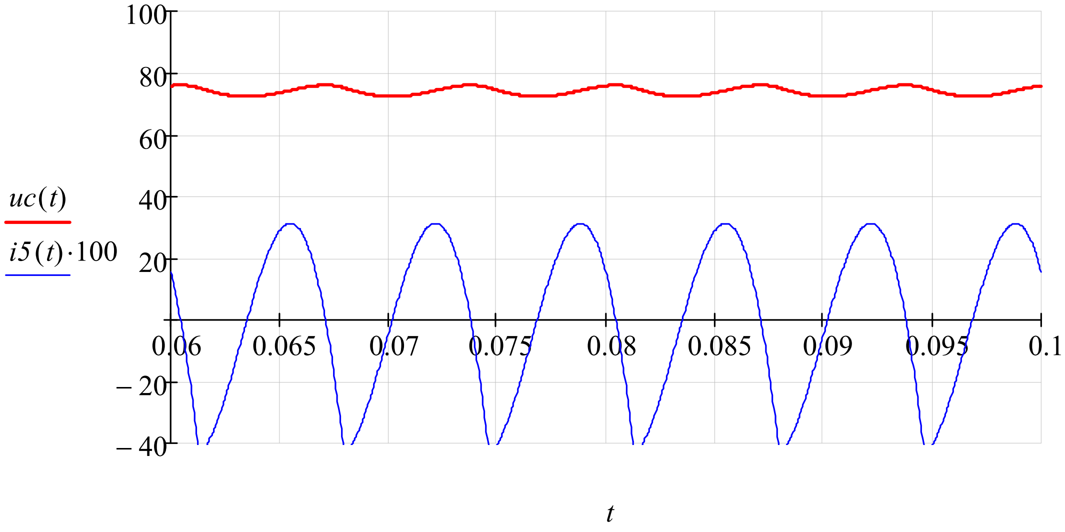
$$uc(t) := linterp(tn, ucn, t) \qquad i5(t) := C\cdot\left(\frac{d}{dt}uc(t)\right)$$

3. Определение времени переходного процесса



Заключение: переходной процесс продолжается .04 с или 2 периода. Начиная с 3-го периода режим в схеме можно считать установившимся.

4. Графические диаграммы функций токов *uc*(*t*), *i5*(*t*)



5. Обработка результатов расчета для 5-го периода

5.1. Среднеарифметическое значение (постоянная составляющая)

$$Uco := \frac{1}{T}\cdot\int_{4T}^{5T} uc(t)\,dt = 74.036$$

5.2. Среднеквадратичное (действующее) значение

$$Ucd := \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{4T}^{5T} uc(t)^2\,dt} = 74.047$$

5.3. Среднеквадратичное (действующее) значение гармоник

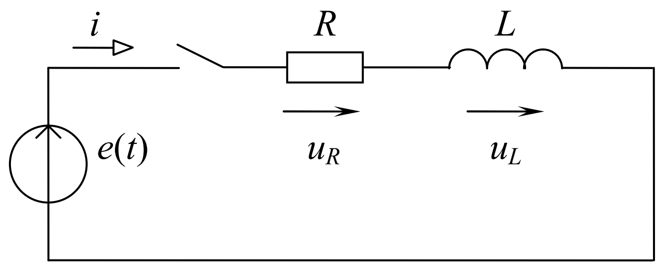
$$Ucg := \sqrt{Ucd^2 - Uco^2} = 1.299$$

5.4. Коэффициент пульсаций

$$Kp := \frac{Ucg}{Uco} = 0.018$$

ЗАДАЧА 61.
СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ *RL*

1. Схема цепи и параметры элементов



$E := 100 \quad R1 := 100 \quad L1 := 0.2 \quad a := .02 \quad b := 20 \quad i2 = a \cdot sinh(b \cdot \psi)$

2. Дифференциальное уравнение и его решение для линейной цепи

$$i1 \cdot R + L\frac{d}{dt}i1 = e(t) \qquad \frac{d}{dt}i1 = \frac{-R}{L}\cdot i1 + \frac{e(t)}{L}$$

$$NU := 0 \qquad D(t, X) := \frac{-R1}{L1}\cdot X_0 + \frac{E}{L1}$$

$$F := rkfixed(NU, 0, 0.1, 5000, D)$$

$$t := F^{\langle 0\rangle} \quad i := F^{\langle 1\rangle} \qquad Ur1 := i \cdot R1$$

3. Дифференциальное уравнение и его решение для нелинейной цепи

$$i2 \cdot R + \left(\frac{d}{dt}\psi\right) = E \qquad i2 = a \cdot sinh(b \cdot \psi)$$

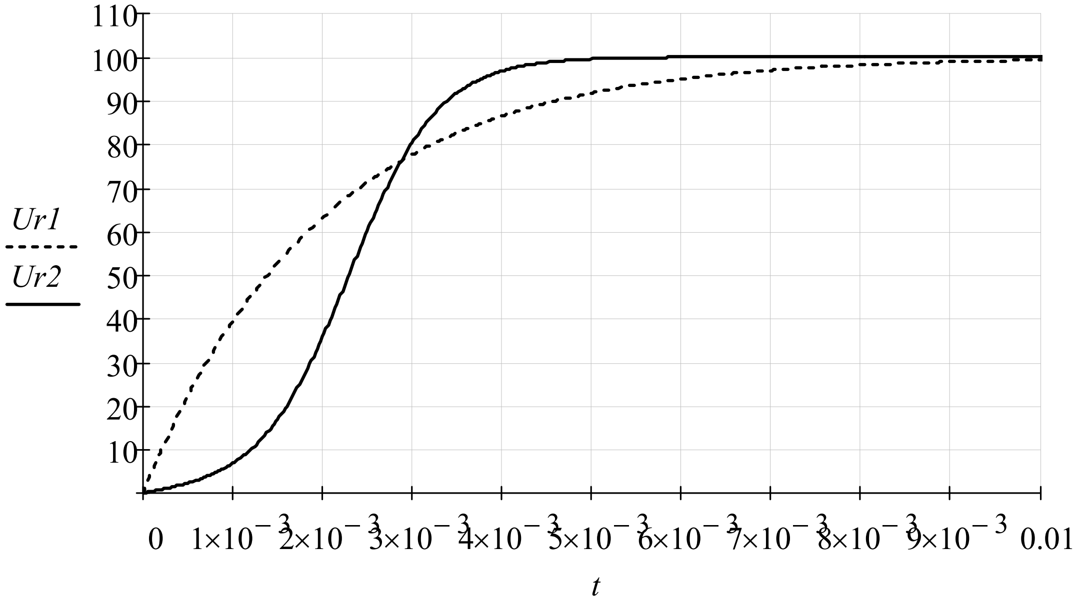
$$\frac{d}{dt}\psi = -R \cdot (a \cdot sinh(b \cdot \psi)) + E$$

$$N := 0 \qquad D(t, X) := -R1 \cdot \left(a \cdot sinh\left(b \cdot X_0\right)\right) + E$$

$$F := rkfixed(N, 0, 0.1, 5000, D)$$

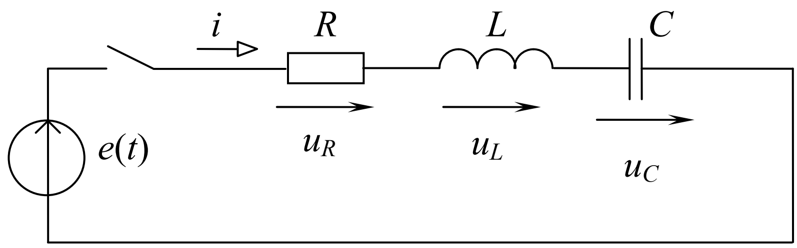
$$t := F^{\langle 0\rangle} \qquad \psi := F^{\langle 1\rangle} \qquad i2 := a \cdot sinh(b \cdot \psi) \qquad Ur2 := i2 \cdot R1$$

4. Графические диаграммы функций *Ur*(*t*)



ЗАДАЧА 62.
СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ЛИНЕЙНОЙ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ *RLC*

1. Схема цепи и параметры элементов



Исходные данные:

$E := 200$ $L := 0.3$ $C := 50 \cdot 10^{-6}$ $R := 50$

$a := .2$ $b := 10$ $i2 = a \cdot sinh(b \cdot \psi)$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение для линейной цепи

$$i1 \cdot R + L \frac{d}{dt} i1 + Uc = E \qquad i1 = C\left(\frac{d}{dt} Uc\right)$$

$$\frac{d}{dt} i1 = \frac{-R}{L} \cdot i1 - \frac{1}{L} Uc1 + \frac{E}{L} \qquad \frac{d}{dt} Uc1 = \frac{1}{C} \cdot i1$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t, X) := \begin{pmatrix} \frac{-R}{L} X_0 + \frac{-1}{L} X_1 + \frac{E}{L} \\ \frac{1}{C} \cdot X_0 \end{pmatrix}$$

$F := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$

$t := F^{\langle 0 \rangle}$ $i1 := F^{\langle 1 \rangle}$ $Uc1 := F^{\langle 2 \rangle}$ $Ur1 := i1 \cdot R$

<u>3. Система дифференциальных уравнений и ее решение для нелинейной цепи</u>

$$i2 \cdot R + \frac{d}{dt}\psi + Uc2 = E \qquad i2 = \frac{d}{dt}Uc2 \qquad i2 = a \cdot sinh(b \cdot \psi)$$

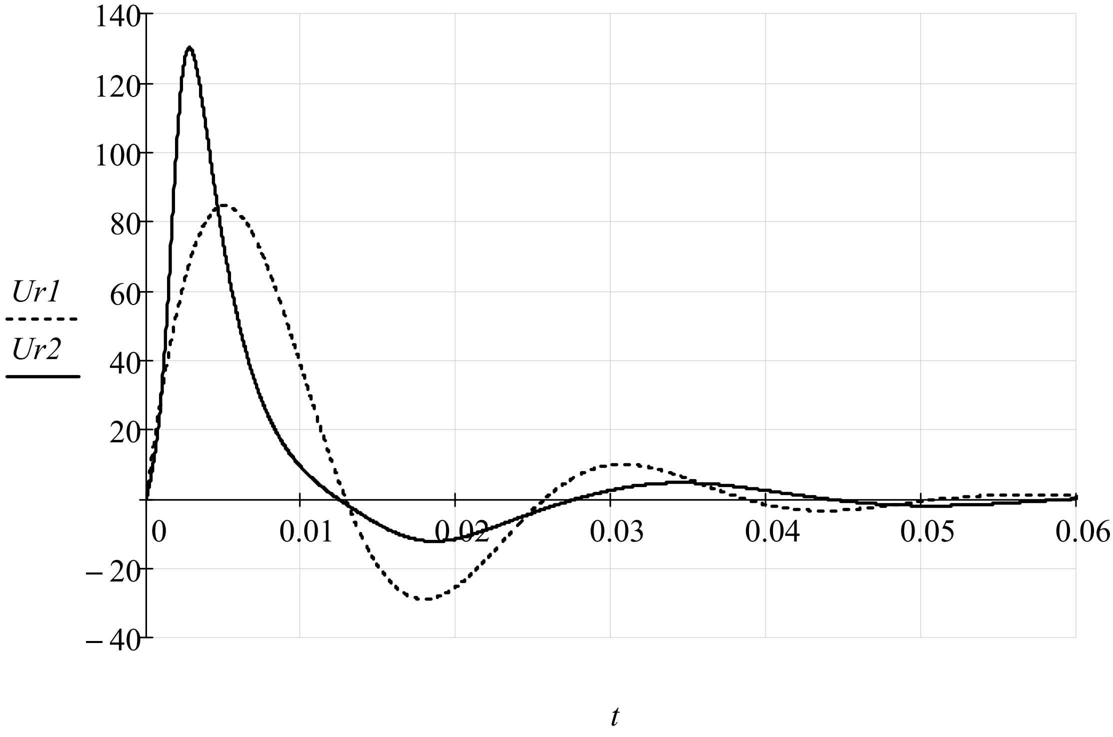
$$\frac{d}{dt}\psi = -R \cdot (a \cdot sinh(b \cdot \psi)) - Uc2 + E \qquad \frac{d}{dt}Uc2 = \frac{1}{C} \cdot (a \cdot sinh(b \cdot \psi))$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad D(t, X) := \begin{bmatrix} -R \cdot \left(a \cdot sinh\left(b \cdot X_0\right)\right) - X_1 + E \\ \frac{1}{C} \cdot \left(a \cdot sinh\left(b \cdot X_0\right)\right) \end{bmatrix}$$

$$F := rkfixed(N, 0, 0.2, 10000, D)$$

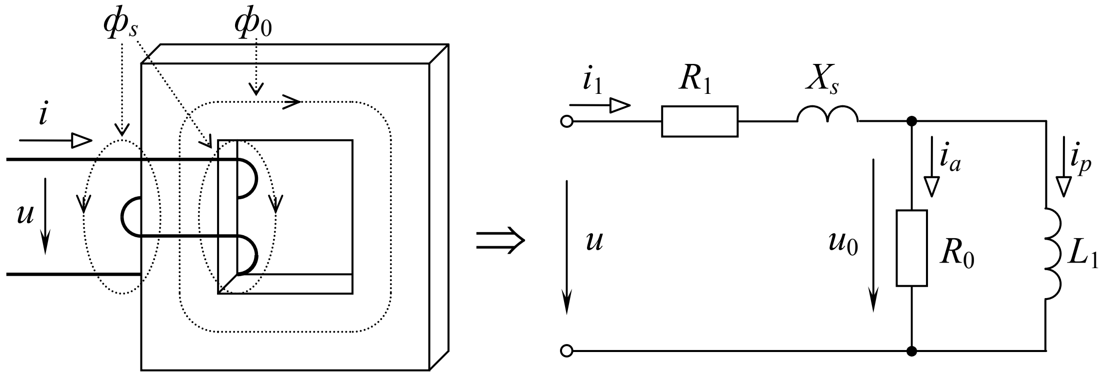
$$t := F^{\langle 0 \rangle} \qquad \psi := F^{\langle 1 \rangle} \qquad Uc2 := F^{\langle 2 \rangle} \qquad i2 := a \cdot sinh(b \cdot \psi) \qquad Ur2 := i2 \cdot R$$

4. Графические диаграммы функций напряжений $Ur(t)$



ЗАДАЧА 63.
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ТРАНСФОРМАТОРЕ

1. Схема цепи и параметры элементов



а *б*

$R1 := .3 \quad Ro := 5000 \quad L1 := 0.01 \quad a := .1 \quad b := 20 \quad m := 9$

$Em := 250 \quad f := 50 \quad \alpha := 10deg \quad \omega := 2\cdot\pi\cdot f \quad e(t) := Em\cdot sin(\omega\cdot t + \alpha)$

2. Система дифференциальных уравнений и ее решение

$$i1 - ia - ip = 0 \qquad R1\cdot i1 + L1\cdot\frac{d}{dt}i1 + ia\cdot Ro = e(t)$$

$$ia\cdot Ro = \frac{d}{dt}\psi \qquad ip = a\cdot\psi + b\cdot\psi^m$$

$$\frac{d}{dt}i1 = \frac{-(R1+Ro)}{L1}\cdot i1 + \frac{Ro}{L1}\left(a\psi + b\psi^m\right) + \frac{1}{L1}e(t)$$

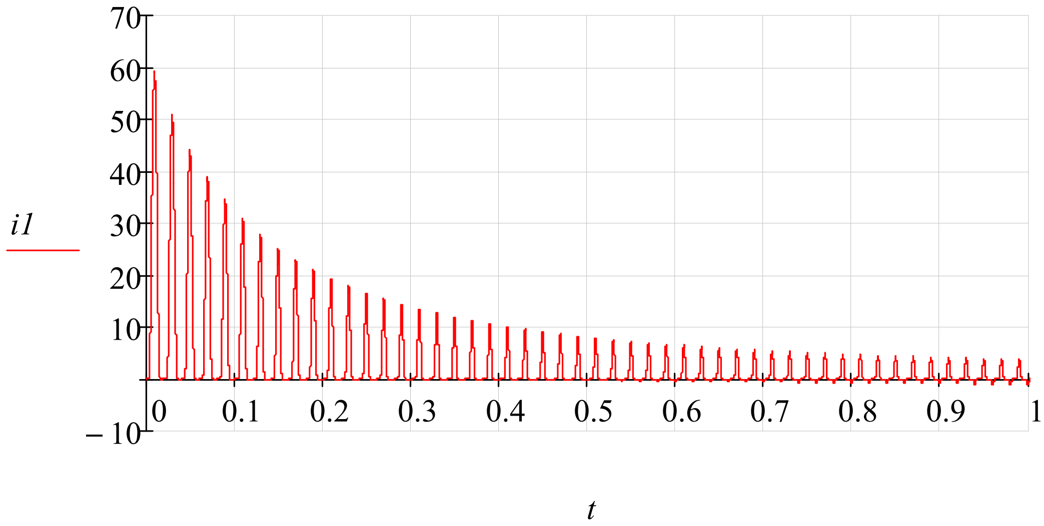
$$\frac{d}{dt}\psi = Ro\cdot i1 - Ro\cdot\left(a\psi + b\psi^m\right)$$

$$N := \begin{pmatrix} 0 \\ .2 \end{pmatrix} \quad F(t,X) := \begin{bmatrix} \frac{-(R1+Ro)}{L1}\cdot X_0 + \frac{Ro}{L1}\cdot\left[a\cdot X_1 + b\cdot\left(X_1\right)^m\right] + \frac{1}{L1}\cdot e(t) \\ Ro\cdot X_0 - Ro\cdot\left[a\cdot X_1 + b\cdot\left(X_1\right)^m\right] \end{bmatrix}$$

$$Z := Rkadapt(N, 0, 2, 100000, F)$$

$$t := Z^{\langle 0\rangle} \qquad i1 := Z^{\langle 1\rangle} \qquad \psi := Z^{\langle 2\rangle}$$

3. Графическая диаграмма функции тока *i1(t)*



5. Кратность импульса пускового тока

$$Imax := max(i1) = 59.217$$

$$Imin := min(i1) = -1.869$$

$$Kp := \frac{Imax}{-Imin} = 31.687$$

ЗАДАЧА 64.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ БЕЗ УЧЕТА ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$U := 200 \quad X1 := 4.5 \quad Y1 := 4.5 \quad X2 := 14.5 \quad Y2 := 4.5$

$R := 0.01 \quad Xn := 7.5 \quad Yn := 6 \quad j := \sqrt{-1}$

2. Расчет зарядов проводов

$$d := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2} = 10 \qquad T1 := \frac{U}{ln\left(\frac{d}{R}\right)} = 28.953$$

$$T2 := -T1 = -28.953$$

3. Расчет вектора E_n в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 3.354$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 7.159$$

$$Ex := T1\cdot(Xn - X1)\cdot\frac{1}{R1^2} + T2\cdot(Xn - X2)\cdot\frac{1}{R2^2} = 11.675$$

$$Ey := T1\cdot(Yn - Y1)\cdot\frac{1}{R1^2} + T2\cdot(Yn - Y2)\cdot\frac{1}{R2^2} = 3.013$$

$$En := Ex + j\cdot Ey \qquad |En| = 12.058 \qquad arg(En) = 14.47\cdot deg$$

4. Расчет потенциала V_n в заданной точке n

$$Vn := T1\cdot ln\left(\frac{1}{R1}\right) + T2\cdot ln\left(\frac{1}{R2}\right) = 21.951$$

5. Графическая диаграмма поля

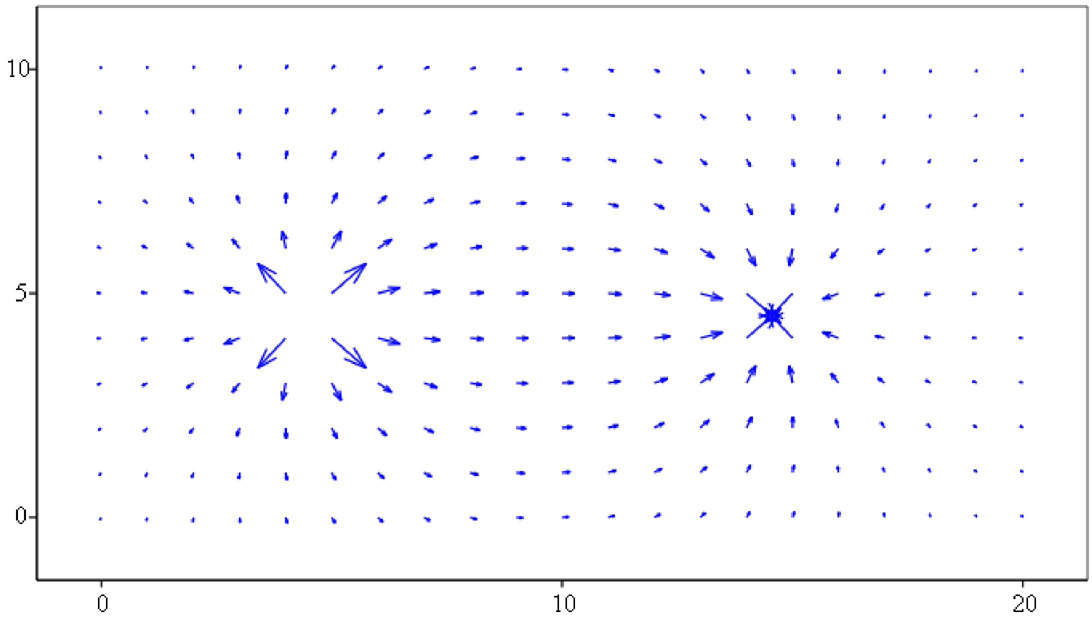
$$R1(x,y) := \sqrt{(X1-x)^2+(Y1-y)^2} \qquad R2(x,y) := \sqrt{(X2-x)^2+(Y2-y)^2}$$

$$Ex(x,y) := T1\cdot(x-X1)\cdot\frac{1}{R1(x,y)^2}+T2\cdot(x-X2)\cdot\frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$$Ey(x,y) := T1\cdot(y-Y1)\cdot\frac{1}{R1(x,y)^2}+T2\cdot(y-Y2)\cdot\frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$n := 20 \qquad m := 10 \qquad i := 0..n \qquad j := 0..m \qquad x_i := i \qquad y_j := j$

$$E1_{i,j} := Ex(x_i,y_j) \qquad E2_{i,j} := Ey(x_i,y_j)$$



$(E1,E2)$

ЗАДАЧА 65.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ С УЧЕТОМ ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$V1 := 100 \quad V2 := -100 \quad X1 := 4.5 \quad Y1 := 4.5 \quad X2 := 14.5 \quad Y2 := 4.5$

$R := 0.01 \quad Xn := 5 \quad Yn := 6 \quad j := \sqrt{-1}$

2. Расчет зарядов проводов

$$d := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2} = 10$$

$$D := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 + Y2)^2} = 13.454$$

$$A1 := \ln\left(2\frac{Y1}{R}\right) \qquad A2 := \ln\left(2\frac{Y2}{R}\right) \qquad A12 := \ln\left(\frac{d}{D}\right)$$

$$T1 := \frac{(A2\cdot V1 - A12\cdot V2)}{A1\cdot A2 - A12\cdot A12} = 14.086 \qquad T2 := \frac{(A1\cdot V2 - A12\cdot V1)}{A1\cdot A2 - A12\cdot A12} = -14.086$$

3. Расчет вектора E_n в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 1.581$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 9.618$$

$$R3 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 + Yn)^2} = 10.512$$

$$R4 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 + Yn)^2} = 14.16$$

$$Ex := T1\cdot(Xn - X1)\cdot\frac{1}{R1^2} - T1\cdot(Xn - X1)\cdot\frac{1}{R3^2} + T2\cdot(Xn - X2)\cdot\frac{1}{R2^2} - T2\cdot(Xn - X2)\cdot\frac{1}{R4^2}$$

$$Ey := T1\cdot(Yn - Y1)\cdot\frac{1}{R1^2} - T1\cdot(Yn + Y1)\cdot\frac{1}{R3^2} + T2\cdot(Yn - Y2)\cdot\frac{1}{R2^2} - T2\cdot(Yn + Y2)\cdot\frac{1}{R4^2}$$

$$En := Ex + j\cdot Ey \qquad |En| = 8.401 \qquad arg(En) = 65.134\cdot deg$$

4. Расчет потенциала V_n в заданной точке n

$$Vn := T1 \cdot ln\left(\frac{R3}{R1}\right) + T2 \cdot ln\left(\frac{R4}{R2}\right) = 21.236$$

5. Графическая диаграмма поля

$$R1(x,y) := \sqrt{(X1-x)^2 + (Y1-y)^2} \qquad R2(x,y) := \sqrt{(X2-x)^2 + (Y2-y)^2}$$

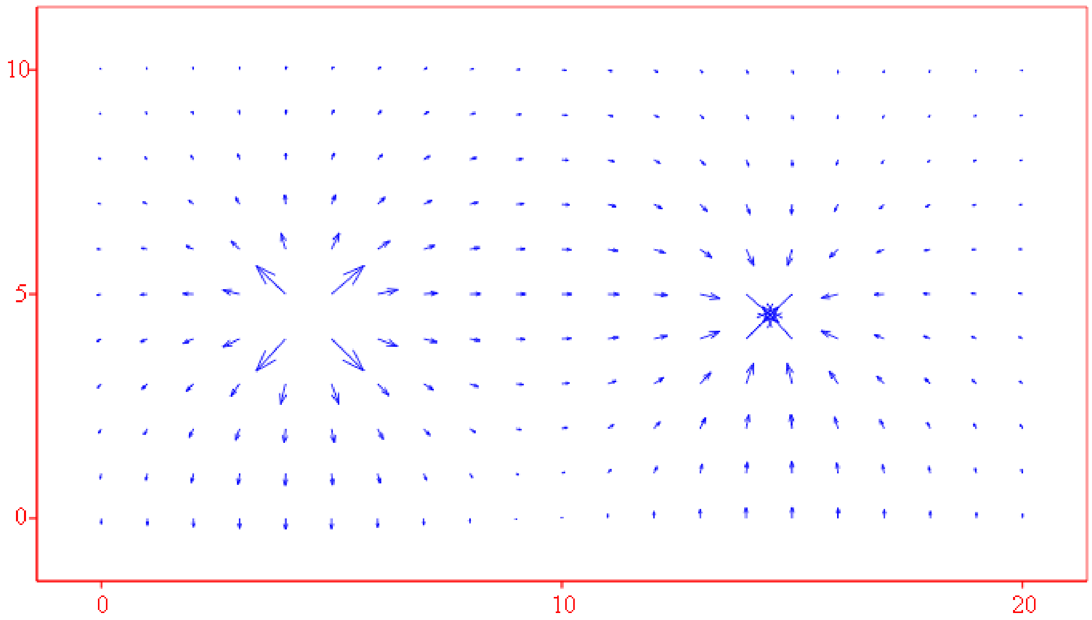
$$R3(x,y) := \sqrt{(X1-x)^2 + (Y1+y)^2} \qquad R4(x,y) := \sqrt{(X2-x)^2 + (Y2+y)^2}$$

$$Ex(x,y) := T1 \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} - T1 \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R3(x,y)^2} + T2 \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2} - T2 \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R4(x,y)^2}$$

$$Ey(x,y) := T1 \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} - T1 \cdot (y + Y1) \cdot \frac{1}{R3(x,y)^2} + T2 \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2} - T2 \cdot (y + Y2) \cdot \frac{1}{R4(x,y)^2}$$

$$n := 20 \quad m := 10 \quad i := 0..n \qquad j := 0..m \qquad x_i := i \qquad y_j := j$$

$$E1_{i,j} := Ex(x_i, y_j) \qquad E2_{i,j} := Ey(x_i, y_j)$$



$(E1, E2)$

ЗАДАЧА 66.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ С УЧЕТОМ ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$$Um := 100 \quad \omega t := 30deg \qquad Va := Um\cdot sin(\omega t)$$

$$Vb := Um\cdot sin(\omega t - 120deg) \qquad Vc := Um\cdot sin(\omega t + 120deg)$$

$$Xa := 4.5 \quad Ya := 6.5 \quad Xb := 10.5 \quad Yb := 6.5 \quad Xc := 16.5 \quad Yc := 6.5$$

$$R := 0.02 \qquad Xn := 17 \qquad Yn := 6$$

$$Va = 50 \qquad Vb = -100 \qquad Vc = 50$$

2. Расчет зарядов проводов

$$dab := \sqrt{(Xa - Xb)^2 + (Ya - Yb)^2} = 6$$

$$dbc := \sqrt{(Xb - Xc)^2 + (Yb - Yc)^2} = 6$$

$$dca := \sqrt{(Xc - Xa)^2 + (Yc - Ya)^2} = 12$$

$$Dab := \sqrt{(Xa - Xb)^2 + (Ya + Yb)^2} = 14.318$$

$$Dbc := \sqrt{(Xb - Xc)^2 + (Yb + Yc)^2} = 14.318$$

$$Dca := \sqrt{(Xc - Xa)^2 + (Yc + Ya)^2} = 17.692$$

$$Aaa := ln\left(2\frac{Ya}{R}\right) \qquad Abb := ln\left(2\frac{Yb}{R}\right) \qquad Acc := ln\left(2\frac{Yc}{R}\right)$$

$$Aab := ln\left(\frac{dab}{Dab}\right) \qquad Abc := ln\left(\frac{dbc}{Dbc}\right) \qquad Aca := ln\left(\frac{dca}{Dca}\right)$$

$$A := \begin{pmatrix} Aaa & Aab & Aca \\ Aab & Abb & Abc \\ Aca & Abc & Acc \end{pmatrix} \qquad V := \begin{pmatrix} Va \\ Vb \\ Vc \end{pmatrix} \qquad T := A^{-1}\cdot V \quad T = \begin{pmatrix} 6.246 \\ -13.762 \\ 6.246 \end{pmatrix}$$

$$Ta := T_0 = 6.246 \qquad Tb := T_1 = -13.762 \qquad Tc := T_2 = 6.246$$

3. Расчет вектора E_n в заданной точке n

$$Ra := \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 12.51$$

$$Rb := \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 6.519$$

$$Rc := \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc - Yn)^2} = 0.707$$

$$Raz := \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Ya + Yn)^2} = 17.678$$

$$Rbz := \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb + Yn)^2} = 14.089$$

$$Rcz := \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc + Yn)^2} = 12.51$$

$$Exa := Ta \cdot (Xn - Xa) \cdot \frac{1}{Ra^2} - Ta \cdot (Xn - Xa) \cdot \frac{1}{Raz^2}$$

$$Exb := Tb \cdot (Xn - Xb) \cdot \frac{1}{Rb^2} - Tb \cdot (Xn - Xb) \cdot \frac{1}{Rbz^2}$$

$$Exc := Tc \cdot (Xn - Xc) \cdot \frac{1}{Rc^2} - Tc \cdot (Xn - Xc) \cdot \frac{1}{Rcz^2}$$

$$Eya := Ta \cdot (Yn - Ya) \cdot \frac{1}{Ra^2} - Ta \cdot (Yn + Ya) \cdot \frac{1}{Raz^2}$$

$$Eyb := Tb \cdot (Yn - Yb) \cdot \frac{1}{Rb^2} - Tb \cdot (Yn + Yb) \cdot \frac{1}{Rbz^2}$$

$$Eyc := Tc \cdot (Yn - Yc) \cdot \frac{1}{Rc^2} - Tc \cdot (Yn + Yc) \cdot \frac{1}{Rcz^2}$$

$Ex := Exa + Exb + Exc = 4.821$ $\qquad$ $Ey := Eya + Eyb + Eyc = -5.986$

$j := \sqrt{-1}$ $\qquad$ $En := Ex + j \cdot Ey$ $\qquad$ $|En| = 7.686$ $\qquad$ $arg(En) = -51.154 \cdot deg$

4. Графическая диаграмма поля

$$Ra(x,y) := \sqrt{(Xa-x)^2+(Ya-y)^2} \qquad Rb(x,y) := \sqrt{(Xb-x)^2+(Yb-y)^2}$$

$$Rc(x,y) := \sqrt{(Xc-x)^2+(Yc-y)^2} \qquad Raz(x,y) := \sqrt{(Xa-x)^2+(Ya+y)^2}$$

$$Rbz(x,y) := \sqrt{(Xb-x)^2+(Yb+y)^2} \qquad Rcz(x,y) := \sqrt{(Xc-x)^2+(Yc+y)^2}$$

$$Exa(x,y) := Ta\cdot(x-Xa)\cdot\frac{1}{Ra(x,y)^2} - Ta\cdot(x-Xa)\cdot\frac{1}{Raz(x,y)^2}$$

$$Exb(x,y) := Tb\cdot(x-Xb)\cdot\frac{1}{Rb(x,y)^2} - Tb\cdot(x-Xb)\cdot\frac{1}{Rbz(x,y)^2}$$

$$Exc(x,y) := Tc\cdot(x-Xc)\cdot\frac{1}{Rc(x,y)^2} - Tc\cdot(x-Xc)\cdot\frac{1}{Rcz(x,y)^2}$$

$$Ex(x,y) := Exa(x,y)+Exb(x,y)+Exc(x,y)$$

$$Eya(x,y) := Ta\cdot(y-Ya)\cdot\frac{1}{Ra(x,y)^2} - Ta\cdot(y+Ya)\cdot\frac{1}{Raz(x,y)^2}$$

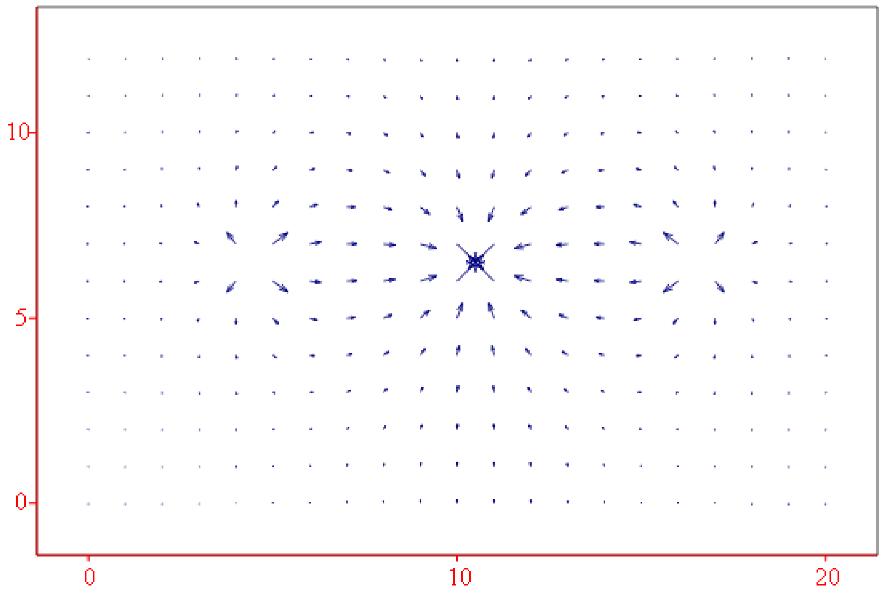
$$Eyb(x,y) := Tb\cdot(y-Yb)\cdot\frac{1}{Rb(x,y)^2} - Tb\cdot(y+Yb)\cdot\frac{1}{Rbz(x,y)^2}$$

$$Eyc(x,y) := Tc\cdot(y-Yc)\cdot\frac{1}{Rc(x,y)^2} - Tc\cdot(y+Yc)\cdot\frac{1}{Rcz(x,y)^2}$$

$$Ey(x,y) := Eya(x,y)+Eyb(x,y)+Eyc(x,y)$$

$$n := 20 \quad m := 12 \quad i := 0..n \qquad j := 0..m \qquad x_i := i \qquad y_j := j$$

$$E1_{i,j} := Ex\left(x_i,y_j\right) \qquad E2_{i,j} := Ey\left(x_i,y_j\right)$$



$(E1, E2)$

ЗАДАЧА 67.
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

1. Исходные данные

$I := 100 \qquad X1 := 4.5 \qquad Y1 := 6.5 \qquad X2 := 14.5 \qquad Y2 := 6.5$

$R := 0.01 \qquad Xn := 7.5 \qquad Yn := 4.5 \qquad j := \sqrt{-1}$

2. Расчет вектора H_n в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 3.606$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 7.28$$

$$H1x := I \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} = -15.385$$

$$H2x := -I \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 3.774$$

$$H1y := -I \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} = -23.077$$

$$H2y := I \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} = -13.208$$

$Hx := H1x + H2x = -11.611 \qquad Hy := H1y + H2y = -36.284$

$Hn := Hx + j \cdot Hy \qquad |Hn| = 38.097 \qquad arg(Hn) = -107.745 \cdot deg$

3. Графическая диаграмма поля

$R1(x,y) := \sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2} \qquad R2(x,y) := \sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2}$

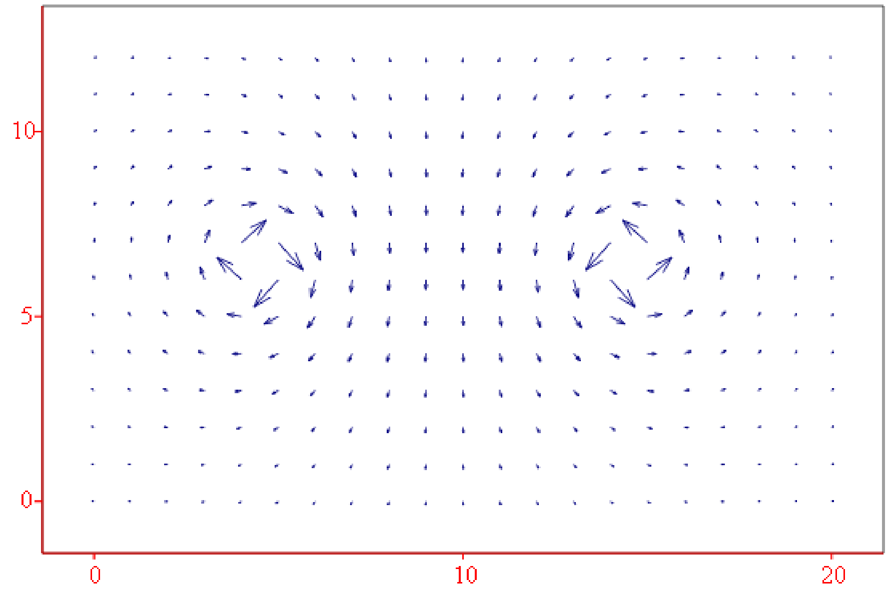
$H1x(x,y) := I \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} \qquad H2x(x,y) := -I \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2}$

$Hx(x,y) := H1x(x,y) + H2x(x,y) \qquad H1y(x,y) := -I \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2}$

$$H2y(x,y) := I\cdot(x - X2)\cdot\frac{1}{R2(x,y)^2} \qquad Hy(x,y) := H1y(x,y) + H2y(x,y)$$

$n := 20 \qquad m := 12 \qquad i := 0..n \qquad j := 0..m \qquad x_i := i \qquad y_j := j$

$$H1_{i,j} := Hx(x_i, y_j) \qquad H2_{i,j} := Hy(x_i, y_j)$$



$(H1, H2)$

ЗАДАЧА 68.
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ И МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ БЕЗ УЧЕТА ЗЕМЛИ

1. Исходные данные

$U := 200 \quad I := 100 \quad X1 := 4.5 \quad Y1 := 5.5 \quad X2 := 14.5 \quad Y2 := 5.5$

$R := 0.01 \quad Xn := 7.5 \quad Yn := 7.5 \quad j := \sqrt{-1}$

2. Расчет зарядов проводов

$$d := \sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2} = 10 \qquad T1 := \frac{U}{ln\left(\frac{d}{R}\right)} = 28.953$$

$$T2 := -T1 = -28.953$$

3. Расчет вектора E_n в заданной точке n

$$R1 := \sqrt{(X1 - Xn)^2 + (Y1 - Yn)^2} = 3.606$$

$$R2 := \sqrt{(X2 - Xn)^2 + (Y2 - Yn)^2} = 7.28$$

$$Ex := T1 \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} + T2 \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 10.505$$

$$Ey := T1 \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} + T2 \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} = 3.362$$

$$En := Ex + j \cdot Ey \qquad |En| = 11.03 \qquad arg(En) = 17.745 \cdot deg$$

3. Расчет вектора H_n в заданной точке n

$$H1x := I \cdot (Yn - Y1) \cdot \frac{1}{R1^2} = 15.385 \qquad H2x := -I \cdot (Yn - Y2) \cdot \frac{1}{R2^2} = -3.774$$

$$H1y := -I \cdot (Xn - X1) \cdot \frac{1}{R1^2} = -23.077 \qquad H2y := I \cdot (Xn - X2) \cdot \frac{1}{R2^2} = -13.208$$

$$Hx := H1x + H2x = 11.611 \qquad Hy := H1y + H2y = -36.284$$

$$Hn := Hx + j \cdot Hy \qquad |Hn| = 38.097 \qquad arg(Hn) = -72.255 \cdot deg$$

4. Расчет потенциала V_n в заданной точке n

$$Vn := T1 \cdot ln\left(\frac{1}{R1}\right) + T2 \cdot ln\left(\frac{1}{R2}\right) = 20.344$$

5. Графическая диаграмма электрического поля

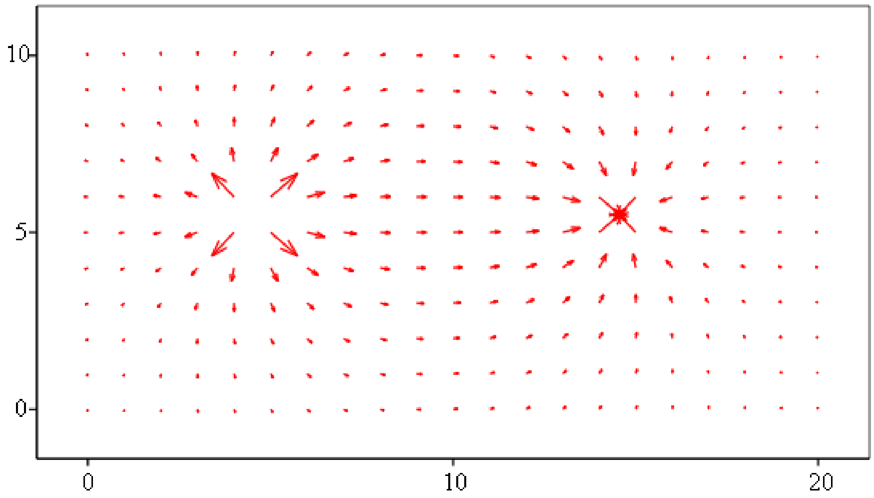
$$R1(x,y) := \sqrt{(X1 - x)^2 + (Y1 - y)^2} \qquad R2(x,y) := \sqrt{(X2 - x)^2 + (Y2 - y)^2}$$

$$Ex(x,y) := T1 \cdot (x - X1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} + T2 \cdot (x - X2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$$Ey(x,y) := T1 \cdot (y - Y1) \cdot \frac{1}{R1(x,y)^2} + T2 \cdot (y - Y2) \cdot \frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$n := 20 \qquad m := 10 \qquad i := 0..n \qquad j := 0..m \qquad x_i := i \qquad y_j := j$

$$E1_{i,j} := Ex(x_i, y_j) \qquad E2_{i,j} := Ey(x_i, y_j)$$



$(E1, E2)$

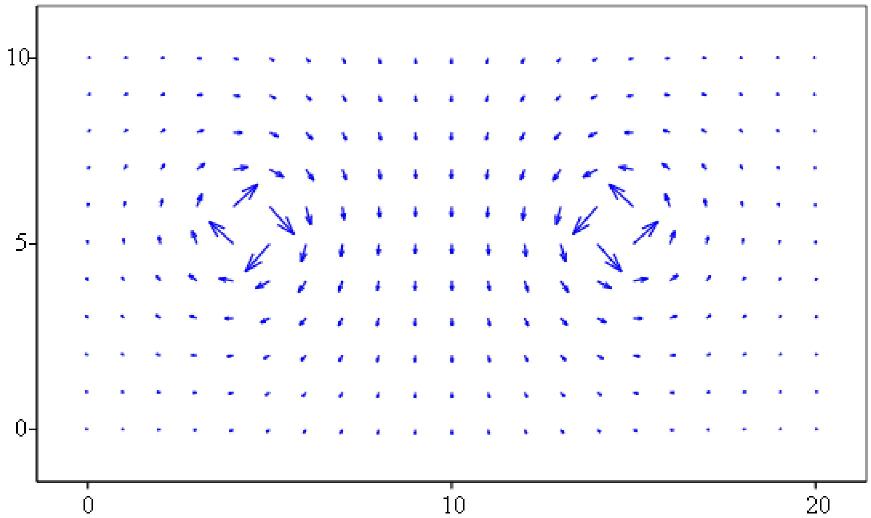
6. Графическая диаграмма магнитного поля

$$H1x(x,y) := I\cdot(y - Y1)\cdot\frac{1}{R1(x,y)^2} \qquad H2x(x,y) := -I\cdot(y - Y2)\cdot\frac{1}{R2(x,y)^2}$$

$$Hx(x,y) := H1x(x,y) + H2x(x,y) \qquad H1y(x,y) := -I\cdot(x - X1)\cdot\frac{1}{R1(x,y)^2}$$

$$H2y(x,y) := I\cdot(x - X2)\cdot\frac{1}{R2(x,y)^2} \qquad Hy(x,y) := H1y(x,y) + H2y(x,y)$$

$$H1_{i,j} := Hx\left(x_i, y_j\right) \qquad H2_{i,j} := Hy\left(x_i, y_j\right)$$



$(H1, H2)$

ЗАДАЧА 69.
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЛИНИИ

1. Исходные данные

$Im := 100 \quad \alpha := 30 \qquad \omega t := (10FRAME + \alpha)\cdot deg \qquad j := \sqrt{-1}$

$Ia := Im\cdot sin(\omega t) \qquad Ib := Im\cdot sin(\omega t - 120deg) \qquad Ic := Im\cdot sin(\omega t + 120deg)$

$Xa := 4.5 \quad Ya := 2.5 \qquad Xb := 10.5 \quad Yb := 9.5 \quad Xc := 16.5 \qquad Yc := 2.5$

$R := 0.02 \qquad Xn := 17 \qquad Yn := 6 \qquad Ia = 50 \qquad Ib = -100 \qquad Ic = 50$

2. Расчет вектора H_n в заданной точке n

$$Ra := \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 12.981$$

$$Rb := \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 7.382$$

$$Rc := \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc - Yn)^2} = 3.536$$

$Hxa := Ia\cdot(Yn - Ya)\cdot\frac{1}{Ra^2} = 1.039 \qquad Hxb := Ib\cdot(Yn - Yb)\cdot\frac{1}{Rb^2} = 6.422$

$Hxc := Ic\cdot(Yn - Yc)\cdot\frac{1}{Rc^2} = 14 \qquad Hya := -Ia\cdot(Xn - Xa)\cdot\frac{1}{Ra^2} = -3.709$

$Hyb := -Ib\cdot(Xn - Xb)\cdot\frac{1}{Rb^2} = 11.927 \qquad Hyc := -Ic\cdot(Xn - Xc)\cdot\frac{1}{Rc^2} = -2$

$Hx := Hxa + Hxb + Hxc = 21.461 \qquad Hy := Hya + Hyb + Hyc = 6.217$

$Hn := Hx + j\cdot Hy \qquad |Hn| = 22.343 \qquad arg(Hn) = 16.157\cdot deg$

4. Графическая диаграмма поля

$Ra(x,y) := \sqrt{(Xa - x)^2 + (Ya - y)^2} \qquad Rb(x,y) := \sqrt{(Xb - x)^2 + (Yb - y)^2}$

$Rc(x,y) := \sqrt{(Xc - x)^2 + (Yc - y)^2} \qquad Hxa(x,y) := Ia\cdot(y - Ya)\cdot\frac{1}{Ra(x,y)^2}$

$Hxb(x,y) := Ib\cdot(y - Yb)\cdot\frac{1}{Rb(x,y)^2} \qquad Hxc(x,y) := Ic\cdot(y - Yc)\cdot\frac{1}{Rc(x,y)^2}$

$$Hx(x,y) := Hxa(x,y) + Hxb(x,y) + Hxc(x,y)$$

$$Hya(x,y) := -Ia\cdot(x - Xa)\cdot\frac{1}{Ra(x,y)^2}$$

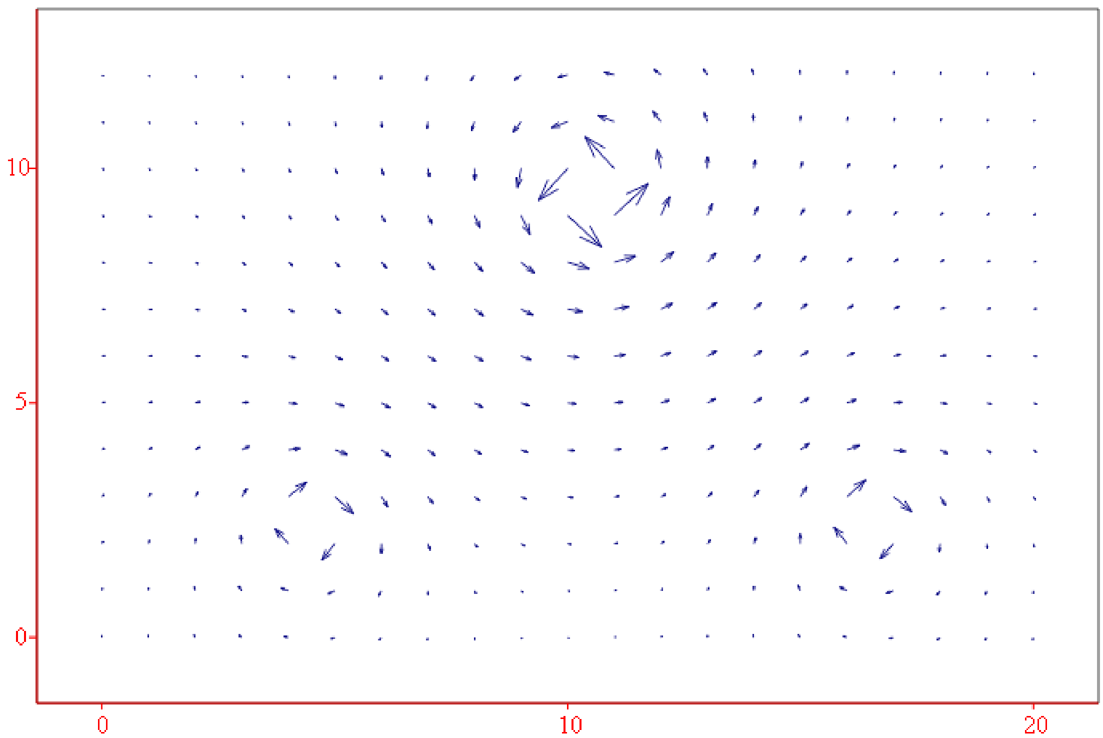
$$Hyb(x,y) := -Ib\cdot(x - Xb)\cdot\frac{1}{Rb(x,y)^2}$$

$$Hyc(x,y) := -Ic\cdot(x - Xc)\cdot\frac{1}{Rc(x,y)^2}$$

$$Hy(x,y) := Hya(x,y) + Hyb(x,y) + Hyc(x,y)$$

$n := 20$ $\quad m := 12$ $\quad i := 0..n$ $\quad j := 0..m$ $\quad x_i := i$ $\quad y_j := j$

$$H1_{i,j} := Hx\left(x_i, y_j\right) \qquad H2_{i,j} := Hy\left(x_i, y_j\right)$$



$(H1, H2)$

ЗАДАЧА 70.
КРУГОВОЕ ВРАЩАЮЩЕЕСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

1. Исходные данные

$Im := 100 \quad \alpha := 30 \quad \omega t := (10FRAME + \alpha)\cdot deg \quad j := \sqrt{-1}$

$Ia := Im\cdot sin(\omega t) \quad Ib := Im\cdot sin(\omega t - 120deg) \quad Ic := Im\cdot sin(\omega t + 120deg)$

$Iaz := -Im\cdot sin(\omega t) \quad Ibz := -Im\cdot sin(\omega t - 120deg) \quad Icz := -Im\cdot sin(\omega t + 120deg)$

$Xa := 4.5 \quad Ya := 8.5 \quad Xc := 12.5 \quad Yc := 14.5 \quad Xb := 12.5 \quad Yb := 2.5$

$Xaz := 14.5 \quad Yaz := 8.5 \quad Xcz := 6.5 \quad Ycz := 2.5 \quad Xbz := 6.5 \quad Ybz := 14.5$

$R := 0.02 \quad Xn := 17 \quad Yn := 6 \quad Ia = 50 \quad Ib = -100 \quad Ic = 50$

2. Расчет вектора H_n в заданной точке n

$$Ra := \sqrt{(Xa - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 12.981$$

$$Rb := \sqrt{(Xb - Xn)^2 + (Yb - Yn)^2} = 5.701$$

$$Rc := \sqrt{(Xc - Xn)^2 + (Yc - Yn)^2} = 9.618$$

$$Raz := \sqrt{(Xaz - Xn)^2 + (Ybz - Yn)^2} = 8.86$$

$$Rbz := \sqrt{(Xbz - Xn)^2 + (Ybz - Yn)^2} = 13.509$$

$$Rcz := \sqrt{(Xcz - Xn)^2 + (Ycz - Yn)^2} = 11.068$$

$$Hxa := Ia\cdot(Yn - Ya)\cdot\frac{1}{Ra^2} = -0.742 \qquad Hxb := Ib\cdot(Yn - Yb)\cdot\frac{1}{Rb^2} = -10.769$$

$$Hxc := Ic\cdot(Yn - Yc)\cdot\frac{1}{Rc^2} = -4.595 \qquad Hxaz := Iaz\cdot(Yn - Yaz)\cdot\frac{1}{Raz^2} = 1.592$$

$$Hxbz := Ibz\cdot(Yn - Ybz)\cdot\frac{1}{Rbz^2} = -4.658 \qquad Hxcz := Icz\cdot(Yn - Ycz)\cdot\frac{1}{Rcz^2} = -1.429$$

$$Hya := -Ia\cdot(Xn - Xa)\cdot\frac{1}{Ra^2} = -3.709 \qquad Hyb := -Ib\cdot(Xn - Xb)\cdot\frac{1}{Rb^2} = 13.846$$

$$Hyc := -Ic \cdot (Xn - Xc) \cdot \frac{1}{Rc^2} = -2.432 \qquad Hyaz := -Iaz \cdot (Xn - Xaz) \cdot \frac{1}{Raz^2} = 1.592$$

$$Hybz := -Ibz \cdot (Xn - Xbz) \cdot \frac{1}{Rbz^2} = -5.753$$

$$Hycz := -Icz \cdot (Xn - Xcz) \cdot \frac{1}{Rcz^2} = 4.286$$

$$Hx := Hxa + Hxb + Hxc + (Hxaz + Hxbz + Hxcz) = -20.599$$

$$Hy := Hya + Hyb + Hyc + Hyaz + Hybz + Hycz = 7.829$$

$$Hn := Hx + j \cdot Hy \qquad |Hn| = 22.037 \qquad arg(Hn) = 159.19 \cdot deg$$

3. Графическая диаграмма поля

$$Ra(x,y) := \sqrt{(Xa - x)^2 + (Ya - y)^2} \qquad Rb(x,y) := \sqrt{(Xb - x)^2 + (Yb - y)^2}$$

$$Rc(x,y) := \sqrt{(Xc - x)^2 + (Yc - y)^2} \qquad Raz(x,y) := \sqrt{(Xaz - x)^2 + (Yaz - y)^2}$$

$$Rbz(x,y) := \sqrt{(Xbz - x)^2 + (Ybz - y)^2} \qquad Rcz(x,y) := \sqrt{(Xcz - x)^2 + (Ycz - y)^2}$$

$$Hxa(x,y) := Ia \cdot (y - Ya) \cdot \frac{1}{Ra(x,y)^2} \qquad Hxb(x,y) := Ib \cdot (y - Yb) \cdot \frac{1}{Rb(x,y)^2}$$

$$Hxaz(x,y) := Iaz \cdot (y - Yaz) \cdot \frac{1}{Raz(x,y)^2} \qquad Hxbz(x,y) := Ibz \cdot (y - Ybz) \cdot \frac{1}{Rbz(x,y)^2}$$

$$Hxc(x,y) := Ic \cdot (y - Yc) \cdot \frac{1}{Rc(x,y)^2} \qquad Hxcz(x,y) := Icz \cdot (y - Ycz) \cdot \frac{1}{Rcz(x,y)^2}$$

$$Hx(x,y) := Hxa(x,y) + Hxb(x,y) + Hxc(x,y) + Hxaz(x,y) + Hxbz(x,y) + Hxcz(x,y)$$

$$Hya(x,y) := -Ia \cdot (x - Xa) \cdot \frac{1}{Ra(x,y)^2} \qquad Hyb(x,y) := -Ib \cdot (x - Xb) \cdot \frac{1}{Rb(x,y)^2}$$

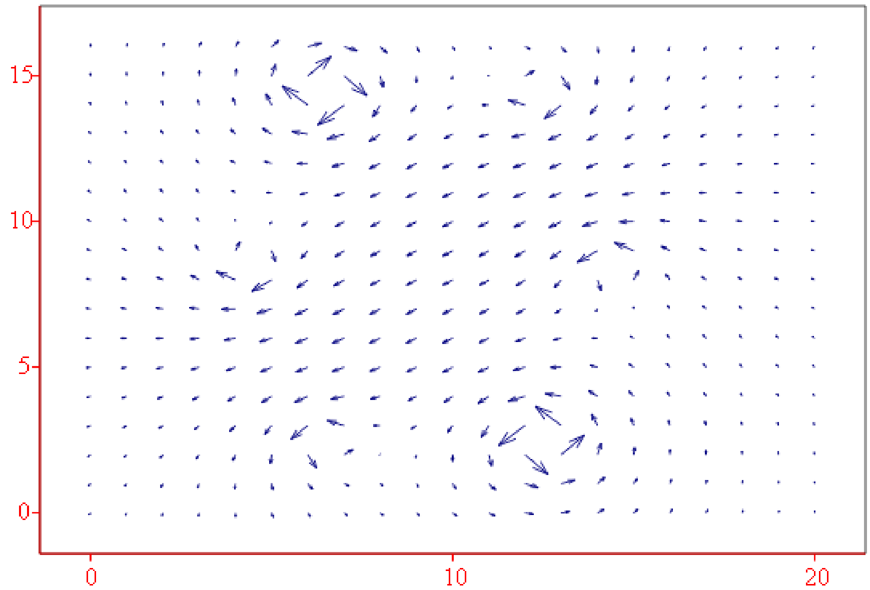
$$Hyaz(x,y) := -Iaz\cdot(x - Xaz)\cdot\frac{1}{Raz(x,y)^2} \qquad Hybz(x,y) := -Ibz\cdot(x - Xbz)\cdot\frac{1}{Rbz(x,y)^2}$$

$$Hyc(x,y) := -Ic\cdot(x - Xc)\cdot\frac{1}{Rc(x,y)^2} \qquad Hycz(x,y) := -Icz\cdot(x - Xcz)\cdot\frac{1}{Rcz(x,y)^2}$$

$$Hy(x,y) := Hya(x,y) + Hyb(x,y) + Hyc(x,y) + Hyaz(x,y) + Hybz(x,y) + Hycz(x,y)$$

$$n := 20 \quad m := 16 \quad i := 0..n \quad j := 0..m \quad x_i := i \quad y_j := j$$

$$H1_{i,j} := Hx\left(x_i, y_j\right) \qquad H2_{i,j} := Hy\left(x_i, y_j\right)$$



$(H1, H2)$