

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ МЕХАНОТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ СРЕДЫ

к. ф.-м. н. ¹Щербаков С.С., д.т.н. ²Сосновский Л.А.,

¹Белорусский государственный университет, Минск

²Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

1. Общие положения

В литературе изложены различные модели энергетических и энтропийных состояний механических, термодинамических и механотермодинамических систем. Ниже приведено построение обобщенной модели механотермодинамической среды. В основу анализа и синтеза положим:

- энергетическое описание сплошной среды;
- энтропийное описание той же среды;
- основные положения механотермодинамики;
- характерные экспериментальные данные.

2. Энергетическое и энтропийное описания состояний сплошной среды

Уравнения движения для элементарного объема dV сплошной среды имеют вид [1, 2]

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \dot{v}_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где σ_{ij} – напряжения; ρ – плотность; f_i – объемные силы; v_i – скорости.

Закон сохранения механической энергии для объема сплошной среды V , с учетом суммирования по повторяющимся индексам, получается на основе скалярного умножения уравнения (1) на вектор скорости v_i :

$$\int_V v_i \sigma_{ij,j} dV + \int_V \rho v_i f_i dV = \int_V \rho v_i \dot{v}_i dV. \quad (2)$$

Правая часть уравнения (2) представляет собой изменение кинетической энергии K объема V сплошной среды:

$$\int_V \rho v_i \dot{v}_i dV = \frac{d}{dt} \int_V \rho \frac{v_i v_i}{2} dV = \frac{d}{dt} \int_V \rho \frac{v^2}{2} dV = \frac{dK}{dt}. \quad (3)$$

На основе известных преобразований с учетом теоремы Гаусса-Остроградского выводится уравнение механической энергии для сплошной среды [1]

$$\frac{dK}{dt} + \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV = \int_{\Pi} \sigma_{ij} l_j d\Pi + \int_V \rho v_i f_i dV, \quad (4)$$

или

$$\frac{dK}{dt} + \frac{\delta U}{dt} = \frac{\delta A}{dt},$$

где ϵ_{ij} – скорость деформаций; Π – поверхность среды; l – направляющие косинусы на поверхности среды; $\delta U/dt$ – мощность внутренних усилий; $\delta A/dt$ – мощность внешних поверхностных и объемных сил.

Символ δ в выражении (4) используется, чтобы подчеркнуть, что приращение в общем случае может не быть точным дифференциалом.

В термомеханической постановке скорость изменения внутренней энергии U обычно [1] представляют интегралом

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho u dV = \int_V \rho \dot{u} dV, \quad (5)$$

где $u = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{u(\Delta m)}{\Delta m}$ – удельная внутренняя энергия (плотность внутренней энергии) элементарного объема массы Δm .

Скорость притока тепла к среде выражается следующим образом:

$$\frac{\delta Q}{dt} = - \int_{\Pi} c_i l_i d\Pi + \int_V \rho z dV, \quad (6)$$

где c_i – характеристика потока тепла через единицу площади поверхности среды в единицу времени за счет теплопроводности; z – постоянная теплового излучения на единицу массы в единицу времени.

Тогда закон изменения энергии термомеханического континуума примет вид

$$\frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt} = \frac{\delta A}{dt} + \frac{\delta Q}{dt}. \quad (7)$$

Преобразование в законе (7) интегралов по поверхности в интегралы по объему позволяет получить *локальную форму уравнения энергии*

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} + u \right) = \frac{1}{\rho} (\sigma_{ij} v_i)_{,j} + f_i v_i - \frac{1}{\rho} c_{i,i} + z. \quad (8)$$

Если из полученного выражения (8) вычесть скалярное произведение уравнения (1) на вектор скорости v_i , то будет получена следующая форма локального уравнения энергии:

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{\rho} c_{i,i} + z = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} + \frac{dq}{dt}, \quad (9)$$

где dq – приток тепла на единицу массы.

В соответствии с выражением (9) скорость изменения внутренней энергии равна сумме мощности напряжений и притока тепла к среде.

Применительно к *термодинамической системе* выделяют две характеристические функции ее состояния: абсолютную температуру T и энтропию S , которая может трактоваться как характеристика упорядоченности (или хаотичности) термодинамической системы. Обычным является предположение о том, что *энтропия обладает свойством аддитивности*, т.е.

$$S = \sum_i S_i. \quad (10)$$

В *механике сплошной среды* [1, 2] рассматривается *удельная на единицу массы энтропия* s , такая, что

$$S = \int_V \rho s dV. \quad (11)$$

Приращение удельной энтропии ds может происходить из-за взаимодействия с внешней средой (приращение $ds^{(e)}$) или внутри самой системы (приращение $ds^{(i)}$) [1, 2]:

$$ds = ds^{(e)} + ds^{(i)}. \quad (12)$$

Приращение $ds^{(i)}$ равно нулю при обратимых процессах и больше нуля – при необратимых. Если выразить приток тепла на единицу массы через dq , то для обратимых процессов приращение будет

$$T ds = dq. \quad (13)$$

В соответствии со вторым законом термодинамики, скорость изменения полной энтропии S сплошной среды объема V не может быть меньше суммы притока тепла через границу объема и энтропии, производимой внутри объема внешними источниками (*неравенство Клаузиуса-Дюгема*) [1, 2]:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho s dV \geq \int_V \rho e dV - \int_{\Pi} \frac{c_i l_i}{T} d\Pi, \quad (14)$$

где e – мощность локальных внешних источников энтропии, отнесенная к единице массы. Равенство в формуле (14) имеет место для обратимых процессов, а неравенство – для необратимых.

При преобразовании интеграла по поверхности в интеграл по объему в выражении (14) можно получить соотношение для *скорости внутреннего производства энтропии, отнесенной к единице массы*:

$$\gamma \equiv \frac{ds}{dt} - e - \frac{1}{\rho} \left(\frac{c_i}{T} \right)_{,j} \geq 0. \quad (15)$$

В механике сплошной среды предполагают, что тензор напряжений можно разложить на две части: *консервативную* $\sigma_{ij}^{(C)}$ для обратимых процессов (упругое деформирование, давление жидкости) и *диссипативную* $\sigma_{ij}^{(D)}$ для необратимых (пластическое деформирование, вязкие напряжения в жидкости):

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(C)} + \sigma_{ij}^{(D)}. \quad (16)$$

Тогда выражение для скорости изменения энергии (9) можно представить в следующей форме:

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{dq}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij}^{(C)} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{1}{\rho} \sigma_{ij}^{(D)} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{dq}{dt}. \quad (17)$$

Если предположить, что и при необратимых процессах выполняется соотношение (13), то скорость полного производства энтропии

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\rho T} \sigma_{ij}^{(C)} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{1}{\rho T} \sigma_{ij}^{(D)} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{1}{T} \frac{dq}{dt}, \quad \text{или} \quad \frac{ds}{dt} = \frac{1}{\rho T} \left(\frac{du_M}{dt} + \frac{du_T}{dt} \right) = \frac{1}{\rho T} \left(\frac{du_M^{(C)}}{dt} + \frac{du_M^{(D)}}{dt} + \frac{du_T}{dt} \right) \quad (18)$$

Выражение (18) для скорости полного изменения локальной энтропии в элементарном объеме среды может быть очень удобным в практическом отношении.

В силу предположения (10) об аддитивности энтропии к сумме в (18) могут быть добавлены другие члены, позволяющие учесть внутреннее производство энтропии в объеме жидкости (газа) за счет различных механизмов. Подобным образом для объема среды dV могут быть, например, учтены внутренние химические процессы [1].

Если рассматривать dV не как конечный, а как элементарный объем сплошной среды, то изменения его удельных энергии и энтропии на основе (17) могут быть записаны в следующей дифференциальной форме:

$$du = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + dq + \sum_k \mu_k dn_k; \quad (19)$$

$$ds = \frac{1}{\rho T} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + \frac{1}{T} dq + \frac{1}{T} \sum_k \mu_k dn_k, \quad (20)$$

где n_k – число молей на единицу массы.

Для среды объема V выражения (19) и (20) на основе соотношений (5) и (11) примут вид

$$dU = \int_V \rho du dV = \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV + \int_V \rho dq dV + \int_V \rho \sum_k \mu_k dn_k dV; \quad (21)$$

$$dS = \int_V \rho ds dV = \frac{1}{T} \int_V \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} dV + \frac{1}{T} \int_V \rho dq dV + \frac{1}{T} \int_V \rho \sum_k \mu_k dn_k dV. \quad (22)$$

Введение химической компоненты энтропии [последние слагаемые в (19)–(21)] позволило не только получить более полную картину состояния среды, но и описать процессы самоорганизации, приводящие к появлению устойчивых структур при увеличении притока энергии к среде.

Представленные выше известные модели энергетического и энтропийного состояний среды (17)–(22), являясь довольно общими, тем не менее, не позволяют дать удовлетворительного описания ряда процессов, происходящих в таком виде сплошной среды, как деформируемое твердое тело. Однако удобное представление об аддитивности компонент энергии и энтропии (11), применимое, например, для моделирования упругого деформирования, не подходит для описания нелинейных процессов. Имеющиеся модели не учитывают также рост энтропии за счет повреждаемости тел как особой характеристики изменения структурной организации. В соответствии с трибофатическими представлениями [3, 4], повреждаемость трактуется как любое необратимое изменение структуры, сплошности, формы и т.д. деформируемого твердого тела, приводящее к его предельному состоянию. Хотя, например, предел упругости неявным образом учитывается при моделировании пластичности, однако повреждаемость при реализации, например, механической или контрактной усталости происходит при линейном упругом деформировании и требует особого подхода при описании с учетом предельных усталостных характеристик материала. Указанные недостатки преодолеваются в подходе, который изложен ниже.

3. Механотермодинамические состояния среды

В рамках механотермодинамики развивается особый подход для оценки энтропии на основе обобщенного энергетического состояния. В соответствии с данным подходом, из общей энергии (удельной), обусловленной каким-либо конкретным видом нагружения (силовым, температурным

и др.), с помощью экспериментально определяемых коэффициентов a_l [3, 4] выделяется ее эффективная часть, непосредственно затрачиваемая на производство повреждений,

$$u_l^{eff} = a_l u_l, \quad (23)$$

где u_l – удельные внутренние энергии при отрыве (u_n), сдвиге (u_τ), тепловом воздействии (u_T).

Тогда полная удельная энергия элементарного объема и скорость ее изменения представимы в виде

$$u = \sum_l \left[(1 - a_l) u_l + u_l^{eff} \right]; \quad (24)$$

$$\frac{du}{dt} = \sum_l \left[(1 - a_l) \frac{du_l}{dt} + \frac{du_l^{eff}}{dt} \right]. \quad (25)$$

Кроме того, с помощью Λ -функций учитывается сложный (неаддитивный) характер взаимодействия между эффективными энергиями различной природы. Это позволяет оценить полную эффективную энергию системы:

$$u_\Sigma^{eff} = \Lambda_\alpha(u_l^{eff}) = \Lambda_{M \setminus T}(\Lambda_{\tau \setminus n}, a_l u_l) = \Lambda_{M \setminus T} \left\{ \Lambda_{\tau \setminus n} [a_n u_n + a_\tau u_\tau] + a_T u_T \right\}, \quad (26)$$

где Λ_α – возможные комбинации взаимодействия эффективных энергий (необратимых повреждений).

Особенность Λ -функций такова, что

$$u_\Sigma^{eff} \geq u_l^{eff}, \quad (27)$$

и, следовательно,

$$u_\Sigma^{eff} \geq \sum u. \quad (28)$$

Таким образом, с помощью коэффициентов a_l и Λ -функций появляется возможность оценки взаимодействия энергий, обусловленных нагрузками различной природы. Подобное взаимодействие может приводить как к резкому росту, так и значительному уменьшению эффективной – приводящей к повреждениям и предельным состояниям – энергии, по сравнению с рассчитанной по обычной аддитивной модели типа (17):

$$U_\Sigma = \sum a_l U_l. \quad (29)$$

Полная эффективная энергия объема V и ее накопление во времени с учетом формулы (26) имеют вид

$$U_\Sigma^{eff} = \int_V \rho u_\Sigma^{eff}(V) dV \quad (30)$$

и

$$U_\Sigma^{eff}(t) = \int_V \int_t \rho u_\Sigma^{eff}(V, t) dV dt. \quad (31)$$

Принципиальным моментом механотермодинамической модели является учет предельного состояния (пределы пластичности, прочности, усталости и др.):

$$u_\Sigma^{eff} = u_0, \quad (32)$$

где u_0 – предельная плотность внутренней энергии, трактуемая как начальная энергия активации процесса разрушения.

Эффективная энергия U_Σ^{eff} в случае объемного деформирования твердых тел может быть представлена функцией трех составляющих: тепловой U_T^{eff} , силовой U_n^{eff} и фрикционной U_τ^{eff} энергий:

$$U_\Sigma^{eff} = F_\Lambda(U_T^{eff}, U_n^{eff}, U_\tau^{eff}), \quad (33)$$

где F_Λ учитывает необратимое кинетическое взаимодействие частных повреждающих явлений. Составляющие $U_T^{eff}, U_n^{eff}, U_\tau^{eff}$ эффективной энергии U_Σ^{eff} не обладают, следовательно, свойством аддитивности.

Для механотермодинамической системы, представленной на рисунке 1, можно получить, с учетом (32) и (33) следующее условие предельного состояния [3, 4]

$$u_{\Sigma t}^{eff} = \int_0^t \left\{ \left[u_n^{eff}(\sigma_n^{(V,W)}, \varepsilon_n^{(V,W)}, t) + u_{\tau}^{eff}(\sigma_{\tau}^{(V,W)}, \varepsilon_{\tau}^{(V,W)}, t) \right] \Lambda_{n|\tau}(t) + u_T^{eff}(t) \right\} \Lambda_{T|M}(t) dt = u_0. \quad (34)$$

где σ_n, ε_n – отрывные и $\sigma_{\tau}, \varepsilon_{\tau}$ – сдвиговые части тензоров $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ напряжений σ и деформаций ε , представленные с учетом объемного и контактного (верхние индексы V и W) деформирования системы.

Критерий (34) гласит: когда сумма взаимодействующих эффективных составляющих (компонент) энергии, обусловленной действием комплекса силовых, фрикционной и тепловой (термодинамической) нагрузок, достигнет критической (предельной) величины u_0 , реализуется критическое (или предельное) состояние МТД-системы (как отдельных элементов, так и системы в целом). Физически оно определяется многими и разными повреждениями.

Соотношение между текущим состоянием (механическим, термомеханическим, энергетическим) элементарного объема тела (среды) и его предельным состоянием позволяет построить параметр локальной энергетической повреждаемости: безразмерный

$$\Psi_u^{eff} = \frac{u_{\Sigma}^{eff}}{u_0} \quad (35)$$

или размерный

$$\Psi_{u^*}^{eff} = u_{\Sigma}^{eff} - u_0. \quad (36)$$

Локальная энергетическая повреждаемость (35) или (36) является наиболее общей из параметров повреждаемости, построенных по различным механическим (термомеханическим) состояниям φ [3, 4]:

$$\Psi_q = \varphi / \varphi_q^{(*lim)}, \quad (37)$$

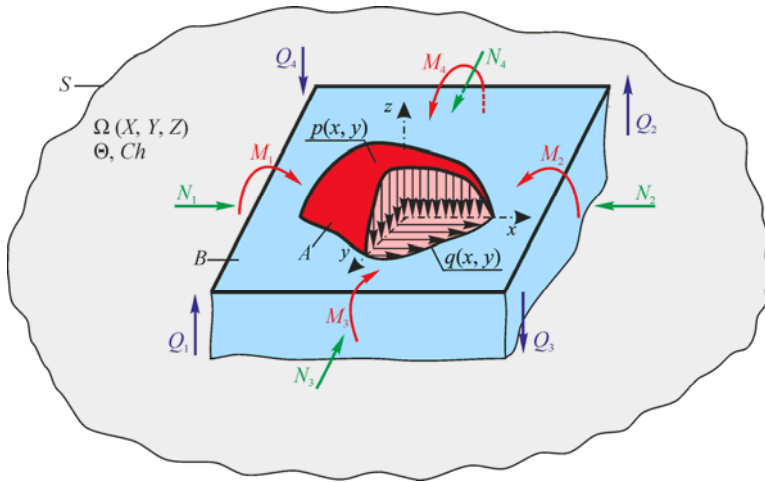


Рисунок 1 – Схема элементарной механотермодинамической (МТД) системы

где $\varphi = \sigma, \varepsilon, u$; σ – напряжения; ε – деформации; u – плотность внутренней энергии; $\varphi_q^{(*lim)}$ – предельные значения состояния φ $q \in \{eqv, ij, i, S, \frac{D}{ij}, n, \tau, int, u, u^n, u^{\tau}, u^{eff}\}$; eqv – эквивалентное механическое состояние; ij – компоненты тензора φ ; i – главные компоненты тензора φ ; S и $\frac{D}{ij}$ – шаровая и девиаторная части тензора φ ; n и τ – нормальные и касательные компоненты тензора φ ; int – интенсивность φ ;

u – удельная потенциальная энергия деформации (плотность внутренней энергии); индексы при u означают: u^n и u^{τ} – удельную потенциальную энергию деформации при растяжении-сжатии и сдвиге; u^{eff} – эффективную удельную потенциальную энергию деформации.

Интегральные меры повреждаемости могут быть построены на основе локальных мер (37) с помощью модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [5].

Опасным объемом называется пространственная область нагруженного тела, в каждой точке которой значение локальной повреждаемости меньше предельного [3, 4]:

$$V_q = \left\{ dV / \varphi_q \geq \varphi_q^{(*lim)}, dV \subset V_k \right\}, \quad (38)$$

или

$$V_q = \left\{ dV / \Psi_q \geq 1, dV \subset V_k \right\}.$$

Расчет опасных объемов ведется в соответствии со следующей общей формулой:

$$V_q = \iiint_{\Psi_q(V) \geq 1} dV. \quad (39)$$

Интегральное условие повреждаемости тела или системы может быть записано в виде

$$0 < \omega_q = \frac{V_q}{V_0} < 1, \quad (40)$$

где V_0 – рабочий объем тела.

При совместном анализе опасных объемов и распределения в них локальной повреждаемости вводится *функция повреждаемости единицы объема*

$$d\Psi_q = \psi_q(V) dV. \quad (41)$$

Тогда функцией повреждаемости всего объема V будет

$$\Psi_q = \int_{\Psi_q \geq 1} \psi_q(V) dV. \quad (42)$$

Простейшие функции *накопления повреждаемости во времени* для единицы объема и полного объема будут соответственно иметь вид

$$d\Psi_q^{(t)} = \int_t \psi_q(t) dt; \quad (43)$$

$$\Psi_q^{(t)} = \int_{\Psi_q \geq 1} \int_t \psi_q(V, t) dt dV. \quad (44)$$

Могут быть также использованы показатели средней по объему повреждаемости

$$\bar{\Psi}_q^{(V)} = \frac{1}{V_q} \int_{\Psi_q \geq 1} \psi_q(V) dV \quad (45)$$

и ее накопления во времени

$$\bar{\Psi}_q^{(V,t)} = \frac{1}{V_q} \int_{\Psi_q \geq 1} \int_t \psi_q(V, t) dV dt. \quad (46)$$

Анализ формул (35), (41), (43) приводит к выводу об их концептуальном родстве с понятием энтропии как разницы (или соотношения) между двумя состояниями (конфигурациями) системы, степени ее организации (хаотичности). Применительно к повреждаемости такими состояниями являются текущее и предельное.

Построим теперь на основании локальной энергетической повреждаемости (35) *удельную* (на единицу массы) *трибофатическую энтропию* (с точностью до постоянной):

$$s_{TF} = \Psi_u^{eff}(\Lambda_\alpha, a_l, \sigma_{ij}, T) = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} a_\Psi \frac{u_\Sigma^{eff}(\Delta m)}{u_0 \Delta m}, \quad (47)$$

$$\text{или} \\ s_{TF} = s_{TF*} = \frac{\Psi_{u*}^{eff}(\Lambda_\alpha, a_l, \sigma_{ij}, T)}{T} = \frac{u_\Sigma^{eff} - u_0}{T}. \quad (48)$$

где a_Ψ – размерный параметр (дж·моль⁻¹·К⁻¹).

Тогда на основании выражений для энтропии (18), а также формул (24), (25) *локальная энтропия и скорость ее изменения в элементарном объеме* будут

$$s = \frac{1}{T} \sum_l [(1 - a_l) u_l] + s_{TF} \quad (49)$$

и

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T} \sum_l \left[(1 - a_l) \frac{du_l}{dt} \right] + \frac{ds_{TF}}{dt}. \quad (50)$$

Из формул (49) и (50) видно, что, в отличие от термомеханической модели, *показатели состояния механотермодинамической системы и u и s не эквивалентны*. Это происходит вследствие введения в расчет трибофатической энтропии s_{TF} по формуле (47) предельного состояния в виде предельной плотности внутренней энергии u_0 .

Расчет трибофатической энтропии s_{TF} ведется не по всему объему V , а только по его повреждаемой части, т.е. по энергетическому эффективному опасному объему V_u^{eff} :

$$V_u^{eff} = \left\{ dV / u_{\Sigma}^{eff} \geq u_0, dV \subset V_k \right\}. \quad (51)$$

Тогда на основании формул (11), (47) и (51) *трибофатическая энтропия объема V*

$$S_{TF} = \int_{u_{\Sigma}^{eff}(V) \geq u_0} \rho s_{TF}(V) dV = \int_{u_{\Sigma}^{eff}(V) \geq u_0} \rho \psi_u^{eff}(V) dV, \quad (52)$$

где

$$\psi_u^{eff}(V) = \frac{u_{\Sigma}^{eff}(V)}{u_0} \quad \text{или} \quad \psi_u^{eff}(V) = \frac{\Psi_{u^*}^{eff}(V)}{T} = \frac{u_{\Sigma}^{eff}(V) - u_0}{T(V)}, \quad (53)$$

а ее накопление

$$S_{TF}(t) = \int_{t \ u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \rho s_{TF}(V,t) dV dt = \int_{t \ u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \rho \psi_u^{eff}(V,t) dV dt, \quad (54)$$

где

$$\psi_u^{eff}(V,t) = \frac{u_{\Sigma}^{eff}(V,t)}{u_0} \quad \text{или} \quad \psi_u^{eff}(V,t) = \frac{\Psi_{u^*}^{eff}(V,t)}{T(V,t)} = \frac{u_{\Sigma}^{eff}(V,t) - u_0}{T(V,t)}. \quad (55)$$

Следует отметить *принципиальную особенность* трибофатических полной S_{TF} и удельной s_{TF} энтропии. Они дают возможность оценить разность между двумя состояниями не только количественно (как и термомеханическая энтропия), но и качественно, благодаря явному введению в расчет удельной энтропии s_{TF} величины предельной плотности внутренней энергии u_0 . Таким образом, s_{TF} и S_{TF} позволяют ответить на вопрос, насколько опасно текущее состояние тела или системы в сравнении с предельными состояниями.

Полная энтропия и скорость ее изменения для твердого тела системы с учетом (52) и (54) примут вид

$$S = \int_V \frac{1}{T(V)} \sum_l \rho [(1 - a_l(V)) u_l(V)] dV + S_{TF} \quad (56)$$

и

$$\frac{dS}{dt} = \int_V \frac{1}{T(V)} \sum_l \rho \left[(1 - a_l(V)) \frac{du_l(V)}{dt} \right] dV + \frac{dS_{TF}}{dt}. \quad (57)$$

На основании формул (47)–(57) может быть построена *функция накопления полной энтропии во времени*:

$$\begin{aligned} S(t) &= \int \int_V \sum_l \rho s_l(V,t) dV dt + \int_{t \ u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \int \rho s_{TF}(V,t) dV dt = \\ &= \int \int_V \frac{1}{T(V,t)} \sum_l \rho \left[(1 - a_l(V,t)) \frac{du_l(V,t)}{dt} \right] dV dt + \int_{t \ u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \int \rho \psi_u^{eff}(V,t) dV dt. \end{aligned} \quad (58)$$

В практическом плане, имея представление о предельных состояниях тела или системы, модели (56)–(58) позволяют ответить на вопрос о том, является ли текущее состояние точкой качественного скачка в системе, т.е. является ли текущее состояние близким к предельному. Подобный (*диалектический по сути*) *качественный переход* отличается от, например, точки бифуркации, содержащей неопределенность относительно дальнейшего развития событий, возможностью прогнозировать поведение системы после перехода на основании анализа величин s_{TF} и S_{TF} . Прогнозировать ситуацию после прохождения данной точки позволяют также конкретные предельные состояния (предел прочности, механической или контактной усталости и др.): принципиальное изменение свойств и поведения системы либо формирование новой системы на основе предыдущей.

Примером могут служить нелинейное деформирование или формирование микротрещин в теле (или системе), приводящие к изменению его прочностных и усталостных свойств, а следовательно, и реакции на нагружение. Появление же макротрещин, в свою очередь, приводит к локальному нарушению сплошности среды – появлению новых свободных поверхностей (возможно, новых тел – продуктов разрушения), т.е. новой системы.

Заметим, что построение моделей (56)–(58) велось на основе традиционного представления об аддитивности энтропии (10), хотя и с учетом ряда существенных уточнений. Данные модели содержат в том числе и обратимые процессы, описываемые компонентами энтропии s_l , не приводящими к появлению первичных повреждений, а следовательно, и предельных состояний – точек качественного изменения системы.

Поэтому более целесообразной для качественного и количественного анализа эволюции систем (проходящих состояния, традиционно определяемые как бифуркационные вилки) может быть оценка энтропийного состояния на основе механотермодинамической модели твердого тела, использующей лишь трибофатическую энтропию. В этом случае формулы (52) и (54) для энтропии и ее накопления примут вид

$$S = S_{TF} = \int_{u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \rho s_{TF}(V) dV = \int_{u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \rho \Psi_u^{eff}(V) dV, \quad (59)$$

и

$$S(t) = S_{TF}(t) = \int_{t, u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \int \rho s_{TF}(V) dV dt = \int_{t, u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \int \rho \Psi_u^{eff}(V, t) dV dt. \quad (60)$$

Для идентификации точек качественного изменения – предельных состояний тел (систем) – могут быть использованы показатели относительной интегральной энтропии и ее накопления, построенные на основе представления об интегральном условии повреждения тела (40):

$$\omega_S = \frac{S_{TF}}{V_0} = \frac{1}{V_0} \int_{u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \rho s_{TF}(V) dV; \quad (61)$$

$$\omega_S(t) = \frac{S_{TF}(t)}{V_0} = \frac{1}{V_0} \int_{t, u_{\Sigma}^{eff}(V,t) \geq u_0} \int \rho s_{TF}(V) dV dt. \quad (62)$$

Показатели S_{TF} , $S_{TF}(t)$, ω_S , $\omega_S(t)$ могут неограниченно расти, позволяя описывать не только предельные состояния типа (32), но и различные запредельные состояния; по существу, они «обеспечивают» количественное описание закона возрастания энтропии.

Построим теперь на основании формул (22), (56), (58) и (60) *обобщенные выражения для энтропии, скорости ее изменения, а также и накопления в механотермодинамической системе, состоящей из жидкой (газообразной) среды объема V и твердого тела объема V_{Ψ}* :

$$\begin{aligned} S &= \int_V \rho s_T dV + \int_{V_{\Psi}} \sum_l \rho s_l dV_{\Psi} + \int_{u_{\Sigma}^{eff} \geq u_0} \rho s_{TF} dV_{\Psi} = \\ &= \int_V \frac{1}{T} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV + \int_V \frac{1}{T} \rho q dV + \int_V \frac{1}{T} \rho \sum_k \mu_k n_k dV + \\ &+ \int_{V_{\Psi}} \frac{1}{T} \sum_k \rho [(1 - a_k) u_k] dV_{\Psi} + \int_{u_{\Sigma}^{eff} \geq u_0} \rho \Psi_u^{eff} dV_{\Psi}; \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \int_V \rho \frac{ds_T}{dt} dV + \int_{V_{\Psi}} \sum_l \rho \frac{ds_l}{dt} dV_{\Psi} + \int_{V_{\Psi}} \rho \frac{ds_{TF}}{dt} dV_{\Psi} = \\ &= \int_V \frac{1}{T} \sigma_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} dV + \int_V \frac{1}{T} \rho \frac{dq}{dt} dV + \int_V \frac{1}{T} \rho \sum_k \mu_k \frac{dn_k}{dt} dV + \\ &+ \int_{V_{\Psi}} \frac{1}{T} \sum_k \rho \left[(1 - a_k) \frac{du_k}{dt} \right] dV_{\Psi} + \int_{u_{\Sigma}^{eff} \geq u_0} \rho \frac{d\Psi_u^{eff}}{dt} dV_{\Psi}; \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_t \int_V \rho s_T dV dt + \int_t \int_{V_{\Psi}} \sum_l \rho s_l dV_{\Psi} dt + \int_t \int_{u_{\Sigma}^{eff} \geq u_0} \rho s_{TF} dV_{\Psi} dt = \\ &= \int_t \int_V \frac{1}{T} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV dt + \int_t \int_V \frac{1}{T} \rho q dV dt + \int_t \int_V \frac{1}{T} \rho \sum_k \mu_k n_k dV dt + \\ &+ \int_t \int_{V_{\Psi}} \frac{1}{T} \sum_l \rho [(1 - a_l) u_l] dV_{\Psi} dt + \int_t \int_{u_{\Sigma}^{eff} \geq u_0} \rho \Psi_u^{eff} dV_{\Psi} dt. \end{aligned} \quad (65)$$

Аналогичным образом можно построить показатели энтропийного состояния для системы из многих сред.

Отметим, что взаимодействие (контактное) двух сред в формулах (63)–(66), которое может иметь сложный характер, учтено лишь неявно через параметры состояния сред (напряжения, де-

формации, температуру). Очевидно, что это лишь первый шаг к полному (обобщенному) решению поставленной задачи.

Упрощенный вариант записи выражения (64) для приращения энтропии механотермодинамической системы, состоящей из конечных объемов dV и dV_ψ , был представлен в работе [6] на основании которых имеем:

$$dS = (dS)_T + (d_i S)_{TF} = \frac{dU + \Delta p dV}{T} - \frac{1}{T} \sum_k \mu_k dN_k + \Psi_u^{eff} dV_\psi. \quad (66)$$

Выражение (66) может быть также представлено в терминах удельных величин следующим образом:

$$dS = \int_V \frac{\rho du + \rho dp}{T} dV - \int_V \frac{1}{T} \rho \sum_k \mu_k dn_k dV + \int_{u_\Sigma^{eff} \geq u_0} \rho d\Psi_u^{eff} dV_\psi \quad (67)$$

или на основе (64) –

$$\frac{dS}{dt} = \int_V \frac{\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} + \rho dq}{T dt} dV - \int_V \frac{1}{T} \rho \sum_k \mu_k \frac{dn_k}{dt} dV + \int_{u_\Sigma^{eff} \geq u_0} \rho \frac{d\Psi_u^{eff}}{dt} dV_\psi. \quad (68)$$

В формулах для расчета трибофатической энтропии S_{TF} и ее накопления $S_{TF}(t)$ (52) и (54) принимается, что интегрирование удельной энтропии s_{TF} проводится только по повреждаемой части тела – опасному объему. Однако может быть учтено и влияние неповреждаемых областей путем интегрирования S_{TF} по всему объему:

$$S_{TF} = \int_V \rho s_{TF}(V) dV = \int_V \rho \Psi_u^{eff}(V) dV; \quad (69)$$

$$S_{TF}(t) = \int_V \int_t \rho s_{TF}(V, t) dV dt = \int_V \int_t \rho \Psi_u^{eff}(V, t) dV dt, \quad (70)$$

где

$$\Psi_u^{eff} = \begin{cases} a_\psi \frac{u_\Sigma^{eff}(V, t)}{u_0} \geq 1, & \text{при } u_\Sigma^{eff} \geq u_0; \\ a_\psi \frac{u_\Sigma^{eff}(V, t)}{u_0} < 1, & \text{при } u_\Sigma^{eff} < u_0, \end{cases} \quad (71)$$

или

$$\Psi_u^{eff} = \frac{\Psi_{u^*}^{eff}(V, t)}{T(V, t)} = \begin{cases} \frac{u_\Sigma^{eff}(V, t) - u_0}{T(V, t)} \geq 0, & \text{при } u_\Sigma^{eff} \geq u_0; \\ \frac{u_\Sigma^{eff}(V, t) - u_0}{T(V, t)} < 0, & \text{при } u_\Sigma^{eff} < u_0. \end{cases} \quad (72)$$

Из выражения (72) видно, что вне опасного объема (при $u_\Sigma^{eff} < u_0$) обнаруживается $\Psi_u^{eff} < 0$. Это означает, что и удельная трибофатическая энтропия s_{TF} оказывается отрицательной (или меньше единицы для альтернативного ее определения) вне опасного объема, где предельное состояние не достигается. Отрицательные значения Ψ_u^{eff} и S_{TF} могут трактоваться, следовательно, как отсутствие повреждаемости или, иными словами, как сохранение структуры и/или свойств тела.

Как следует из изложенного, предположение об аддитивности энтропии в общем случае для системы, содержащей как твердое тело, так и жидкость (газ), в которой могут происходить химические реакции, является неправомерным. Тогда необходимо, по аналогии с Λ -функциями взаимодействия энергий различной природы (26), ввести функции взаимодействия энтропий различной природы, дополнив ими выражение (66) с целью определения полной эффективной энтропии:

$$\begin{aligned} dS_{total}^{eff} &= \Lambda_{T \setminus TF}^{(s)} (dS_T + d_i S_{TF}) = \Lambda_{T \setminus TF}^{(s)} \left[\Lambda_{Q \setminus Ch}^{(s)} (dS_T^Q + dS_{Ch}^Q) + d_i S_{TF} \right] = \\ &= \Lambda_{T \setminus TF}^{(s)} \left[\Lambda_{Q \setminus Ch}^{(s)} \left(\frac{dU + \Delta p dV}{T} - \frac{1}{T} \sum_k \mu_k dN_k \right) + \Psi_u^{eff} dV_\psi \right], \end{aligned} \quad (73)$$

или

$$dS_{total}^{eff} = \Lambda_{T\backslash TF\backslash Ch}^{(s)}(dS_T + d_i S_{TF}) = \Lambda_{T\backslash TF\backslash Ch}^{(s)} \left[\frac{dU + \Delta p dV}{T} - \frac{1}{T} \sum_k \mu_k dN_k + \Psi_u^{eff} dV_\Psi \right], \quad (74)$$

где индексы Q и Ch обозначает термодинамическую и химическую компоненты энтропии.

В формулах (73), (74) введены обобщенные функции взаимодействий $\Lambda_{T\backslash TF}^{(s)}$, $\Lambda_{Q\backslash Ch}^{(s)}$, $\Lambda_{T\backslash TF\backslash Ch}^{(s)}$ в механотермодинамических системах. Это означает, что гипотеза аддитивности термодинамической и трибофатической энтропии не принимается.

Таким образом, выше представлены модели энергетического, энтропийного и информационного состояний механотермодинамических систем, а также их эволюции.

Центральным понятием для всех моделей является повреждение – всякое необратимое изменение размеров, свойств и состояния тела или среды. Особенность представленной модели заключается в том, что из полной подведенной к системе энергии выделяется поглощенная часть, затрачиваемая на производство повреждений. Кроме того, учитывается, что энергии различной природы (силовые, температурные и др.) не суммируются, а взаимодействуют сложным образом. Генерирование и движение повреждений характерно для любого вида нагружения; их нелинейное взаимодействие и накопление ведет к достижению эффективной энергией соответствующего предельного значения. Отказ от гипотезы аддитивности эффективных энергий и, следовательно, энтропии, обусловленных нагрузками разной природы, открывает путь к уточненному и верному описанию многообразных состояний МТД-системы, которые характеризуются соответствующими параметрами (повреждаемость, энтропия, информация и т. д.).

Модель трибофатической энтропии как функция повреждаемости тела или системы может быть весьма полезна для описания точек качественных диалектических преобразований системы, т.е. ее эволюции. *Величина и характер повреждаемости позволяет прогнозировать не только момент наступления данных преобразований, но и их направленность.* Это дает возможность снять неопределенность относительно дальнейшей судьбы системы при обычной трактовке данных точек как точек бифуркации. Важным является и то, что информация, связанная с повреждаемостью, имеет качественную трактовку: *положительная информация обусловлена самопроизвольным упрочнением, а отрицательная – самопроизвольным разупрочнением.*

Подобная связь повреждений (энтропии) и информации позволяет по-новому взглянуть на эволюцию живых и неживых систем и жизни в целом как особого способа накопления необратимых повреждений.

4. Экспериментальная апробация

Экспериментальный анализ обобщенного критерия (34) предельного состояния МТД-системы крайне затруднен из-за отсутствия соответствующих опытных данных. Их получение является хотя и очень актуальной, но весьма трудной и дорогостоящей проблемой.

Поэтому ниже дается анализ одного из его частных случаев (34) – критерия предельного состояния при изотермической усталости [3]

$$\Lambda_{M\backslash T} (a_T T_\Sigma + a_n \sigma^2) = u_0, \quad (75)$$

который представляется в виде

$$\lg \sigma_{-IT} = \frac{1}{2} \lg C_T; \quad C_T = [u_0 / \Lambda_{M\backslash T} - a_T T_\Sigma] \cdot \frac{1}{a_n}. \quad (76)$$

где a_n и a_T – параметры, выделяющие из полной энергии ее эффективные части.

Согласно (76), зависимость предельных напряжений от параметра термомеханического сопротивления C_T в двойных логарифмических координатах должна быть прямой линией с угловым коэффициентом (1/2). Общая закономерность такова: *чем выше значение параметра C_T , тем больше величина σ_{-IT} .* На рисунке 2 дано убедительное подтверждение этой зависимости для многочисленных марок стали, испытанных на усталость в различных условиях. Видно, что значение C_T изменялось более чем на два порядка, т. е. в 100 и более раз, а величины предела выносливости σ_{-IT} – более чем на порядок, т. е. в 10 и более раз, при этом температура испытаний варьировалась в диапазоне от гелиевой до $0,8T_s$. Как следует из рисунка 2, уравнение (76) адекватно описывает результаты более 130 экспериментов.

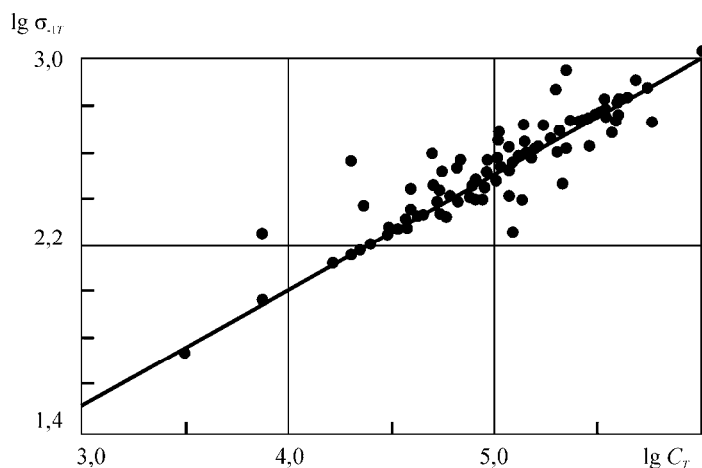


Рисунок 2 – Зависимость пределов выносливости конструкционных сталей от параметра C_T (А. В. Богданович, Л. А. Сосновский)

Эффективность нашего анализа влияния температуры на сопротивление усталости конструкционных сталей становится зримой, если те же экспериментальные данные представить в виде графиков в традиционных координатах $\sigma_{-1}(T)$

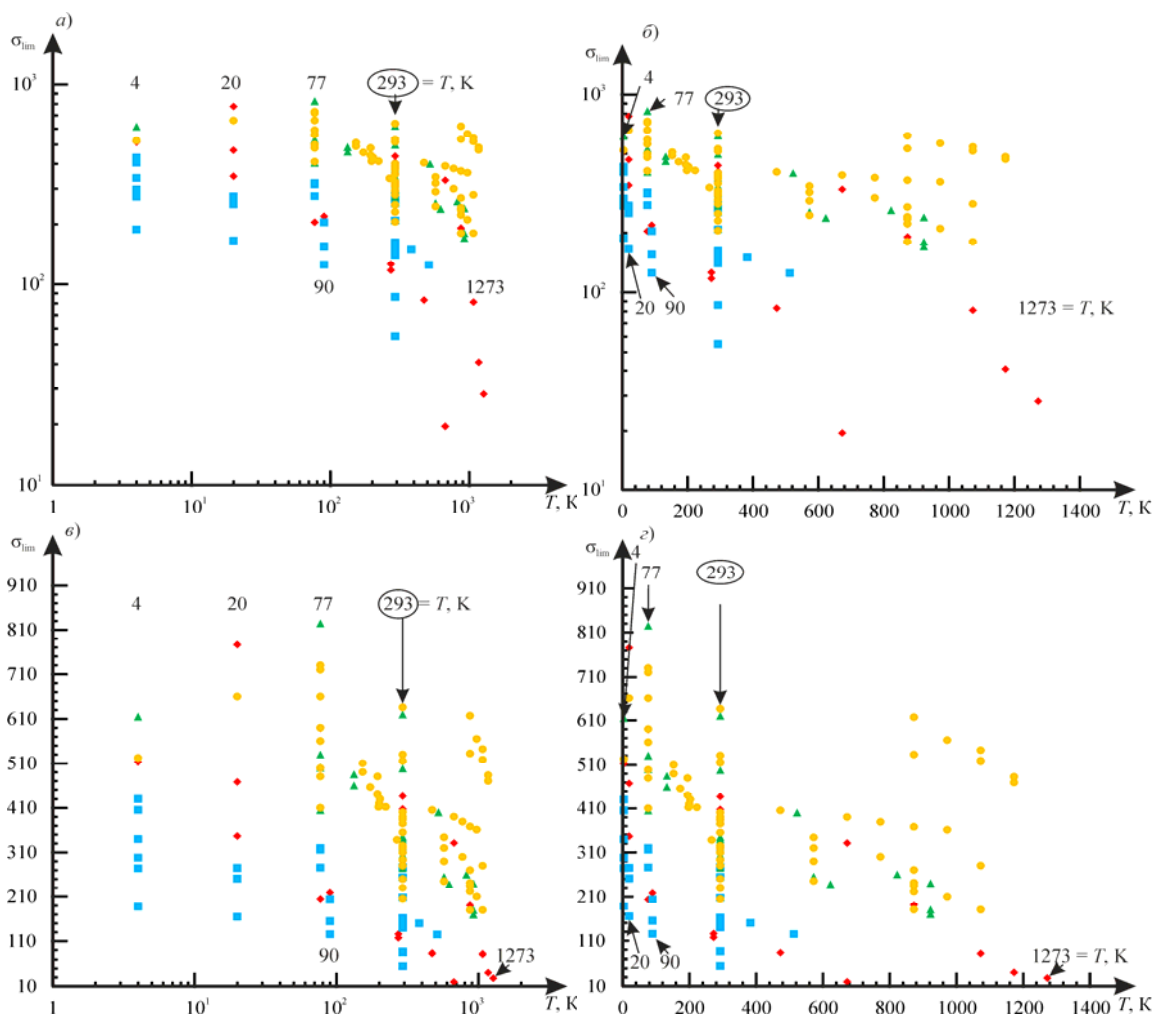


Рисунок 3 – Явные зависимости предела выносливости от температуры для металлических материалов в логарифмических (а), полулогарифмических (б, в) и равномерных (г) координатах

Таким образом, экспериментально подтверждена эффективность полученной модели.

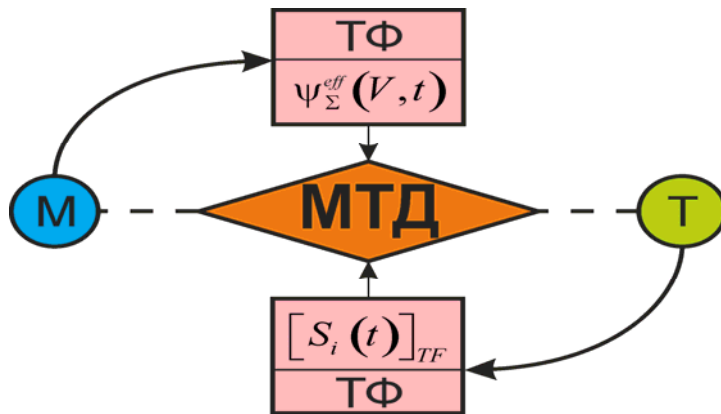


Рисунок 4 – Трибофатические мосты от механики (М) и термодинамики (Т) к механотермодинамике (МТД) [сплошные линии со стрелками; пунктирами показаны нереализованные (в течение более 150 лет) прямые пути от М или Т к МТД]

Заключение

В данной работе, по существу, построен переход от механики и термодинамики к механотермодинамике, исходя из анализа энергетических и энтропийных состояний сложной системы. Для простейших условий испытания (или эксплуатации) дана экспериментальная его апробация.

РЕЗЮМЕ

В литературе изложены различные модели энергетических и энтропийных состояний механических, термодинамических и механотермодинамических систем. В статье дано построение обобщенной модели механотермодинамической среды. В основу анализа и синтеза положены: энергетическое описание сплошной среды; энтропийное описание той же среды; основные положения механотермодинамики; характерные экспериментальные данные.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Мейз, Дж. Теория и задачи механики сплошных сред / Дж. Мейз. – М. : Мир, 1974. – 318 с.
- 2 Седов, Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – М. : Наука, 1973. – Т. 2. – 420 с.
- 3 Сосновский, Л. А. Механика износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2007. – 434 с.
- 4 Щербаков, С. С. Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. – Минск : БГУ, 2010. – 407 с.
- 5 Сосновский, Л. А. Статистическая механика усталостного разрушения / Л. А. Сосновский. – Минск : Наука и техника, 1987. – 288 с.
- 6 Sosnovskiy, L. A. Mechanothermodynamical system and its behavior / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov // Continuum Mech. Thermodyn. – 2012, – Vol. 24, Issue 3, – P. 239–256.
- 7 Прочность материалов и конструкций / ред. В. Т. Троценко [и др.]. – Киев : Академперіодика, 2005. – 1088 с.
- 8 Форрест, П. Усталость металлов : пер. с англ. / П. Форрест ; ред. С. В. Серенсен. – М. : Машиностроение, 1968. – 352 с.
- 9 Богданович, А. В. Прогнозирование предельных состояний силовых систем / А. В. Богданович. – Гродно : ГрГУ, 2008. – 372 с.
- 10 Журков, С. Н. Дилатонный механизм прочности твердых тел / С. Н. Журков // Физика прочности и пластичности. – Л. : Наука, 1986. – С. 5–11.
- 11 Расчеты на прочность в машиностроении / С. Д. Пономарев [и др.]. – М. : Гос. науч.-техн. изд. машиностроительной лит., 1958. – 1118 с.
- 12 Регель, В. Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В. Р. Регель, А. И. Слуцкер, Э. Е. Томашевский. – М. : Наука, 1974. – 560 с.

SUMMARY

Literature contains various models of energy and entropy states of mechanical, thermodynamic and mechanothermodynamic systems. Construction of the generalized model of mechanothermodynamic continuum is given in the paper. The analysis and synthesis are based on energy description of a continuum, entropy description of the same continuum, the main provisions of mechanothermodynamics; typical experimental data.

Поступила в редакцию 10.10.2013