

ВЛИЯНИЕ ФОРМ И РАЗМЕРОВ МЕСТНЫХ ДЕФЕКТОВ НА КАРТИНУ ВЫПУЧИВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОРТОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ УДАРЕ

Мухутдинов Р.Ф., к.ф.-м. н. Шигабутдинов А.Ф., к.ф.-м. н. Шигабутдинов Ф.Г.

Казанский государственный архитектурно-строительный университет, Казань

Введение. Ударные воздействия испытывают оболочки, используемые как в машиностроении, так и в строительстве. Например, удары возникают при посадке различных летательных аппаратов, удары испытывают и различные строительные конструкции при нештатных режимах эксплуатации. На несанкционированный удар рассчитываются защитные оболочки атомных реакторов, контейнеров для перевозки отходов атомной энергетики и т.д.

Обзор работ в области динамического поведения тонкостенных конструкций до 1972 года можно найти в монографии [1]. обстоятельный обзор более поздних работ с оценкой эффективности и рекомендациями по применению численных методов приведен в работе [2]. Из работ, имеющих непосредственное отношение к теме данной статьи, отметим исследования [3]-[6], в которых с использованием методом конечных разностей рассматривалось динамическое выпучивание изотропных тонких гладких цилиндрических оболочек в геометрически нелинейной постановке. Интерес к исследованию оболочек, изготовленных из ортотропных материалов, обусловлен широким применением в современных строительных конструкциях и в машиностроении композиционных материалов. В этом направлении выполнены работы [7] - [12]. В работах [3]-[9] рассматривались только оболочки постоянной толщины, без «дефектов» в форме поперечного сечения. Поведение ортотропных оболочек с подкрепляющими ребрами жесткости рассматривались в [10]-[11] и в других работах авторов.

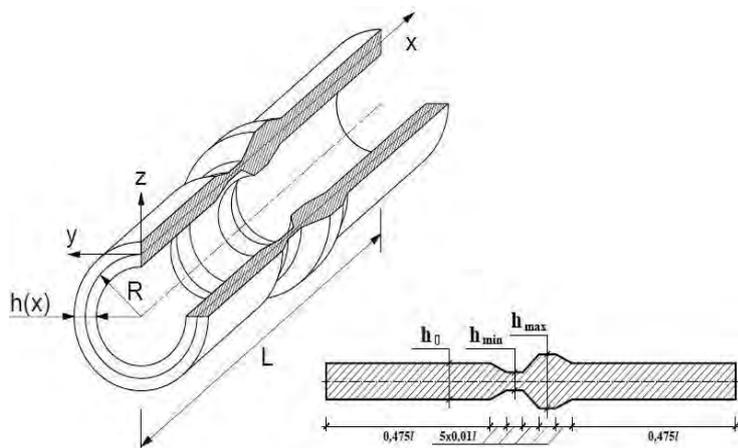


Рисунок 1.— Общий вид оболочки и продольное сечение

Постановка задачи. Объектом исследования в данной работе являются круговые ортотропные цилиндрические оболочки переменной толщины, по одному из торцов которых в начальный момент времени производится удар телом, движущимся вдоль продольной оси оболочки. Исследуется влияние геометрических размеров и месторасположения по длине оболочки локальных изменений толщины оболочки на формы волнообразования при продольном ударе абсолютно твердым телом. Появление таких «нерегулярностей» в геометрии

оболочки может быть вызвано, как дефектами изготовления, так и техническими требованиями. Уравнения движения оболочки и метод решения не накладывает никаких ограничений на размеры участков с измененной толщиной. В данной статье приведены результаты для случая, когда размеры длины участка с измененной толщиной составляют 5% от длины оболочки, что позволяет говорить о локальности отклонений формы оболочки от идеальной.

Для определенности будем предполагать, что удар наносится по левому торцу оболочки. Правая система координат $Oxuz$, изображенная на рисунке 1, имеет начало на торце, по которому наносится удар. Ось Ox направлена вправо, параллельно оси оболочки в направлении удара. Положительное направление оси Oz совпадает с направлением внешней нормали к поверхности оболочки. Кроме того, на рисунке 1 показан один из вариантов расположения «дефекта» толщины оболочки вдоль длины, его размеры и форма.

В работе рассматриваются только начальные стадии поперечных движений оболочки, когда движения оболочки можно считать осе симметричными [1], [4], [6], [7]. Главные оси ортотропии совпадают с направлением главных кривизн оболочки. Скорость удара по оболочке выбирается из условия не превышения упругих деформаций. В тех случаях, когда необходимо иметь возможность провести исследование при значительных скоростях нагружения, материал оболочки будем предполагать неограниченно упругим.

Волновые дифференциальные уравнения движения тонкой оболочки типа Тимошенко, получены из уравнений К.З. Галимова [13].

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_{11}}{\partial x} &= \rho \cdot h(x) \cdot \ddot{u} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(N + T_{11} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{T_{22}}{R} &= \rho \cdot h(x) \cdot \ddot{w} \\ \frac{\partial M_{11}}{\partial x} - N &= \frac{\rho \cdot (h(x))^3}{12} \cdot \ddot{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Как видно, уравнения (1) являются геометрически нелинейными уравнениями, учитывающими переменность толщины по длине оболочки, сдвиг и инерцию вращения элемента оболочки. Описывают осесимметричные движения. Соотношения физического закона упругости для материала оболочки приняты в виде:

$$T_{11} = K_1 \cdot h(x) \cdot (\varepsilon_1 + \nu_2 \cdot \varepsilon_2); \quad T_{22} = K_2 \cdot h(x) \cdot (\varepsilon_2 + \nu_1 \cdot \varepsilon_1) \quad (2)$$

$$M_{11} = \frac{K_1 \cdot (h(x))^3}{12} \cdot \chi_1; \quad N = k^2 \cdot G_{13} \cdot h(x) \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \gamma \right) \quad (3)$$

$$K_1 = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \cdot \nu_2}; \quad K_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \cdot \nu_2} \quad (4)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \quad \varepsilon_2 = \frac{w}{R}; \quad \chi_1 = \frac{\partial \gamma}{\partial x}; \quad \chi_2 = 0. \quad (5)$$

В системе уравнений движения (1), физических и геометрических соотношений (2) – (5) все обозначения общепринятые. T_{11} , T_{22} – усилия в срединной поверхности оболочки, M_{11} – изгибающий момент в сечении, перпендикулярном продольной оси оболочки, N – перерезывающая сила в том же сечении, k^2 – коэффициент сдвига в теории оболочек типа Тимошенко, G_{13} – модуль сдвига, γ – угол поворота нормали к срединной поверхности, вокруг касательной к окружности, u , v , w – компоненты перемещения точек срединной поверхности приведения оболочки, ε_1 , ε_2 – относительные деформации, соответствующие введенной системе координат. Рассматривались цилиндрические оболочки, левый ударяемый край которых опирается на шарнирно подвижную опору, а правый край жестко заделан. В начальный момент оболочка считается недеформированной.

Решение задачи и обсуждение результатов. Изменение толщины оболочки в зоне «дефектов» происходит без скачков, геометрия «дефектов» описывается линейными функциями. В итоге, в каждом рассмотренном варианте решения задачи оболочка имеет семь участков с постоянной или линейно изменяющейся толщиной. Всего изучается девять положений «дефекта» с шагом $0,1l$ вдоль длины оболочки и четыре варианта изменения толщины. Другими словами, анализ поведения оболочки при ударе основывался на рассмотрении движения 36 оболочек. Уравнения (1) и соотношения (2)–(5) записывались в виде явной конечно-разностной схемы типа «крест». Значения безразмерных шагов сетки: $\Delta \bar{d} = 0,005$ – по пространственной координате и $\Delta t = 0,0025$ – по временной координате были выбраны по результатам анализа числовых экспериментов с нелинейной разностной схемой задачи и соответствуют рекомендациям работы [14] – найденный шаг по продольной координате не превышает трети минимальной толщины оболочки. В численных экспериментах для оценки устойчивости разностной схемы проводились расчеты при различных шагах по временной координате: $0,005$; $0,0025$; $0,00125$ и фиксированном шаге $0,005$ – по пространственной координате. Оптимальным с точки зрения устойчивости счета, сходимости счета и времени вычислений оказалось указанное соотношение $\mu = \Delta t / \Delta x = 0,5$.

С целью исследования области применимости метода решения и программы, при тестировании разностной схемы и метода решения счет для определения прогибов оболочки проводился до значений времени, соответствующего времени 24 пробегов продольной волны вдоль оболочки. Устойчивость счета присутствовала во всех случаях. Были проделаны расчеты с увеличением скорости удара в предположении о бесконечной упругости материала, при этом получены прогибы равные $1,5 - 2$ толщинам оболочки. И при изменении скорости удара счет так же оставался устойчивым. Некоторая часть результатов вычислений приведена на рисунках 2-4. На рисунках 2-3, для

большой наглядности, показано расположение «дефекта» на поверхности оболочки (посередине длины).

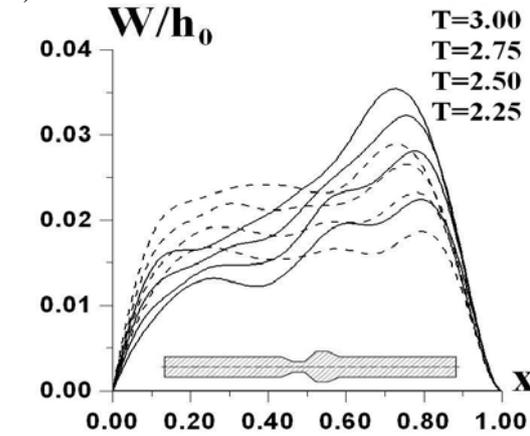


Рисунок 2. Прогибы оболочки к моменту $T = 3$

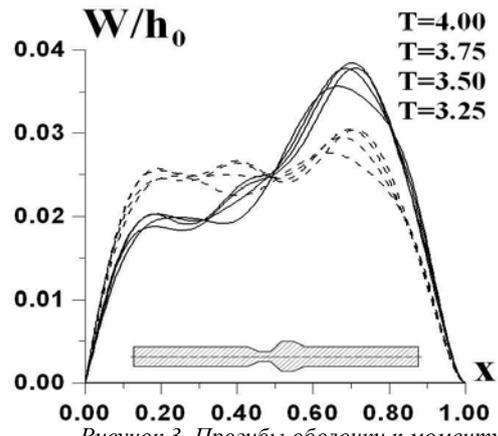


Рисунок 3. Прогибы оболочки к моменту $T = 4$

Размеры рассматриваемых оболочек: длина равна 2м, радиус срединной поверхности оболочки равен 1м. Толщина оболочек $h_0 = 0,04$ м, характеристики «дефекта» h_{\min} и h_{\max} варьировались пропорционально с шагом $\Delta h = 0,005$ м, соблюдая условия тонкости оболочки. Указанное изменение толщины позволяет сохранять массу оболочки постоянной и рассматривать изменения в форме поперечного сечения, как перераспределение материала в теле оболочки. Скорость удара во всех приведенных вариантах счета принималась равной 5м/с. Отношение модулей упругости $E_2 / E_1 = 0,5$; отношение модуля сдвига к большему из модулей упругости было равно $G_{13} / E_1 = 0,4$. Отношение массы оболочки к массе ударяющего тела принималось равным 0,1.

На рисунках 2 и 3 показаны формы движения оболочки на третьем и четвертом пробеге волны. Безразмерное время $T = t / t_0$ получено делением реального времени t , истекшего с момента удара, на время t_0 , соответствующее времени однократного пробега продольной волны вдоль длины оболочки. На рисунке 2 показаны прогибы оболочки в четыре момента времени (четыре кривые на рисунке) при движении продольной волн от ударяемого торца (слева на право). При этом меньшему моменту времени соответствует ниже лежащий график. Нижняя кривая соответствует моменту времени, когда продольная волна прошла четверть длины оболочки (безразмерное время, истекшее от момента удара $T = 2,25$), верхняя кривая соответствует безразмерному моменту времени $T = 3,00$ (продольная волна второй раз за все время движения достигла заданного торца). На рисунке 3 в четыре момента времени показаны формы движения оболочки при движении отраженной от заданного торца продольной волны. На графиках прогибы отнесены к толщине оболочки вне зоны «дефекта» $h_0 = 0,04$ м. Штрихпунктирными линиями для сравнений на рисунках показаны формы движения той же оболочки без «дефектов», в те же указанные на рисунках моменты времени. «Дефект» располагается в среднем сечении оболочки, минимальная толщина оболочки в этом месте составляет 0,025 м, максимальная – 0,045 м.

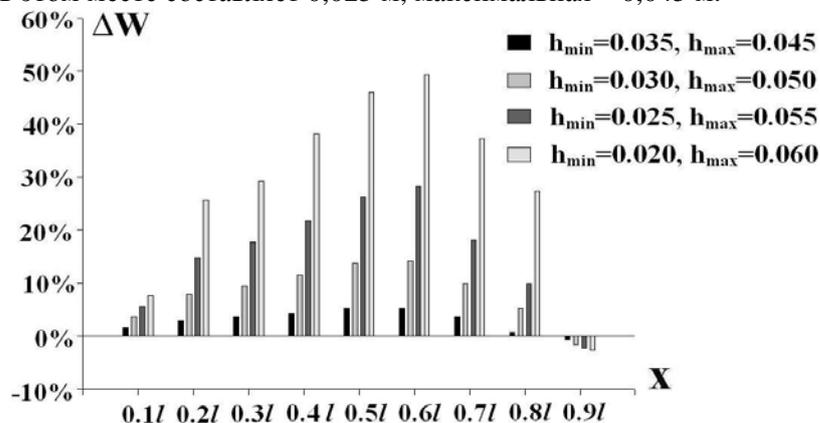


Рисунок 4. – Влияние расположения и размеров «дефекта» на значение прогиба

На рисунке 4 представлены процентное изменение максимального значения прогиба оболочки с переменной толщиной на четвертом пробеге волны вдоль оболочки в зависимости от места поло-

жения и толщин оболочки в зоне «дефекта» для 36 вариантов вычислений. Здесь $\Delta w = ((w_{\bar{a}} - w) / w) \cdot 100\%$, $w_{\bar{a}}$ - максимальный прогиб в оболочке с переменной толщиной, w - максимальный прогиб в оболочке с постоянной толщиной в тот же момент времени. Отметим, что в данном варианте решения счет проводился до времени шести пробегов продольной волны вдоль оболочки. Максимальные значения прогибов и для оболочки переменной толщины и для оболочки постоянной толщины наблюдались при четвертом пробеге волны вдоль оболочки. Вдоль горизонтальной оси показаны точки, в которых находится область локального изменения толщины.

РЕЗЮМЕ

Результаты решения показывают, что волновой характер продольного нагружения существенным образом, и качественно, и количественно, влияет на формы изгибания цилиндрических оболочек. При этом прогибы оболочек чувствительны к изменению толщины оболочки. При малых размерах дефектов максимальный прогиб не концентрируется в области дефекта. Изменение геометрии распределения толщины по длине оболочки требует нового расчета в каждом случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек // М., Наука, 1972, 432с.
2. Баженов В.Г., Чекмарев Д.Т. Численные методы решения задач нестационарной динамики тонкостенных конструкций // Изв. РАН, МГТ, 2001, №5, с. 156-173.
3. Борисенко В.И., Клокова А.И. Закритическая деформация цилиндрической оболочки при ударе //АН УССР, Прикладная механика, 1966 г. том II, в.10, с.29 – 35.
4. Гордиенко Б.А. Экспериментальное исследование поведения стержней и цилиндрических оболочек при ударе // Материалы к VII Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластинок. Днепропетровск, 1969/ М.: Наука, 1969, с. 190-193.
5. Гордиенко Б.А. О машинном решении задач ударного выпучивания упругих систем методом конечных разностей // Изв. АН СССР, МГТ, 1970, №3, с. 143-148.
6. Кийко И.А. Продольный удар по тонкой цилиндрической оболочке // Вестник МГУ, Математика и механика, 1972, № 3, с. 118-121.
7. Гордиенко Б.А. Динамика ортотропных цилиндрических оболочек при осевом ударе // Доклад на III Всесоюзной конференции по механике полимеров. Рига, 1976г. /Механика полимеров, 1977г., № 5, с. 892 – 895.
8. Gordienko B.A. Analysis of impact deformation of corrugated and anisotropic shells //ROSPRAWY INZYNIERSKIE (Engineering Transactions), T.24, zeszyt 4./ Warszawa, Panstowe Wydawnictwo Naukowe, 1976, s. 809-818.
9. Шигабутдинов Ф.Г., Хамитов Т.К. Определение критических усилий потери устойчивости упругих цилиндрических оболочек при продольном сжатии силами ударного типа // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева, 2011, №2, с.85-92.
10. Шигабутдинов Ф.Г., Мухутдинов Р.Ф. Распространение упругих волн от продольного удара по оболочкам переменной толщины с нулевой гауссовой кривизной срединной поверхности // Вестник Нижегородского университета им. Н. И.Лобачевского, 2011г., том IV, Часть 5, с. 2374 – 2376.
11. Шигабутдинов Ф.Г., Мухутдинов Р.Ф. Влияние несимметрично расположенных шпангоутов на поперечное волнообразование ортотропных цилиндрических оболочек конечной длины при продольном ударе // «Аналитическая механика, устойчивость и управление». Труды X международной Четаевской конференции, Казань, 12-16 июня 2012г. Том 1. Аналитическая механика. / Казань: КНИТУ-КАИ им.А.Н. Туполева. - 2012 г. – с. 521-528.
12. Мухутдинов Р.Ф., Шигабутдинов Ф.Г. Влияние местных дефектов на волнообразование в ортотропных цилиндрических оболочках конечной длины при продольном ударе // Вестник МГСУ №10 2013г., с. 60-67.
13. Галимов К.З. и др. // Теория оболочек с учетом поперечного сдвига / Казань: Изд-во КГУ, 1977, с. 3-132.
14. Баженов В.Г., Чекмарев Д.Т. // Вариационно-разностные схемы в нестационарных волновых задачах динамики пластин и оболочек: монография / Нижний Новгород: Издательство Нижегородского университета, 1992, с. 3-159.

SUMMARY

Results of the solution shows that the wave nature of the longitudinal loading significantly, both qualitatively and quantitatively affect the shape deformation of cylindrical shells. This deflection sensitive to changes in membrane thickness of the shell. For small defects of the maximum deflection is not concentrated in the area of the defect. Changing the geometry of the thickness distribution along the length of the shell requires a new calculation in each case.

Поступила в редакцию 10.11.2013