

УДК 681.2.082:531.45

МОМЕНТЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ КАЧЕНИЮ НА ПЯТНЕ КОНТАКТА УПРУГИХ ТЕЛ Джилавдари И.З.¹, Мекид С.², Ризноокая Н.Н.¹

¹ Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

² Университет нефти и полезных ископаемых имени короля Фахда

Дахран, Саудовская Аравия

Введение. При решении проблем достижения высокой точности управления движением и позиционирования в системах автоматического управления, требуется знание закономерностей сопротивления качению в самом начале движения из состояния покоя и в области реверса. Это привело к необходимости изучения закономерностей трения качения при малых нагрузках, малых скоростях и малых смещениях катящегося тела. Здесь законы зависимости моментов сопротивления качению от перемещений имеют специфический нелинейный характер, которые до сих пор остаются мало изученными.

Ранее авторами данной работы был разработан прибор для исследования трения качения на основе физического маятника, опирающегося на два шарика, и построена феноменологическая теория сопротивления качению в режиме предварительного смещения [1]. Однако, двухконтактный маятник имеет очевидный недостаток: его можно применять только при наличии двух одинаковых исследуемых образцов, подкладываемых под оба шарика.

Контакт одного шарика и плоской поверхности является наиболее простым для расчета деформаций тел при их упругом контакте. Однако создание маятника с опорой на один шарик связано с проблемой стабильности плоскости качаний маятника. Авторами была предложена конструкция прибора на основе маятника с опорой на один шарик [2]. Экспериментальные исследования образцов с использованием маятника с опорой на один шарик позволили подтвердить справедливость разработанной ранее феноменологической теории сопротивления трению качения для двухконтактного маятника [1].

Феноменологическая теория сопротивления качению в режиме предварительного смещения. Эта теория построена в предположении, что силы адгезии можно представить, как некоторые силовые связи (пружины), которые соединяют контактирующие тела. При качаниях маятника часть этих сил разрывается, и в этом случае какая-то доля энергии маятника уходит на совершение работы по отрыву поверхности шарика от исследуемой поверхности. Другая часть энергии маятника уходит на совершение работы против частотно независимых сил внутреннего трения при деформации контактирующих тел. Исходя из этих предположений «диссипативный» момент

трения как функция угла φ отклонения маятника может быть записан в виде [1]

$$M_{fr} = -mgR(c + b\varphi^p) \operatorname{sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right), \quad (1)$$

где φ - угол отклонения маятника от положения равновесия, m - масса маятника; g - ускорение свободного падения; R - радиус шарика; c , b , p - параметры аппроксимации, определяемые из эксперимента. Параметр c «отвечает» за адгезионную составляющую трения, параметры b и p «отвечают» за внутреннее трение.

Установленное ранее явление резкого уменьшения периода отклонений маятника с уменьшением амплитуды [1] объясняется действием тех адгезионных связей, которые «не рвутся» при качаниях маятника. Зависимость момента этих сил от угла поворота шарика можно записать в виде [1]

$$M_{el}(\varphi) \approx 2\gamma a^2 R |\varphi|^{n+1} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{R}{a}\varphi\right) \cdot \operatorname{sign}(\varphi) \quad (2)$$

где a - радиус пятна контакта; γ , n - параметры аппроксимации, определяемые из эксперимента, причем параметр γ характеризует давление сил адгезии, действующее между поверхностью шарика и исследуемой поверхностью [3].

Решая уравнение малых колебаний физического маятника с правой частью в виде момента (1) или момента (2), можно найти формулы для расчета зависимости амплитуды качаний маятника от времени или, соответственно, зависимости периода качаний от амплитуды [1]. Используя эти уравнения в качестве уравнений регрессии для аппроксимации соответствующих зависимостей, полученных на эксперименте, можно определить численное значение параметров аппроксимации.

Полный момент сил сопротивления качению может быть записан в виде

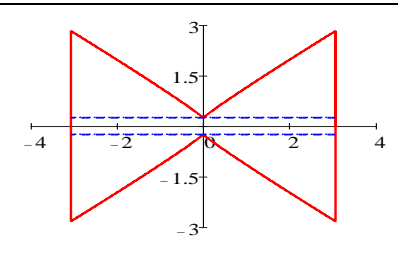
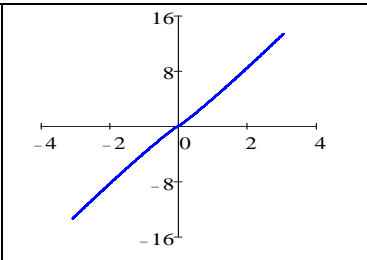
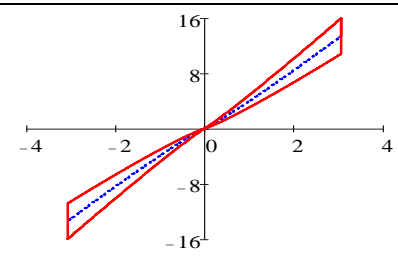
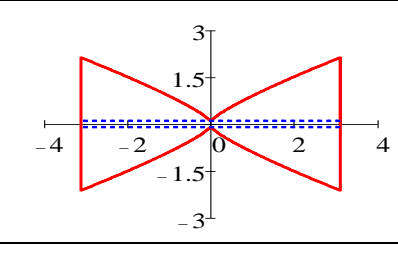
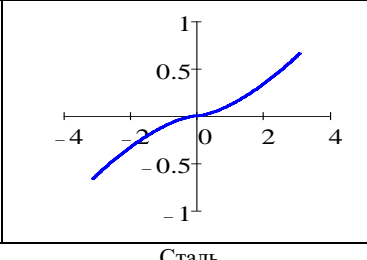
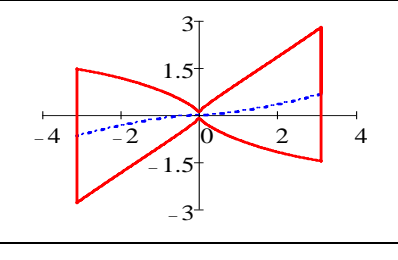
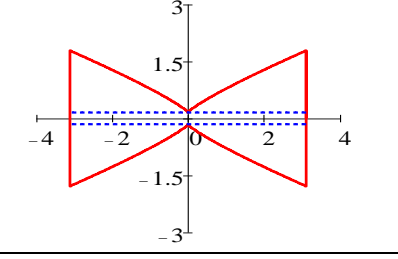
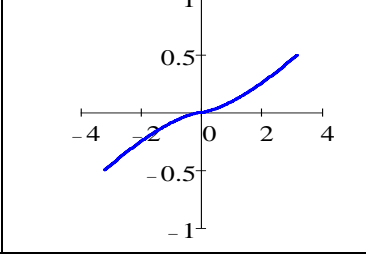
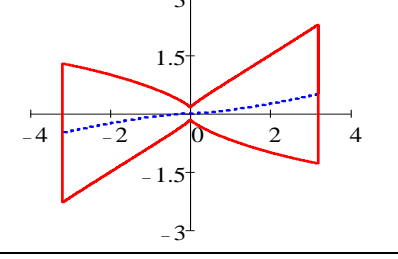
$$M(\varphi) = M_{fr}(\varphi) + M_{el}(\varphi). \quad (3)$$

Зависимость $M(\varphi)$ при известной зависимости $\varphi(t)$ позволяет построить феноменологическую теорию сопротивления качению сил адгезии в режиме предварительного смещения. В частности, зависимость $M_{el}(\varphi)$ позволяет построить скелетную кривую и зависимость $M_{fr}(\varphi)$ - построить петлю гистерезиса вокруг скелетной кривой. Примеры таких кривых приведены в табл. 1.

Результаты измерений и расчетов. В экспериментах использовался маятник массой 0,4 кг, в котором в качестве опоры использовался шарик радиусом $R=6,05$ мм, выполненный из стали ШХ15. В качестве материалов, на которые опирался маятник, были выбраны полированные образцы монокристаллического кремния (шероховатость $Ra=0,4$ нм, модуль упругости $E_{st}=1,31 \cdot 10^{11}$ Н/м², коэффициент Пуассона $\nu_{st} \approx 0,266$), стали ШХ15 ($Ra=63$ нм, $E_{st}=2,11 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu_{st} \approx 0,28$) и оптического стекла К8 ($Rz=40$ нм, $E_g=0,82 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu_g \approx 0,206$).

В табл. 1 представлены графики зависимости моментов сил сопротивления качения от угла отклонения маятника в пределах одного цикла качания с амплитудой 3.1 угл. с, построенные по формулам (1), (2) и (3) с учетом значений параметров, полученных путем аппроксимации экспериментальных данных для трех различных материалов. Полная площадь фигур в левой колонке равна работе диссипативных сил за один полный цикл качаний; площадь прямоугольника, выделенного пунктирной линией, равна работе сил адгезии на отрыв.

Таблица 1 – Графики зависимости моментов сопротивления качения (в единицах нН·м) от угла отклонения маятника (в единицах угл. с)

$M_{fr}(\varphi)$	$M_{el}(\varphi)$	$M(\varphi) = M_{fr}(\varphi) + M_{el}(\varphi)$
Стекло		
		
Кремний		
		
Сталь		
		

Выводы. При упругих нагрузках опорного шарика в зоне перемещений, размеры которой существенно меньше размеров пятна контакта - трение качения определяется, работой сил адгезии на отрыв, работой против сил частотно независимого внутреннего трения. Здесь также присутствуют упругие силы сопротивления качению, которые определяются давлением сил адгезии между поверхностями контактирующих тел.

При исследовании сопротивления качению в этой зоне необходимо проводить измерения не только зависимости амплитуды качаний от времени качаний, но и периода качаний маятника от амплитуды.

Литература

- Gilavdary, I. A new theory on pure pre-rolling resistance through pendulum oscillations / I. Gilavdary [et al.] // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. – 2013. – Vol. 227. – №. 6. – P. 618–628.
- Джилавдари, И. З. Физический маятник с опорой на один шарик для исследования сил контактной адгезии / И. З. Джилавдари [и др.] // Приборостроение-2018: материалы МНТК, 14-16 ноября 2018 года, Минск, Республика Беларусь / редкол.: О. К. Гусев [и др.]. – Минск: БНТУ, 2018. – С. 84–85.
- Popov, V. L. Contact mechanics and friction: Physical Principles and Applications / V.L. Popov – Berlin: Springer, Berlin, Heidelberg, 2017. – P. 231–253.