Министерство образования Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Высшая математика № 1»

СБОРНИК ТЕСТОВ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Минск
БНТУ
2013

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Высшая математика № 1»

СБОРНИК ТЕСТОВ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

для студентов I курса
инженерно-технических специальностей вузов

Минск
БНТУ
2013

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я7
С 23

Составители:
А.Н. Андриянчик, Е.А. Бричикова, О.Р. Габасова, Е.А. Герасимова, О.Л. Зубко, И.Н. Катковская, И.М. Мартыненко, Г.Н. Рейзина

Рецензенты:
В.Н. Русак, Г.А. Романюк

Данное издание содержит тестовые задания по высшей математике, которая излагается студентам первого курса инженерно-технических специальностей вузов. Может быть использовано для проведения тематических контролей на практических занятиях, итоговых контрольных работ.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

В технических вузах наблюдается тенденция уменьшения количества учебных часов, отведенных на изучение и контроль знаний по фундаментальным дисциплинам, к которым в первую очередь относится математика. В сложившийся ситуации целесообразно уменьшить время и трудозатраты преподавателя и студента на организацию самостоятельной работы обучаемых, которая протекает в процессе обучения, как под руководством преподавателя, так и без его непосредственного участия.

Настоящее пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов и оперативного контроля усвоения изучаемого материала. Пособие содержит варианты тестовых заданий по всем разделам математики, изучаемых студентами первого курса инженерно-технических специальностей вузов. Наличие подробного решения одного из вариантов теста каждой темы окажет незаменимую помощь студентам в организации самостоятельного изучения материала.

Использование тестовой системы повышает возможности преподавателя оперативно оценить правильность решения заданий, так как имеется таблица правильных ответов, объективно оценить успехи каждого студента, выявить пробелы в знаниях отдельных студентов и принять конкретные меры по их устранению.

ТЕСТ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}5&1&4\\-2&-3&0\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\2&3&0\\1&-2&-1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}9&-3\\2&7\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\\4&3\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}8&1&-5\\0&-2&-4\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}8&3&4\\-4&-7&-3\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}8&3&4\\-5&-5&0\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}12&1&3\\-4&-6&3\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}25&-1&16\\4&9&0\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}25&1&16\\4&9&0\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}25&1&16\\-4&-9&0\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}29&10&16\\4&-9&0\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) $\begin{pmatrix}7&1&0\\2&-3&-5\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}7&1&0\\2&3&-5\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}7&2\\1&3\\0&-5\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}5&4\\1&8\\1&2\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
5.	Записать разложение определителя по элементам 3-го столбца и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}1&8&2&-3\\3&-2&0&4\\5&-3&7&-1\\3&2&0&2\end{vmatrix}$.	1) 220; 2) 140; 3) 180; 4) 120; 5) другой ответ.

6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 6 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & -8 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -18 & 12 & 9 \\ 23 & -16 & -11 \\ -12 & 9 & 6 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -9 \\ 34/3 \\ -6 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -18 & -12 & 9 \\ -23 & -16 & 11 \\ -12 & -9 & 6 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -9 \\ -34/3 \\ -6 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -18 & 23 & -12 \\ 12 & -16 & 9 \\ 9 & -11 & 6 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -18 & 23 & -12 \\ -12 & -16 & -9 \\ 9 & 11 & 6 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно Δ: $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11. \end{cases}$	1) $X=\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 19, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 9. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$	

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4 $A=\begin{pmatrix}-1&3&0\\4&2&-2\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}1&0&-1\\3&2&1\\-2&1&-3\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}-11&4\\3&5\end{pmatrix};\ D=\begin{pmatrix}3&1\\0&-2\\-1&1\end{pmatrix}.$	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2 ?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}1&6&-1\\9&2&-3\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}3&7&1\\7&-2&-5\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-5&6&1\\7&6&-5\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}0&1&1\\7&2&-3\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}-1&9&0\\16&4&4\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}1&9&0\\16&4&4\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-1&9&0\\16&4&-4\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}1&9\\16&4\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}3&0&-1\\0&-4&-2\\2&1&-3\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}4&0\\8&0\\-3&-7\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}2&2\\10&2\\-3&-1\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}2&0\\8&8\\-3&5\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 3-ей строки и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}3&1&2&3\\4&-1&2&4\\1&-1&1&1\\4&-1&2&5\end{vmatrix}$.	1) 8; 2) –7; 3) –5; 4) 4; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 8 & -4 & 2 & 4 \\ -5 & 3 & -1 & -2 \\ 6 & 0 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=-\frac{1}{23}\begin{pmatrix} 10 & -7 & -11 \\ -7 & -2 & 10 \\ -9 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -21/23 \\ 17/23 \\ 12/23 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=-\frac{1}{23}\begin{pmatrix} 10 & -7 & -9 \\ -7 & -2 & 4 \\ -11 & 10 & 3 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -19/23 \\ 11/23 \\ 14/23 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=-\frac{1}{23}\begin{pmatrix} 10 & 7 & -9 \\ 7 & -2 & -4 \\ -11 & -10 & 3 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -19/23 \\ -11/23 \\ 14/23 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=-\frac{1}{23}\begin{pmatrix} 10 & 7 & -11 \\ 7 & -2 & -10 \\ -9 & -4 & 3 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -21/23 \\ -17/23 \\ 12/23 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно Δ: $\begin{cases} 4x_1+x_2+4x_3=19, \\ 2x_1-x_2+2x_3=11, \\ x_1+x_2+2x_3=8. \end{cases}$	1) $X=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} 2x_1+2x_2-4x_3+2x_4=16, \\ x_1-2x_2+3x_3-x_4=4, \\ 3x_1-2x_2-5x_3+2x_4=7. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} 3x_1+2x_2-3x_3+x_4=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3-2x_4=0, \\ 5x_1-x_2-2x_3-x_4=0. \end{cases}$	

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}2&-1&5\\3&0&-4\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}0&-3&2\\4&1&-1\\-2&-1&1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}-9&4\\11&-7\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}3&1\\0&4\\-2&-1\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}-1&-3&9\\4&-4&-7\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}1&-1&1\\4&-2&-3\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}1&-2&12\\5&-4&-7\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}1&-2&9\\1&-4&-7\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) невозможно; 2) $\begin{pmatrix}4&1&25\\9&0&16\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}4&-1&25\\9&0&-16\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}4&1\\9&0\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) невозможно; 2) $\begin{pmatrix}0&-3\\0&9\\-4&11\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-4&-14\\14&9\\-8&-7\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-6&-12\\12&7\\-8&11\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}7&0\\14&9\\-8&-7\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 3-ей строки и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}3&2&0&-2\\1&-1&2&3\\4&5&1&0\\-1&2&3&-3\end{vmatrix}$.	1) 220; 2) 200; 3) 186; 4) 180; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти $rang$ A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix}1&2&-9&1&3\\1&2&-4&0&1\\-3&-2&-1&1&1\\-1&2&-14&2&5\end{pmatrix}$	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix}-2&3&4\\3&-1&-4\\-1&2&2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}6&-2&5\\2&0&1\\-8&4&-7\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\-1/2\end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}6&-2&-8\\2&0&-4\\5&-1&-7\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}7\\3\\6\end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}6&2&-8\\-2&0&4\\5&1&-7\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}7\\-3\\6\end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}6&2&5\\-2&0&-1\\-8&-4&-7\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}1/2\\-1/2\\-1/2\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases}3x_1+x_2+x_3=-4,\\-3x_1+5x_2+6x_3=36,\\x_1-4x_2-2x_3=-19.\end{cases}$	1) X=$\begin{pmatrix}-28/9\\16/3\\0\end{pmatrix}$; 2)X=$\begin{pmatrix}3\\0\\-13\end{pmatrix}$; 3)X=$\begin{pmatrix}-3\\3\\2\end{pmatrix}$; 4) X=$\begin{pmatrix}-3\\2\\3\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases}3x_1+2x_2+4x_3-2x_4=2,\\x_1+5x_2-6x_3+x_4=-15,\\2x_1-3x_2+x_3+15x_4=9.\end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases}5x_1-3x_2+4x_3-x_4=0,\\3x_1+2x_2-x_3+3x_4=0,\\8x_1-x_2+3x_3+2x_4=0.\end{cases}$	

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}3&0&1\\2&-4&7\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}-1&2&4\\3&0&-2\\1&-1&1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}8&-3\\13&16\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}0&-1\\3&4\\-5&2\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: A+B; A+C; $A+D^T$; $C+D^T$; D+A; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}6&3&-3\\3&-4&12\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}6&1&1\\1&-4&12\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}6&-3&7\\5&-12&12\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}6&-3&3\\3&-12&12\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}9&0&1\\4&16&49\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}9&0&1\\4&16&49\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}9&0&1\\4&-16&49\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}9&0\\4&16\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}26&15\\16&-3\\-7&-3\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}14&13\\-4&3\\-8&-3\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-14&17\\10&-7\\-8&-3\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-14&17\\-10&-7\\-8&5\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 4-ого столбца и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}2&7&2&1\\1&1&-1&0\\3&4&0&2\\0&5&-1&-3\end{vmatrix}$.	1) 0; 2) 1; 3) –1; 4) 3; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 & 8 & -4 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 & -4 & 2 \\ -2 & 5 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 10 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1 \\ 13/4 \\ 0 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 10 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -10 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1 \\ -13/4 \\ 0 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & -10 & -1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases} 8x_1+3x_2-6x_3=-4, \\ x_1+x_2-x_3=2, \\ 4x_1+x_2-3x_3=-5. \end{cases}$	1) X=$\begin{pmatrix} 0 \\ 11/2 \\ 7/2 \end{pmatrix}$; 2) X=$\begin{pmatrix} 1 \\ 14/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$; 3) X=$\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$; 4) X=$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} 5x_1+x_2+2x_3-x_4=6, \\ x_1+2x_2+4x_3+2x_4=3, \\ 3x_1-3x_2+x_3+x_4=11. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} x_1+5x_2+x_3-2x_4=0, \\ 2x_1-3x_2-7x_3+x_4=0, \\ 3x_1+2x_2-6x_3-x_4=0. \end{cases}$	

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}5&2&0\\-4&1&-3\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}-2&1&-3\\0&4&-5\\1&-2&1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}19&4\\-2&7\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}2&3\\-1&1\\0&4\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}8&3&0\\-10&0&-10\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}8&3&0\\-11&0&-2\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}8&5&0\\-10&2&-2\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}8&5&0\\-11&0&-10\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}25&4&0\\16&-1&9\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}25&4&0\\16&1&9\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}25&4&0\\-16&1&-9\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}25&4\\16&1\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}3&3\\-2&-15\\5&6\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-8&-17\\-4&6\\5&6\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-5&-17\\-4&-16\\5&5\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-3&-7\\-9&-15\\5&5\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 3-его столбца и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}1&-1&0&3\\3&2&1&-1\\1&2&-1&3\\4&0&1&2\end{vmatrix}$.	1) 0; 2) 10; 3) 20; 4) 30; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} -8 & 1 & -7 & -5 & 5 \\ -2 & 1 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 6 & 0 & 4 & 4 & -4 \end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1/4 \\ 3/4 \\ -5/4 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1/4 \\ -3/4 \\ -5/4 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=-\frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -4 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases} 3x_1-2x_2+4x_3=21, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=9, \\ 2x_1-x_2-x_3=10. \end{cases}$	1) $X=\begin{pmatrix} 17/3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix} -3 \\ 11 \\ 13 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} 2x_1-x_2-x_3+2x_4=-2, \\ 3x_1-4x_2-2x_3=0, \\ 3x_1+6x_2+4x_3-8x_4=4. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} 2x_1-x_2+4x_3+2x_4=0, \\ 7x_1-5x_2+3x_3-3x_4=0, \\ 5x_1-4x_2-x_3-5x_4=0. \end{cases}$	

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}-3&0&1\\4&6&-2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3&-1&2\\2&1&4\\-1&0&-1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}13&8\\-9&4\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}-3&1\\0&-4\\2&5\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}0&-4&0\\7&12&-9\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-7&-4&-2\\5&12&-6\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-3&0&-3\\5&16&-6\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-3&0&0\\7&16&-9\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}9&0&-1\\16&36&4\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}9&0&1\\16&36&4\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-9&0&1\\16&36&-4\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}9&0\\16&36\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}-5&9\\2&18\\1&-6\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-6&17\\2&22\\1&-6\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-5&17\\2&18\\1&-6\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-6&9\\2&18\\1&-6\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 4-ой строки и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}6&2&-10&4\\-5&-7&-4&1\\2&4&-2&-6\\3&0&-5&4\end{vmatrix}$.	1) –150; 2) –100; 3) –50; 4) 0; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix}0&3&-3&1&2\\-1&1&2&-3&1\\1&2&-5&4&1\\-2&5&1&-5&4\end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-1&0&2\\1&2&1\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}-4&-3&2\\-3&1&8\\-2&5&1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}-6/13\\-11/13\\-3/13\end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}-4&3&-2\\3&1&-5\\2&-8&1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}-2/13\\8/13\\1/13\end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}-4&3&2\\3&1&-8\\-2&-5&1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}-6/13\\11/13\\-3/13\end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=-\frac{1}{13}\begin{pmatrix}-4&-3&-2\\-3&1&5\\2&8&1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}-2/13\\-8/13\\1/13\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases}2x_1-x_2+x_3=12,\\x_1+2x_2+4x_3=6,\\5x_1+x_2+2x_3=3.\end{cases}$	1) $X=\begin{pmatrix}1\\-20/3\\7/3\end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix}0\\-7\\5\end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix}30/7\\6/7\\0\end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix}42/11\\0\\6/11\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases}x_1+5x_2+x_3-2x_4=8,\\3x_1+4x_2+2x_3+3x_4=-9,\\2x_1-x_2-3x_3+x_4=27.\end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases}5x_1+x_2-6x_3+4x_4=0,\\4x_1+3x_2-7x_3+3x_4=0,\\x_1-2x_2+x_3+x_4=0.\end{cases}$	

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}5 & -1 & 0\\ 2 & 3 & -4\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}-3 & 1 & 4\\ 2 & -1 & 2\\ 0 & 3 & 1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 19 & 3\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & 0\\ -4 & -1\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}8 & -3 & 4\\ 7 & 5 & -9\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}8 & -3 & -4\\ 1 & 6 & -7\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}8 & -3 & 4\\ 7 & 6 & -7\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}8 & -1 & -4\\ 1 & 6 & -9\end{pmatrix}$
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}25 & 1 & 1\\ 4 & 9 & 16\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}25 & 1 & 0\\ 4 & 9 & 16\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}25 & -1 & 0\\ 4 & 9 & -16\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}25 & 1\\ 4 & 9\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}11 & 13\\ -5 & 8\\ -4 & -4\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-13 & 5\\ -5 & 4\\ -4 & -1\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-21 & -13\\ -5 & 4\\ -1 & -1\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-21 & 5\\ -5 & -8\\ -1 & -1\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 3-ей строки и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}5 & 0 & 4 & 2\\ 1 & -1 & 2 & 1\\ 4 & 1 & 2 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{vmatrix}$.	1) –3; 2) –5; 3) –7; 4)–9; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ -3 & -1 & -4 & 3 \\ 4 & -1 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=-\frac{1}{101}\begin{pmatrix} -7 & 1 & -4 \\ 20 & 26 & -3 \\ 65 & 34 & -35 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -3/101 \\ 23/101 \\ 100/101 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=-\frac{1}{101}\begin{pmatrix} -7 & -1 & -4 \\ -20 & 26 & 3 \\ 65 & -34 & -35 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -3/101 \\ -23/101 \\ 100/101 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=-\frac{1}{101}\begin{pmatrix} -7 & -20 & 65 \\ -1 & 26 & -34 \\ -4 & 3 & -35 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -72/101 \\ 33/101 \\ 31/101 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=-\frac{1}{101}\begin{pmatrix} -7 & 20 & 65 \\ 1 & 26 & 34 \\ -4 & -3 & -35 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -72/101 \\ -33/101 \\ 31/101 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases} -3x_1+5x_2+6x_3=-8, \\ 3x_1+x_2+x_3=-4, \\ x_1-4x_2-2x_3=-9. \end{cases}$	1) $X=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix} 2 \\ -58 \\ 48 \end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix} 0 \\ -16 \\ 12 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} x_1+x_2+2x_3-x_4=-1, \\ 2x_1-x_2+2x_3=-4, \\ 4x_1+x_2+4x_3+2x_4=-2. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} x_1-8x_2+7x_3-3x_4=0, \\ 3x_1+5x_2-4x_3+4x_4=0, \\ 4x_1-3x_2+3x_3+x_4=0. \end{cases}$	

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}-4 & 2 & -1\\ 0 & -3 & 6\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}2 & -4 & 1\\ 0 & -2 & 3\\ 7 & -1 & 1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}-13 & 7\\ 8 & -9\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 4\\ -1 & 0\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}-7 & 1 & -3\\ -2 & -2 & 12\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-9 & 1 & -3\\ -2 & -10 & 6\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-7 & 1 & -1\\ 2 & -2 & 12\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-9 & 1 & -1\\ 2 & -10 & 12\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}16 & 4 & -1\\ 0 & 9 & 36\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}16 & 4 & 1\\ 0 & 9 & 36\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-16 & 4 & -1\\ 0 & -9 & 36\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}16 & 4\\ 0 & 9\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}0 & -21\\ -8 & -8\\ 3 & -18\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-9 & -18\\ -9 & -8\\ 3 & -10\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-11 & -20\\ -9 & -8\\ 3 & -18\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-11 & -18\\ -8 & -8\\ 3 & -10\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 1-ой строки и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}3 & 2 & 0 & -5\\ 4 & 3 & -5 & 0\\ 1 & 0 & -2 & 3\\ 0 & 1 & -3 & 4\end{vmatrix}$.	1) –12; 2) –18; 3) 24; 4) –30; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} -1 & -4 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -6 & 6 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 7 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=-\frac{1}{43}\begin{pmatrix} -25 & 7 & 2 \\ -32 & -21 & 6 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 27/43 \\ 38/43 \\ 3/43 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=-\frac{1}{43}\begin{pmatrix} -25 & -7 & 2 \\ 32 & -21 & -6 \\ 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 27/43 \\ -38/43 \\ 3/43 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=-\frac{1}{43}\begin{pmatrix} -25 & 32 & 2 \\ -7 & -21 & -4 \\ 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 27/43 \\ 3/43 \\ 3/43 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=-\frac{1}{43}\begin{pmatrix} -25 & -32 & 2 \\ 7 & -21 & 4 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 27/43 \\ -3/43 \\ 3/43 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases} x_1+5x_2+x_3=-3, \\ 2x_1-x_2-3x_3=0, \\ 3x_1+4x_2+2x_3=1. \end{cases}$	1) X=$\begin{pmatrix} -1 \\ 2/7 \\ -24/7 \end{pmatrix}$; 2) X=$\begin{pmatrix} -9/5 \\ 0 \\ -6/5 \end{pmatrix}$; 3) X=$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; 4) X=$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -8 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3+2x_4=0, \\ 3x_1-2x_2-5x_3=4, \\ 2x_1-2x_2-4x_3-2x_4=-4. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} 2x_1+4x_2-3x_3+x_4=0, \\ x_1-3x_2+2x_3-3x_4=0, \\ 3x_1+x_2-x_3-2x_4=0. \end{cases}$	

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}-3&1&-4\\5&2&0\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}4&1&-1\\0&-2&1\\3&5&-2\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}18&5\\-10&4\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}0&1\\-2&5\\3&-4\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: A+B; A+C; $A+D^T$; $C+D^T$; D+A; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}-7&-3&-4\\10&6&-3\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-6&0&-5\\9&-1&-4\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-6&0&-11\\9&-1&-4\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-6&4&-11\\9&-1&4\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}9&-1\\25&4\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}9&1&16\\25&4&0\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-9&1&-16\\25&4&0\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}9&1\\25&4\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}-1&13\\7&6\\-4&20\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-5&13\\7&6\\-4&36\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-5&13\\7&-14\\-16&36\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-1&13\\-1&-14\\-16&20\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 1-ой строки и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}2&0&-1&3\\6&3&-9&0\\0&2&-1&3\\4&2&0&6\end{vmatrix}$.	1) –204; 2) –208; 3) –212; 4) –216; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 2 & -4 & 1 \\ 5 & -1 & -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=\frac{1}{38}\begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 7 & 11 & -3 \\ -20 & 12 & 14 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -4/38 \\ 10/38 \\ -36/38 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=\frac{1}{38}\begin{pmatrix} 1 & -7 & 5 \\ -7 & 11 & 3 \\ -20 & -12 & 14 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -4/38 \\ -10/38 \\ -36/38 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=\frac{1}{38}\begin{pmatrix} 1 & -7 & -20 \\ -7 & 11 & -12 \\ 5 & 3 & 14 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 21/38 \\ 5/38 \\ -9/38 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=\frac{1}{38}\begin{pmatrix} 1 & 7 & -20 \\ 7 & 11 & 12 \\ 5 & -3 & 14 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} 21/38 \\ -5/38 \\ -9/38 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases} 2x_1-x_2-x_3=-9, \\ 3x_1-2x_2+4x_3=12, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=6. \end{cases}$	1) $X=\begin{pmatrix} -30 \\ -51 \\ 0 \end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix} -24/11 \\ 0 \\ 147/11 \end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -12 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=0, \\ x_1-2x_2+2x_3+x_4=5, \\ 2x_1+x_2+3x_3-x_4=5. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} 3x_1-3x_2+4x_3+2x_4=0, \\ 4x_1-3x_2-5x_3-2x_4=0, \\ 7x_1-6x_2-x_3=0. \end{cases}$	

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1-4	Для заданных матриц выполнить задания 1-4: $A=\begin{pmatrix}-1&3&-2\\4&5&0\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1&3&-3\\0&-2&1\\-1&2&4\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}18&-8\\7&-10\end{pmatrix}$; $D=\begin{pmatrix}3&0\\-1&4\\2&-5\end{pmatrix}$.	
1.	Запишите, какие из следующих операций определены: $A+B$; $A+C$; $A+D^T$; $C+D^T$; $D+A$; $A\cdot B$; $B\cdot A$; $A\cdot C$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; $B\cdot D$; A^2, B^2?	
	Выполнить, если возможно, действия:	
2.	$2A-D^T$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}1&5&-2\\8&6&5\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}1&7&-2\\8&6&-5\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-1&5&-6\\8&6&-5\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}-5&7&-6\\8&6&-5\end{pmatrix}$.
3.	A^2.	1) $\begin{pmatrix}1&-9\\16&25\end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix}1&9&4\\16&25&0\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-1&9&-4\\16&25&0\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}1&9\\16&25\end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
4.	$B\cdot D$.	1) другой ответ; 2) $\begin{pmatrix}12&27\\4&-13\\3&28\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}-6&-3\\4&-12\\5&28\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}-6&27\\4&-13\\3&-12\end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix}12&-3\\4&-12\\9&-12\end{pmatrix}$.
5.	Записать разложение определителя по элементам 3-ей строки и затем вычислить его: $\begin{vmatrix}2&-3&4&1\\4&-2&3&2\\3&0&2&1\\3&-1&4&3\end{vmatrix}$.	1) 27; 2) 29; 3) 31; 4) 33; 5) другой ответ.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти *rang* A и указать какой-нибудь базисный минор: $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & -3 & -1 \\ -4 & 2 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7.	Решить систему AX = B матричным способом. В ответе дополнительно выписать A^{-1}: $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.	1) $A^{-1}=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -6 & -7 & -3 \\ -12 & -12 & -3 \\ -3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1}=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -6 & 7 & -3 \\ 12 & -12 & 3 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$; 3) $A^{-1}=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -6 & 12 & -3 \\ 7 & -12 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -1 \\ 5/3 \\ -1 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1}=-\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -6 & -12 & -3 \\ -7 & -12 & -2 \\ -3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix} -1 \\ -5/3 \\ -1 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
8.	Решить систему методом Крамера, выписав дополнительно в ответ Δ: $\begin{cases} x_1+x_2+2x_3=4, \\ 2x_1-x_2+2x_3=0, \\ 4x_1+x_2+4x_3=6. \end{cases}$	1) $X=\begin{pmatrix} 4/3 \\ 8/3 \\ 0 \end{pmatrix}$; 2) $X=\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$; 3) $X=\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; 4) $X=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; 5) другой ответ.
9.	Исследовать систему на совместимость. В случае совместимости найти общее решение: $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=-2, \\ 4x_1+x_2-3x_3-x_4=3, \\ 8x_1+3x_2-6x_3-7x_4=2. \end{cases}$	
10.	Для данной однородной системы найти фундаментальную систему решений: $\begin{cases} 2x_1-3x_2+2x_3-x_4=0, \\ 4x_1-x_2+5x_3-2x_4=0, \\ 2x_1+2x_2+3x_3-x_4=0. \end{cases}$	

ТЕСТ «ВЕКТОРЫ. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Даны точки $A(1;2;3)$, $B(5;2;6)$, $C(4;-4;-3)$. Найти $\|2\overline{AB}-\overline{CA}\|$.	1) 2; 2) $\sqrt{157}$; 3) $\sqrt{61}$; 4) 6; 5) $\sqrt{35}$.
2.	Даны векторы $\vec{a}=5\vec{m}-4\vec{n}$, $\vec{b}=3\vec{m}+2\vec{n}$, где $\|\vec{m}\|=\|\vec{n}\|=2$, $\angle(\vec{m},\vec{n})=\pi/4$. Найти $2\vec{a}\cdot 3\vec{b}$.	1) $\frac{\sqrt{2}-20}{2}$; 2) $5-\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}+15$; 4) $168-24\sqrt{2}$; 5) $-72-24\sqrt{2}$.
3.	Даны векторы $\vec{a}=(2;-3;1)$, $\vec{b}=(1;1;4)$. Найти площадь параллелограмма, построенного на этих векторах.	1) $\sqrt{243}$; 2) 15; 3) $\sqrt{210}$; 4) 16; 5) $2\sqrt{13}$.
4.	Вершины пирамиды находятся в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$. Найти ее объем.	1) 12; 2) 252; 3) 42; 4) 6; 5) 8.
5.	Даны точки $A_1(3;1;4)$, $A_2(-1;6;1)$, $A_3(-1;1;6)$. Составить уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.	1) $x+2y+2z-13=0$; 2) $x+2y+2z+13=0$; 3) $x-2y-2z-13=0$; 4) $x+2y-2z-13=0$; 5) $x+y+2z+13=0$.
6.	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(0;3;1)$, параллельно прямой A_1A_2, $A_1(1;2;3)$, $A_2(0;2;3)$.	1) $x=-t, y=3, z=4t+1$; 2) $x=-t, y=3, z=1$; 3) $x=1-t, y=3, z=4$; 4) $x=t, y=t, z=t-1$; 5) $x=-t, y=3+t, z=4t+1$.
7.	Найти синус угла между прямой, проходящей через точки $A_1(3;-4;5)$, $A_2(2;3;0)$ и плоскостью $x+y+z-1=0$.	1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{15}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
8.	Даны вершины треугольника: $A(-2;4), B(2;6), C(4;0)$. Составить уравнение медианы BM.	1) $2x+y-5=0$; 2) $x+3y-1=0$; 3) $4x-y-2=0$; 4) $2x+2y-5=0$; 5) $x-3y+5=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $2x^2-4x+3y^2-6y-4=0$. Сделать чертеж.	
10.	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $z^2=6z+y$. Сделать чертеж.	

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Даны точки $A(4;6;3)$, $B(-5;2;6)$, $C(4;-4;-3)$. Найти $np_{\overline{AB}}\overline{BC}$.	1) 5; 2) $\frac{-84}{\sqrt{106}}$; 3) $\frac{2}{\sqrt{106}}$; 4) $\frac{12}{\sqrt{107}}$; 5) 10.
2.	Даны векторы $\vec{a}=-5\vec{m}+4\vec{n}$, $\vec{b}=3\vec{m}+2\vec{n}$, $\lvert\vec{m}\rvert=3$, $\lvert\vec{n}\rvert=5$, $(\widehat{\vec{m},\vec{n}})=\frac{5\pi}{3}$. Найти $(\vec{a}+2\vec{b})(-3\vec{a}-\vec{b})$.	1) –2077; 2) 0; 3) 100; 4) 5; 5) 1800.
3.	Даны векторы $\vec{a}=(2;-3;4)$, $\vec{b}=(1;2;1)$ и $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\frac{\pi}{3}$. Найти площадь треугольника, построенного на этих векторах.	1) 20; 2) $6\sqrt{3}$; 3) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$; 4) 15; 5) $\frac{3\sqrt{58}}{4}$.
4.	Даны векторы $\vec{a}=(3;4;0)$, $\vec{b}=(0;-3;1)$, $\vec{c}=(0;2;5)$. Найти объем параллелепипеда, построенного на этих векторах.	1) 30; 2) 4; 3) 50; 4) 51; 5) 24.
5.	Даны точки $A(7;6;1)$, $B(4;0;3)$, $C(3,6,4)$. Составить уравнение плоскости ABC.	1) $18x-17y-24z+58=0$; 2) $18x-17y+24z+58=0$; 3) $18x-17y+24z-58=0$; 4) $18x-17y-24z-58=0$; 5) $18x+17y+24z+58=0$.
6.	Даны точки $A_1(1;7;3)$, $A_2(6;5;8)$. Записать параметрические уравнения прямой.	1) $x=1+5t, y=7-2t, z=5t+3$; 2) $x=5t, y=7-2t, z=3$; 3) $x=5t-1, y=7+2t, z=5t-3$; 4) $x=1, y=7, z=3$; 5) $x=-5t-1, y=7+2t, z=5t-3$.
7.	Найти косинус угла между прямыми $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$, $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{0}$.	1) 0; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) 1; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $-\frac{1}{2}$.
8.	Даны вершины треугольника $A(-3;-2)$, $B(1;1)$, $C(5;-1)$. Составить уравнение прямой, проходящей через вершину B параллельно AC.	1) $x+8y+7=0$; 2) $x-8y+7=0$; 3) $8x-y+7=0$; 4) $8x+y+7=0$; 5) $x-8y-7=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $2x^2+5y^2+8x-10y-17=0$. Сделать чертеж.	
10.	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $x^2+3z^2-8x+18z+34=0$. Сделать чертеж.	

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить скалярное произведение векторов $2\vec{a}-3\vec{b}$, если $\vec{a}=(0;-1;5)$, $\vec{b}=(1;-2;3)$.	1) 0; 2) –102; 3) –3; 4) 102; 5) 23.
2.	Найти $[2\vec{a}+\vec{b}]$, если $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}, \vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$.	1) $(10;2;14)$; 2) $(-10;-2;14)$; 3) $(-10;0;2)$; 4) $(-10;-2;14)$; 5) $(5;1;14)$.
3.	Найти объем пирамиды, построенной на векторах $\vec{a}=(1;2;0)$, $\vec{b}=(3;0;-3)$, $\vec{c}=(0;0;1)$ как на сторонах	1) 6; 2) 2; 3) 3; 4) 1; 5) 10.
4.	Найти синус угла между плоскостью $5x-y-z+2=0$ и прямой $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{0}$.	1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{7\sqrt{39}}{117}$; 5) 0.
5.	Записать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(0;2;7)$, перпендикулярно вектору $\vec{n}(4;7;8)$.	1) $4x-7y-8z-70=0$; 2) $4x-7y+8z=0$; 3) $4x+7y+8z-70=0$; 4) $4x-8y+8z+70=0$; 5) $4x+7y+8z+70=0$.
6.	Записать уравнение прямой, проходящей через точку $M(3;-2;8)$, параллельно прямой $x=2t, y=t-1, z=-3t+2$.	1) $x-y=0$; 2) $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-8}{-3}$; 3) $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{8}$; 4) $3x-2y+8z=0$; 5) 5) $2x+y-3z=0$.
7.	Записать общее уравнение прямой, проходящей, через т. $M(3;4)$, перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$, $M_1(0;-2)$, $M_2(3;5)$.	1) $7x-3y-9=0$; 2) $x-y-9=0$; 3) $7x+3y+9=0$; 4) $7x-3y=0$; 5) $7x-3y+9=0$.
8.	Найти косинус угла между прямыми $5x-3y-2=0$, $3x+5y+1=0$.	1) 0; 2) $\frac{3}{5}$; 3) -1; 4) 1; 5) $\frac{1}{34}$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $x^2-2x+y+2=0$. Сделать чертеж.	
10.	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $z-2=x^2$. Сделать чертеж.	

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти косинус угла между векторами $\vec{a}=(2;3)$, $\vec{b}=(4;-1)$.	1) 1; 2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{221}}$; 4) 0; 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
2.	Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=(1;-2;7)$, $\vec{b}=(3;4;1)$.	1) $10\sqrt{14}$; 2) 25; 3) 5; 4) $\sqrt{14}$; 5) $-10\sqrt{14}$.
3.	Вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}$, $-2\vec{b}$, $3\vec{c}$, если $\vec{a}=(3;4;1)$, $\vec{b}=(-1;2;-7)$, $\vec{c}=(1;-2;7)$.	1) 60; 2) -60; 3) 37; 4) 0; 5) 10.
4.	Составить параметрическое уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;0;3)$, параллельно вектору $\vec{s}(2;-3;5)$.	1) $x=2t, y=-3t, z=5t$; 2) $x+2y=0$; 3) $x=2t+2, y=-3t, z=5t-3$; 4) $x=2t+2, y=-3t, z=5t+3$; 5) $x=2, y=-3, z=5$.
5.	Найти косинус угла между плоскостью $x-y+z-1=0$ и плоскостью, проходящей через точки $A_1(3;-1;2)$, $A_2(3;0;1)$, $A_3(1;7;3)$.	1) $\frac{5}{11\sqrt{3}}$; 2) 0; 3) $\frac{1}{2}$; 4) -1; 5) $\frac{1}{\sqrt{10}}$.
6.	Записать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;1;-1)$, перпендикулярно вектору $\vec{n}(1;-2;3)$.	1) $x-y-z=0$; 2) $x-2y+3z+3=0$; 3) $x+2y+3z+3=0$; 4) $x-2y-3z-3=0$; 5) $x+y+z+3=0$.
7.	Найти расстояние от точки $A(1;7)$ до прямой, проходящей через точки $B(-3;-1)$ и $C(10;-3)$.	1) 24; 2) –3; 3) $\frac{10}{\sqrt{3}}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{112}{\sqrt{173}}$.
8.	Записать общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(1;0)$ и $B(-1;4)$.	1) $x=y$; 2) $2x-y-2=0$; 3) $2x+y-2=0$; 4) $2x-y+2=0$; 5) $x-y-1=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $2x^2-3y^2-4x+18y-25=0$. Сделать чертеж.	
10.	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $3x^2+5y^2-z^2=1$. Сделать чертеж.	

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Выяснить, являются ли ортогональными векторы $-2\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CA}$, если $A(-9;4;-5)$, $B(1;-2;4)$, $C(-5;1;-2)$.	
2.	Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}=(-4;3;7)$, $\vec{b}=(4;6;-2)$ как на сторонах.	1) $\sqrt{108}$; 2) $3\sqrt{10}$; 3) $3\sqrt{108}$; 4) $\sqrt{5}$; 5) $2\sqrt{42}$.
3.	Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $-3\vec{a}$, $\vec{b}$, $2\vec{c}$ как на сторонах, если $\vec{a}=(4;-1;3)$, $\vec{b}=(2;3;-5)$, $\vec{c}=(7;2;4)$.	1) 480; 2) 10; 3) 20; 4) 30; 5) 100.
4.	Записать уравнение плоскости, проходящей через точки $A_1(2;-1;0)$, $A_2(6;3;1)$, $A_3(3;2;1)$.	1) $x-y+3z-5=0$; 2) $2x-3y+3z-5=0$; 3) $x-3y+3z-5=0$; 4) $x+3y+3z+5=0$; 5) $x-y-z-5=0$.
5.	Найти расстояние от точки $M_0(3;1;-1)$ до плоскости $3x+z-1=0$	1) 10; 2) 2; 3) $\frac{1}{10}$; 4) $\frac{5\sqrt{10}}{2}$; 5) $\frac{7\sqrt{10}}{10}$.
6.	Записать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точки $A_1(3;5;-3)$, $A_2(0;1;0)$.	1) $x=3t, y=5t+1, z=-3t$; 2) $x=-3t, y=-4t, z=3t$; 3) $x=-3t+3, y=-4t+5, z=3t-3$; 4) $x=3t-3, y=5t-4, z=3t-3$; 5) $x=3, y=5, z=3$.
7.	Найти косинус угла между плоскостями $x-2y+3z=0$, $7x-y+7=0$.	1) 0; 2) $\frac{9\sqrt{7}}{70}$; 3) $\frac{\sqrt{7}}{70}$; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{6}$.
8.	Даны три вершины треугольника $A(1;-3), B(0;7), C(-2;4)$. Записать уравнение высоты BH.	1) $x-y-49=0$; 2) $3x-y-49=0$; 3) $3x-7y=0$; 4) $y=49$; 5) $3x-7y+49=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $5x^2+10x+y^2=0$. Сделать чертеж.	
10	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $9x^2+4y^2=36$. Сделать чертеж.	

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти $(4\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BA})$, если $A(2;4;3),\ B(3;1;-4),\ C(-1;2;2)$.	1) 176; 2) 0; 3) 24; 4) –176; 5) 120.
2.	Найти модуль векторного произведения $[4\vec{b},7\vec{c}]$, если $\vec{b}=(4;6;-2),\ \vec{c}=(6;9;-3)$.	1) 10; 2) 24; 3) 0; 4) $2\sqrt{3}$; 5) $5\sqrt{2}$.
3.	Найти объем пирамиды $ABCD$, если $A(2;4;1),\ B(-3;-2;4),\ C(3;5;-2),\ D(4;2;-3)$	1) $\frac{10}{3}$; 2) $\frac{20}{3}$; 3) $\frac{6}{7}$; 4) $\frac{5}{3}$; 5) $\frac{7}{3}$.
4.	Записать уравнение плоскости, проходящей через т. $M(1;1;1)$, перпендикулярно вектору $\overline{A_1A_2},\ A_1(1;4;2),\ A_2(1;0;-1)$.	1) $x+4y+3z-7=0$; 2) $x-4y+3z-7=0$; 3) $4y-3z-7=0$; 4) $y+3z-7=0$; 5) $4y+3z-7=0$.
5.	Записать уравнение прямой, проходящей через точки $A_1(2;4;3)$ и $A_2(1;1;5)$.	1) $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{0}$; 2) $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{2}$; 3) $\frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-2}{3}$; 4) $\frac{x}{-1}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{2}$; 5) $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-3}{-3}$.
6.	Найти расстояние от точки $M(1;0;1)$ до плоскости $x-2y+2z+4=0$.	1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{5}{3}$; 3) $\frac{7}{3}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) 3.
7.	Найти синус угла между прямой Задания № 5 и плоскостью $2x-y+3z=0$.	1) 0; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{8}$
8.	Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку $M\,(2;5)$, параллельно вектору $\vec{s}\,(2;3)$.	1) $3x-2y+4=0$; 2) $x-2y=0$; 3) $x-2y+4=0$; 4) $x-y-1=0$; 5) $x-y+1=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $5x^2-10x+y\ -5=0$. Сделать чертеж.	
10	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $z-2=-x^2-y^2$. Сделать чертеж.	

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти $\lvert\vec{a}\rvert$, если $\vec{a} = 2\overline{AC} - 3\overline{BA},\ A(-2;-2;4), B(1;3;-2), C(1;4;2)$.	1) 200; 2) $\sqrt{1438}$; 3) 314; 4) $\sqrt{1235}$; 5) 100.
2.	Найти площадь треугольника, построенного на векторах $4\vec{b}, 3\vec{c}$, если $\vec{b} = (1;-3;2)$, $\vec{c} = (0;-3;2)$.	1) $2\sqrt{117}$; 2) $\sqrt{117}$; 3) $3\sqrt{25}$; 4) $\sqrt{435}$; 5) $\sqrt{116}$.
3.	Проверить, будут ли компланарны векторы $-\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a} = (-4;3;7)$, $\vec{b} = (-1;1;0)$, $\vec{c} = (5;4;1)$.	
4.	Записать уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;3;1), B(-1;4;6), C(-2;-3;4)$.	1) $x - y + z - 7 = 0$; 2) $11x - y + z - 7 = 0$; 3) $x - 3y + 5z - 7 = 0$; 4) $11x - 3y + 5z - 7 = 0$; 5) $11x - 3y + 5z = 0$.
5.	Записать уравнение прямой, проходящей через т. $A_1(6;5;5)$, параллельно прямой, проходящей через точки $A_2(1;4;10)$, $A_3(2;3;3)$.	1) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-10}{-7}$; 2) $\frac{x-6}{5} = \frac{y-5}{5} = \frac{z-5}{5}$; 3) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{0}$; 4) $\frac{x-6}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-5}{-7}$; 5) $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$.
6.	Найти косинус угла между плоскостями $x - 4y + z = 0$ и $2x - y + z - 1 = 0$.	1) $\frac{7\sqrt{3}}{18}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{18}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 4) 0; 5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
7.	Составить общее уравнение медианы $AM, A(2;5), B(-3;-2), C(1;4)$.	1) $x - y - 7 = 0$; 2) $x - 3y = 0$; 3) $4x - 3y + 7 = 0$; 4) $x - y = 0$; 5) $4x + 3y + 7 = 0$.
8.	Найти расстояние от точки $C(0;4)$ до прямой $3x + 11y - 26 = 0$.	1) $\frac{1}{\sqrt{130}}$; 2) $\frac{\sqrt{130}}{65}$; 3) $\frac{9\sqrt{130}}{65}$; 4) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; 5) $\frac{\sqrt{2}}{5}$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $2x^2 - y^2 + 4x = 0$. Сделать чертеж.	
10	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $y^2 = x^2 + z^2$. Сделать чертеж.	

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти скалярное произведение векторов $(2\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AC})$, если $A(1;3;2)$, $B(-2;4;-1)$, $C(1;3;-2)$.	1) 0; 2) 10; 3) 4; 4) 24; 5) 2.
2.	Проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a}(4;1;3)$, $\vec{b}(-12;-6;9)$.	
3.	Найти объем пирамиды, построенной на векторах $\vec{a}(7;2;4)$, $\vec{b}(4;2;-3)$, $\vec{c}(2;0;1)$	1) $\frac{11}{3}$; 2) 2; 3) $\frac{10}{3}$; 4) 5; 5) $\frac{7}{3}$.
4.	Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A_1(1;0;1)$, перпендикулярно плоскости $2x-y+4z-1=0$.	1) $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{4}$; 2) $\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$; 3) $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-4}{4}$; 4) $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{4}$; 5) $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{4}$.
5.	Найти косинус угла между прямыми $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{3}$, $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$.	1) $\frac{\sqrt{42}}{7}$; 2) $\frac{8}{3}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{\sqrt{43}}{7}$; 5) $\frac{\sqrt{20}}{7}$.
6.	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;2;2)$, параллельно плоскости Oxy.	1) $x-y=0$; 2) $z=0$; 3) $y=2$; 4) $x=2$; 5) $z=2$.
7.	Записать параметрическое уравнение прямой, проходящей через точки $A(-2;-3)$, $C(6;1)$.	1) $x=2t-1, y=t+2$; 2) $x=4t, y=-9t$; 3) $x=4t-2, y=-9t-3$; 4) $x=9t-2, y=4t-3$; 5) $x=9t, y=4t$.
8.	Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;3)$ и точку пересечения прямых $2x-y-5=0, x+y-1=0$.	1) $4x+y-7=0$; 2) $x+y-7=0$; 3) $4x-y-7=0$; 4) $x-4y-7=0$; 5) $x+4y-7=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $4x^2+4y+2x-1=0$. Сделать чертеж.	
10	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $x^2+3y^2-9z^2=27$. Сделать чертеж.	

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти косинус угла между векторами $2\vec{b}$ и $\vec{a}$, если $\vec{a}=(-4;2;-1)$, $\vec{b}=(0;2;-3)$.	1) $\frac{14}{\sqrt{480}}$; 2) $\frac{7}{\sqrt{481}}$; 3) $\frac{3}{\sqrt{222}}$; 4) $\frac{2}{\sqrt{130}}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{481}}$.
2.	Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}, 2\vec{b}$, если $\vec{a}=(-4;2;-1)$, $\vec{b}=(3;5;-2)$.	1) $2\sqrt{304}$; 2) $\sqrt{133}$; 3) $\sqrt{701}$; 4) $2\sqrt{702}$; 5) $10\sqrt{11}$.
3.	Проверить, будут ли компланарны векторы $\vec{a}=(4;-1;3)$, $\vec{b}=(2;3;-5)$, $\vec{c}=(7;2;4)$. В случае отрицательного ответа указать, какую тройку образуют векторы.	
4.	Записать параметрическое уравнение прямой, проходящей, через точки $A_1(9;5;5)$, $A_2(5;7;8)$.	1) $x=-4t+9, y=2t+5, z=3t+5$; 2) $x=4t-9, y=-2t+5, z=-3t-5$; 3) $x=-4t, y=2t, z=3t$; 4) $x=9t, y=2t, z=3t$; 5) $x=4t, y=-2t, z=-3t$.
5.	Записать уравнение плоскости, проходящей через т. $M(1;-1;4)$, перпендикулярно прямой $\frac{x-5}{-2}=\frac{y-8}{-3}=\frac{z+1}{2}$.	1) $x-y-z+9=0$; 2) $2x+y-z+9=0$; 3) $2x+3y-z+9=0$; 4) $x+y-z=0$; 5) $2x+3y-2z+9=0$.
6.	Дан ΔABC. Записать уравнение высоты CH, опущенной на сторону AB, если $A(1;0)$, $B(-1;4)$, $C(9;5)$.	1) $x-2y+1=0$; 2) $4x-2y+2=0$; 3) $x-y=0$; 4) $2x-y=0$; 5) $x+y+1=0$.
7.	Найти расстояние между прямыми $2x-y+7=0$ и $2x-y-1=0$.	1) $\sqrt{5}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{5}}$; 3) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; 4) $\frac{8}{\sqrt{5}}$; 5) $\frac{10}{\sqrt{5}}$.
8.	Записать общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(3;4)$, $B(2;1)$.	1) $3x-y-13=0$; 2) $3x+y-13=0$; 3) $x+y-13=0$; 4) $x+3y-13=0$; 5) $x+y+13=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $9x^2+18x=4y^2-8y$. Сделать чертеж.	
10.	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $x^2=2z$. Сделать чертеж.	

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти $пр_{\vec{b}}(4\vec{a}+\vec{b})$, если $\vec{a}=(1;-7)$, $\vec{b}=(-3;-1)$.	1) $2\sqrt{10}$; 2) $2\sqrt{5}$; 3) $3\sqrt{10}$; 4) $\sqrt{15}$; 5) $\sqrt{30}$.
2.	Найти синус угла между векторами $\vec{a}=(-7;0;2)$ и $\vec{b}=(2;-6;4)$.	1) $\sqrt{\frac{733}{742}}$; 2) $\sqrt{\frac{73}{44}}$; 3) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$; 4) $\frac{2\sqrt{2}}{7}$; 5) $\sqrt{\frac{2}{3}}$.
3.	Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}=(3;-2;1)$, $\vec{b}=(0;2;-3)$, $\vec{c}=(-3;2;0)$.	1) 20; 2) 10; 3) 6; 4) 8; 5) 2.
4.	Записать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1;0;2)$, перпендикулярно вектору $\vec{n}=(4;1;1)$.	1) $x+y+z+2=0$; 2) $x+4y+z+2=0$; 3) $4x+y+z-2=0$; 4) $4x+4y+z=0$; 5) $x+y+z+4=0$.
5.	Найти синус угла между прямой $x=t+2, y=3t+4, z=2t+3$ и плоскостью $x+y+z+1=0$.	1) $\frac{\sqrt{30}}{2}$; 2) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{3}$; 5) $\frac{\sqrt{42}}{7}$.
6.	Записать уравнение плоскости, проходящей точку $M(3;6;7)$, параллельно вектору $\vec{s}=(1;2;3)$.	1) $\frac{x-3}{1}=\frac{y-6}{2}=\frac{z-7}{3}$; 2) $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$; 3) $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{6}=\frac{z-3}{7}$; 4) $\frac{x+3}{1}=\frac{y+6}{2}=\frac{z+7}{3}$; 5) $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{6}=\frac{z+3}{7}$.
7.	Найти расстояние от точки $C(1;7)$ до прямой, проходящей через точки $A(-3;-1)$, $B(11;-3)$.	1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $10\sqrt{2}$; 4) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$; 5) $\frac{1}{8}$.
8.	Даны вершины треугольника ABC, $A(1;0)$, $B(-1;4)$, $C(9;2)$. Составить уравнение медианы AM.	1) $x-y=0$; 2) $x+y=0$; 3) $x+y+1=0$; 4) $x-y-1=0$; 5) $x-y+1=0$.
9.	Определить тип кривой, приведя ее уравнение к каноническому виду $2x^2+6x+y^2+1=0$. Сделать чертеж.	
10.	Определить тип поверхности, приведя ее уравнение к каноническому виду $(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Сделать чертеж.	

ТЕСТ «ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $\{x_n\}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists\ n_0 = n(\varepsilon) : \forall n > n_0 \Rightarrow \lvert x_n - a\rvert < \varepsilon$.	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $\frac{1}{2}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{-1}{16}, \frac{1}{32}, \ldots$	1) $\frac{(-1)^n}{2n}$; 2) $\frac{(-1)^n}{n!}$; 3) $\frac{(-1)^n}{2^n}$; 4) $\frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$; 5) $\frac{(-1)^n}{n}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = \sqrt{\frac{n-36}{n+69}}$.	1) $\frac{6}{13}$; 2) $\frac{8}{13}$; 3) $\frac{6}{15}$; 4) $\frac{8}{15}$; 5) $\frac{6}{14}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n-5}{3n+4}$.	1) 0; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $-\frac{5}{4}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2-5n}{3n+4}$.	1) 0; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $-\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{5}{4}$; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{9n^3-5n^2-5}{3n^4+4n^3+7}$.	1) 0; 2) 3; 3) $-\frac{5}{4}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$.	1) 0; 2) 1; 3) $\frac{1}{2}$; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3\cdot 2^n+2}{2^n+5}$.	1) 0; 2) 3; 3) $\frac{2}{5}$; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{\frac{n}{2}}$.	1) e; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\frac{e}{2}$; 4) e^2; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{3}{n^2}\right) = 0$.	

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $\{x_n\}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists\ n_0 = n(\varepsilon): \forall n > n_0 \Rightarrow \lvert x_n \rvert < \varepsilon.$	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{-5}{6}, \ldots$	1) $\frac{(-1)^{n+1} n}{n+1}$; 2) $\frac{(-1)^n n}{n+1}$; 3) $\frac{(-1)^n}{2^n}$; 4) $\frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$; 5) $\frac{(-1)^n}{n}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = n^{(-1)^{n-1}}$.	1) 100^{99}; 2) 100; 3) $\frac{1}{100^{99}}$; 4) 100^2; 5) $\frac{1}{100}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-5n^3 - 5n^2 + 3n - 9}{3n^3 + 4n - 6}$.	1) 0; 2) $-\frac{5}{4}$; 3) $-\frac{5}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-n-4}{n^2 + 4n + 4}$.	1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n(n+1)(n+2)(n-6)}{(2n-1)(n+3)(2n+3)}$.	1) 0; 2) -2; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n}\right)$.	1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3 \cdot 4^n + 5}{2 - 7 \cdot 4^n}$.	1) 0; 2) $-\frac{3}{7}$; 3) $\frac{5}{2}$; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{\frac{n}{3}}$.	1) e; 2) $\sqrt[3]{e}$; 3) $\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$; 4) e^2; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n}{3n+2}\right) = \frac{1}{3}$.	

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $\{x_n\}$: $\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\ n_0 = n(\varepsilon) : \forall n > n_0 \Rightarrow \lvert x_n \rvert > \varepsilon$.	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{24}, \frac{1}{120}, \ldots$	1) $\frac{1}{n!}$; 2) $\frac{(-1)^n n}{n+1}$; 3) $\frac{(-1)^n}{2^n}$; 4) $\frac{2n+(-1)^n}{n}$; 5) $\frac{1}{n+3}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = (2n)^{(-1)^n}$.	1) 200^{-100}; 2) 100; 3) $\frac{1}{200^{99}}$; 4) 200; 5) $\frac{1}{200}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-5n^3+3n^2+3n-9}{3n+4n^3-6}$.	1) 0; 2) $-\frac{5}{4}$; 3) $-\frac{5}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{8-n^3}{n^2+4n+14}$.	1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+2)(n-6)}{(2n-1)(n+3)(2n+3)}$.	1) 0; 2) -2; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-n}-n\right)$.	1) $-\frac{1}{2}$; 2) 1; 3) 0; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3\cdot 4^n+5\cdot 3^n}{2\cdot 3^n-7\cdot 4^n}$.	1) 0; 2) $-\frac{3}{7}$; 3) $\frac{5}{2}$; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n-2}{n}\right)^{\frac{n}{3}}$.	1) e; 2) $\sqrt[3]{e^2}$; 3) $\frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$; 4) e^3; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right) = 2$.	

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $\{x_n\}$: $\forall\, M > 0\ \exists\ n_0 = n(\varepsilon) : \forall\, n > n_0 \Rightarrow \lvert x_n \rvert > M$.	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $1, -\frac{1}{10}, \frac{1}{25}, -\frac{1}{46}, \frac{1}{73}, \ldots$	1) $\frac{1}{n!}$; 2) $\frac{(-1)^{n+1}}{3n^2-2}$; 3) $\frac{(-1)^n}{2^n}$; 4) $\frac{2n+(-1)^n}{n}$; 5) $\frac{1}{n+3}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = \left(\frac{n}{2}\right)^{(-1)^n}$.	1) 50^{-100}; 2) 50^{100}; 3) 50; 4) –50; 5) $\frac{1}{50}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-2n^4+3n^2+3n-9}{3n+4n^3-6n^4}$.	1) 0; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $-\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{8+n^4}{n^2+4n^3+14}$.	1) 0; 2) 1; 3) –1; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2n+2)(n-6)}{(2n-1)(n+5)(2n+3)}$.	1) 0; 2) –2; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{\sqrt{n+1}-n}{\sqrt{n+1}+n}\right)$.	1) $-\frac{1}{2}$; 2) –1; 3) 0; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5\cdot 7^n+5\cdot 3^n}{2\cdot 7^n-7\cdot 3^n}$.	1) 0; 2) $-\frac{5}{7}$; 3) $\frac{5}{2}$; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n-2}{n}\right)^{\frac{n}{4}}$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{e}}$; 4) e^2; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{2n+3}{n-1}\right) = 2$.	

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $\{x_n\}$: $\exists M>0 \;\; \forall n\in N \Rightarrow \lvert x_n\rvert \le M$.	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=a$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=\infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $1, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{9}{4}, \frac{9}{5}, \ldots$	1) $\frac{1}{n!}$; 2) $\frac{(-1)^{n+1}}{3n^2-2}$; 3) $\frac{(-1)^n}{2^n}$; 4) $\frac{2n+(-1)^n}{n}$; 5) $\frac{1}{n+3}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n=\sqrt[3]{\frac{n-36}{n+25}}$.	1) $-\sqrt[3]{\frac{4}{5}}$; 2) $-\frac{4}{5}$; 3) 0; 4) $\sqrt[3]{\frac{4}{5}}$; 5) $\frac{4}{5}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-2n^3+3n^2+3n-9}{3n+8n^3-6}$.	1) 0; 2) $-\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{8+5n-n^4}{3n^2+4n^3+24}$.	1) 0; 2) 2; 3) $\frac{8}{3}$; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+2)(n+7)}{(4n+4)(n+5)(2n+3)}$.	1) 0; 2) –2; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n+1}+n}{\sqrt{n+1}-n}\right)$.	1) $-\frac{1}{2}$; 2) -1; 3) 0; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5\cdot 7^n+8\cdot 8^n}{2\cdot 8^n-7\cdot 3^n}$.	1) 0; 2) $-\frac{5}{7}$; 3) $\frac{5}{2}$; 4) 4; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{n+2}\right)^{2n}$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{e}}$; 4) e^2; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{2n-1}\right)=\frac{1}{2}$.	

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $\{x_n\}$: $\forall\varepsilon>0\ \exists\, n_0=n(\varepsilon):\forall n>n_0 \Rightarrow \lvert x_n-3\rvert<\varepsilon.$	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=3$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=\infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $\frac{1}{1!},\frac{8}{2!},\frac{27}{3!},\frac{64}{4!},\frac{125}{5!},\ldots$	1) $\frac{n}{n!}$; 2) $\frac{(-1)^{n+1}}{3n^2-2}$; 3) $\frac{(-1)^n}{2^n}$; 4) $\frac{n^3}{n!}$; 5) $\frac{1}{n+3}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n=(3n)^{(-1)^{2n}}$.	1) $\frac{1}{300}$; 2) 300^{200}; 3) 300; 4) $\frac{1}{300^{200}}$; 5) $-\frac{1}{300^{200}}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{4n+3}{5n+1}\cdot\frac{2n-1}{3n+1}\right)$.	1) 0; 2) $\frac{8}{15}$; 3) 3; 4) $\frac{2}{3}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{9+5n+8n^4}{n+4n^3+24}$.	1) 0; 2) 2; 3) $\frac{8}{3}$; 4) 9; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+2)(n+7)-(n+1)}{(4n+4)(n+5)(2n+3)}$.	1) 0; 2) –2; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} 3n\left(\sqrt{n^2+5}-n\right)$.	1) $\frac{15}{2}$; 2) 15; 3) 3; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^n+1}{4-2\cdot 3^n}$.	1) 0; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) 4; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^n$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{e}}$; 4) e; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{3n-1}\right)=\frac{1}{3}$.	

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $\{x_n\}$:	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 2$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{6}, \frac{5}{24}, \frac{6}{120}, \ldots$	1) $\frac{n+1}{n!}$; 2) $\frac{(-1)^{n+1}}{3n^2-2}$; 3) $\frac{(-1)^n}{2^n}$; 4) $\frac{n^3}{n!}$; 5) $\frac{1}{n+3}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = \frac{1+2+3+\ldots+n}{n+1}$.	1) 50; 2) 101; 3) 100; 4) $\frac{101}{50}$; 5) $\frac{100}{101}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5n+3}{2n+1}\cdot\frac{2n-1}{3n+1}\right)$.	1) 0; 2) $\frac{2}{3}$; 3) –1; 4) $\frac{5}{3}$; 5) ∞ .
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{10+5n-7n^4}{n+4n^3+24n^2}$.	1) 0; 2) 2; 3) $\frac{8}{3}$; 4) 9; 5) ∞ .
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+7)-(n+1)(3n+4)}{(2n-1)(4n+4)(n+5)}$.	1) 0; 2) –2; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{5}{7}$; 5) ∞ .
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-5}{2n+1}\right)^5$.	1) $\frac{1}{2}$; 2) 32; 3) $\frac{1}{32}$; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}\cdot\ldots\cdot\sqrt[2^n]{2})$.	1) 0; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) 2; 5) ∞ .
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n-2}{3n+1}\right)^{2n}$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{e}}$; 4) e; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3} = 0$.	

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $x_n = \dfrac{n}{n+2}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists\ n_0 = n(\varepsilon): \forall n > n_0 \Rightarrow \left\lvert \dfrac{n}{n+2} - 1 \right\rvert < \varepsilon$.	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 2$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $1, -\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \dfrac{1}{\sqrt{3}}, -\dfrac{1}{\sqrt{4}}, \dfrac{1}{\sqrt{5}}, \ldots$	1) $\dfrac{n+1}{n!}$; 2) $\dfrac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$; 3) $\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$; 4) $\dfrac{n^3}{n!}$; 5) $\dfrac{1}{n+3}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = \dfrac{1+2+3+\ldots+n}{n(n+1)}$.	1) 50; 2) 101; 3) 100; 4) $\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{50}{101}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^2 - 3n + 4}{-n^2 + 6n - 7}$.	1) 0; 2) $\dfrac{2}{3}$; 3) –2; 4) $-\dfrac{4}{7}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10n + 5n^2 - 7n^5}{n + 4n^3 + 24n^2}$.	1) 10; 2) 2; 3) $-\dfrac{7}{24}$ 1; 4) $\dfrac{5}{24}$; 5) ∞ .
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2(3n+4)}{(2n-1)^2(4n+4)(n+5)}$.	1) 0; 2) –2; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) $-\dfrac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n-5}{n+1}\right)^5$.	1) $\dfrac{1}{2}$; 2) 32; 3) $\dfrac{1}{32}$; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{3} \cdot \ldots \cdot \sqrt[2^n]{3})$.	1) 0; 2) $-\dfrac{1}{2}$; 3) $\dfrac{1}{3}$; 4) 3; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n-2}{3n+1}\right)^{3n}$.	1) $\dfrac{1}{e^3}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$; 4) e; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4}{n^3} = 0$.	

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $x_n = \dfrac{2n}{n+2}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists\ n_0 = n(\varepsilon): \forall n > n_0 \Rightarrow \left\| \dfrac{2n}{n+2} - 2 \right\| < \varepsilon.$	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 2$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $1, -\dfrac{4}{\sqrt{2}}, \dfrac{9}{\sqrt{3}}, -\dfrac{16}{\sqrt{4}}, \dfrac{25}{\sqrt{5}}, \ldots$	1) $\dfrac{n+1}{n!}$; 2) $\dfrac{(-1)^{n+1}n^2}{\sqrt{n}}$; 3) $\dfrac{(-1)^n n^2}{\sqrt{n}}$; 4) $\dfrac{n^3}{n!}$; 5) $\dfrac{1}{n+3}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = \dfrac{2+4+6+\ldots+2n}{n(n+1)}$.	1) 50; 2) 200 3) 100; 4) $\dfrac{1}{2}$; 5) 2.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^3 - 3n^2 + 4n - 1}{-n^3 + 6n^2 - 7n + 5}$.	1) 0; 2) $\dfrac{2}{3}$; 3) –3; 4) $-\dfrac{4}{7}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10n^6 + 5n^2 - 7n^5}{1 + 4n^3 + 24n^2}$.	1) 10; 2) 2; 3) $-\dfrac{7}{24}$; 4) $\dfrac{5}{24}$; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2(3n+4)}{(2n-1)(4n-4)(n+5)^2}$.	1) 0; 2) –2; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) $-\dfrac{5}{7}$; 5) ∞ .
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n-5}{n+1}\right)^4$.	1) $\dfrac{1}{2}$; 2) 16; 3) $\dfrac{1}{16}$; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[8]{5} \cdot \ldots \cdot \sqrt[2^n]{5})$.	1) 0; 2) $-\dfrac{1}{2}$; 3) $\dfrac{1}{5}$; 4) 5; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n-2}{3n+1}\right)^{3/n^2}$.	1) $\dfrac{1}{e^3}$; 2) $\sqrt[3]{e}$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$; 4) 0; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n-2}{n}\right) = 3$.	

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для последовательности $x_n = \dfrac{3n}{n+2}$: $\forall \varepsilon > 0\ \exists\ n_0 = n(\varepsilon) : \forall n > n_0 \Rightarrow \left\| \dfrac{3n}{n+2} - 3 \right\| < \varepsilon.$	1) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 3$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$; 4) последовательность $\{x_n\}$ – ограниченная; 5) последовательность $\{x_n\}$ – неограниченная.
2.	Найдите выражение для общего элемента последовательности: $1, -\dfrac{4}{\sqrt[3]{2}}, \dfrac{9}{\sqrt[3]{3}}, -\dfrac{16}{\sqrt[3]{4}}, \dfrac{25}{\sqrt[3]{5}}, \ldots$	1) $\dfrac{n+1}{n!}$; 2) $\dfrac{(-1)^{n+1} n^2}{\sqrt[3]{n}}$; 3) $\dfrac{(-1)^n n^2}{\sqrt[3]{n}}$; 4) $\dfrac{n^3}{n!}$; 5) $\dfrac{(-1)^{n+1} n}{\sqrt[3]{n}}$.
3.	Найдите сотый член последовательности: $x_n = \dfrac{1+4+7+\ldots+(3n-2)}{n(n+1)}$.	1) $\dfrac{298}{101}$; 2) 200; 3) 100; 4) $\dfrac{299}{202}$; 5) $\dfrac{298}{202}$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{6n^3 - 3n^2 + 4n - 1}{3n^3 + 6n^2 - 7n + 5}$.	1) 0; 2) $\dfrac{2}{3}$; 3) 2; 4) $-\dfrac{1}{5}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10n^4 + 5n^2 - 7}{1 + 4n^3 + 24n^2}$.	1) 10; 2) 2; 3) $-\dfrac{7}{24}1$; 4) $\dfrac{5}{24}$; 5) ∞.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3n+1)^2 (3n+4)}{(2n-1)(n-4)(n+5)^2}$.	1) 0; 2) –2; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) $-\dfrac{5}{7}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n-8}{n+3} \right)^4$.	1) 81; 2) 0; 3) 3; 4) ∞; 5) предел не существует.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{7} \cdot \sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[8]{7} \cdot \ldots \cdot \sqrt[2^n]{7})$.	1) 0; 2) $-\dfrac{1}{2}$; 3) $\dfrac{1}{7}$; 4) ∞; 5) 7.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n-2}{3n+1} \right)^{-4n}$.	1) $\dfrac{1}{e^3}$; 2) $\sqrt[3]{e}$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$; 4) e^4; 5) 1.
10.	Пользуясь определением предела последовательности, докажите, что: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{5n}{n+3} \right) = 5$.	

ТЕСТ «ФУНКЦИИ. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\dfrac{3}{x^2-4}$.	1) $[-2;\,2]$; 2) $(-\infty;\,-2]\cup[2;\,\infty)$; 3) $(-\infty;\,-2)\cup(-2;\,2)\cup(2;\,\infty)$; 4) $[-4;\,4]$; 5) $(-\infty;\,-4]\cup[4;\,\infty)$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=\sin x+\cos x$.	1) $[-1;\,1]$; 2) $(-\infty;\,\infty)$; 3) $[-\sqrt{2};\,\sqrt{2}]$; 4) $[0;\,1]$; 5) $\left[-\dfrac{\pi}{2};\,\dfrac{\pi}{2}\right]$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall\varepsilon>0\ \exists\,\delta=\delta(\varepsilon)$, что $\forall x$: $0<\lvert x-x_0\rvert<\delta\Rightarrow\lvert f(x)-A\rvert<\varepsilon$.	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$; 4) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$; 5) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{x^3-9x}$.	1) $\dfrac{1}{12}$; 2) $\dfrac{3}{2}$; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) $\dfrac{4}{5}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\operatorname{arctg}\dfrac{x}{2}}$.	1) 10; 2) 2; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) -3; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2+x}{1+x}\right)^{x^2}$.	1) 0; 2) $\sqrt{e}$; 3) e^2; 4) $\sqrt{e^3}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-4x}}{x}$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos x}{\sin\dfrac{x}{2}}$.	1) 0; 2) $\dfrac{1}{2}$; 3) 4; 4) 2; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+2)-\ln 2}{x}$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x-3}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$.	

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-9}}$.	1) $[-3;\ 3]$; 2) $[-9;\ 9]$; 3) $(-\infty;\ -3]\cup[3;\ \infty)$; 4) $(-\infty;\ -3)\cup(-3;\ 3)\cup(3;\ \infty)$; 5) $(-\infty;\ -3)\cup(3;\ \infty)$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=x^2-5x+6$.	1) $[6;\ \infty)$; 2) $\left[-\dfrac{1}{4};\ \infty\right)$; 3) $\left[\dfrac{1}{4};\ \infty\right)$; 4) $\left(-\infty;\ -\dfrac{1}{4}\right]$; 5) $\left(-\infty;\ \dfrac{1}{4}\right]$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall M>0\ \exists\ \delta=\delta(M)$, что $\forall x:\ 0<\lvert x-x_0\rvert<\delta\Rightarrow\lvert f(x)\rvert$	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-16}{3x^4-14x^2+8}$.	1) $\dfrac{1}{12}$; 2) $\dfrac{3}{2}$; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) $\dfrac{4}{5}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos\frac{x}{2}}{\pi-x}$.	1) 10; 2) 2; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) -3; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2}{x^3}\right)^{\frac{x+1}{2x}}$.	1) 0; 2) $\sqrt{e}$; 3) e^2; 4) $\sqrt{e^3}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-1+\sqrt{1+5x^2}}{x}$.	1) 0; 2) 2; 3) ∞; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x+\sin 2x}{\sin 2x+\sin 3x}$.	1) 0; 2) $\dfrac{3}{5}$; 3) -1; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+3)(\ln x-\ln(x+1))$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{7x-6}{3}\right)=5$.	

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\log_2(x^2-5x+6)$.	1) $[2;\ 3]$; 2) $(-\infty;\ 2)\cup(3;\ \infty)$; 3) $(-\infty;\ \infty)$; 4) $(2;\ 3)$; 5) $(-\infty;\ 2]\cup[3;\ \infty)$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=\arcsin\dfrac{3-x}{2}$.	1) $[-1;1]$; 2) $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$; 3) $[0;1]$; 4) $(-\infty;\ \infty)$; 5) $[0;\ \pi]$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall M>0\ \exists\ \delta=\delta(M)$, что $\forall x:0<\lvert x\rvert<\delta\Rightarrow\lvert f(x)\rvert>M$	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{9}}\dfrac{3\sqrt{x}-1}{9x-1}$.	1) $\dfrac{1}{12}$; 2) $\dfrac{3}{2}$; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) $\dfrac{4}{5}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 6x-1}{6x^2}$.	1) 10; 2) 2; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) -3; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-2}\right)^{x+1}$.	1) 0; 2) $\sqrt{e}$; 3) e^2; 4) $\sqrt{e^3}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{-3+\sqrt{x+4}}{x-5}$.	1) 0; 2) -3; 3) ∞; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{6}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x+\sin 2x}{\sin 2x+\sin 3x}$.	1) 0; 2) $\dfrac{3}{5}$; 3) -1; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)(\ln x-\ln(x+1))$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\left(\dfrac{4x^2-1}{2x-1}\right)=\dfrac{1}{2}$.	

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\log_2(-x^2+5x-6)$.	1) $[2;\ 3]$; 2) $(-\infty;\ 2)\cup(3;\ \infty)$; 3) $(-\infty;\ \infty)$; 4) $(2;\ 3)$; 5) $(-\infty;\ 2]\cup[3;\ \infty)$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=\arccos\dfrac{3-x}{2}$.	1) $[-1;1]$; 2) $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$; 3) $[0;\ 1]$; 4) $(-\infty;\ \infty)$; 5) $[0;\ \pi]$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall\varepsilon>0\ \exists\ \delta=\delta(\varepsilon)$, что $\forall x: 0<\lvert x-x_0\rvert<\delta\Rightarrow\lvert f(x)\rvert<\varepsilon$.	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}$.	1) $\dfrac{1}{12}$; 2) $\dfrac{3}{2}$; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) $-\dfrac{1}{4}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 4x\operatorname{ctg}2x)$.	1) 10; 2) 2; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) -3; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+1}{4x-2}\right)^{2x}$.	1) 0; 2) $\sqrt{e}$; 3) e^2; 4) $\sqrt{e^3}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{-3+\sqrt{x+6}}{x-3}$.	1) 0; 2) -3; 3) ∞; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{6}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 3x-\sin x}{\sin 2x}$.	1) 0; 2) $\dfrac{3}{5}$; 3) -1; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+4)(\ln x-\ln(x+1))$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{2x+1}\right)=\dfrac{1}{3}$.	

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\arccos\frac{3-x}{2}$.	1) $[1;5]$; 2) $(-\infty;1]\cup[5;\infty)$; 3) $(-\infty;\infty)$; 4) $[0;\pi]$; 5) $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=-\frac{3}{x}$.	1) $[-1;1]$; 2) $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; 3) $(-\infty;0)$; 4) $(-\infty;\infty)$; 5) $(0;\infty)$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall M>0\ \exists N,$ что $\forall x: \lvert x\rvert>N \Rightarrow \lvert f(x)\rvert>M$.	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$.	1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}5x}{2x}$.	1) 10; 2) 2; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{5}{2}$; 5) –2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) e^2; 4) $\sqrt{e^3}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$.	1) 0; 2) –3; 3) ∞; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{6}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{4}}\frac{1+\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{ctg}x}$.	1) 0; 2) $\frac{3}{5}$; 3) – 1; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+4)(\ln(x+1)-\ln x)$.	1) – 1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{x}{2x-1}\right)=1$.	

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\arcsin\frac{5-x}{2}$.	1) $[1;\,5]$; 2) $(-\infty;\,3]\cup[7;\,\infty)$; 3) $(-\infty;\,\infty)$; 4) $[3;\,7]$; 5) $[-3;-7]$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=-\frac{3}{x+1}$.	1) $[-1;1]$; 2) $(-\infty;\,0)\cup(0;\,\infty)$; 3) $(-\infty;\,0)$; 4) $(-\infty;\,\infty)$; 5) $(0;\,\infty)$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall\ \varepsilon>0\ \exists\ N$, что $\forall x:\lvert x\rvert>N\ \Rightarrow\ \lvert f(x)\rvert<\varepsilon$.	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$.	1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 2x}{\sin 7x}$.	1) 10; 2) $\frac{2}{7}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) -3; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^x$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\frac{1}{e^3}$; 4) $\sqrt{e^3}$; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to16}\frac{\sqrt{x}-4}{x-16}$.	1) 0; 2) -3; 3) ∞.; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{8}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{1+\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{ctg}x}$.	1) 0; 2) $\frac{3}{5}$; 3) -1; 4) 1; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+3)(\ln(x+1)-\ln x)$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{3x}{2x-1}\right)=3$.	

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt[4]{x^2-6x+8}$.	1) $[1;\ 8]$; 2) $(-\infty;\ 2]\cup[4;\ \infty)$; 3) $(-\infty;\ \infty)$; 4) $[2;\ 4]$; 5) $[-8;\ -1]$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=3^{x-2}$.	1) $[-1;1]$; 2) $(-\infty;\ 0)\cup(0;\ \infty)$; 3) $(-\infty;\ 2)$; 4) $(-\infty;\ \infty)$; 5) $(0;\ \infty)$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall\ \varepsilon>0\ \exists\ N$, что $\forall x: \lvert x\rvert>N \Rightarrow \lvert f(x)-A\rvert<\varepsilon$.	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt[3]{x-7}+2}{x+1}$.	1) $\dfrac{1}{12}$; 2) $\dfrac{3}{2}$; 3) $\dfrac{4}{5}$; 4) $\dfrac{1}{2}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos4x}{x\sin3x}$.	1) 10; 2) $\dfrac{8}{3}$; 3) $\dfrac{1}{2}$; 4) -3; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+1}{3x-2}\right)^{2x}$.	1) $\dfrac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\dfrac{1}{e^3}$; 4) e^2; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-5}{2x+1}$.	1) 0; 2) -3; 3) ∞; 4) $\dfrac{7}{5}$; 5) $\dfrac{1}{8}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos2x}{x^2}$.	1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) 2; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)(\ln(x+1)-\ln x)$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to3}\left(\dfrac{3x}{x-1}\right)=\dfrac{9}{2}$.	

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{x^2-6x+8}{x-1}}$.	1) $[2;\,4]$; 2) $(-\infty;\,1]\cup[4;\,\infty)$; 3) $(1;\,2]\cup[4;\,\infty)$; 4) $[2;\,4]$; 5) $(1;\,2]$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=-3^{x-2}$.	1) $[-1;1]$; 2) $(-\infty;\,0)\cup(0;\,\infty)$; 3) $(-\infty;\,0)$; 4) $(-\infty;\,\infty)$; 5) $(0;\,\infty)$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall\ \varepsilon>0\ \exists\ N$, что $\forall x: \lvert x\rvert>N \Rightarrow \lvert f(x)-2\rvert<\varepsilon$.	1) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=2$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$.	1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{4}{5}$; 4) $-\frac{1}{56}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{x\sin 2x}$.	1) 10; 2) $\frac{8}{3}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) 9; 5) – 2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+1}{3x-2}\right)^{3x}$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) e^3; 3) $\frac{1}{e^3}$; 4) e^2; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-5}{2x+1}$.	1) 0; 2) – 3; 3) ∞; 4) $-\frac{4}{3}$; 5) $\frac{1}{8}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 4x}{x^2}$.	1) 0; 2) 16; 3) – 2; 4) 2; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-5)(\ln(x+1)-\ln x)$.	1) – 1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=\dfrac{3}{2}$.	

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\log_3\frac{x+3}{x-4}$.	1) $[-3;\ 4]$; 2) $(-\infty;\ 3]\cup[4;\ \infty)$; 3) $(-\infty;\ -3]\cup[4;\ \infty)$; 4) $(-\infty;-3)\cup(4;\ \infty)$; 5) $(-3;4]$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=-(x+2)^2+1$.	1) $[-1;1]$; 2) $(-\infty;\ 0)\cup(0;\ \infty)$; 3) $(-\infty;\ 1]$; 4) $(-\infty;\ \infty)$; 5) $[1;\ \infty)$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall\varepsilon>0\,\exists\,\delta=\delta(\varepsilon)$, что $\forall x: 0<\lvert x-2\rvert<\delta\Rightarrow\lvert f(x)\rvert<\varepsilon$.	1) $\lim\limits_{x\to 2}f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=2$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 4}\frac{3-\sqrt{x+5}}{1-\sqrt{5-x}}$.	1) $\frac{1}{12}$; 2) $-\frac{1}{3}$; 3) $\frac{4}{5}$; 4) $-\frac{1}{56}$; 5) ∞.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{\mathrm{tg}2x}$.	1) 3; 2) $\frac{8}{3}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) 9; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x+1}{3x-2}\right)^{\frac{x}{2}}$.	1) $\frac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\frac{1}{e^3}$; 4) e^2; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-5}{2x+1}$.	1) 0; 2) $\frac{1}{2}$; 3) ∞; 4) $-\frac{4}{3}$; 5) $\frac{1}{8}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}^2 3x}{x^2}$.	1) 0; 2) 16; 3) -2; 4) 9; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-5)(\ln(x+2)-\ln x)$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to 4}\left(\frac{x-3}{x-1}\right)=\frac{1}{3}$.	

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите область определения функции $f(x)=\log_4 \dfrac{x+5}{x-4}$.	1) $[-5;\,4]$; 2) $(-\infty;\,-5]\cup[4;\,\infty)$; 3) $(-\infty;\,4]\cup[5;\,\infty)$; 4) $(-\infty;-5)\cup(4;\,\infty)$; 5) $(-5;4]$.
2.	Найдите множество значений функции $f(x)=-(x+2)^2+1$.	1) $[-1;1]$; 2) $(-\infty;\,0)\cup(0;\,\infty)$; 3) $(-\infty;\,1]$; 4) $(-\infty;\,\infty)$; 5) $[1;\,\infty)$.
3.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\forall\,\varepsilon>0\ \exists\,\delta=\delta(\varepsilon)$, что $\forall x:\ 0<\lvert x-2\rvert<\delta \Rightarrow \lvert f(x)-A\rvert<\varepsilon$.	1) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=0$; 2) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$; 3) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=A$; 4) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=2$; 5) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)=2$.
4.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$.	1) $\dfrac{1}{12}$; 2) $-\dfrac{1}{3}$; 3) $\dfrac{3}{2}$; 4) $-\dfrac{1}{56}$; 5) 0.
5.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{1\text{-}\cos 2x}$.	1) 3; 2) $\dfrac{8}{3}$; 3) $\dfrac{1}{4}$; 4) 9; 5) -2.
6.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+1}{3x-2}\right)^{\frac{x}{3}}$.	1) $\dfrac{1}{e^2}$; 2) $\sqrt{e}$; 3) $\sqrt[3]{e}$; 4) e^2; 5) ∞.
7.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-5}{2x^8+1}$.	1) 0; 2) $\dfrac{1}{2}$; 3) ∞; 4) $-\dfrac{4}{3}$; 5) $\dfrac{1}{8}$.
8.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2 5x}{x^2}$.	1) 0; 2) 16; 3) -2; 4) 25; 5) ∞.
9.	Вычислите: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+6)(\ln(x+2)-\ln x)$.	1) -1; 2) 2; 3) 1; 4) $-\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{1}{2}$.
10.	Пользуясь определением предела функции в точке, докажите, что: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x-3}{x-1}\right)=3$.	

ТЕСТ «НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=A, \quad \lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=B,$ $A=B=f(x_0).$	1) x_0 – точка разрыва первого рода; 2) x_0 – точка разрыва второго рода; 3) x_0 – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке x_0; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\begin{cases} x^2, \ x<2; \\ 5, \ x\geq 2. \end{cases}$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\dfrac{2}{x+5}$.	1) $x_0=-5$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=-5$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=-5$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=-5$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=2\sqrt[3]{x^2}$.	1) $2\sqrt[3]{x}$; 2) $\dfrac{4}{3}\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$; 3) $3\sqrt{x}$; 4) $-\dfrac{3}{2\sqrt{x}}$; 5) $\dfrac{2}{3}\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{5^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arctg}^2 x}-5$.	1) $\dfrac{40(\pi-8)}{\pi^3}$; 2) $\dfrac{40(\pi\ln 5-8)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{40(\pi\ln 5+8)}{\pi^3}$; 4) $\dfrac{40(\ln 5-8)}{\pi^3}$; 5) $\dfrac{40(\pi\ln 5-8)}{\pi^2}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^2\operatorname{tg}(3x+1)$.	1) $2x\operatorname{tg}(3x+1)+\dfrac{x^2}{\cos^2(3x+1)}$; 2) $2x\operatorname{tg}(3x+1)-\dfrac{3x^2}{\cos^2(3x+1)}$; 3) $x\operatorname{tg}(3x+1)+\dfrac{3x^2}{\cos^2(3x+1)}$; 4) $2x\operatorname{tg}(3x+1)+\dfrac{3x^2}{\sin^2(3x+1)}$; 5) $2x\operatorname{tg}(3x+1)+\dfrac{3x^2}{\cos^2(3x+1)}$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрически-ми уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x=\cos t; \\ y=t+\sin t. \end{cases}$	1) $-\dfrac{1+\cos t}{\sin t}$; 2) $\dfrac{1+\cos t}{\sin t}$; 3) $-\dfrac{1-\cos t}{\sin t}$; 4) $-\dfrac{\sin t}{1+\cos t}$; 5) $\dfrac{\sin t}{1+\cos t}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^3+y^3=2xy$.	1) $\dfrac{x^2-y}{x-y^2}$; 2) $\dfrac{3x^2-2y}{2x-3y^2}$; 3) $\dfrac{y-x^2}{x-y^2}$; 4) $\dfrac{x^2-2y}{2x-y^2}$; 5) $\dfrac{3x^2-y}{x-3y^2}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\left(x^2+5x+4\right)^3$.	1) $3\left(x^2+5x+4\right)^2 dx$; 2) $3\left(x^2+5x+4\right)^2 2x dx$; 3) $3\left(x^2+5x+4\right)^2 (2x+5)$; 4) $\left(x^2+5x+4\right)^2 dx$; 5) $3\left(x^2+5x+4\right)^2 (2x+5) dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=x^2\ln x$.	1) $2x$; 2) $2\ln x+3$; 3) $2x\ln x$; 4) $2\ln x+2$; 5) $2\ln x$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=A$, $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=B$, $A=B\neq f(x_0)$.	1) x_0 – точка разрыва первого рода; 2) x_0 – точка разрыва второго рода; 3) x_0 – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке x_0; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\begin{cases} x^3, \; x<2; \\ 1, \; x\geq 2. \end{cases}$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\dfrac{2}{x-5}$.	1) $x_0=5$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=5$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=5$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=5$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=2\sqrt[5]{x^6}+4x$.	1) $2\sqrt[5]{x}+4$; 2) $\dfrac{12}{5}\sqrt[5]{x}+4$; 3) $\dfrac{6}{5}\sqrt[5]{x}$; 4) $\dfrac{12}{5}\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}+4$; 5) $\dfrac{6}{5}\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{5^{\sqrt{x}}}{\mathrm{arcctg}^2 x}+5$.	1) $\dfrac{40(\pi-8)}{\pi^3}$; 2) $\dfrac{40(\pi\ln 5-8)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{40(\pi\ln 5+8)}{\pi^3}$; 4) $\dfrac{40(\ln 5-8)}{\pi^3}$; 5) $\dfrac{40(\pi\ln 5-8)}{\pi^2}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^3\mathrm{ctg}(2x+1)$.	1) $x^2\mathrm{ctg}(2x+1)-\dfrac{x^3}{\sin^2(2x+1)}$; 2) $3x^2\mathrm{ctg}(2x+1)+\dfrac{2x^3}{\sin^2(2x+1)}$; 3) $x\mathrm{ctg}(2x+1)+\dfrac{3x^3}{\cos^2(2x+1)}$; 4) $3x^2\mathrm{ctg}(2x+1)-\dfrac{2x^3}{\sin^2(2x+1)}$; 5) $2x\mathrm{tg}(2x+1)+\dfrac{3x^2}{\cos^2(2x+1)}$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x=-\cos t; \\ y=t+\sin t. \end{cases}$	1) $-\dfrac{1+\cos t}{\sin t}$; 2) $\dfrac{1+\cos t}{\sin t}$; 3) $-\dfrac{1-\cos t}{\sin t}$; 4) $-\dfrac{\sin t}{1+\cos t}$; 5) $\dfrac{\sin t}{1+\cos t}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^3+y^3=2y$.	1) $\dfrac{3x^2-2}{3y^2}$; 2) $\dfrac{3x^2-2}{y^2}$; 3) $\dfrac{x^2}{2-y^2}$; 4) $\dfrac{3x^2}{2-3y^2}$; 5) $\dfrac{3x^2-y}{3y^2}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\left(x^2+5x+4\right)^4$.	1) $4\left(x^2+5x+4\right)^3 dx$; 2) $4\left(x^2+5x+4\right)^3 2xdx$; 3) $4\left(x^2+5x+4\right)^3(2x+5)$; 4) $\left(x^2+5x+4\right)^3 dx$; 5) $4\left(x^2+5x+4\right)^3(2x+5)dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=2x\ln x$.	1) $\dfrac{2}{x}$; 2) $2(\ln x+1)$; 3) $2x\ln x$; 4) $\dfrac{1}{x}$; 5) $2\ln x$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x \to x_0 - 0} f(x) = A, \quad \lim\limits_{x \to x_0 + 0} f(x) = B,$ $A = \infty$ или $B = \infty$.	1) x_0 – точка разрыва первого рода; 2) x_0 – точка разрыва второго рода; 3) x_0 – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке x_0; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1, \ x < 2; \\ 6, \ x \geq 2. \end{cases}$	1) $x_0 = 2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0 = 2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0 = 2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0 = 2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x) = \dfrac{8}{2x - 10}$.	1) $x_0 = 5$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0 = 5$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0 = 5$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0 = 5$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt[5]{x^6} - \dfrac{1}{2}$.	1) $\dfrac{3}{5}\sqrt[5]{x}$; 2) $\dfrac{12}{5}\sqrt[5]{x}$; 3) $\dfrac{6}{5}\sqrt[5]{x}$; 4) $\dfrac{12}{5}\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}$; 5) $\dfrac{6}{5}\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0 = 1$: $f(x) = \dfrac{3^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arctg}^2 x} - 3$.	1) $\dfrac{24(\pi - 8)}{\pi^3}$; 2) $\dfrac{24(\pi \ln 3 - 8)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{24(\pi \ln 3 + 8)}{\pi^3}$; 4) $\dfrac{24(\ln 3 - 8)}{\pi^3}$; 5) $\dfrac{24(\pi \ln 3 - 8)}{\pi^2}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x) = 2x^4 \sin(2x + 1)$.	1) $8x^3 \sin(2x+1)$; 2) $4x^4 \cos(2x+1)$; 3) $8x^3 \sin(2x+1) + 2x^4 \cos(2x+1)$; 4) $8x^3 \cos(2x+1)$; 5) $8x^3 \sin(2x+1) + 4x^4 \cos(2x+1)$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x = -\cos(t+1); \\ y = t + \sin(t+1). \end{cases}$	1) $-\dfrac{1 + \cos(t+1)}{\sin(t+1)}$; 2) $\dfrac{1 + \cos t}{\sin t}$; 3) $\dfrac{1 + \cos(t+1)}{\sin(t+1)}$; 4) $-\dfrac{\sin t}{1 + \cos t}$; 5) $\dfrac{\sin(t+1)}{1 + \cos(t+1)}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^3 + y^3 = 2\ln y$.	1) $\dfrac{3x^2 y}{2 - 3y^2}$; 2) $\dfrac{3x^2}{2 - y^2}$; 3) $\dfrac{x^2 y}{2 - y^3}$; 4) $\dfrac{3x^2}{2 - 3y^3}$; 5) $\dfrac{3x^2 y}{2 - 3y^3}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x) = \sqrt{\ln(x+1)}$.	1) $\dfrac{1}{2(x+1)} dx$; 2) $\dfrac{1}{2(x+1)\sqrt{\ln(x+1)}}$; 3) $\dfrac{1}{2\sqrt{\ln(x+1)}} dx$; 4) $\dfrac{1}{2(x+1)\sqrt{\ln(x+1)}}$; 5) $\dfrac{1}{2(x+1)\sqrt{\ln(x+1)}} dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x) = 2x \ln(2x)$.	1) $\dfrac{2}{x}$; 2) $2(\ln(2x)+1)$; 3) $2x\ln(2x)$; 4) $\dfrac{1}{x}$; 5) $2\ln(2x)$.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=A,\quad \lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=B,$ $A\neq B,\ \lvert A\rvert<\infty,\ \lvert B\rvert<\infty.$	1) x_0 – точка разрыва первого рода; 2) x_0 – точка разрыва второго рода; 3) x_0 – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке x_0; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\begin{cases}x^3-1, & x<2;\\ 7, & x\geq 2.\end{cases}$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\dfrac{8}{2x+10}.$	1) $x_0=-5$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=-5$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=-5$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=-5$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=\dfrac{1}{2}\sqrt[5]{x^7}.$	1) $\dfrac{7}{5}\sqrt[5]{x^2}$; 2) $\dfrac{7}{10}\sqrt[5]{x^2}$; 3) $\dfrac{7}{5}\sqrt[5]{x}$; 4) $\dfrac{7}{10}\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$; 5) $\dfrac{5}{14}\dfrac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{3^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arcctg}^2 x}-3.$	1) $\dfrac{24(\pi-8)}{\pi^3}$; 2) $\dfrac{24(\pi\ln 3-8)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{24(\pi\ln 3+8)}{\pi^3}$; 4) $\dfrac{24(\ln 3-8)}{\pi^3}$; 5) $\dfrac{24(\pi\ln 3-8)}{\pi^2}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^5\sin(3x+1).$	1) $5x^4\sin(3x+1)$; 2) $3x^5\cos(3x+1)$; 3) $5x^4\sin(3x+1)+3x^5\cos(3x+1)$; 4) $5x^4\cos(3x+1)$; 5) $5x^4\sin(3x+1)+x^5\cos(3x+1)$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases}x=\cos(2t+1);\\ y=t+\sin(2t+1).\end{cases}$	1) $-\dfrac{1+2\cos(2t+1)}{2\sin(2t+1)}$; 2) $\dfrac{1+2\cos 2t}{2\sin 2t}$; 3) $\dfrac{1+2\cos(2t+1)}{2\sin(2t+1)}$; 4) $-\dfrac{2\sin t}{1+2\cos t}$; 5) $-\dfrac{2\sin(2t+1)}{1+2\cos(2t+1)}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^2+y^2=2\ln y.$	1) $\dfrac{x}{1-y^2}$; 2) $\dfrac{xy}{1-y^2}$; 3) $\dfrac{xy}{1+y^2}$; 4) $\dfrac{x}{1+y^2}$; 5) $\dfrac{xy}{1-y}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\sqrt{\ln(2x+1)}.$	1) $\dfrac{1}{(2x+1)}dx$; 2) $\dfrac{2}{(2x+1)\sqrt{\ln(2x+1)}}dx$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{\ln(2x+1)}}dx$; 4) $\dfrac{1}{(2x+1)\sqrt{\ln(2x+1)}}$; 5) $\dfrac{1}{(2x+1)\sqrt{\ln(2x+1)}}dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=x\ln(2x)$.	1) $\dfrac{2}{x}$; 2) $2(\ln(2x)+1)$; 3) $2x\ln(2x)$; 4) $\dfrac{1}{x}$; 5) $2\ln(2x)$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)=A, \quad \lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)=B,$ A или B не существует.	1) x_0 – точка разрыва первого рода; 2) x_0 – точка разрыва второго рода; 3) x_0 – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке x_0; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\begin{cases} x^2, & x<2; \\ 4, & x\ge 2. \end{cases}$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\dfrac{8}{2x+12}$.	1) $x_0=-6$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=-6$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=-6$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=-6$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=2\sqrt[5]{x^7}$.	1) $\frac{7}{5}\sqrt[5]{x^2}$; 2) $\frac{14}{5}\sqrt[5]{x^2}$; 3) $\frac{7}{5}\sqrt[5]{x}$; 4) $\frac{14}{5}\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$; 5) $\frac{14}{5}\frac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{3^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arctg}^3 x}-8$.	1) $\dfrac{96(\pi-12)}{\pi^4}$; 2) $\dfrac{96(\pi\ln 3-12)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{96(\pi\ln 3+12)}{\pi^4}$; 4) $\dfrac{96(\ln 3-8)}{\pi^4}$; 5) $\dfrac{96(\pi\ln 3-12)}{\pi^4}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^5\cos(3x+1)$.	1) $5x^4\sin(3x+1)$; 2) $-15x^4\sin(3x+1)$; 3) $5x^4\cos(3x+1)-3x^5\sin(3x+1)$; 4) $5x^4\cos(3x+1)$; 5) $5x^4\cos(3x+1)+3x^5\sin(3x+1)$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x=\cos(2t+1); \\ y=\sin(2t+1). \end{cases}$	1) $-\operatorname{ctg}(2t+1)$; 2) $\operatorname{ctg}(2t)$; 3) $\operatorname{ctg}(2t+1)$; 4) $-\operatorname{tg}(2t+1)$; 5) $-2\operatorname{tg}(2t+1)$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^2-y^2=2\ln y$.	1) $\dfrac{x}{1-y^2}$; 2) $\dfrac{xy}{1-y^2}$; 3) $\dfrac{xy}{1+y^2}$; 4) $\dfrac{x}{1+y^2}$; 5) $\dfrac{xy}{1-y}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\sqrt{\ln(3x+1)}$.	1) $\dfrac{1}{(3x+1)}dx$; 2) $\dfrac{3}{2(3x+1)\sqrt{\ln(3x+1)}}dx$; 3) $\dfrac{3}{2\sqrt{\ln(3x+1)}}dx$; 4) $\dfrac{1}{2(3x+1)\sqrt{\ln(3x+1)}}$; 5) $\dfrac{1}{(3x+1)\sqrt{\ln(3x+1)}}dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=x+\ln(2x)$.	1) $-\dfrac{1}{4x^2}$; 2) $1+\dfrac{1}{x}$; 3) $1+\dfrac{1}{2x}$; 4) $-\dfrac{1}{x^2}$; 5) $\dfrac{1}{x}$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to -0} f(x)=A,\quad \lim\limits_{x\to +0} f(x)=B,$ $A\ne B,\ \lvert A\rvert<\infty,\ \lvert B\rvert<\infty.$	1) $x_0=0$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=0$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=0$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=0$; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\begin{cases} x^2-2, & x<2; \\ 2, & x\ge 2. \end{cases}$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x-2}.$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=\dfrac{5}{\sqrt[5]{x^7}}.$	1) $-\dfrac{25}{7}\sqrt[5]{x^{12}}$; 2) $-7\sqrt[5]{x^{12}}$; 3) $7\sqrt[5]{x^{12}}$; 4) $-7\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^{12}}}$; 5) $\dfrac{25}{7}\dfrac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{3^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arcctg}^3 x}-8.$	1) $\dfrac{96(\pi-12)}{\pi^4}$; 2) $\dfrac{96(\pi\ln 3-12)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{96(\pi\ln 3+12)}{\pi^4}$; 4) $\dfrac{96(\ln 3-8)}{\pi^4}$; 5) $\dfrac{96(\pi\ln 3-12)}{\pi^4}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^{\ln x}$.	1) $x^{\ln x-1}\ln x$; 2) $2x^{\ln x-1}\ln x$; 3) $2x^{\ln x}\ln x$; 4) $2x^{\ln x-1}$; 5) $2\ln x$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрически-ми уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x=e^{2t}; \\ y=\cos t. \end{cases}$	1) $\dfrac{\sin t}{2e^{2t}}$; 2) $\dfrac{-\sin t}{e^{2t}}$; 3) $\dfrac{2e^{2t}}{-\sin t}$; 4) $\dfrac{2e^{2t}}{\sin t}$; 5) $\dfrac{-\sin t}{2e^{2t}}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^2+y^2=2e^y$.	1) $\dfrac{x}{y+e^y}$; 2) $\dfrac{x}{y-e^y}$; 3) $\dfrac{x-e^y}{y}$; 4) $\dfrac{e^y-x}{y}$; 5) $\dfrac{x}{-y+e^y}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\sqrt{\ln(2x-1)}$.	1) $\dfrac{1}{(2x-1)}dx$; 2) $\dfrac{1}{(2x-1)\sqrt{\ln(2x-1)}}$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{\ln(2x-1)}}dx$; 4) $\dfrac{1}{2(2x-1)\sqrt{\ln(2x-1)}}$; 5) $\dfrac{1}{(2x-1)\sqrt{\ln(2x-1)}}dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=2x-\ln(2x)$.	1) $\dfrac{1}{4x^2}$; 2) $1-\dfrac{1}{x}$; 3) $1-\dfrac{1}{2x}$; 4) $\dfrac{1}{x^2}$; 5) $-\dfrac{1}{x}$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to -0} f(x)=A,\quad \lim\limits_{x\to +0} f(x)=B,$ A или B не существует.	1) $x_0=0$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=0$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=0$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=0$; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\begin{cases} x^2-2, & x<2; \\ 4, & x\ge 2. \end{cases}$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x+2}.$	1) $x_0=-2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=-2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=-2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=-2$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=5\sqrt[5]{x^7}$.	1) $\dfrac{25}{7}\sqrt[5]{x^2}$; 2) $7\sqrt[5]{x^2}$; 3) $7\sqrt[5]{x}$; 4) $7\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$; 5) $\dfrac{25}{7}\dfrac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{3^{x^2}}{\operatorname{arcctg}^3 x}-8$.	1) $\dfrac{384(\pi\ln 3+1)}{\pi^4}$; 2) $\dfrac{384(\pi\ln 3-1)}{\pi^4}$; 3) $\dfrac{384(\pi+1)}{\pi^4}$; 4) $\dfrac{16(\pi\ln 3+1)}{\pi^4}$; 5) $\dfrac{384(\pi\ln 3+1)}{\pi^3}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^6\cos(3x+1)$.	1) $6x^5\sin(3x+1)$; 2) $-18x^5\sin(3x+1)$; 3) $6x^5\cos(3x+1)-3x^6\sin(3x+1)$; 4) $6x^5\cos(3x+1)$; 5) $6x^5\cos(3x+1)+3x^6\sin(3x+1)$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x=\sin(2t+1); \\ y=\cos(2t+1). \end{cases}$	1) $-\operatorname{ctg}(2t+1)$; 2) $\operatorname{ctg}(2t)$; 3) $\operatorname{ctg}(2t+1)$; 4) $-\operatorname{tg}(2t+1)$; 5) $-2\operatorname{tg}(2t+1)$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^2-y^2=2e^y$.	1) $\dfrac{x}{y+e^y}$; 2) $\dfrac{x}{y-e^y}$; 3) $\dfrac{x-e^y}{y}$; 4) $\dfrac{e^y-x}{y}$; 5) $\dfrac{x}{-y+e^y}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\sqrt{\ln(3x-1)}$.	1) $\dfrac{1}{(3x-1)}dx$; 2) $\dfrac{3}{2(3x-1)\sqrt{\ln(3x-1)}}dx$; 3) $\dfrac{3}{2\sqrt{\ln(3x-1)}}dx$; 4) $\dfrac{1}{2(3x-1)\sqrt{\ln(3x-1)}}$; 5) $\dfrac{1}{(3x-1)\sqrt{\ln(3x-1)}}dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=x-\ln(2x)$.	1) $\dfrac{1}{4x^2}$; 2) $1-\dfrac{1}{x}$; 3) $1-\dfrac{1}{2x}$; 4) $\dfrac{1}{x^2}$; 5) $-\dfrac{1}{x}$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to -0} f(x)=A,\quad \lim\limits_{x\to +0} f(x)=B,$ $A=B=f(x_0)$.	1) $x_0=0$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=0$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=0$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=0$; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\dfrac{\lvert x-2\rvert}{x-2}$	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\operatorname{arcctg}\dfrac{1}{x+2}$.	1) $x_0=-2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=-2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=-2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=-2$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt[3]{x^7}}+200$.	1) $\dfrac{9}{7}\sqrt[3]{x^{10}}$; 2) $7\sqrt[3]{x^{10}}$; 3) $-7x^3\cdot\sqrt[3]{x}$; 4) $-7\dfrac{1}{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}$; 5) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^{10}}}+200$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{3^{x^2}}{\operatorname{arctg}^3 x}-8$.	1) $\dfrac{384(\pi\ln 3+1)}{\pi^4}$; 2) $\dfrac{384(\pi\ln 3-1)}{\pi^4}$; 3) $\dfrac{384(\pi+1)}{\pi^4}$; 4) $\dfrac{16(\pi\ln 3+1)}{\pi^4}$; 5) $\dfrac{384(\pi\ln 3+1)}{\pi^3}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^6\cdot e^{\cos x}$.	1) $x^5\cdot e^{\cos x}(6+x\sin x)$; 2) $6x^5\cdot e^{\cos x}\sin x$; 3) $x^5\cdot e^{\cos x}(6-\sin x)$; 4) $x^5\cdot e^{\cos x}(6-x\sin x)$; 5) $x^5\cdot e^{\cos x}(6-x\cos x)$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x=e^{2t}; \\ y=\sin t. \end{cases}$	1) $\dfrac{\cos t}{2e^{2t}}$; 2) $\dfrac{-\cos t}{e^{2t}}$; 3) $\dfrac{2e^{2t}}{-\cos t}$; 4) $\dfrac{2e^{2t}}{\cos t}$; 5) $\dfrac{-\cos t}{2e^{2t}}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^3-y^3=3e^y$.	1) $\dfrac{x^2}{y^2+e^y}$; 2) $\dfrac{x^2}{y^2-e^y}$; 3) $\dfrac{x^2-e^y}{y^2}$; 4) $\dfrac{e^y-x^2}{y^2}$; 5) $\dfrac{x^2}{-y^2+e^y}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\sqrt{\ln(3x)}$.	1) $\dfrac{1}{3x}dx$; 2) $\dfrac{1}{2x\sqrt{\ln(3x)}}dx$; 3) $\dfrac{3}{2\sqrt{\ln(3x)}}dx$; 4) $\dfrac{1}{6x\sqrt{\ln(3x)}}$; 5) $\dfrac{1}{3x\sqrt{\ln(3x)}}dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=5x-\ln(2x)$.	1) $\dfrac{1}{4x^2}$; 2) $1-\dfrac{1}{x}$; 3) $1-\dfrac{1}{2x}$; 4) $\dfrac{1}{x^2}$; 5) $-\dfrac{1}{x}$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to-0} f(x)=A,\quad \lim\limits_{x\to+0} f(x)=B,$ $A=B\neq f(x_0)$.	1) $x_0=0$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=0$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=0$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=0$; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\dfrac{\lvert x+2\rvert}{x+2}$	1) $x_0=-2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=-2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=-2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=-2$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=e^{\frac{1}{x-2}}$.	1) $x_0=2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=2$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=\dfrac{4}{\sqrt[4]{x^7}}$.	1) $\dfrac{16}{7}\sqrt[4]{x^{11}}$; 2) $7\sqrt[4]{x^{11}}$; 3) $-7\sqrt[4]{x^{11}}$; 4) $-7\dfrac{1}{\sqrt[4]{x^{11}}}$; 5) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{x^{11}}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{4^{x^2}}{\operatorname{arctg}^2 x}+18$.	1) $\dfrac{128(\pi\ln 4-2)}{\pi^4}$; 2) $\dfrac{128(\pi-2)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{128(\ln 4-2)}{\pi^3}$; 4) $\dfrac{128(\pi\ln 4+2)}{\pi^3}$; 5) $\dfrac{128(\pi\ln 4-2)}{\pi^3}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=x^6\cdot e^{\sin x}$.	1) $x^5\cdot e^{\sin x}(6+x\cos x)$; 2) $6x^5\cdot e^{\sin x}\cos x$; 3) $x^5\cdot e^{\sin x}(6-\cos x)$; 4) $x^5\cdot e^{\sin x}(6-x\cos x)$; 5) $x^5\cdot e^{\sin x}(6-x\sin x)$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases} x=e^{2t}; \\ y=\sin 2t. \end{cases}$	1) $\dfrac{\cos 2t}{e^{2t}}$; 2) $\dfrac{-\cos 2t}{e^{2t}}$; 3) $\dfrac{e^{2t}}{-\cos 2t}$; 4) $\dfrac{e^{2t}}{\cos 2t}$; 5) $\dfrac{-2\cos 2t}{e^{2t}}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^3+y^3=3e^y$.	1) $\dfrac{x^2}{y^2+e^y}$; 2) $\dfrac{x^2}{y^2-e^y}$; 3) $\dfrac{x^2-e^y}{y^2}$; 4) $\dfrac{e^y-x^2}{y^2}$; 5) $\dfrac{x^2}{-y^2+e^y}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\sqrt{\ln(4x)}$.	1) $\dfrac{1}{4x}dx$; 2) $\dfrac{1}{2x\sqrt{\ln(4x)}}dx$; 3) $\dfrac{4}{\sqrt{\ln(4x)}}dx$; 4) $\dfrac{1}{8x\sqrt{\ln(4x)}}$; 5) $\dfrac{1}{4x\sqrt{\ln(4x)}}dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=5x+\ln(2x)$.	1) $-\dfrac{1}{4x^2}$; 2) $1+\dfrac{1}{x}$; 3) $1+\dfrac{1}{2x}$; 4) $-\dfrac{1}{x^2}$; 5) $\dfrac{1}{x}$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Что означает следующее высказывание для функции $f(x)$: $\lim\limits_{x\to -0} f(x)=A,\ \lim\limits_{x\to +0} f(x)=B,$ $A\neq B,\ \lvert A\rvert<\infty,\ \lvert B\rvert<\infty.$	1) $x_0=0$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=0$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=0$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=0$; 5) ни одно утверждение не верно.
2.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=\dfrac{\lvert x-3\rvert}{x-3}$	1) $x_0=3$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=3$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=3$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=3$; 5) ни одно утверждение не верно.
3.	Выяснить характер точки разрыва функции: $f(x)=e^{\frac{1}{x+2}}$.	1) $x_0=-2$ – точка разрыва первого рода; 2) $x_0=-2$ – точка разрыва второго рода; 3) $x_0=-2$ – точка устранимого разрыва; 4) $f(x)$ – непрерывная функция в точке $x_0=-2$; 5) ни одно утверждение не верно.
4.	Найдите производную функции: $f(x)=\dfrac{6}{\sqrt[6]{x^7}}-10$.	1) $-\dfrac{36}{7}x^2\cdot\sqrt[6]{x}$; 2) $-7x^2\cdot\sqrt[6]{x}$; 3) $7\sqrt[6]{x^{13}}$; 4) $-7\dfrac{1}{x^2\cdot\sqrt[6]{x}}$; 5) $7\dfrac{1}{\sqrt[6]{x}}$.
5.	Найдите производную функции в точке $x_0=1$: $f(x)=\dfrac{4^{x^2}}{\operatorname{arcctg}^2 x}-18$.	1) $\dfrac{128(\pi\ln 4-2)}{\pi^4}$; 2) $\dfrac{128(\pi-2)}{\pi^3}$; 3) $\dfrac{128(\ln 4-2)}{\pi^3}$; 4) $\dfrac{128(\pi\ln 4+2)}{\pi^3}$; 5) $\dfrac{128(\pi\ln 4-2)}{\pi^3}$.
6.	Найдите производную функции: $f(x)=(2x)^{\ln(2x)}$.	1) $\dfrac{x^{\ln(2x)}\ln(2x)}{x}$; 2) $\dfrac{(2x)^{\ln(2x)}\ln(2x)}{x}$; 3) $\dfrac{2\ln(2x)}{x}$; 4) $\dfrac{2(2x)^{\ln(2x)}\ln(2x)}{x}$; 5) $\dfrac{2(2x)^{\ln(2x)}}{x}$.
7.	Функция $y(x)$ задана параметрическими уравнениями, найдите производную y'_x: $\begin{cases}x=e^{2t}-2;\\ y=\cos t.\end{cases}$	1) $\dfrac{\sin t}{2e^{2t}}$; 2) $\dfrac{-\sin t}{e^{2t}}$; 3) $\dfrac{2e^{2t}}{-\sin t}$; 4) $\dfrac{2e^{2t}}{\sin t}$; 5) $\dfrac{-\sin t}{2e^{2t}}$.
8.	Функция $y(x)$ задана неявно, найдите производную y'_x: $x^4+y^4=4e^y$.	1) $\dfrac{x^3}{-y^3+e^y}$; 2) $\dfrac{x^3}{y^3-e^y}$; 3) $\dfrac{x^3-e^y}{y^3}$; 4) $\dfrac{e^y-x^3}{y^3}$; 5) $\dfrac{x^3}{y^3+e^y}$.
9.	Найдите дифференциал функции: $f(x)=\sqrt{\ln(2x-1)+5}$.	1) $\dfrac{1}{(2x-1)}dx$; 2) $\dfrac{1}{(2x-1)\sqrt{\ln(2x-1)+5}}$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{\ln(2x-1)+5}}dx$; 4) $\dfrac{1}{2(2x-1)\sqrt{\ln(2x-1)+5}}$; 5) $1/\left((2x-1)\sqrt{\ln(2x-1)+5}\right)dx$.
10.	Найдите $f''(x)$: $f(x)=-10x-\ln(2x)$.	1) $\dfrac{1}{4x^2}$; 2) $1-\dfrac{1}{x}$; 3) $1-\dfrac{1}{2x}$; 4) $\dfrac{1}{x^2}$; 5) $-\dfrac{1}{x}$.

ТЕСТ «ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $f(x)=\mathrm{tg}x$ в точке пересечения с прямой $x=\frac{\pi}{4}$.	1) $y=2-x$; 2) $y=x+2-\frac{\pi}{2}$; 3) $y=2x+1-\frac{\pi}{2}$; 4) $y=-\frac{x}{2}$; 5) $y=x-1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2^x-1}{\ln(1+2x)}$.	1) 0; 2) –2; 3) ∞; 4) $-2\ln 2$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\mathrm{tg}x}$.	1) 0; 2) 1; 3) ∞; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Найдите в момент времени $t_0=2$ абсолютные величины скорости и ускорения точки, движущейся по закону $s(t)=3t+t^3$.	1) $\sqrt{29}$, 2; 2) 1, 2; 3) 1, 0; 4) 15, 12; 5) 0, 0.
5.	Функция $f(x)=\ln x+\frac{1}{x}-5$.	1) убывает на интервале $(0;\,1)$, возрастает на интервале $(1;+\infty)$; 2) убывает на интервале $(-4;-2)\cup(-2;0)$, возрастает на интервале $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;\,0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-1;0)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;-1)$.
6.	Функция $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x=2\ln 3$; 3) имеет максимум в точке $x=2$; 4) имеет минимум в точке $x=-1$ и максимум в точке $x=1$; 5) имеет минимум в точках $x=\pm 2$ и максимум в точке $x=0$.
7.	Функция $y(x)=x^4-6x^2+5$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;\,0)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;\,0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y=2^{\frac{1}{x+1}}$.	1) $x=-2$; 2) $y=0$; 3) $x=-1$, $y=x-2$; 4) $x=-1$, $y=1$; 5) $x=-1$, $y=2x-2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x+\sqrt{x}$ на отрезке $[0;4]$.	1) $y_{наиб.}=6$, $y_{наим.}=0$; 2) $y_{наиб.}=2$, $y_{наим.}=0$; 3) $y_{наиб.}=-1$, $y_{наим.}=-\frac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.}=2$, $y_{наим.}=-\frac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.}=3$, $y_{наим.}=-13$.
10.	Найдите стороны прямоугольника наибольшей площади, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$, стороны которого параллельны осям координат.	1) $\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$; 3) $4\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$; 4) $4\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$; 5) $4\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $x+y+\sin y=0$ в точке $(0;\ 0)$.	1) $y=2-x$; 2) $y=x+2-\frac{\pi}{2}$; 3) $y=2x+1-\frac{\pi}{2}$; 4) $y=-\frac{x}{2}$; 5) $y=x-1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln(\sin x)}$.	1) 0; 2) –2; 3) ∞; 4) $-2\ln 2$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos x)^{\mathrm{ctg}x}$.	1) 0; 2) 1; 3) ∞; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Найдите в момент времени $t_0=0$ абсолютные величины скорости и ускорения точки, движущейся по закону $s(t)=te^{-t}$.	1) $\sqrt{29},\ 2$; 2) 1, 0; 3) 1, 2; 4) 15, 12; 5) 0, 0.
5.	Функция $f(x)=\frac{x^2}{x+2}+1$.	1) убывает на интервале $(0;\ 1)$, возрастает на интервале $(1;+\infty)$; 2) убывает на интервале $(-4;-2)\cup(-2;0)$, возрастает на интервале $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;\ 0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-1;0)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;-1)$.
6.	Функция $f(x)=2x+\mathrm{arctg}x$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x=2\ln 3$; 3) имеет максимум в точке $x=2$; 4) имеет минимум в точке $x=-1$ и максимум в точке $x=1$; 5) имеет минимум в точках $x=\pm 2$ и максимум в точке $x=0$.
7.	Функция $y(x)=2x^2+\ln x$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;\ 0)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;\ 0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y=\frac{2x^2}{x+1}$.	1) $x=-2$; 2) $y=0$; 3) $x=-1,\ y=x-2$; 4) $x=-1,\ y=1$; 5) $x=-1,\ y=2x-2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ на отрезке $[-2,2]$.	1) $y_{наиб.}=6,\ y_{наим.}=0$; 2) $y_{наиб.}=2,\ y_{наим.}=0$; 3) $y_{наиб.}=-1,\ y_{наим.}=-\frac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.}=2,\ y_{наим.}=-\frac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.}=3,\ y_{наим.}=-13$.
10.	Найдите наименьшее значение суммы двух положительных чисел, произведение которых равно a.	1) a^2; 2) $2\sqrt{a}$; 3) $\frac{a^2}{16}$; 4) $\frac{\sqrt{a}}{2}$; 5) $\frac{a^2}{8}$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ в точке $t = \dfrac{\pi}{2}$.	1) $y = 2 - x$; 2) $y = x + 2 - \dfrac{\pi}{2}$; 3) $y = 2x + 1 - \dfrac{\pi}{2}$; 4) $y = -\dfrac{x}{2}$; 5) $y = x - 1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(1+x^2)}{\ln(\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}x)}$.	1) -2; 2) 0; 3) ∞; 4) $-2\ln 2$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x \to 0} (1/x)^x$.	1) 0; 2) 1; 3) ∞; 4) $\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{\pi}{2}$.
4.	Найдите в момент времени $t_0 = 1$ абсолютные величины скорости и ускорения точки, движущейся по закону: $x = 5t, y = t^2$..	1) $\dfrac{2}{5}, \dfrac{2}{25}$; 2) 1, 2; 3) 1, 0; 4) 15, 12; 5) 0, 0.
5.	Функция $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{x}$.	1) убывает на интервале $(0;1)$,возрастает на интервале $(1;+\infty)$; 2) убывает на интервале $(-4;-2)\cup(-2;0)$, возрастает на интервале $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-1;0)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;-1)$.
6.	Функция $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - 2x^2 + 3$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x = 2\ln 3$; 3) имеет максимум в точке $x = 2$; 4) имеет минимум в точке $x = -1$ и максимум в точке $x = 1$; 5) имеет минимум в точках $x = \pm 2$ и максимум в точке $x = 0$.
7.	Функция $y(x) = e^{\frac{1}{x}}$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;0)$; 4) вогнута на интервале $(-0,5;0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$; 5) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y = x^3 / (x+1)^2$.	1) $x = -2$; 2) $y = 0$; 3) $x = -1, y = x - 2$; 4) $x = -1, y = 1$; 5) $x = -1,\ y = 2x - 2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ на отрезке $[-0,5;0,5]$.	1) $y_{наиб.} = 6,\ y_{наим.} = 0$; 2) $y_{наиб.} = 2,\ y_{наим.} = 0$; 3) $y_{наиб.} = -1, y_{наим.} = -\dfrac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.} = 2, y_{наим.} = -\dfrac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.} = 3,\ y_{наим.} = -13$.
10.	В параболу, заданную уравнением $y = 3 - x^2$, вписать прямоугольник наибольшей площади так, чтобы одна его сторона лежала на оси Оx, а две другие вершины на параболе.	1) квадрат со стороной 2; 2) прямоугольник со сторонами 1 и 2; 3) квадрат со стороной 3; 4) ромб со стороной 2; 5) параллелограмм со сторонами 1 и 2.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $x^4+y^4=2xy$ в точке $(1;1)$.	1) $y=2-x$; 2) $y=x+2-\frac{\pi}{2}$; 3) $y=2x+1-\frac{\pi}{2}$; 4) $y=-\frac{x}{2}$; 5) $y=x-1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+2x^2)}{\ln(\pi-2\,\mathrm{arctg}x)}$.	1) 0; 2) –4; 3) ∞; 4) $-2\ln2$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{x-1}\right)^x$.	1) 0; 2) $\frac{1}{2}$; 3) ∞; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Найдите в момент времени $t_0=0$ абсолютные величины скорости и ускорения точки, движущейся по закону $e^s-st-1=0$, где $s=s(t)$.	1) $\sqrt{29},\ 2$; 2) 1, 2; 3) 1, 0; 4) 15, 12; 5) 0, 0.
5.	Функция $f(x)=\frac{e^{-x}}{2x}$.	1) убывает на интервале $(0;1)$; 2) убывает на интервале $(-4;-2)\cup(-2;0)$, возрастает на интервале $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-1;0)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;-1)$.
6.	Функция $f(x)=x^{\frac{2}{x}}$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x=2\ln3$; 3) имеет максимум в точке $x=e$; 4) имеет минимум в точке $x=-1$ и максимум в точке $x=1$; 5) имеет минимум в точках $x=\pm2$ и максимум в точке $x=0$.
7.	Функция $y(x)=\mathrm{arctg}x+2x$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;0)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y=xe^{-x}$.	1) $x=-2$; 2) $y=0$; 3) $x=-1,\ y=x-2$; 4) $x=-1,\ y=1$; 5) $x=-1,\ y=2x-2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2+3$ на отрезке $[-2;2]$.	1) $y_{наиб.}=6,\ y_{наим.}=0$; 2) $y_{наиб.}=2,\ y_{наим.}=0$; 3) $y_{наиб.}=-1,\ y_{наим.}=-\frac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.}=2,\ y_{наим.}=-\frac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.}=3,\ y_{наим.}=-13$.
10.	Из круглого стержня диаметром d необходимо вырезать балку прямоугольной формы с основанием a и высотой h. При каких значениях a и h прочность балки будет наибольшей, если известно, что прочность балки пропорциональна ah^2.	1) $a=\frac{d}{\sqrt3},\ h=\frac{d\sqrt2}{\sqrt3}$; 2) $a=\frac{2d}{\sqrt3},\ h=\frac{d\sqrt2}{\sqrt3}$; 3) $a=\frac{2d}{\sqrt3},\ h=\frac{d}{\sqrt3}$; 4) $a=\frac{d}{\sqrt3},\ h=\frac{d\sqrt2}{\sqrt3}$; 5) $a=\frac{d}{\sqrt3},\ h=d\sqrt3$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $x = e^y$ в точке пересечения с прямой $y = 0$.	1) $y = 2 - x$; 2) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$; 3) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$; 4) $y = -\frac{x}{2}$; 5) $y = x - 1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x \to 2\pi} \frac{2^{\sin^2 x} - 1}{\ln(\cos x)}$.	1) 0; 2) −2; 3) ∞; 4) $-2\ln 2$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x \to -1} \left(\frac{1}{x+1}\right)^x$.	1) 0; 2) 1; 3) ∞; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Количество электричества протекающее через проводник, начиная с момента $t = 0$ определяется формулой $Q = 2t^2 + 3t + 1$. Найти силу тока в конце пятой секунды.	1) 23; 2) 24; 3) 20; 4) 22; 5) 25.
5.	Функция $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$.	1) убывает на интервале $(0;\ 1)$, возрастает на интервале $(1; +\infty)$; 2) убывает на интервале $(0;\ 2) \cup (2;\ 4)$, возрастает на интервале $(-\infty;\ 0) \cup (4;\ \infty)$; 3) возрастает на интервале $(1; \infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;\ 0) \cup (0; \infty)$; 5) убывает на интервале $(-1; 0) \cup (0; \infty)$, возрастает на интервале $(-\infty; -1)$.
6.	Функция $f(x) = x^{\frac{3}{x}}$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x = 2\ln 3$; 3) имеет максимум в точке $x = e$; 4) имеет минимум в точке $x = -1$ и максимум в точке $x = 1$; 5) имеет минимум в точках $x = \pm 2$ и максимум в точке $x = 0$.
7.	Функция $y(x) = \ln 2x + 2x^2$.	1) вогнута на интервале $(-\infty; -0,5) \cup (0,5; \infty)$, выпукла на интервале $(-0,5; 0) \cup (0; 0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty; 0)$, выпукла на интервале $(0; \infty)$; 3) вогнута на интервале $(0; \infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;\ 0)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$, выпукла на интервале $(-1; 1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;\ 0) \cup (0; \infty)$, выпукла на интервале $(-\infty; -0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y = \ln(x+2)$.	1) $x = -2$; 2) $y = 0$; 3) $x = -1,\ y = x - 2$; 4) $x = -1,\ y = 1$; 5) $x = -1,\ y = 2x - 2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3/3 - 2x^2 + 2$ на отрезке $[-1;\ 2]$.	1) $y_{наиб.} = 6,\ y_{наим.} = 0$; 2) $y_{наиб.} = 2,\ y_{наим.} = 0$; 3) $y_{наиб.} = -1,\ y_{наим.} = -\frac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.} = 5,\ y_{наим.} = -4$; 5) $y_{наиб.} = 3,\ y_{наим.} = -13$.
10.	Найти наибольшую площадь треугольника, у которого сумма основания и высоты равна a.	1) a^2; 2) $2\sqrt{a}$; 3) $\frac{a^2}{16}$; 4) $\frac{\sqrt{a}}{2}$; 5) $\frac{a^2}{8}$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $x = 2e^y$ в точке пересечения с прямой $y = 0$.	1) $y = 2 - x$; 2) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$; 3) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$; 4) $y = -\frac{x}{2}$; 5) $y = \frac{1}{2}x - 1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3^x - 1}{\ln(1+3x)}$.	1) 0; 2) –2; 3) ∞; 4) $-2\ln 2$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to 2} (x-1)^{1/(x-2)}$.	1) 0; 2) 1; 3) e; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Точка движется по закону $x(t) = \frac{t^3}{6} - t^2 + 3t$. В какой момент времени ее ускорение равно нулю.	1) 2; 2) 3; 3) 0; 4) 5; 5) 6.
5.	Функция $f(x) = \frac{1}{x} + 4x$.	1) убывает на интервале $(0;\,1)$, возрастает на интервале $(1;+\infty)$; 2) убывает на интервале $\left(-\frac{1}{2};\,0\right) \cup \left(0;\frac{1}{2}\right)$, возрастает на интервале $\left(-\infty;\,-\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2};\,\infty\right)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;\,0) \cup (0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-1;0) \cup (0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;-1)$.
6.	Функция $f(x) = 5 + 4x - x^2$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x = 2\ln 3$; 3) имеет максимум в точке $x = 2$; 4) имеет минимум в точке $x = -1$ и максимум в точке $x = 1$; 5) имеет минимум в точках $x = \pm 2$ и максимум в точке $x = 0$.
7.	Функция $y(x) = e^{\frac{2}{x}}$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5) \cup (0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0) \cup (0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;\,0)$; 4) вогнута на интервале $(-1;\,0) \cup (0;\,\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;\,-1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;\,0) \cup (0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y = \frac{3x^2}{x-1}$.	1) $x = -2$; 2) $y = 0$; 3) $x = -1$, $y = x - 2$; 4) $x = -1$, $y = 1$; 5) $x = 1$, $y = 3x - 3$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3/3 + 2x^2 + 6$ на отрезке $[-1;\,2]$.	1) $y_{наиб.} = 6$, $y_{наим.} = 0$; 2) $y_{наиб.} = 2$, $y_{наим.} = 0$; 3) $y_{наиб.} = \frac{50}{3}$, $y_{наим.} = 6$; 4) $y_{наиб.} = 2$, $y_{наим.} = -\frac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.} = 3$, $y_{наим.} = -13$.
10.	Найти наибольшую площадь прямоугольника с периметром a.	1) a^2; 2) $\frac{a^2}{16}$; 3) $2\sqrt{a}$; 4) $\frac{\sqrt{a}}{2}$; 5) $\frac{a^2}{8}$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $f(x)=\mathrm{ctg}x$ в точке пересечения с прямой $x=\frac{\pi}{4}$.	1) $y=2-x$; 2) $y=x+2-\frac{\pi}{2}$; 3) $y=2x+1-\frac{\pi}{2}$; 4) $y=-\frac{x}{2}$; 5) $y=x-1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2^{\sin^2 x}-1}{\ln(\cos x)}$.	1) 0; 2) –2; 3) ∞; 4) $-2\ln 2$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to 0}\left(\ln(x+1)\right)^{1/x}$.	1) 0; 2) 1; 3) ∞; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Точка движется по закону $\vec{r}(t)=(t-\sin t)\vec{i}+(1-\cos t)\vec{j}$. Чему равно абсолютное значение ускорения в момент времени $t=\pi$	1) 2; 2) 4; 3) 0; 4) 0,25; 5) 6.
5.	Функция $f(x)=\frac{e^{-2x}}{x}$.	1) убывает на интервале $(0;1)$, возрастает на интервале $(1;+\infty)$; 2) убывает на интервале $(-4;-2)\cup(-2;0)$, возрастает на интервале $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-1;0)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;-1)$.
6.	Функция $f(x)=\frac{x^2}{1-x^2}$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x=0$; 3) имеет максимум в точке $x=2$; 4) имеет минимум в точке $x=-1$ и максимум в точке $x=1$; 5) имеет минимум в точках $x=\pm 2$ и максимум в точке $x=0$.
7.	Функция $y(x)=2x^2-\ln 3x$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;0)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y=3^{\frac{1}{x-1}}$.	1) $x=-2$; 2) $y=0$; 3) $x=-1$, $y=x-2$; 4) $x=1$, $y=1$; 5) $x=-1$, $y=2x-2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-5x^2+3$ на отрезке $[-2;2]$.	1) $y_{наиб.}=6$, $y_{наим.}=0$; 2) $y_{наиб.}=2$, $y_{наим.}=0$; 3) $y_{наиб.}=-1$, $y_{наим.}=-\frac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.}=2$, $y_{наим.}=-\frac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.}=3$, $y_{наим.}=-\frac{13}{4}$.
10.	Найти наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в полукруг радиуса a.	1) a^2; 2) $2\sqrt{a}$; 3) $\frac{a^2}{16}$; 4) $\frac{\sqrt{a}}{2}$; 5) $\frac{a^2}{8}$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $f(x)=\operatorname{tg}2x-2$ в точке пересечения с прямой $x=\pi$.	1) $y=2-x$; 2) $y=x+2-\frac{\pi}{2}$; 3) $y=2x+1-\frac{\pi}{2}$; 4) $y=-\frac{x}{2}$; 5) $y=2x-2\pi-2$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{4^{x-1}-1}{\ln(2-x)}$.	1) 0; 2) –2; 3) ∞; 4) $-4\ln 4$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}\right)^{2x-4}$.	1) 1; 2) 0; 3) ∞; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Найдите в момент времени $t_0=2$ абсолютные величины скорости и ускорения точки, движущейся по закону $s(t)=4t-t^3$.	1) $\sqrt{29},\ 2$; 2) 1, 2; 3) 1, 0; 4) 15, 12; 5) 0, 0.
5.	Функция $f(x)=\frac{e^{-2x}}{x}-4$.	1) убывает на интервале $(0;1)$; 2) убывает на интервале $(-4;-2)\cup(-2;0)$, возрастает на интервале $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $\left(-\frac{1}{2};0\right)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.
6.	Функция $f(x)=(x+2)\ln(x+2)$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x=(1-2e)e^{-1}$; 3) имеет максимум в точке $x=2$; 4) имеет минимум в точке $x=-1$ и максимум в точке $x=1$; 5) имеет минимум в точках $x=\pm 2$ и максимум в точке $x=0$.
7.	Функция $f(x)=\frac{x^2}{1-x}$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;1)$, выпукла на интервале $(1;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;0)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y=4^{\frac{1}{x+1}}$.	1) $x=-2$; 2) $y=0$; 3) $x=-1,\ y=x-2$; 4) $x=-1,\ y=1$; 5) $x=-1,\ y=2x-2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x-\sqrt{x}$ на отрезке $[0;9]$.	1) $y_{наиб.}=6,\ y_{наим.}=0$; 2) $y_{наиб.}=2,\ y_{наим.}=0$; 3) $y_{наиб.}=6,\ y_{наим.}=-\frac{1}{4}$; 4) $y_{наиб.}=2,\ y_{наим.}=-\frac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.}=3,\ y_{наим.}=-13$.
10.	Найти наименьшее значение полупериметра прямоугольника, площадь которого равна a.	1) a^2; 2) $2\sqrt{a}$; 3) $\frac{a^2}{16}$; 4) $\frac{\sqrt{a}}{2}$; 5) $\frac{a^2}{8}$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $x-2y+\sin y=0$ в точке $(0;\,0)$.	1) $y=x$; 2) $y=x+2-\frac{\pi}{2}$; 3) $y=2x+1-\frac{\pi}{2}$; 4) $y=-\frac{x}{2}$; 5) $y=x-1$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to1}\frac{4^x-4}{\ln(2-x)}$.	1) 0; 2) –2; 3) ∞; 4) $-4\ln 4$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to0}\left(1+\sin^2 x\right)^{\frac{1}{x}}$.	1) 0; 2) 1; 3) ∞; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{\pi}{2}$.
4.	Найдите в момент времени $t_0=0$ абсолютные величины скорости и ускорения точки, движущейся по закону $s(t)=te^{-2t}$.	1) $\sqrt{29},\ 2$; 2) 1, 2; 3) 1, 0; 4) 15, 12; 5) 0, 0.
5.	Функция $f(x)=\frac{e^{-2x}}{2x}+3$.	1) убывает на интервале $(0;\,1)$; 2) убывает на интервале $(-4;-2)\cup(-2;0)$, возрастает на интервале $(-\infty;-4)\cup(0;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;\,0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-0,5;\,0)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;\,-0,5)$.
6.	Функция $f(x)=(x-2)\ln(x-2)$.	1) не имеет экстремумов; 2) имеет минимум в точке $x=(2e+1)e^{-1}$; 3) имеет максимум в точке $x=2$; 4) имеет минимум в точке $x=-1$ и максимум в точке $x=1$; 5) имеет минимум в точках $x=\pm2$ и максимум в точке $x=0$.
7.	Функция $f(x)=\frac{2x^2}{1+x}$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(-1;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;\,-1)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;\,0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y=\ln(x-2)$.	1) $x=-2$; 2) $y=0$; 3) $x=-1,\ y=x-2$; 4) $x=-1,\ y=1$; 5) $x=-1,\ y=2x-2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ на отрезке $[-3;\,3]$.	1) $y_{наиб.}=6,\ y_{наим.}=0$; 2) $y_{наиб.}=3,\ y_{наим.}=0$; 3) $y_{наиб.}=-1,\ y_{наим.}=-\frac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.}=2,\ y_{наим.}=-\frac{10}{3}$; 5) $y_{наиб.}=3,\ y_{наим.}=-13$.
10.	Найти траекторию движения и величину скорости в момент времени $t_0=\pi$, если задан закон движения: $\vec{r}(t)=2\sin t\vec{i}+3\cos t\vec{j}$.	1) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1,\ v(\pi)=0$; 2) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1,\ v(\pi)=0$; 3) $9x^2-4y^2=36,\ v(\pi)=1,5$; 4) $4x^2-9y^2=36,\ v(\pi)=1,5$; 5) $x^2=4y,\ v(\pi)=3$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найти уравнение касательной к линии $x^4 - y^4 = 2xy - 1$ в точке $(1;\,0)$.	1) $y = 2 - x$; 2) $y = x + 2 - \pi/2$; 3) $y = 2x + 1 - \pi/2$; 4) $y = -x/2$; 5) $y = 2x - 2$.
2.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5^x - 5}{\ln(2-x)}$.	1) 0; 2) –2; 3) ∞; 4) $-5\ln 5$; 5) $\ln\sqrt{2}$.
3.	С помощью правила Лопиталя найти: $\lim\limits_{x\to\pi/2}\left(1+\cos^2 x\right)^{\frac{1}{2x-\pi}}$.	1) 0; 2) 1; 3) ∞; 4) $\dfrac{1}{2}$; 5) $\dfrac{\pi}{2}$.
4.	Найдите в момент времени $t_0 = 0$ абсолютные величины скорости и ускорения точки, движущейся по закону $e^s - 2st - 2 = 0$, где $s = s(t)$.	1) $\sqrt{29},\ 2$; 2) $1,\ 2$; 3) $1,\ 0$; 4) $15,\ 12$; 5) $2\ln 2,\ 2\ln 2(1-\ln 2)$.
5.	Функция $f(x) = \dfrac{x^3}{(3-x)^2}$.	1) убывает на интервале $(0;\,1)$, возрастает на интервале $(1;+\infty)$; 2) убывает на интервале $(3;9)$, возрастает на интервале $(-\infty;\,0)\cup(0;3)\cup(9;\infty)$; 3) возрастает на интервале $(1;\infty)$; 4) убывает на интервале $(-\infty;\,0)\cup(0;\infty)$; 5) убывает на интервале $(-1;0)\cup(0;\infty)$, возрастает на интервале $(-\infty;-1)$.
6.	Функция $f(x) = (x+5)\ln(x+5)$.	1) имеет минимум в точке $x = (-5e+1)e^{-1}$; 2) не имеет экстремумов; 3) имеет максимум в точке $x = 2$; 4) имеет минимум в точке $x = -1$ и максимум в точке $x = 1$; 5) имеет минимум в точках $x = \pm 2$ и максимум в точке $x = 0$.
7.	Функция $f(x) = \mathrm{arctg}3x + 3$.	1) вогнута на интервале $(-\infty;-0,5)\cup(0,5;\infty)$, выпукла на интервале $(-0,5;0)\cup(0;0,5)$; 2) вогнута на интервале $(-\infty;0)$, выпукла на интервале $(0;\infty)$; 3) вогнута на интервале $(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;\,0)$; 4) вогнута на интервале $(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$; 5) вогнута на интервале $(-0,5;\,0)\cup(0;\infty)$, выпукла на интервале $(-\infty;-0,5)$.
8.	Найдите асимптоты кривой $y = \dfrac{x^3}{(1-x)^2}$.	1) $x = -2$; 2) $y = 0$; 3) $x = -1,\ y = x - 2$; 4) $x = -1,\ y = 1$; 5) $x = -1,\ y = 2x - 2$.
9.	Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x - \sqrt{x}$ на отрезке $[0;\,4]$.	1) $y_{наиб.} = 6,\ y_{наим.} = 0$; 2) $y_{наиб.} = 2,\ y_{наим.} = 0$; 3) $y_{наиб.} = -1,\ y_{наим.} = -\dfrac{4}{3}$; 4) $y_{наиб.} = 2,\ y_{наим.} = -\dfrac{1}{4}$; 5) $y_{наиб.} = 3,\ y_{наим.} = -13$.
10.	Найти траекторию движения и величину скорости в момент времени $t_0 = \pi$, если задан закон движения: $\vec{r}(t) = 4\sin t\,\vec{i} + 3\cos t\,\vec{j}$	1) $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1,\ v(\pi) = 0$; 2) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{16} = 1,\ v(\pi) = \dfrac{3}{4}$; 3) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1,\ v(\pi) = 0$; 4) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1,\ v(\pi) = -\dfrac{3}{4}$; 5) $x^2 = 16y,\ v(\pi) = 0$.

ТЕСТ «ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=1/\sqrt{y+1}$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=xy^2-2x+3y$.	1) $z'_x=y^2-2; z'_y=2xy+3$; 2) $z'_x=y^2-2; z'_y=2xy-3.$; 3) $z'_x=2xy-2; z'_y=2xy+3$; 4) $z'_x=y^2-2; z'_y=2xy-2x$; 5) $z'_x=y^2+3y; z'_y=2xy+3$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, если $z = ye^{xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{xy}$; 2) $(1+xy)e^{xy}$; 3) $x(2+xy)e^{xy}$; 4) $y(2+xy)e^{xy}$; 5) y^3e^{xy}.
4.	Найдите производную сложной функции $z=xy^2$, если $x=\sin t$; $y=e^t$.	1) $dz/dt=(1+2\operatorname{tg}t)e^{2t}\cos t$; 2) $dz/dt=(1-\operatorname{tg}t)e^{2t}\cos t$; 3) $dz/dt=(1+2\operatorname{ctg}t)e^{2t}\cos t$; 4) $dz/dt=(1+\operatorname{tg}t)e^{t}\cos t$; 5) $dz/dt=(4-t\operatorname{tg}t)t^3\cos t$.
5.	Для функции $u=x^2yz$ найдите полный дифференциал du.	1) $2xyzdx-x^2zdy+x^2ydz$; 2) $2xyzdx+x^2zdy+x^2ydz$; 3) $xyzdx+x^2zdy+x^2ydz$; 4) $2xyzdx+x^2yzdy+x^2ydz$; 5) $2xyzdx+x^2zdy+xydz$.
6.	В точке $A(1, 1, 2)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2+y^2=4-z$ имеет вид.	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=3x+6y+x^2-xy+y^2$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (–4, –5); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Минимум в точке (–1, –1); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=\sqrt{y+x^2}$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(2,0)$, $B(3,1)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1, 0)$ градиент скалярного поля $u=x\operatorname{tg}y$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $1/e(-2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$; 3) $\vec{j}$; 4) $2\vec{i}+1/e\,\vec{j}$; 5) $1/6\vec{i}+\vec{j}+5/3\vec{k}$.
10.	Функция $z=4x+4y+x^2+y^2$ в области $x\le 0; y\le 0; x+y\ge -3$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=0, z_2=-7{,}5$; 4) $z_1=0, z_2=-8$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\ln(x+y)$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=\mathrm{arctg}(xy)+2x$.	1) $z'_x=y\big/\left(1+(xy)^2\right)+2$; $z'_y=y\big/\left(1+(xy)^2\right)$; 2) $z'_x=1\big/\left(1+(xy)^2\right)+2$; $z'_y=1\big/\left(1+(xy)^2\right)$; 3) $z'_x=y\big/\left(1+(xy)^2\right)+2$; $z'_y=x\big/\left(1+(xy)^2\right)$; 4) $z'_x=y\big/\left(1+x^2\right)+2$; $z'_y=y\big/\left(1+y^2\right)$; 5) $z'_x=y\big/\left(1+x^2\right)+2$; $z'_y=x\big/\left(1+y^2\right)$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z=ye^{xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{xy}$; 2) $(1+xy)e^{xy}$; 3) $x(2+xy)e^{xy}$; 4) $y(2+xy)e^{xy}$; 5) y^3e^{xy}.
4.	Найдите производную сложной функции $z=xy^2$, если $x=\cos t;\ y=t^2$.	1) $(1+2\mathrm{tg}t)e^{2t}\cos t$; 2) $(1-\mathrm{tg}t)e^{2t}\cos t$; 3) $(1+2\mathrm{ctg}t)e^{2t}\cos t$; 4) $(4-t\mathrm{tg}t)t^3\cos t$; 5) $(4+t\mathrm{tg}t)t^3\cos t$.
5.	Для функции $u=xe^{yz}$ найдите полный дифференциал du.	1) $e^{yz}\mathrm{d}x+xze^{yz}\mathrm{d}y+xye^{yz}\mathrm{d}z$; 2) $e^{yz}\mathrm{d}x+xye^{yz}\mathrm{d}y+xye^{yz}\mathrm{d}z$; 3) $xe^{yz}\mathrm{d}x+xze^{yz}\mathrm{d}y+xye^{yz}\mathrm{d}z$; 4) $e^{yz}\mathrm{d}x+xze^{yz}\mathrm{d}y+xyze^{yz}\mathrm{d}z$; 5) $e^{yz}\mathrm{d}x+xze^{yz}\mathrm{d}y+e^{yz}\mathrm{d}z$.
6.	В точке $A(0,\ 1,\ 1)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $z^2=y$ имеет вид.	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=1/x+1/y-xy$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (–2, 0); 2) Максимум в точке (–1, –1); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Минимум в точке (5, 5); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=x\ln y^2$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(1,1)$, $B(3,2)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1,\ 1,\ 0)$ градиент скалярного поля $u=xz/y$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $1/e(-2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$; 3) $\vec{j}$; 4) $2\vec{i}+1/e\,\vec{j}$; 5) $1/6\,\vec{i}+\vec{j}+5/3\,\vec{k}$.
10.	Функция $z=4x+4y+x^2+y^2$ в области $-3\le x\le 0;-3\le y\le 0$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=0, z_2=-8$; 4) $z_1=0, z_2=-7{,}5$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\sqrt{x-y}$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=x^2\ln(xy)$.	1) $z'_x=2x\ln(xy)+x;\ z'_y=x/y$; 2) $z'_x=2x\ln(xy);\ z'_y=x^2/y$; 3) $z'_x=2x\ln(xy)+x;\ z'_y=x^2/y$; 4) $z'_x=x\ln(xy)+x;\ z'_y=x/y$; 5) $z'_x=2x\ln(xy)+x;\ z'_y=x^2/y$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$, если $z = ye^{xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{xy}$; 2) $(1+xy)e^{xy}$; 3) $x(2+xy)e^{xy}$; 4) $y(2+xy)e^{xy}$; 5) y^3e^{xy}.
4.	Найдите производную сложной функции $z=xy^2$, если $x=\ln t;\ y=\sqrt{t}$.	1) $(1+2\mathrm{tg}t)e^{2t}\cos t$; 2) $(1-\mathrm{tg}t)e^{2t}\cos t$; 3) $1+\ln t$; 4) $1+\ln\sqrt{t}$; 5) $(4+t\mathrm{tg}t)t^3\cos t$.
5.	Для функции $u=y\ln x^2$ найдите полный дифференциал du.	1) $\dfrac{2y}{x}\mathrm{d}x+\ln x^2\mathrm{d}y$; 2) $\dfrac{2y}{x}\mathrm{d}x+y\ln x^2\mathrm{d}y$; 3) $\dfrac{2y}{x^2}\mathrm{d}x+\ln x^2\mathrm{d}y$; 4) $\dfrac{y}{x}\mathrm{d}x+\ln x^2\mathrm{d}y$; 5) $\dfrac{2y}{x}\mathrm{d}x+\ln x\mathrm{d}y$.
6.	В точке $A(1,\ 1,\ 0)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2+y^2=2-z^2$ имеет вид…	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=e^{x/2}(x+y^2)$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (–2, 0); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Максимум в точке (–1, –1); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(1,1,0)$, $B(0,1,1)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1,\ e)$ градиент скалярного поля $u=x^2\ln y$ равен…	1) $\bar{k}$; 2) $1/e(-2\bar{i}+\bar{j}+2\bar{k})$; 3) $\bar{j}$; 4) $2\bar{i}+1/e\,\bar{j}$; 5) $1/6\bar{i}+\bar{j}+5/3\bar{k}$.
10.	Функция $z=4x+4y+x^2+y^2$ в области $-4\le x\le 0;-4\le y\le 0$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=0, z_2=-8$; 4) $z_1=0, z_2=-7{,}5$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\sqrt{2x-y}$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=e^{-y/x}$.	1) $z'_x = ye^{-y/x}/x^2$; $z'_y=-e^{-y/x}/x$; 2) $z'_x = ye^{-y/x}/x^2$; $z'_y=-e^{-y/x}$; 3) $z'_x = ye^{-y/x}/x^2$; $z'_y=e^{-y/x}/x$; 4) $z'_x = -ye^{-y/x}/x^2$; $z'_y=-e^{-y/x}/x$; 5) $z'_x = -ye^{-y/x}/x^2$; $z'_y=e^{-y/x}/x$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$, если $z = ye^{xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{xy}$; 2) $(1+xy)e^{xy}$; 3) $x(2+xy)e^{xy}$; 4) $y(2+xy)e^{xy}$; 5) y^3e^{xy}.
4.	Найдите частные производные сложной функции $z=xy^2$, если $x=uv$; $y=u/v$.	1) $z'_u=3u^2/v$; $z'_v=-u^3/v^2$; 2) $z'_u=u^2/v$; $z'_v=-u^3/v^2$; 3) $z'_u=3u^2/v$; $z'_v=u^3/v^2$; 4) $z'_u=3u^2/v$; $z'_v=-u^3/v$; 5) $z'_u=u^2/v$; $z'_v=-u^2/v^2$.
5.	Для функции $u = yz\sin x$ найдите полный дифференциал $\mathrm{d}u$.	1) $yz\cos x\mathrm{d}x+\sin x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$; 2) $yz\cos x\mathrm{d}x+z\sin x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$; 3) $yz\cos x\mathrm{d}x+z\cos x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$; 4) $-yz\cos x\mathrm{d}x+z\sin x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$; 5) $yz\sin x\mathrm{d}x+z\sin x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$;.
6.	В точке $A(2, -3, 0)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2+z^2=1-y$ имеет вид…	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=x^3+y^3-15xy$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (–2, 0); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Минимум в точке (–1, –1); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u = xyz$ в точке A по направлению вектора $\overrightarrow{AB}$, $A(1,1,1)$, $B(1,2,2)$.	1) $\sqrt{2}$; 2) $1/\sqrt{10}$;; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1, 2,-1)$ градиент скалярного поля $u=ye^z/x$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $1/6\vec{i}+\vec{j}+5/3\vec{k}$; 3) $\vec{j}$; 4) $2\vec{i}+1/e\,\vec{j}$; 5) $1/e(-2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$.
10.	Функция $z=4x+4y+x^2+y^2$ в области $x\le 0; y\le 0; x+y\ge -4$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=0, z_2=-8$; 4) $z_1=0, z_2=-7,5$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\ln(2x-y)$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=\arcsin\sqrt{1-xy}$.	1) $z'_x=0{,}5\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=0{,}5\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 2) $z'_x=-\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=-\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 3) $z'_x=-0{,}5\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=-0{,}5\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 4) $z'_x=\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 5) $z'_x=-0{,}5\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=-0{,}5\sqrt{x/(y(1-xy))}$.
3.	Найдите $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$, если $z=ye^{2xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{2xy}$; 2) $2y(1+2xy)e^{xy}$; 3) $2x(1+2xy)e^{2xy}$; 4) $4y(1+xy)e^{2xy}$; 5) y^3e^{2xy}.
4.	Найдите частные производные сложной функции $z=xy^2$, если $x=u\sin v$; $y=v\ln u$.	1) $z'_u=v^2\ln u\sin v(\ln u+2)$; $z'_v=uv\ln^2 u(v\cos v+2)$; 2) $z'_u=v^2\ln u\sin v(\ln u+2)$; $z'_v=uv\ln^2 u(v+2\sin v)$; 3) $z'_u=v^2\ln u\sin v(\ln u+2)$; $z'_v=uv\ln u(v\cos v+2\sin v)$; 4) $z'_u=v\ln u\sin v(\ln u+2)$; $z'_v=uv\ln^2 u(v\cos v+2\sin v)$; 5) $z'_u=v^2\ln u\sin v(\ln u+2)$; $z'_v=uv\ln^2 u(v\cos v+2\sin v)$.
5.	Для функции $u=x\ln(xy)$ найдите полный дифференциал $\mathrm{d}u$.	1) $(1+\ln(xy))\mathrm{d}x+x/y\,\mathrm{d}y$; 2) $\ln(xy)\mathrm{d}x+x/y\,\mathrm{d}y$; 3) $(1+\ln(xy))\mathrm{d}x+1/y\,\mathrm{d}y$; 4) $x\mathrm{d}x+x/y\,\mathrm{d}y$; 5) $\ln(xy)\mathrm{d}x+1/y\,\mathrm{d}y$;.
6.	В точке $A(1,\ 1,\ \text{-}1)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $z^2=(x-1)^2+y^2$ имеет вид…	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=x^2+y^2$ имеет локальный...	1)Минимум в точке (–2, 0); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (0, 0); 4) Минимум в точке (–1, –1); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=\mathrm{arctg}(xy)$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(1,2)$, $B(2,5)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1,\ 1,\ 1)$ градиент скалярного поля $u=\sqrt{1/2+x^2/2+3y^2+5z^2}$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $1/e(-2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$; 3) $\vec{j}$; 4) $2\vec{i}+1/e\,\vec{j}$; 5) $1/6\,\vec{i}+\vec{j}+5/3\,\vec{k}$.
10.	Функция $z=4x+4y+x^2+y^2$ в области $x\ge 0; y\ge 0; x+y\le 3$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=0, z_2=-8$; 4) $z_1=21, z_2=0$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\ln(x-2y)$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=\arccos\sqrt{1-xy}$.	1) $z'_x=0{,}5\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=0{,}5\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 2) $z'_x=-\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=-\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 3) $z'_x=-0{,}5\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=-0{,}5\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 4) $z'_x=\sqrt{y/(x(1-xy))}$; $z'_y=\sqrt{x/(y(1-xy))}$; 5) $z'_x=-0{,}5\sqrt{y^2/(x(1-xy))}$; $z'_y=-0{,}5\sqrt{x/(y(1-xy))}$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z=ye^{2xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{2xy}$; 2) $(1+xy)e^{2xy}$; 3) $4x(1+xy)e^{2xy}$; 4) $y(2+xy)e^{2xy}$; 5) y^3e^{2xy}.
4.	Найдите производную сложной функции $z=xy^3$, если $x=\sin t$; $y=e^t$	1) $(1+3\mathrm{tg}t)e^{3t}\cos t$; 2) $(1+\mathrm{tg}t)e^{3t}\cos t$; 3) $(1+\sin t)e^{3t}\cos t$; 4) $(1-3\mathrm{tg}t)e^{3t}\cos t$; 5) $(1+3\mathrm{tg}t)e^{3t}\sin t$;.
5.	Для функции $u=y\ln(xy)$ найдите полный дифференциал $\mathrm{d}u$.	1) $y/x\,\mathrm{d}x+(1+\ln(xy))\mathrm{d}y$; 2) $\ln(xy)\mathrm{d}x+y/x\,\mathrm{d}y$; 3) $(1+\ln(xy))\mathrm{d}x+1/x\,\mathrm{d}y$; 4) $x\mathrm{d}x+x/y\,\mathrm{d}y$; 5) $\ln(xy)\mathrm{d}x+1/y\,\mathrm{d}y$;.
6.	В точке $A(1, 1, -1)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $z^2=(x+1)^2+y^2$ имеет вид…	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-2=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=-x^2-y^2+1$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (–2, 0); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Максимум в точке (0, 0); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=\mathrm{arcctg}(xy)$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(1,2)$, $B(2,5)$.	1) $-1/\sqrt{10}$; 2) $-\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1, 1, 1)$ градиент скалярного поля $u=\sqrt{x^2+3y^2+5z^2}$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $1/e(-2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$; 3) $\vec{j}$; 4) $2\vec{i}+1/e\,\vec{j}$; 5) $1/3\vec{i}+\vec{j}+5/3\vec{k}$.
10.	Функция $z=4x+4y-x^2-y^2$ в области $x\ge 0; y\ge 0; x+y\le 4$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=0, z_2=-8$; 4) $z_1=0, z_2=-7{,}5$; 5) $z_1=8, z_2=0$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\ln(2x+y)$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=x^2\ln(xy)+2x$.	1) $z'_x=2x\ln(xy)+x+2;\ z'_y=x/y$; 2) $z'_x=2x\ln(xy);\ z'_y=x^2/y$; 3) $z'_x=2x\ln(xy)+x+2;\ z'_y=x^2/y$; 4) $z'_x=x\ln(xy)+x;\ z'_y=x/y$; 5) $z'_x=2x\ln(xy)+x+2;\ z'_y=x^3/y$.
3.	Найдите $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$, если $z=ye^{2xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{xy}$; 2) $4y(1+xy)e^{2xy}$; 3) $4x(1+xy)e^{2xy}$; 4) $y(2+xy)e^{2xy}$; 5) y^3e^{xy}.
4.	Найдите производную сложной функции $z=xy^3$, если $x=\cos t;\ y=e^t$	1) $(1+3\mathrm{tg}t)e^{3t}\cos t$; 2) $(1+\mathrm{tg}t)e^{3t}\cos t$; 3) $(1+\sin t)e^{3t}\cos t$; 4) $(3-\mathrm{tg}t)e^{3t}\cos t$; 5) $(1+3\mathrm{tg}t)e^{3t}\sin t$;.
5.	Для функции $u=yz\cos x$ найдите полный дифференциал $\mathrm{d}u$.	1) $yz\cos x\mathrm{d}x+\sin x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$; 2) $yz\cos x\mathrm{d}x+z\sin x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$; 3) $yz\cos x\mathrm{d}x+z\cos x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$; 4) $-yz\sin x\mathrm{d}x+z\cos x\mathrm{d}y+y\cos x\mathrm{d}z$; 5) $yz\sin x\mathrm{d}x+z\sin x\mathrm{d}y+y\sin x\mathrm{d}z$;.
6.	В точке $A(0,\ 1,\ 1)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $z^2=y+x$ имеет вид.	1) $x+y-2z+1=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=x^3+y^3-8xy$ имеет локальный...	1) Не имеет экстремума; 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Минимум в точке (–1, –1); 5) Минимум в точке (8/3, 8/3).
8.	Найдите производную функции $u=\sqrt{y+x^2+2}$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(2,0)$, $B(3,1)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{3}/12$; 4) -0,5; 5) $\sqrt{3}/4$.
9.	В точке $A(1,\ \pi/2)$ градиент скалярного поля $u=x\mathrm{ctg}y$ равен…	1) $-\bar{j}$; 2) $1/e(-2\bar{i}+\bar{j}+2\bar{k})$; 3) $\bar{k}$; 4) $2\bar{i}+1/e\,\bar{j}$; 5) $1/6\bar{i}+\bar{j}+5/3\bar{k}$.
10.	Функция $z=2x+2y+x^2+y^2$ в области $x\ge 0; y\ge 0; x+y\le 3$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=16, z_2=0$; 4) $z_1=15, z_2=0$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\dfrac{2}{\sqrt{3x-y}}$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=\operatorname{arctg}\sqrt{xy}$.	1) $z'_x=\sqrt{y}\big/\left(2\sqrt{x}(1-xy)\right)$; $z'_y=\sqrt{x}\big/\left(2\sqrt{y}(1+xy)\right)$; 2) $z'_x=\sqrt{y}\big/\left(2\sqrt{x}(1+xy)\right)$; $z'_y=\sqrt{x}\big/\left(2\sqrt{y}(1+x^2y)\right)$; 3) $z'_x=\sqrt{y}\big/\left(2\sqrt{x}(1+xy)\right)$; $z'_y=\sqrt{x}\big/\left(2\sqrt{y}(1+xy)\right)$; 4) $z'_x=\sqrt{y}\big/\left(2x(1+xy)\right)$; $z'_y=\sqrt{x}\big/\left(2y(1+xy)\right)$; 5) $z'_x=1\big/\left(2\sqrt{x}(1+xy)\right)$; $z'_y=1\big/\left(2\sqrt{y}(1+xy)\right)$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$, если $z=ye^{-2xy}$.	1) $y^2(3+xy)e^{-2xy}$; 2) $(1+xy)e^{-2xy}$; 3) $-4x(1+x)e^{-2xy}$; 4) $-4y(1-xy)e^{-2xy}$; 5) $4y^3e^{-2xy}$.
4.	Найдите производную сложной функции $z=xy^3$, если $x=\ln t$; $y=2t$.	1) $(1+2\operatorname{tg}t)e^{2t}\cos t$; 2) $(1-\operatorname{tg}t)e^{2t}\cos t$; 3) $8t^2(1+3\ln t)$; 4) $1+\ln\sqrt{t}$; 5) $(4+t\operatorname{tg}t)t^3\cos t$.
5.	Для функции $u=2x\ln(xy)$ найдите полный дифференциал $\mathrm{d}u$.	1) $(2+2\ln(xy))\mathrm{d}x+2x/y\,\mathrm{d}y$; 2) $2\ln(xy)\mathrm{d}x+2x/y\,\mathrm{d}y$; 3) $(1+\ln(xy))\mathrm{d}x+1/y\,\mathrm{d}y$; 4) $2x\mathrm{d}x+2x/y\,\mathrm{d}y$; 5) $\ln(xy)\mathrm{d}x+1/y\,\mathrm{d}y$;.
6.	В точке $A(1, 1, -1)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $z^2=x^2+(y-3)^2$ имеет вид…	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $x-2y+z+2=0$.
7.	Функция $z=x^3+y^3-8xy+6$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (8/3, 8/3); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Минимум в точке (–1, –1); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=2\operatorname{arctg}(xy)$ в точке A по направлению вектора $\overrightarrow{AB}$, $A(1,2)$, $B(2,5)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1, 2,-1)$ градиент скалярного поля $u=ye^{2z}/x$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $e^2(-2\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k})$; 3) $\vec{j}$; 4) $2i+1/e\,j$; 5) $1/6\vec{i}+\vec{j}+5/3\vec{k}$.
10.	Функция $z=2x+2y+x^2+y^2$ в области $x\le 0; y\le 0; x+y\ge -3$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=16, z_2=0$; 4) $z_1=15, z_2=-1{,}5$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\log_3(2x-y)$.	
2.	Найдите частные производные функции: $z=\arcsin\left(x^2y\right)$.	1) $z'_x=1/\sqrt{1-x^4y^2}$; $z'_y=x/\sqrt{1-x^4y^2}$; 2) $z'_x=y/\sqrt{1-x^4y^2}$; $z'_y=x/\sqrt{1-x^4y^2}$; 3) $z'_x=y/\sqrt{1-x^4y^2}$; $z'_y=x^2/\sqrt{1-x^4y^2}$; 4) $z'_x=1/\sqrt{1-x^4y^2}$; $z'_y=1/\sqrt{1-x^4y^2}$; 5) $z'_x=y/\sqrt{1-y^2}$; $z'_y=x^2/\sqrt{1-y^2}$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$, если $z=(y+2)e^{-2xy}$.	1) $-4x(1-xy-2x)e^{-2xy}$; 2) $-4x(1-2x)e^{-2xy}$; 3) $(1-xy-2x)e^{-2xy}$;; 4) $-4x(1-xy)e^{-2xy}$; 5) $-4xe^{-2xy}$;.
4.	Найдите частные производные сложной функции: $z=\ln(xy)$, если $x=\sin u$; $y=e^{uv}$.	1) $z'_u=\cos u+v$; $z'_v=u$; 2) $z'_u=\mathrm{ctg}u+v$; $z'_v=u$; 3) $z'_u=\mathrm{ctg}v+v$; $z'_v=u$; 4) $z'_u=\mathrm{ctg}u+v$; $z'_v=v$; 5) $z'_u=\sin u+v$; $z'_v=u$;.
5.	Для функции $u=xe^{2xy}+2$ найдите полный дифференциал $\mathrm{d}u$.	1) $e^{2xy}((1+xy)\mathrm{d}x+2x^2\mathrm{d}y)$; 2) $e^{2xy}((1+2xy)\mathrm{d}x+x^2\mathrm{d}y)$; 3) $e^{2xy}(xy\mathrm{d}x+2x^2\mathrm{d}y)$; 4) $e^{2xy}((1+2y)\mathrm{d}x+2x^2\mathrm{d}y)$; 5) $e^{2xy}((1+2xy)\mathrm{d}x+2x^2\mathrm{d}y)$;.
6.	В точке $A(1, 1, -1)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $(z+3)^2=(x-1)^2+y^2$ имеет вид…	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z-3=0$; 5) $x+y-2=0$.
7.	Функция $z=e^{x/2}(x-y^2)$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (–2, 0); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Максимум в точке (–1, –1); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=3xyz$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(1,1,1)$, $B(1,2,2)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $3\sqrt{2}$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(1, 1, 1)$ градиент скалярного поля $u=\sqrt{1/2+x^2/2+3y^2-z^2}$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $1/e(-2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$; 3) $\vec{j}$; 4) $2\vec{i}+1/e\,\vec{j}$; 5) $\sqrt{3}/6\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}-\sqrt{3}/3\vec{k}$.
10.	Функция $z=2x+2y+x^2+y^2$ в области $x\ge 0; y\ge 0; x+y\le 2$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=8, z_2=0$; 4) $z_1=15, z_2=-1{,}5$; 5) $z_1=6, z_2=0$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Изобразить область определения функции $z(x,y)=\log_3(2x-y)$.	
2.	Найдите частные производные функции $z=\cos^2(x^3+y^3)$.	1) $z'_x=-3x^2\sin(2x^3+2y^3)$; $z'_y=-3y^2\sin(2x^3+2y^3)$; 2) $z'_x=3x^2\sin(2x^3+2y^3)$; $z'_y=3y^2\sin(2x^3+2y^3)$; 3) $z'_x=-3x^2\sin^2(x^3+y^3)$; $z'_y=-3y^2\sin^2(x^3+y^3)$; 4) $z'_x=3x^2\sin(x^3+y^3)$; $z'_y=3y^2\sin(x^3+y^3)$; 5) $z'_x=-3x^2\sin^2(x^3+y^3)$; $z'_y=-3y^2\sin^2(x^3+y^3)$.
3.	Найдите $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, если $z=e^{-x^2y}$.	1) $2(2x^2y-1)e^{-x^2y}$; 2) $-2(2x^2y-1)e^{-x^2y}$; 3) $(x^2y^2-1)e^{-y}$; 4) $2y(2x^2y-1)e^{-x^2y}$; 5) $2x^2ye^{-x^2y}$.
4.	Найдите производную сложной функции $z=x^2y$, если $x=e^{2t}$; $y=2\ln t$.	1) $e^{4t}(4\ln t+1/t)$; 2) $2e^{4t}(2\ln t+1/t)$; 3) $2e^{4t}(4\ln t+1/t)$; 4) $2e^{2t}(4\ln t+1/t)$; 5) $2e^{4t}\ln t$.
5.	Для функции $u=x^2\cos(xy)$ найдите полный дифференциал $\mathrm{d}u$.	1) $(2x\cos(xy)-y\sin(xy))\mathrm{d}x-x^3\sin(xy)\mathrm{d}y$; 2) $(2x\cos(xy))\mathrm{d}x$; 3) $-x^3\sin(xy)\mathrm{d}y$; 4) $(2x\cos(xy)-y\sin(xy))\mathrm{d}x+x^3\sin(xy)\mathrm{d}y$; 5) $(2x\cos(xy)-y\sin(xy))\mathrm{d}x-\sin(xy)\mathrm{d}y$;.
6.	В точке $A(1, 1, -1)$ уравнение касательной плоскости к поверхности $z^2=(x-1)^2+(y+1)^2$ имеет вид…	1) $y+z=0$; 2) $2x+2y+z-6=0$; 3) $4x+y-5=0$; 4) $y-2z+1=0$; 5) $2y+z-1=0$.
7.	Функция $z=\frac{2}{x}+\frac{2}{y}-2xy$ имеет локальный...	1) Минимум в точке (–2, 0); 2) Минимум в точке (5, 5); 3) Минимум в точке (2, 0); 4) Максимум в точке (–1, –1); 5) Не имеет экстремума.
8.	Найдите производную функции $u=\sqrt{y^2+x^2}$ в точке A по направлению вектора $\overrightarrow{AB}$, $A(2,0)$, $B(3,1)$.	1) $1/\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{2}/2$; 3) $5\sqrt{2}/8$; 4) -0,5; 5) $2\sqrt{5}/5$.
9.	В точке $A(-1, 1, 1)$ градиент скалярного поля $u=\sqrt{1/2+x^2/2+3y^2+5z^2}$ равен…	1) $\vec{k}$; 2) $1/e(-2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k})$; 3) $\vec{j}$; 4) $2\vec{i}+1/e\,\vec{j}$; 5) $-1/6\vec{i}+\vec{j}+5/3\vec{k}$.
10	Функция $z=x+y-x^2-y^2$ в области $x\ge 0; y\ge 0; x+y\le 3$ имеет наибольшее z_1 и наименьшее z_2 значения…	1) $z_1=0, z_2=-6$; 2) $z_1=3, z_2=-8$; 3) $z_1=0, z_2=-8$; 4) $z_1=0,5$, $z_2=-6$; 5) $z_1=3, z_2=-9$.

ТЕСТ «НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\cos x$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) $\sin x$; 2) $-\sin x$; 3) $\cos x$; 4) $-\cos x$; 5) $\operatorname{tg} x$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ равно	1) $\ln\left\|x+\sqrt{x^2-1}\right\|+C$; 2) $\arcsin x+C$; 3) $-\arccos x$; 4) $\ln\sqrt{x^2-1}+C$; 5) $\sqrt{x^2-1}+C$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{x^2-4}$.	1) $\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{x-2}{x+2}\right\|+C$; 2) $\frac{1}{4}\ln\left\|\frac{x+2}{x-2}\right\|$; 3) $\frac{1}{4}\ln\left\|\frac{2-x}{2+x}\right\|+C$; 4) $\frac{1}{4}\ln\left\|\frac{x+2}{x-2}\right\|+C$; 5) $\frac{1}{4}\ln\left\|x^2-4\right\|+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{3x^4+x+x^{1/2}}{x^2}dx$.	1) $\frac{3}{5}x^5+\ln\|x\|+x^{1/2}+C$; 2) $\frac{x^4}{4}+x+x^{1/2}+C$; 3) $x^3+\ln\|x\|-\frac{2}{\sqrt{x}}+C$; 4) $x^3+\ln\|x\|-2\sqrt{x}+C$; 5) $x^4+x-\frac{2}{\sqrt{x}}+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2x+5}{x^2+4x+5}dx$.	1) $x^2+4x+5+\ln\left\|x^2+4x+5\right\|+C$; 2) $\ln\left\|x^2+4x+5\right\|+\arcsin x+C$; 3) $x^2+4x+5+\operatorname{arctg}(x+2)+C$; 4) $x^2+4x+5+\arccos x+C$; 5) $\ln\left\|x^2+4x+5\right\|+\operatorname{arctg}(x+2)+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{(4x+3)dx}{\sqrt{x^2+2x+6}}$.	1) $2\sqrt{x^2+2x+6}-\arcsin(x+1)+C$; 2) $4\sqrt{x^2+2x+6}-\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x+6}\right\|+C$; 3) $2\sqrt{x^2+2x+6}+2\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x+6}\right\|+C$; 4) $2\sqrt{x^2+2x+6}-2\arcsin(x+1)+C$; 5) $2\sqrt{x^2+2x+6}+\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x+6}\right\|+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int xe^{5x}dx$.	1) $5xe^{5x}+5e^{5x}+C$; 2) $5xe^{5x}+25e^{5x}+C$; 3) $\frac{x}{5}e^{5x}-\frac{1}{25}e^{5x}+C$; 4) $\frac{x}{5}e^{5x}+\frac{1}{25}e^{5x}+C$; 5) $\frac{x^2}{5}e^{5x}+\frac{x}{25}e^{5x}+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{x(x^2+2x+1)}$.	1) $\ln\lvert x\rvert-\ln\lvert x+1\rvert+\frac{1}{x+1}+C$; 2) $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+\ln\lvert x+1\rvert+C$; 3) $\ln\lvert x\rvert+\ln\lvert x+1\rvert-\frac{1}{x+1}+C$; 4) $-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+2\ln\lvert x+1\rvert+C$; 5) $2\ln\lvert x\rvert+2\ln\lvert x+1\rvert-\frac{2}{x+1}+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int\cos 3x\cos 5x dx$.	1) $\frac{1}{3}\cos 3x-\frac{1}{5}\sin 5x+C$; 2) $-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{8}\cos 8x+C$ 3) $\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{1}{8}\sin 8x+C$; 4) $\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{16}\sin 8x+C$; 5) $-\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{16}\cos 8x+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{\sqrt{x}dx}{1+x}$.	1) $2\sqrt{x}+2\ln\left\lvert\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right\rvert+C$; 2) $2\sqrt{x}+\ln\lvert 1+x\rvert+C$; 3) $2\sqrt{x}+2\,\mathrm{arctg}\frac{\sqrt{x}}{2}+C$; 4) $x+2\ln\lvert 1+\sqrt{x}\rvert+C$; 5) $2\sqrt{x}-2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}+C$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\sin x$ является одной из первообразных функции $f(x)$	1) $\cos x$; 2) $-\cos x$; 3) $\sin x$; 4) $-\sin x$; 5) $\operatorname{ctg} x$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ равно	1) $-\operatorname{arctg} x+C$; 2) $-\operatorname{arcctg} x$; 3) $-\operatorname{arcctg} x+C$; 4) $\operatorname{tg} x+C$; 5) $\operatorname{ctg} x+C$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int e^{3x+5}dx$.	1) $\frac{1}{5}e^{3x+5}+C$;2) $\frac{1}{3}e^{3x+5}+C$; 3) $\frac{1}{3}e^{x}+C$; 4) $\frac{1}{5}e^{5x+3}+C$; 5) $5\frac{1}{3}e^{3x+5}$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\left(x+\frac{1}{x}\right)^3 dx$.	1) $x^3+3x^2+3x-\frac{1}{x^2}+C$; 2) $\frac{x^4}{4}+3x^2+3x-\frac{1}{x^2}+C$; 3) $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2-3x+\frac{1}{2x^2}+C$; 4) $\frac{x^4}{4}+\frac{3}{2}x^2+3\ln\|x\|-\frac{1}{2x^2}+C$; 5) $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+3\ln\|x\|-\frac{1}{2x^2}+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{4x+7}{x^2+2x+10}dx$.	1) $2\ln\|x^2+2x+10\|+\operatorname{arctg}\frac{x+1}{3}+C$; 2) $\ln\|x^2+2x+10\|+3\operatorname{arctg}(x+1)+C$; 3) $2\ln\|x^2+2x+10\|+3\operatorname{arctg}\frac{x+1}{3}+C$; 4) $\ln\|x^2+2x+10\|+\operatorname{arctg}(x+1)+C$; 5) $\ln\|x^2+2x+10\|+3\operatorname{arctg}\frac{x+1}{3}+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2x+3}{\sqrt{3-2x-x^2}}dx$.	1) $4\sqrt{3-2x-x^2}+\frac{1}{2}\arcsin\frac{x+1}{2}+C$; 2) $-4\sqrt{3-2x-x^2}+\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x-3}\right\|+C$; 3) $2\sqrt{3-2x-x^2}-\frac{1}{2}\arcsin\frac{x+1}{2}+C$; 4) $-4\sqrt{x^2+2x-3}-\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x-3}\right\|+C$; 5) $-4\sqrt{3-2x-x^2}+\arcsin\frac{x+1}{2}+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int x\ln x dx$.	1) $x\ln x-\frac{x^2}{2}+C$; 2) $\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}+C$; 3) $x\ln x+\frac{x^2}{2}+C$; 4) $\frac{x^2}{2}\ln x+\frac{x^4}{4}+C$; 5) $x^2\ln x+\frac{x^2}{4}+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{x(x^2+1)}$.	1) $2\ln\lvert x\rvert-\ln\lvert x^2+1\rvert+C$; 2) $\ln\lvert x\rvert-\operatorname{arctg}x+C$; 3) $2\ln\lvert x\rvert+\operatorname{arctg}x+C$; 4) $\ln\lvert x\rvert-\frac{1}{2}\ln\lvert x^2+1\rvert+C$; 5) $\ln\lvert x\rvert-\frac{1}{2}\ln\lvert x^2+1\rvert+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}x+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int\sin^4 x\cos^3 x dx$.	1) $-\frac{\cos^5 x}{5}+\frac{\cos^7 x}{7}+C$; 2) $\frac{\sin^5 x}{5}+\frac{\cos^7 x}{7}+C$; 3) $\frac{\sin^6 x}{6}-\frac{\sin^8 x}{8}+C$; 4) $-\frac{\cos^6 x}{6}+\frac{\cos^8 x}{8}+C$; 5) $\frac{\sin^5 x}{5}-\frac{\sin^7 x}{7}+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.	1) $\sqrt{x}-\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{x}}{2}+C$; 2) $x+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{x}}{2}+C$; 3) $2\sqrt{x}-2\ln\lvert 1+\sqrt{x}\rvert+C$; 4) $\sqrt{x}+\ln\lvert 1+\sqrt{x}\rvert+C$; 5) $2\sqrt{x}+2\ln\lvert 1-\sqrt{x}\rvert+C$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\operatorname{tg} x$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) $\frac{1}{\sin^2 x}$; 2) $-\frac{1}{\sin^2 x}$; 3) $\frac{1}{\cos^2 x}$; 4) $-\frac{1}{\cos^2 x}$; 5) $\operatorname{ctg} x$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ равно	1) $\sin x+C$; 2) $\cos x+C$; 3) $\arccos x+C$; 4) $\arcsin x$; 5) $\arcsin x+C$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{3x}$.	1) $\frac{1}{3}\ln\lvert x\rvert+C$; 2) $\ln\lvert 3x\rvert+C$; 3) $\frac{1}{3}\ln\lvert x\rvert$; 4) $\frac{1}{3}\lg\lvert x\rvert+C$; 5) $\frac{1}{3}x+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 dx$.	1) $\frac{x^3}{3}+2x+\frac{1}{x}+C$; 2) $\frac{x^3}{3}-2x-\frac{1}{x}+C$; 3) $\frac{x^2}{2}-x+\frac{1}{x}+C$; 4) $\frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{x}+C$; 5) $\frac{x^4}{4}-2x+\frac{1}{x}+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{6x+9}{x^2+6x+10}dx$.	1) $2\ln\lvert x^2+6x+10\rvert+\operatorname{arctg}(x+3)+C$; 2) $3\ln\lvert x^2+6x+10\rvert+3\operatorname{arctg}(x+3)+C$; 3) $\ln\lvert x^2+6x+10\rvert+9\operatorname{arctg}(x+3)+C$; 4) $3\ln\lvert x^2+6x+10\rvert-9\operatorname{arctg}(x+3)+C$; 5) $3\ln\lvert x^2+6x+10\rvert+9\operatorname{arctg}(x+3)+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2x+5}{\sqrt{x^2+4x-2}}dx$.	1) $\sqrt{x^2+4x-2}+2\ln\left\lvert x+2+\sqrt{x^2+4x-2}\right\rvert+C$; 2) $2\sqrt{x^2+4x-2}+\arcsin(x+2)+C$; 3) $2\sqrt{x^2+4x-2}+\ln\left\lvert x+2+\sqrt{x^2+4x-2}\right\rvert+C$; 4) $\sqrt{x^2+4x-2}+\arcsin\frac{x+2}{\sqrt{6}}+C$; 5) $\frac{1}{2}\ln\sqrt{x^2+4x-2}+\arcsin\frac{x+2}{\sqrt{6}}+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int x\cos 3x dx$.	1) $3x\sin 3x+9\cos 3x+C$; 2) $3x\cos 3x-9\sin 3x+C$; 3) $\frac{1}{3}x\sin 3x-\frac{1}{9}\cos 3x+C$; 4) $\frac{1}{3}x\sin 3x+\frac{1}{9}\cos 3x+C$; 5) $x\sin 3x-\sin 3x+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{(x-1)(x^2-5x+6)}$.	1) $\ln\|x-1\|-\frac{1}{x-1}+\ln\|x-3\|+C$; 2) $\frac{1}{2}\ln\|x-1\|-\ln\|x-2\|+\frac{1}{2}\ln\|x-3\|+C$; 3) $\ln\|x-1\|+\frac{1}{2}\ln\|x-2\|+\ln\|x-3\|+C$; 4) $\frac{1}{2}\ln\|x-1\|+\ln\|x-2\|-\frac{1}{x-2}+C$; 5) $\ln\|x-1\|+\frac{1}{x-2}+\ln\|x-2\|+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{4\cos^2 x+\sin^2 x}$.	1) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}x}{2}+C$; 2) $\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{4}+C$; 3) $\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{\operatorname{tg}x-1}{\operatorname{tg}x+1}\right\|+C$; 4) $\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{\operatorname{tg}x-2}{\operatorname{tg}x+2}\right\|+C$; 5) $\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}x}{3}+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{\sqrt{x}dx}{1-x}$.	1) $2\sqrt{x}-2\operatorname{arctg}\sqrt{x}+C$; 2) $x-\ln\|1+\sqrt{x}\|+C$; 3) $2\sqrt{x}+\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right\|+C$; 4) $-2\sqrt{x}+2\operatorname{arctg}\sqrt{x}+C$; 5) $-2\sqrt{x}+\ln\left\|\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right\|+C$.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\operatorname{ctg}x$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) $\frac{1}{\cos^2 x}$; 2) $-\frac{1}{\cos^2 x}$; 3) $\operatorname{tg}x$; 4) $\frac{1}{\sin^2 x}$; 5) $-\frac{1}{\sin^2 x}$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=e^x$ равно	1) $e^{-x}+C$; 2) e^{-x}; 3) e^x+C; 4) $e^{-2x}+C$; 5) $e^{2x}+C$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.	1) $\arcsin 3x+C$; 2) $\arccos 3x+C$; 3) $\frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{3}+C$; 4) $\arcsin\frac{x}{3}+C$; 5) $\arccos\frac{x}{3}+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{x^{1/2}+2+x^2}{x}dx$.	1) $2\sqrt{x}+2\ln\lvert x\rvert+\frac{x^2}{2}+C$; 2) $-\frac{1}{2\sqrt{x}}+2\ln\lvert x\rvert+\frac{x^2}{2}+C$; 3) $2\sqrt{x}+x+\frac{x^2}{2}+C$; 4) $\sqrt{x}-\ln\lvert x\rvert+x^2+C$; 5) $\sqrt{x}+\ln\lvert x\rvert+x^2+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2x+10}{x^2+4x+13}dx$.	1) $\ln\lvert x^2+4x+13\rvert+6\operatorname{arctg}(x+2)+C$; 2) $\ln\lvert x^2+4x+13\rvert+2\operatorname{arctg}\frac{x+2}{3}+C$; 3) $2\ln\lvert x^2+4x+13\rvert+2\operatorname{arctg}(x+2)+C$; 4) $2\ln\lvert x^2+4x+13\rvert+6\operatorname{arctg}(x+2)+C$; 5) $\ln\lvert x^2+4x+13\rvert+\operatorname{arctg}\frac{x+2}{3}+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{6x+6}{\sqrt{x^2+6x+14}}dx$.	1) $6\sqrt{x^2+6x+14}-12\ln\left\lvert x+3+\sqrt{x^2+6x+14}\right\rvert+C$; 2) $3\sqrt{x^2+6x+14}+6\ln\left\lvert x+3+\sqrt{x^2+6x+14}\right\rvert+C$; 3) $6\sqrt{x^2+6x+14}-12\arcsin\frac{x+3}{\sqrt{5}}+C$; 4) $\frac{1}{3\sqrt{x^2+6x+14}}-6\arcsin\frac{x+3}{\sqrt{5}}+C$; 5) $6\sqrt{x^2+6x+14}-12\ln\left\lvert\sqrt{x^2+6x+14}\right\rvert+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int x^2 \ln x dx$.	1) $\frac{x^3}{3}\ln x+\frac{x^3}{9}+C$; 2) $\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}+C$; 3) $x\ln x-\frac{x^2}{2}+C$; 4) $x\ln x+\frac{x^2}{2}+C$; 5) $\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^4}{4}+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{xdx}{(x-2)(x^2+4)}$.	1) $\frac{1}{4}\ln\|x-2\|-\frac{1}{4}\ln\|x^2+4\|+C$; 2) $\frac{1}{4}\ln\|x-2\|+\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\frac{x}{2}+C$; 3) $\frac{3}{4}\ln\|x-2\|-\frac{5}{4}\ln\|x^2+4\|+C$; 4) $\frac{2}{5}\ln\|x-2\|-\frac{1}{10}\ln\|x^2+4\|+\frac{1}{5}\operatorname{arctg}\frac{x}{2}+C$; 5) $\frac{1}{4}\ln\|x-2\|-\frac{1}{8}\ln\|x^2+4\|+\frac{1}{4}\operatorname{arctg}\frac{x}{2}+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{4+\sin x}$.	1) $\ln\left\|2\operatorname{tg}\frac{x}{2}+1\right\|+C$; 2) $\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{\sqrt{3}}+C$; 3) $\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}+1}{\sqrt{3}}+C$; 4) $\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}-1}{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}+1}\right\|+C$; 5) $\ln\left\|\frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\frac{x}{2}-1\right\|+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{1-\sqrt{x}}$.	1) $2x-2\ln\|\sqrt{x}+1\|+C$; 2) $-2\sqrt{x}+4\ln\|\sqrt{x}-1\|+C$; 3) $2\sqrt{x}+\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{x}}{2}+C$; 4) $-2\sqrt{x}-2\ln\|\sqrt{x}-1\|+C$; 5) $2\sqrt{x}+2\ln\|\sqrt{x}-1\|+C$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\ln\left\|x+\sqrt{1+x^2}\right\|$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) $\sqrt{1+x^2}$; 2) $\sqrt{1-x^2}$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; 4) $\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$; 5) $\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$ равно	1) $\operatorname{tg} x$; 2) $\operatorname{tg} x+C$; 3) $\operatorname{ctg} x$; 4) $\operatorname{ctg} x+C$; 5) $\operatorname{arctg} x+C$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\cos(5x+2)dx$.	1) $\frac{1}{5}\sin x+C$; 2) $\frac{1}{2}\sin(5x+2)+C$; 3) $\frac{1}{5}\sin(5x+2)+C$; 4) $\frac{1}{5}\cos(5x+2)+C$; 5) $\frac{1}{2}\cos(5x+2)+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\dfrac{x^3+3x+\sqrt[3]{x}}{x^2}dx$.	1) $\dfrac{x^4}{4}+3x+\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+C$; 2) $\dfrac{x^2}{2}+3\ln\|x\|+\sqrt[3]{x^2}+C$; 3) $\dfrac{x^3}{3}-3\ln\|x\|+\dfrac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}+C$; 4) $\dfrac{x^2}{2}+3x+\sqrt[3]{x^2}+C$; 5) $\dfrac{x^2}{2}+3\ln\|x\|-\dfrac{3}{2\sqrt[3]{x^2}}+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\dfrac{4x+13}{x^2+6x+13}dx$.	1) $2\ln\left\|x^2+6x+13\right\|+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x+3}{2}+C$; 2) $\ln\left\|x^2+6x+13\right\|+\operatorname{arctg}(x+3)+C$; 3) $\ln\left\|x^2+6x+13\right\|+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x+3}{2}+C$; 4) $2\ln\left\|x^2+6x+13\right\|+2\operatorname{arctg}\frac{x+3}{2}+C$; 5) $\ln\left\|x^2+6x+13\right\|+4\operatorname{arctg}\frac{x+3}{2}+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\dfrac{4x+7}{\sqrt{8-2x-x^2}}dx$.	1) $4\sqrt{8-2x-x^2}+3\ln\left\|x+1+\sqrt{8-2x-x^2}\right\|+C$; 2) $-4\sqrt{8-2x-x^2}+3\arcsin\frac{x+1}{3}+C$; 3) $-2\sqrt{8-2x-x^2}+\ln\left\|x+1+\sqrt{8-2x-x^2}\right\|+C$; 4) $\sqrt{8-2x-x^2}-3\ln\left\|x+1+\sqrt{8-2x-x^2}\right\|+C$; 5) $\dfrac{1}{-4\sqrt{8-2x-x^2}}+3\arcsin\frac{x+1}{3}+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int x\sin 4x dx$.	1) $-\frac{x}{4}\cos 4x+\frac{1}{16}\sin 4x+C$; 2) $\frac{x}{4}\cos 4x-\frac{1}{16}\cos 4x+C$; 3) $-4x\cos 4x-16\cos 4x+C$; 4) $4x\cos 4x+16\cos 4x+C$; 5) $-\frac{x}{4}\sin 4x+\frac{1}{16}\sin 4x+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2dx}{x^3-5x^2+6x}$.	1) $\ln\lvert x\rvert+\ln\lvert x-2\rvert+3\ln\lvert x-3\rvert+C$; 2) $\ln\lvert x\rvert-\ln\lvert x-2\rvert-\ln\lvert x-3\rvert+C$; 3) $\frac{1}{3}\ln\lvert x\rvert-\ln\lvert x-2\rvert+\frac{2}{3}\ln\lvert x-3\rvert+C$; 4) $\frac{2}{3}\ln\lvert x\rvert+\frac{1}{3}\ln\lvert x-2\rvert-\frac{2}{3}\ln\lvert x-3\rvert+C$; 5) $\frac{1}{2}\ln\lvert x\rvert-\frac{2}{3}\ln\lvert x-2\rvert-\frac{4}{3}\ln\lvert x-3\rvert+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int\sin 4x\cos 2x dx$.	1) $\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 6x}{6}+C$; 2) $-\frac{\cos 2x}{4}-\frac{\cos 6x}{12}+C$; 3) $\frac{\cos 2x}{2}+\frac{\cos 6x}{12}+C$; 4) $-\frac{\sin 2x}{2}-\frac{\sin 6x}{12}+C$; 5) $\frac{\sin 2x}{4}+\frac{\sin 6x}{12}+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{x+\sqrt{x}}$.	1) $\ln\lvert x+\sqrt{x}\rvert+\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{x}}{2}+C$; 2) $\ln\lvert x+\sqrt{x}\rvert-\ln\lvert\sqrt{x}\rvert+C$; 3) $-\ln\lvert x+\sqrt{x}\rvert-\ln\left\lvert\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\right\rvert+C$; 4) $-\ln\lvert x+\sqrt{x}\rvert+2\operatorname{arctg}\sqrt{x}+C$; 5) $2\ln\lvert\sqrt{x}+1\rvert+C$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\mathrm{arctg}\,x$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) $\frac{1}{1+x^2}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$; 3) $1+x^2$; 4) $\sqrt{1+x^2}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$ равно	1) $\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{x+1}{x-1}\right\|+C$; 2) $\ln\left\|x^2-1\right\|+C$; 3) $\frac{1}{2}\ln\left\|x^2+1\right\|+C$; 4) $\mathrm{arctg}\,x+C$; 5) $\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{x-1}{x+1}\right\|+C$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\sin(2x+5)dx$.	1) $\frac{1}{2}\cos(2x+5)+C$; 2) $-\frac{1}{2}\cos(2x+5)+C$; 3) $\frac{1}{5}\sin(2x+5)+C$; 4) $-\frac{1}{5}\cos(2x+5)+C$; 5) $\frac{1}{2}\sin(2x+5)+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\left(x-\frac{1}{x}\right)^3dx$.	1) $\frac{x^4}{4}+\frac{3}{2}x^2-3\ln\|x\|-\frac{1}{2x^2}+C$; 2) $\frac{x^3}{3}+3x+3\ln\|x\|+\frac{1}{2x^2}+C$; 3) $\frac{x^4}{4}+x^2+3\ln\|x\|-\frac{1}{2x^2}+C$; 4) $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+3\ln\|x\|+\frac{1}{2x^2}+C$; 5) $\frac{x^4}{4}+2x^2-3\ln\|x\|-\frac{1}{2x^2}+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2x+7}{x^2+2x+5}dx$.	1) $2\ln\left\|x^2+2x+5\right\|+2\,\mathrm{arctg}(x+1)+C$; 2) $2\ln\left\|x^2+2x+5\right\|+\frac{5}{2}\mathrm{arctg}\frac{x+1}{2}+C$; 3) $\ln\left\|x^2+2x+5\right\|+\frac{5}{2}\mathrm{arctg}\frac{x+1}{2}+C$; 4) $2\ln\left\|x^2+2x+5\right\|+5\,\mathrm{arctg}(x+1)+C$; 5) $\frac{1}{2}\ln\left\|x^2+2x+5\right\|+\frac{2}{5}\mathrm{arctg}\frac{x+1}{2}+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{2x+3}{\sqrt{x^2-2x-1}}dx$.	1) $4\sqrt{x^2-2x-1}+\ln\left\|x-1+\sqrt{x^2-2x-1}\right\|+C$; 2) $4\sqrt{x^2-2x-1}+\arcsin\frac{x-1}{\sqrt{2}}+C$; 3) $\frac{1}{\sqrt{x^2-2x-1}}+2\ln\left\|x-1+\sqrt{x^2-2x-1}\right\|+C$; 4) $2\sqrt{x^2-2x-1}+\arcsin\frac{x-1}{\sqrt{2}}+C$; 5) $2\sqrt{x^2-2x-1}+5\ln\left\|x-1+\sqrt{x^2-2x-1}\right\|+C$.
7.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$.	1) $x\,\mathrm{ctg}\,x+\ln\|\sin x\|+C$; 2) $\frac{x}{\cos^2 x}-\mathrm{tg}\,x+C$; 3) $x\,\mathrm{tg}\,x-\ln\|\sin x\|+C$; 4) $x\,\mathrm{tg}\,x+\ln\|\cos x\|+C$; 5) $\frac{x}{\cos^2 x}+\mathrm{tg}\,x+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{(x^2+1)dx}{x(x^2+4)}$.	1) $\frac{1}{4}\ln\|x\|-\frac{1}{8}\ln\left\|x^2+4\right\|+C$; 2) $\ln\|x\|-\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{x}{2}+C$; 3) $\frac{1}{4}\ln\|x\|-\frac{1}{8}\ln\left\|x^2+4\right\|+\frac{1}{4}\mathrm{arctg}\frac{x}{2}+C$; 4) $\ln\|x\|+\frac{1}{2}\ln\left\|x^2+4\right\|+C$; 5) $\ln\|x\|+\frac{1}{8}\mathrm{arctg}\frac{x}{2}+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\cos^2 x+2\cos x\sin x+\sin^2 x}$.	1) $\ln\|\mathrm{tg}\,x+1\|+C$; 2) $-\frac{1}{\mathrm{tg}\,x+1}+C$; 3) $\ln\|\mathrm{tg}\,x+1\|+\frac{1}{\mathrm{tg}\,x+1}+C$; 4) $\ln\left\|\mathrm{tg}\frac{x}{2}+2\right\|+C$ 5) $-\frac{1}{\mathrm{tg}\frac{x}{2}+1}+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{xdx}{1+\sqrt{x}}$.	1) $\frac{2}{3}x^{2/3}+x-\frac{1}{2}\sqrt{x}+2\ln\left\|1+\sqrt{x}\right\|+C$; 2) $\frac{3}{2}x^{3/2}-x+2\sqrt{x}-2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}+C$; 3) $\frac{2}{3}x^{3/2}-x+2\sqrt{x}-2\ln\left\|1+\sqrt{x}\right\|+C$; 4) $\frac{2}{3}x^{2/3}+x+2\sqrt{x}+2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}+C$; 5) $\frac{3}{2}x^{2/3}+\sqrt{x}+2\ln\left\|1+\sqrt{x}\right\|+C$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\arccos x$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) $\frac{1}{1+x^2}$; 2) $\frac{1}{1-x^2}$; 3) $\sqrt{1-x^2}$; 4) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=a^x$ равно ($a>0$)	1) a^x+C; 2) $\frac{a^x}{\ln a}+C$; 3) $a^{-x}+C$; 4) $\frac{a^x}{\ln x}$; 5) $\frac{a^x}{\ln a}$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{9x^2+27}}$.	1) $\frac{1}{3}\ln\left\|x+\sqrt{x^2+3}\right\|+C$; 2) $3\sqrt{x^2+3}+C$; 3) $3\arccos\frac{x}{3}+C$; 4) $\frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{\sqrt{3}}+C$; 5) $\sqrt{9x^2+27}+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{x^{4/5}+4+2x}{x}dx$.	1) $\frac{4}{5}x^{5/4}+4\ln\|x\|+x^2+C$; 2) $x^{4/5}+x+\frac{x^2}{2}+C$; 3) $x^5+4\ln\|x\|+x^2+C$; 4) $x^{2/5}+\ln\|x\|+x^2+C$; 5) $\frac{5}{4}x^{4/5}+4\ln\|x\|+2x+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{6x+13}{x^2+4x+8}dx$.	1) $\ln\left\|x^2+4x+8\right\|+\frac{1}{3}\mathrm{arctg}\frac{x+2}{3}+C$; 2) $\ln\left\|x^2+4x+8\right\|+\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{x+2}{3}+C$; 3) $3\ln\left\|x^2+4x+8\right\|+\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{x+2}{2}+C$; 4) $3\ln\left\|x^2+4x+8\right\|+\frac{1}{3}\mathrm{arctg}\frac{x+2}{3}+C$; 5) $2\ln\left\|x^2+4x+8\right\|+\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\frac{x+2}{3}+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2x-5}{\sqrt{x^2+2x+3}}dx$.	1) $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+2x+3}-5\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right\|+C$; 2) $4\sqrt{x^2+2x+3}-4\arcsin\frac{x-1}{2}+C$; 3) $4\sqrt{x^2+2x+3}-8\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right\|+C$; 4) $2\sqrt{x^2+2x+3}-7\ln\left\|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right\|+C$; 5) $\frac{2}{\sqrt{x^2+2x+3}}-3\arcsin\frac{x-1}{2}+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int(x+3)e^{3x+1}dx$.	1) $3(x+3)e^{3x+1}-e^{3x+1}+C$; 2) $xe^{3x+1}+C$; 3) $\frac{x+3}{3}e^{3x+1}+\frac{1}{3}e^{3x+1}+C$; 4) $\frac{x+3}{3}e^{3x+1}+\frac{e^{3x+1}}{9}+C$; 5) $\frac{x+3}{3}e^{3x+1}-\frac{1}{9}e^{3x+1}+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{4dx}{x^3+4x^2+4x}$.	1) $\frac{1}{4}\ln\lvert x\rvert-\frac{1}{4}\ln\lvert x+2\rvert+\frac{1}{2(x+2)}+C$; 2) $\ln\lvert x\rvert-\ln\lvert x+2\rvert+\frac{2}{(x+2)}+C$; 3) $\ln\lvert x\rvert-\frac{2}{(x+1)}+C$; 4) $\ln\lvert x\rvert-\frac{1}{4}\ln\lvert x-2\rvert+C$; 5) $\frac{1}{2}\ln\lvert x\rvert-\frac{1}{2}\ln\lvert x-2\rvert+\frac{1}{x-2}+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int 4\sin^2 x\cos^2 xdx$.	1) $\frac{\sin^5 x}{5}+\frac{\cos^5 x}{5}+C$; 2) $\frac{x}{2}+\frac{\cos 4x}{8}+C$; 3) $\frac{x}{2}-\frac{\sin 4x}{8}+C$; 4) $\frac{x}{4}+\frac{\sin 4x}{16}+C$; 5) $\frac{x}{4}+\frac{\cos 4x}{8}+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{\sqrt{x}dx}{x-\sqrt{x}}$.	1) $-2\sqrt{x}+2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}+C$; 2) $2x+\ln\lvert\sqrt{x}-1\rvert+C$; 3) $2\sqrt{x}+2\ln\lvert\sqrt{x}-1\rvert+C$; 4) $x+2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x}+C$; 5) $\sqrt{x}-\ln\lvert\sqrt{x}-1\rvert+C$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=e^{-x}$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) e^{x}; 2) $-e^{x}$; 3) e^{-x}; 4) $1+e^{-x}$; 5) $-e^{-x}$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\frac{1}{x}$ равно	1) $\ln\lvert x\rvert+C$; 2) $\lg\lvert x\rvert+C$; 3) $\ln\lvert x\rvert$; 4) $x+C$; 5) $\frac{x^2}{2}+C$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$.	1) $2\sqrt{1-4x^2}+C$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{1+4x^2}+C$; 3) $\frac{1}{2}\arcsin 2x+C$; 4) $2\arccos\frac{x}{2}+C$; 5) $2\arcsin\frac{x}{2}+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 dx$.	1) $\frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{x}+C$; 2) $\frac{x^3}{3}+2x-\frac{1}{x}+C$; 3) $\frac{x^3}{3}-2x-\frac{1}{x}+C$; 4) $\frac{x^2}{2}-x-\frac{1}{x}+C$; 5) $\frac{x^3}{3}+2x+\frac{1}{x^2}+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{4x+15}{x^2+6x+18}dx$.	1) $3\ln\lvert x^2+6x+18\rvert+3\,\mathrm{arctg}(x+3)+C$; 2) $3\ln\lvert x^2+6x+18\rvert+\mathrm{arctg}(x+2)+C$; 3) $2\ln\lvert x^2+6x+18\rvert+3\,\mathrm{arctg}\frac{x+3}{3}+C$; 4) $2\ln\lvert x^2+6x+18\rvert+\mathrm{arctg}\frac{x+3}{3}+C$; 5) $\ln\lvert x^2+6x+18\rvert+\frac{1}{3}\mathrm{arctg}\frac{x+3}{3}+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{4x+4}{\sqrt{5-4x-x^2}}dx$.	1) $-4\sqrt{5-4x-x^2}-4\arcsin\frac{x+2}{3}+C$ 2) $4\sqrt{5-4x-x^2}-4\ln\left\lvert x+2-\sqrt{5-4x-x^2}\right\rvert+C$ 3) $2\sqrt{5-4x-x^2}+2\arcsin\frac{x+2}{3}+C$ 4) $-4\sqrt{5-4x-x^2}-\frac{4}{3}\arcsin\frac{x+2}{3}+C$ 5) $-2\sqrt{5-4x-x^2}-4\ln\left\lvert x+2+\sqrt{5-4x-x^2}\right\rvert+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int \operatorname{arctg} x dx$.	1) $\operatorname{arctg} x - \frac{x^2}{2} + C$; 2) $x \operatorname{arctg} x - \frac{x^2}{2} + C$; 3) $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\ln\left\|1+x^2\right\| + C$; 4) $x \ln\left\|1+x^2\right\| - \frac{x^2}{2} + C$; 5) $x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2}\ln\left\|1+x^2\right\| + C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x dx}{(x-2)(x^2+3x+2)}$.	1) $\frac{1}{2}\ln\|x-2\| + \frac{1}{3}\ln\|x+2\| + \frac{1}{6}\ln\|x+1\| + C$; 2) $\frac{1}{2}\ln\|x-2\| - \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{1}{2}\ln\|x+1\| + C$; 3) $\frac{1}{2}\ln\|x-2\| + \frac{3}{(x-2)^2} + \frac{1}{2}\ln\|x+2\| + C$; 4) $\frac{1}{6}\ln\|x-2\| - \frac{1}{2}\ln\|x+2\| + \frac{1}{3}\ln\|x+1\| + C$; 5) $\ln\|x-2\| + 2\ln\|x+2\| + 3\ln\|x+1\| + C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$.	1) $\ln\|3+2\cos x\| + C$; 2) $\operatorname{arctg}\frac{\cos x}{2} + C$; 3) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right) + C$; 4) $\ln\left\|3+2\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right\| + C$; 5) $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{\sqrt{5}} + C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{\sqrt[4]{x} dx}{1+\sqrt{x}}$.	1) $4\operatorname{arctg}\sqrt[4]{x} + \frac{4}{3}x^{3/4} - 4\sqrt[4]{x} + C$; 2) $4\ln\left\|\sqrt[4]{x}+1\right\| + \frac{3}{4}x^{3/4} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{x} + C$; 3) $\operatorname{arctg}\sqrt{x} + \frac{3}{4}x^{3/4} - \sqrt[4]{x} + C$; 4) $\operatorname{arctg}\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + C$; 5) $\ln\left\|\sqrt{x}+1\right\| + \sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + C$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=\frac{1}{2}\ln\left\|\frac{x+1}{x-1}\right\|$ является одной из первообразных функции $f(x)$.	1) $\frac{1}{x^2-1}$; 2) $\frac{1}{1-x^2}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$; 4) $\frac{1}{x^2+1}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$ равно	1) $\operatorname{tg} x+C$; 2) $-\operatorname{ctg} x+C$; 3) $\operatorname{ctg} x+C$; 4) $\operatorname{tg} x$; 5) $\operatorname{ctg} x$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int 3^{3x}dx$.	1) 3^x+C; 2) $3^{3x}+C$; 3) $3^{3x+1}+C$; 4) $3^{3x}\ln 3+C$; 5) $\frac{1}{3}3^{3x}\frac{1}{\ln 3}+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{x^3+\sqrt[4]{x}+5x}{x^2}dx$.	1) $\frac{x^3}{3}-\frac{4}{3\sqrt[4]{x^3}}+\ln\|x\|+C$; 2) $\frac{x^2}{2}-\frac{5}{4}\sqrt[4]{x^5}+x+C$; 3) $\frac{x^2}{2}-\frac{4}{3\sqrt[4]{x^3}}+5\ln\|x\|+C$; 4) $-\frac{4}{3\sqrt[4]{x^3}}-5\ln\|x\|+C$; 5) $x+\frac{4}{3\sqrt[4]{x^3}}+5\ln\|x\|+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{2x+6}{x^2+4x+8}dx$.	1) $\ln\|x^2+4x+8\|+\operatorname{arctg}\frac{x+2}{2}+C$; 2) $\ln\|x^2+4x+8\|+\operatorname{arctg}(x+2)+C$; 3) $2\ln\|x^2+4x+8\|+2\operatorname{arctg}(x+2)+C$; 4) $2\ln\|x^2+4x+8\|+2\operatorname{arctg}\frac{x+2}{2}+C$; 5) $3\ln\|x^2+4x+8\|+\operatorname{arctg}\frac{x+2}{2}+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{10x+7}{\sqrt{x^2-6x+20}}dx$.	1) $5\sqrt{x^2-6x+20}+30\ln\left\|x-3+\sqrt{x^2-6x+20}\right\|+C$; 2) $5\sqrt{x^2-6x+20}+\frac{37}{11}\arcsin\frac{x-3}{\sqrt{11}}+C$; 3) $\frac{10}{\sqrt{x^2-6x+20}}+37\ln\left\|x-3+\sqrt{x^2-6x+20}\right\|+C$; 4) $10\sqrt{x^2-6x+20}+37\ln\left\|x-3+\sqrt{x^2-6x+20}\right\|+C$; 5) $-5\sqrt{x^2-6x+20}+37\arcsin\frac{x-3}{\sqrt{11}}+C$.
7.	Найти неопределенный интеграл $\int\arcsin x dx$.	1) $\arcsin x+x\sqrt{1-x^2}+C$; 2) $x\arcsin x+\frac{1}{2}\ln\left\|1+x^2\right\|+C$; 3) $x\arcsin x-2\sqrt{1-x^2}+C$; 4) $x\,\mathrm{arctg}\,x-\sqrt{1-x^2}+C$; 5) $x\arcsin x+\sqrt{1-x^2}+C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{10xdx}{(x-1)(x^2+9)}$.	1) $\ln\left\|x-1\right\|-\ln\left\|x^2+9\right\|+C$; 2) $\ln\left\|x-1\right\|+3\,\mathrm{arctg}\frac{x}{3}+C$; 3) $\ln\left\|x-1\right\|-\frac{1}{2}\ln\left\|x^2+9\right\|+3\,\mathrm{arctg}\frac{x}{3}+C$; 4) $\ln\left\|x-1\right\|+\frac{1}{2}\ln\left\|x^2+9\right\|+\frac{1}{3}\mathrm{arctg}\frac{x}{3}+C$; 5) $\ln\left\|x-1\right\|-\frac{1}{4}\ln\left\|x^2+9\right\|+\mathrm{arctg}\frac{x}{3}+C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int\sin 5x\sin 4x dx$.	1) $\frac{\sin x}{2}-\frac{\sin 9x}{18}+C$; 2) $-\frac{\cos x}{2}+\frac{\cos 9x}{18}+C$; 3) $\frac{\sin x}{4}+\frac{\sin 9x}{18}+C$; 4) $\frac{\cos x}{4}+\frac{\cos 9x}{18}+C$; 5) $\frac{\sin x}{2}-\frac{\cos 19x}{18}+C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{\sqrt[4]{x}dx}{1-\sqrt{x}}$.	1) $\frac{4}{3}x^{3/4}+4x^{1/4}+\mathrm{arctg}\sqrt[4]{x}+C$; 2) $-\frac{4}{3}x^{3/4}-4x^{1/4}+2\ln\left\|\frac{1+\sqrt[4]{x}}{1-\sqrt[4]{x}}\right\|+C$; 3) $\frac{4}{3}x^{3/4}+4x^{1/4}+4\ln\left\|\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right\|+C$; 4) $\frac{3}{4}x^{3/4}-\frac{1}{4}x^{1/4}+2\,\mathrm{arctg}\sqrt[4]{x}+C$; 5) $\frac{3}{4}x^{4/3}-\frac{1}{4}x-\ln\left\|\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right\|+C$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Функция $F(x)=a^x$ является одной из первообразных функции $f(x)$ ($a>0$).	1) a^x; 2) a^{-x}; 3) $\frac{a^x}{\ln a}$; 4) $a^x\ln a$; 5) $\frac{a^x}{\ln x}$.
2.	Множество всех первообразных функции $f(x)=\cos x$ равно	1) $\sin x+C$; 2) $\sin x$; 3) $\operatorname{tg} x+C$; 4) $\operatorname{ctg} x+C$; 5) $\cos x$.
3.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{dx}{\cos^2 5x}$.	1) $\cos^2 5x+C$; 2) $\frac{1}{3}\operatorname{ctg}^2 5x+C$; 3) $\operatorname{tg}^2 5x+C$; 4) $\frac{1}{10}\sin^2 5x+C$; 5) $\frac{1}{5}\operatorname{tg} 5x+C$.
4.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{x^5+2+3x^{1/7}}{x}dx$.	1) $\frac{x^4}{4}+2x-\frac{3}{x^{1/7}}+C$; 2) $\frac{x^5}{5}+2\ln\lvert x\rvert+21x^{1/7}+C$; 3) $\frac{x^5}{5}+2\ln\lvert x\rvert+\frac{3}{7}x^{1/7}+C$; 4) $\frac{x^4}{4}-2x-\frac{3}{x^{1/7}}+C$; 5) $\frac{x^5}{5}-2\ln\lvert x\rvert-\frac{3}{7}x^{1/7}+C$.
5.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{10x+13}{x^2+2x+10}dx$.	1) $\ln\lvert x^2+2x+10\rvert+\operatorname{arctg}(x+3)+C$; 2) $\ln\lvert x^2+2x+10\rvert+\operatorname{arctg}\frac{x+1}{3}+C$; 3) $5\ln\lvert x^2+2x+10\rvert+\operatorname{arctg}\frac{x+1}{3}+C$; 4) $5\ln\lvert x^2+2x+10\rvert+\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{x+1}{3}+C$; 5) $3\ln\lvert x^2+2x+10\rvert+3\operatorname{arctg}(x+1)+C$.
6.	Найти неопределенный интеграл $\int\frac{4x+3}{\sqrt{x^2+4x+2}}dx$.	1) $2\sqrt{x^2+4x+2}+5\ln\lvert x+2+\sqrt{x^2+4x+2}\rvert+C$; 2) $\frac{4}{\sqrt{x^2+4x+2}}-5\arcsin\frac{x+2}{\sqrt{2}}+C$; 3) $4\sqrt{x^2+4x+2}-5\ln\lvert x+2+\sqrt{x^2+4x+2}\rvert+C$; 4) $4\sqrt{x^2+4x+2}+\frac{5}{\sqrt{2}}\arcsin\frac{x+2}{\sqrt{2}}+C$; 5) $2\sqrt{x^2+4x+2}+5\arcsin\frac{x+2}{\sqrt{2}}+C$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$.	1) $-x\operatorname{ctg} x + \ln\lvert\sin x\rvert + C$; 2) $x\operatorname{ctg} x - \ln\lvert\sin x\rvert + C$; 3) $x\operatorname{tg} x - \ln\lvert\sin x\rvert + C$; 4) $x\operatorname{tg} x - \ln\lvert\cos x\rvert + C$; 5) $x\operatorname{ctg} x - \ln\lvert\cos x\rvert + C$.
8.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{(x+6)dx}{(x+2)(x^2+4)}$.	1) $\ln\lvert x+2\rvert - \frac{1}{2}\ln\lvert x^2+4\rvert + C$; 2) $\ln\lvert x+2\rvert + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C$; 3) $\ln\lvert x+2\rvert + \ln\lvert x^2+4\rvert + C$; 4) $\ln\lvert x+2\rvert - \frac{1}{2}\ln\lvert x^2+4\rvert + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C$; 5) $\frac{1}{2}\ln\lvert x+2\rvert - \frac{1}{4}\ln\lvert x^2+4\rvert + \operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C$.
9.	Найти неопределенный интеграл $\int 16\sin^2 x\cos^4 x dx$.	1) $\frac{\sin^5 x}{5} + \frac{\sin^7 x}{7} + C$; 2) $x + \frac{\cos 4x}{4} + \frac{\sin^3 2x}{3} + C$; 3) $\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + C$; 4) $x - \frac{\sin 4x}{4} + \frac{\sin^3 2x}{3} + C$; 5) $x + \frac{\cos 4x}{4} + \frac{\cos^3 2x}{3} + C$.
10.	Найти неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{x-\sqrt{x}}$.	1) $2\operatorname{arctg}\sqrt{x} + \sqrt{x} + C$; 2) $2\ln\lvert\sqrt{x}-1\rvert + C$; 3) $\operatorname{arctg}\sqrt{x} + C$; 4) $2\ln\lvert\sqrt{x}-1\rvert + \sqrt{x} + C$; 5) $2\ln\lvert\sqrt{x}-1\rvert + x + \sqrt{x} + C$.

ТЕСТ «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. ПРИЛОЖЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Если $F(x)$ – какая либо первообразная функции $f(x)$, то чему равен интеграл $\int_a^b f(x)dx$.	1) $F(a)-F(b)$; 2) $F(b)-F(a)$; 3) $F(a)$; 4) $F(b)$; 5) $F(a)\pm F(b)$.
2.	Вычислите: $\int_0^3 e^{2x}dx$	1) $\frac{1}{3}(e^{3x}+1)$; 2) $\frac{1}{2}(e^{3x}-1)$; 3) $\frac{1}{3}(e^6-1)$; 4) $\frac{1}{2}(e^6-1)$; 5) $\frac{1}{2}(e^3)$.
3.	Вычислите: $\int_1^{16}\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx$	1) $25+e^2$; 2) $9+\ln\frac{25}{4}$; 3) $\ln\frac{5}{2}$; 4) ∞; 5) $3+\ln\frac{5}{4}$.
4.	Вычислите: $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$	1) $\frac{3}{2}$; 2) 0; 3) $25+\sqrt{2}$; 4) $\ln\sin\frac{\pi}{4}$; 5) $\sqrt{2}-1$.
5.	Вычислите: $\int_1^4 \ln(x^2)dx$	1) $4\ln 16-6$; 2) $\ln 16-\ln 1$; 3) 4; 4) $\ln e+1$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{x^3}{x^2+2}dx$	1) $2+\sqrt{2}$; 2) $1-\ln 4$; 3) $1+e^2$; 4) $1+\ln\frac{2}{3}$; 5) $\pi=3.1428571$.
7.	Вычислите: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos 5x\sin(\frac{\pi}{2}-x)dx$	1) 3; 2) 0; 3) 49π; 4) $\sin\frac{\pi}{4}$; 5) $\sqrt{2}-2\pi$.
8.	Вычислите площадь фигуры ограниченной графиком фнункции $y=\cos x$, $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$	1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 0; 4) 3π; 5) 4.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $x\in[0;5]$.	1) 4π; 2) 13π; 3) 7π; 4) 625π; 5) $\frac{1}{3}$.
10.	Вычислить длину дуги кривой $y=2(x-1)^{3/2}$, между прямыми $x=1$ и $x=3$.	1) 20; 2) 3π; 3) $\frac{20}{3}$; 4) $\frac{2}{27}\left(19\sqrt{19}-1\right)$; 5) $\sqrt{21}$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите новые пределы интегрирования $\int_0^1 f(x)dx$, подстановка $x = \sin t$.	1) $\int_{-3}^{3}\varphi(t)dt$; 2) $\int_0^{\infty}\varphi(t)dt$; 3) $\int_1^2\varphi(t)dt$; 4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(t)dt$; 5) $\int_0^2\varphi(t)dt$.
2.	Вычислите: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x dx$	1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) $\frac{\pi}{3}$; 4) 0; 5) ∞.
3.	Вычислите: $\int_0^{64}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}dx$	1) $\frac{6}{7}2^7$; 2) 9; 3) $\frac{7}{6}2^8$; 4) ∞; 5) $\frac{512}{2}$.
4.	Вычислите: $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^2 x}{\sin^6 x}dx$	1) $\frac{3}{2}$; 2) 0; 3) $\frac{8}{15}$; 4) ∞; 5) $\sqrt{2}-1$.
5.	Вычислите: $\int_0^{\ln 2} xe^{-x}dx$	1) $\frac{1-\ln 2}{2}$; 2) $\ln 2-\ln 1$; 3) 4; 4) $\ln e+1$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int_{-2}^{-2+\sqrt{10}}\frac{dx}{x^2+4x+14}$	1) $2+\sqrt{2}$; 2) ∞; 3) $1+e^2$; 4) $\frac{3\pi}{\sqrt{10}}$; 5) $\frac{\pi}{4\sqrt{10}}$.
7.	Вычислите: $\int_0^1 \sin(\pi x)\sin(\frac{\pi}{2}x)dx$	1) π; 2) $\frac{4}{3\pi}$; 3) $\pi-3$; 4) $\frac{\pi}{4}$; 5) 0
8.	Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$ и прямыми $x = 1$, $x = 2, y = 0$.	1) 16; 2) $\frac{2}{5}$; 3) 40; 4) $\frac{2}{3}$; 5) 2.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры $y = e^x$, ограниченной линиями $x \in [0;5]$.	1) 2π; 2) 10π; 3) $\frac{\pi}{2}(e^{10}-1)$; 4) $\frac{\pi}{2}(e^5-1)$; 5) $\frac{1}{8}\pi$.
10.	Вычислить длину дуги кривой $y = 2x + 1$, между прямыми $x = 0$ и $x = 3$.	1) $3\sqrt{5}$; 2) 3; 3) $\frac{20}{3}$; 4) $3-\sqrt{2}$; 5) $\sqrt{21}$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите новые пределы интегрирования $\int_1^8 f(x)dx$, подстановка $x=t^3$.	1) $\int_{-3}^{3}\varphi(t)dt$; 2) $\int_0^{\infty}\varphi(t)dt$; 3) $\int_1^2\varphi(t)dt$; 4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\varphi(t)dt$; 5) $\int_0^2\varphi(t)dt$.
2.	Вычислите: $\int_2^3 e^{5+3x}dx$	1) $\frac{1}{3}(e^{5+3x}+1)$; 2) $\frac{1}{2}(e^3-1)$; 3) $\frac{1}{3}(e^6-1)$; 4) $\frac{e^{11}}{3}(e^3-1)$; 5) $\frac{1}{2}(e^3)$.
3.	Вычислите: $\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$	1) $25+e^2$; 2) $2-2\ln 2$; 3) $\ln\frac{5}{2}$; 4) ∞; 5) $2+\ln 3$.
4.	Вычислите: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x}dx$	1) $\frac{3}{2}$; 2) 0; 3) $\frac{7}{10}$; 4) ∞; 5) $\frac{8}{15}$.
5.	Вычислите: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx$	1) 1; 2) 25; 3) 4π; 4) $\ln e+1$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int_5^6 \frac{2x+3}{x^2-7x+12}dx$	1) $20\ln 2-9\ln 3$; 2) $1-\ln 4$; 3) 45; 4) $\ln 1+\ln\frac{2}{3}$; 5) 0.
7.	Вычислите: $\int_0^1 \cos(\frac{\pi x}{4})\cos(\frac{\pi}{2}x)dx$	1) 2π; 2) π^2; 3) $\frac{4\sqrt{2}}{3\pi}$; 4) $\frac{48}{5\pi}$; 5) $\frac{4\pi}{3}$.
8.	Вычислите площадь сектора ограниченного кривой $r=3\cos\varphi$, $-\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) 134; 2) $\frac{10\pi}{3}$; 3) $\frac{9\pi}{4}$; 4) $\frac{2\pi}{3}$; 5) 23.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры $y=x^{\frac{3}{2}}$, ограниченной линиями $x\in[\sqrt{2};4]$.	1) 15π; 2) 130π; 3) $\frac{\pi}{2}(20-\frac{1}{2})$; 4) 63π; 5) $\frac{1}{8}\pi$.
10.	Вычислить длину дуги кривой $y=\frac{1}{3}\sqrt{x}(x-3)$, между прямыми $x=0$ и $x=3$.	1) 2; 2) $2\sqrt{3}$; 3) $\frac{20}{7}$; 4) $3-\sqrt{2}$; 5) $\sqrt{2}$.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите новые пределы интегрирования $\int_0^{\pi} f(x)dx$, подстановка $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=t$.	1) $\int_{-3}^{3}\varphi(t)dt$; 2) $\int_{0}^{\infty}\varphi(t)dt$; 3) $\int_{1}^{2}\varphi(t)dt$; 4) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\varphi(t)dt$; 5) $\int_{0}^{2}\varphi(t)dt$.
2.	Вычислите: $\int_0^1 (3x+1)^4 dx$	1) 1024; 2) ∞; 3) $\frac{\pi}{3}$; 4) $\frac{1}{2}(40-1)$; 5) $\frac{341}{5}$.
3.	Вычислите: $\int_0^8 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}$	1) 25; 2) $8-\ln 3$; 3) $3\ln 3$; 4) $3+\ln\frac{5}{4}$; 5) ∞.
4.	Вычислите: $\int_0^{\pi} \sin^6 x dx$	1) $\frac{5\pi}{16}$; 2) 0; 3) $25+\pi$; 4) ∞; 5) $\sqrt{2}-1$.
5.	Вычислите: $\int_0^1 x\ln(x+1)dx$	1) $4\ln 16-6$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) 4; 4) $\ln e+1$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int_1^2 \frac{x^2+2x}{x^2(x+3)}dx$	1) $\sqrt{2}$; 2) $1-\ln 4$; 3) $1+e^2$; 4) $\frac{1}{3}\ln 5$; 5) 20.
7.	Вычислите: $\int_{-2}^{0} \frac{x^2}{1-4x^3}dx$	1) $\frac{1}{12}\ln 33$; 2) $\frac{3}{21}$; 3) $16\ln 2$; 4) $\ln 2$; 5) 0.
8.	Найти площадь фигуры ограниченную линией $r=2(1-\cos\varphi)$, $0\le\varphi\le 2\pi$.	1) $\frac{3\pi}{2}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) 0; 4) 6π; 5) π.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры $y=\frac{1}{x^2}$, ограниченной линиями $x\in[\sqrt[3]{2};\sqrt[3]{4}]$.	1) π; 2) 2π; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) $\frac{\pi}{12}$; 5) $\frac{\pi}{16}$.
10.	Вычислить длину дуги кривой заданной параметрическими уравнениями: $y=e^t\cos t$, $x=e^t\sin t$, $t\in[0;\pi]$.	1) $1+e^{\pi}$; 2) 10π; 3) $\frac{20}{3}e^{\pi}$; 4) $3-\sqrt{2}\pi$; 5) $\sqrt{2}(e^{\pi}-1)$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите новые пределы интегрирования $\int_{-1}^{2} f(x)dx$, подстановка $x=\frac{1}{2}(t+1)$.	1) $\int_{-3}^{3}\varphi(t)dt$; 2) $\int_{0}^{\infty}\varphi(t)dt$; 3) $\int_{1}^{2}\varphi(t)dt$; 4) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\varphi(t)dt$; 5) $\int_{0}^{2}\varphi(t)dt$.
2.	Вычислите: $\int_{3}^{4}\frac{dx}{2-x}$	1) $\ln\frac{1}{2}$; 2) $\ln 2$; 3) $\ln\frac{3}{2}$;4) $2\ln 2$; 5) e.
3.	Вычислите: $\int_{0}^{\frac{1}{10^3}}\frac{dx}{1-\sqrt[3]{x}}$	1) 25; 2) $3\ln\frac{9}{10}-\frac{63}{200}$; 3) $3\ln 63$; 4) $\frac{63}{200}$; 5) ∞.
4.	Вычислите: $\int_{0}^{\pi}\cos^6 xdx$	1) $\frac{\pi}{2}$; 2) 0; 3) $25+\pi$; 4) ∞; 5) $\frac{5\pi}{16}$.
5.	Вычислите: $\int_{0}^{1}\mathrm{arctg}x dx$	1) 6; 2) $\ln 16-\ln e$; 3) $\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2}-\ln 2)$; 4) $\ln 1$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int_{-2}^{0}\frac{dx}{x^2+6x+12}$	1) $2+\sqrt{2}$; 2) 36; 3) 1; 4) $1+\ln\frac{2}{3}$; 5) $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$.
7.	Вычислите $\int_{0}^{1}\frac{e^{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$	1) e^2; 2) e^3-5; 3) e^2-1;4) e; 5) 0.
8.	Вычислите площадь сектора ограниченного кривой $r=5\sqrt{\cos 2\varphi}$, $-\frac{\pi}{4}\le\varphi\le\frac{\pi}{4}$.	1) $\frac{\pi}{4}$; 2) $\frac{25}{4}$; 3) $\frac{3\pi}{2}$; 4) 3π; 5) 41.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры $y=\sqrt{1-x^2}$, ограниченной линиями $x\in[0;1]$.	1) $\frac{2\pi}{3}$; 2) π; 3) ∞; 4) $12\pi^3$; 5) $\frac{\pi e}{3}$.
10.	Вычислить длину дуги кривой заданной параметрическими уравнениями $y=\sin t-t\cos t$, $x=\cos t+t\sin t$, $t\in[0;\pi]$.	1) $\frac{\pi}{3}$; 2) 2π; 3) $\ln e^{\pi}$; 4) $\frac{\pi^2}{2}$; 5) $\sqrt{2}\pi$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Найдите новые пределы интегрирования $\int\limits_1^{e^2} f(x)dx$, подстановка $\ln x = t$.	1) $\int\limits_{-3}^{3}\varphi(t)dt$; 2) $\int\limits_{0}^{\infty}\varphi(t)dt$; 3) $\int\limits_{1}^{2}\varphi(t)dt$; 4) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\varphi(t)dt$; 5) $\int\limits_{0}^{2}\varphi(t)dt$.
2.	Вычислите: $\int\limits_0^2 \frac{dx}{4+x^2}$	1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}\pi$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{2}(\pi-1)$; 5) 4.
3.	Вычислите: $\int\limits_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}dx$	1) e^2; 2) $9-\ln\frac{25}{4}$; 3) 2π; 4) ∞; 5) 3π.
4.	Вычислите: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{tg}^3 x dx$	1) $\frac{1}{2}+\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) 0; 3) $25+\sqrt{2}$; 4) $\ln\sin\frac{\pi}{4}$; 5) $\sqrt{2}-1$.
5.	Вычислите: $\int\limits_0^1 x2^{-x}dx$	1) $4\ln 2+10$; 2) $\frac{1}{2\ln^2 2}(1-\ln 2)$; 3) e; 4) $\ln e+1$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int\limits_0^1 \frac{x^4}{x+1}dx$	1) 3π; 2) $1+\ln e$; 3) $1+e$; 4) $-\frac{7}{12}+\ln 2$; 5) ∞.
7.	Вычислите $\int\limits_0^1 \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}dx$	1) $\ln(e-1)$; 2) $\frac{1}{2}\ln\frac{e^2+1}{2}$; 3) $\frac{1}{4}\ln\frac{e^2}{2}$; 4) e; 5) $2\ln e^3$.
8.	Вычислите площадь фигуры ограниченной кривой $y^3 = x$ и прямыми $x=0$, $x=8, y=0$.	1) 10; 2) 9; 3) 12; 4) 32; 5) 2π.
9.	Вычислите объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x$ и $x=4$ вокруг оси Ox.	1) $12\pi+2$; 2) ∞, т.к. фигура незамкнутая; 3) 16π; 4) 48; 5) 0.
10.	Вычислить длину дуги кривой $r = e^{\varphi}$, $0\le\varphi\le 4\pi$.	1) $\sqrt{2}(e^{4\pi}-1)$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}(e^{2\pi}-e)$; 3) $\frac{20}{3}e^{\pi}$; 4) $3\pi-\sqrt{2}\pi$; 5) ∞.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Верно ли, что $\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)dx$	1) верно; 2)не верно; 3) верно, если $f(x)$ четная; 4) верно, если $f(x)$ не четная; 5) равенство не имеет смысла.
2.	Вычислите: $\int\limits_{0}^{3}(1+e^{\frac{x}{3}})dx$	1) e; 2) $\ln 2$; 3) $1+3e$; 4) $2\ln 2$; 5) $3e$.
3.	Вычислите: $\int\limits_{-1}^{1}\frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$	1) 25; 2) $\frac{1}{6}$; 3) π; 4) $\frac{63}{200}$; 5) ∞.
4.	Вычислите: $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{ctg}^3 x dx$	1) 0; 2) $\frac{1}{2}+\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $25+\sqrt{2}$; 4) $\ln\sin\frac{\pi}{4}$; 5) $\sqrt{2}-1$.
5.	Вычислите: $\int\limits_{1}^{3}\frac{\ln x}{x^2}dx$	1) $3\ln e$; 2) ∞; 3) $3+\ln\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{3}(2-\ln 3)$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int\limits_{1}^{2}\frac{dx}{x(x+1)^2}$	1) $\ln\frac{4}{3}-\frac{1}{6}$; 2) 0; 3) e; 4) $\frac{1}{6}+\ln 2$; 5) 3
7.	Вычислите $\int\limits_{0}^{1}\frac{e^x+e^{-x}}{2}dx$	1) $ch1$; 2) $\frac{1}{2}(1-e^2)$; 3) $\frac{1}{2}(e^1-e^{-1})$; 4) e; 5) $\frac{1}{2}$.
8.	Найти площадь фигуры ограниченную линией $r=2\sin 3\varphi$, $0\le\varphi\le\frac{\pi}{3}$.	1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{\pi}{4}$; 4) 6π; 5) $\frac{\pi}{8}$.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры $y=\sqrt{9-x^2}$, ограниченной линиями $x\in[-3;3]$.	1) ∞; 2) π; 3) 29π; 4) 124; 5) 36π.
10.	Вычислить длину дуги кривой $y=\ln(\sin x)$, между прямыми $x=0$ и $x=\frac{\pi}{2}$.	1) $2e$; 2) 0; 3) $\ln 10$; 4) $\frac{1}{2}\ln 3$; 5) $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{4}$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Верно ли, что $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$	1) верно; 2)не верно; 3) верно, если $f(x)$ четная; 4) верно, если $f(x)$ не четная; 5) равенство не имеет смысла.
2.	Вычислите: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx$	1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) $\frac{\pi}{3}$;4) 0; 5) ∞.
3.	Вычислите: $\int_{0}^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$	1) $2-\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) π; 4) $\frac{3\pi}{2}$; 5) ∞.
4.	Вычислите: $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^4 x}$	1) $\frac{3}{2}$; 2) 0; 3) $25\sqrt{2}$;4) $\ln\frac{\pi}{4}$; 5) $-\frac{8\sqrt{3}}{27}$.
5.	Вычислите: $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$	1) $\pi \ln 16 - 6$; 2) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \ln 2$; 3) 4; 4) ∞; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int_{3}^{4} \frac{2x+4}{(x-2)(x+5)} dx$	1) $\sqrt{3}$; 2) $\ln 5$; 3) $\frac{1}{7}(8\ln 2 + 6\ln\frac{9}{8})$; 4) $\frac{1}{7}(\ln\frac{8}{9} - \ln 3)$; 5) π.
7.	Вычислите $\int_{0}^{1} \frac{4-e^x}{e^x} dx$	1) $12\sqrt{2}$; 2) ∞; 3) $16(e^2-1)$; 4) $3-4e^{-1}$; 5) 0.
8.	Вычислите площадь фигуры, ограниченной синусоидой $y = \sin x$, $x \in [0;\pi]$.	1) $\frac{\pi}{2}$; 2) 3; 3) 4; 4) 3π; 5) 2.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox косинусоиды $y = \cos x$, $x \in [0;\pi]$.	1)$\frac{\pi^2}{2}$; 2) $\frac{\pi}{6}$; 3) π; 4)$10\pi^3$; 5)$\frac{1}{3}$.
10.	Вычислить длину дуги кривой $r = e^{2\varphi}$, $0 \le \varphi \le 4\pi$.	1) $\frac{\sqrt{5}}{2}(e^{4\pi}-1)$; 2) $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}(e^{\pi}-e)$; 3) $\frac{22}{5}e^3$; 4) $\sqrt{2}\pi^2$; 5) ∞.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Верно ли, что $\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{a}^{-a} f(x)dx$	1) верно; 2)не верно; 3) верно, если $f(x)$ четная; 4) верно, если $f(x)$ не четная; 5) равенство не имеет смысла.
2.	Вычислите: $\int_{1}^{2} \frac{x^4+1}{x^2} dx$	1)$\frac{1}{3}$; 2)1; 3) $\frac{17}{6}$;4) 0; 5)∞.
3.	Вычислите: $\int_{0}^{1} \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} dx$	1) $\frac{125}{3}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) π; 4) $\frac{3}{2}$; 5) $\frac{16}{15}$.
4.	Вычислите: $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^4 x}$	1)$2\sqrt{3}$; 2)4; 3)$25\sqrt{2}$;4)∞; 5) $-\frac{8\sqrt{3}}{27}$.
5.	Вычислите: $\int_{0}^{\pi} x\cos x dx$	1)∞; 2)4; 3)-2; 4)$\frac{5}{2}$; 5) интеграл не может быть вычислен.
6.	Вычислите: $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2+2x+5}$	1) $\frac{\pi}{8}$; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{3\pi}{2}$; 4) $\frac{5\pi}{12}$; 5) π .
7.	Вычислите $\int_{0}^{\pi} e^x \cos x dx$.	1) $12\pi-\sqrt{2}\pi$; 2) e^2-2; 3) 16π; 4) $\frac{1}{2}(-1-e^{\pi})$; 5) $\frac{1}{2}(e^2-e^{\pi})$.
8.	Вычислите площадь сектора, ограниченного кривой $r=3\cos 3\varphi$, $-\frac{\pi}{6}\le\varphi\le\frac{\pi}{6}$.	1) $\frac{3\pi}{4}$; 2)$\frac{5\pi}{4}$; 3) $\frac{3\pi}{2}$; 4) 3π; 5) 41.
9.	Вычислите объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры $y=(\ln x)^{\frac{1}{2}}$, ограниченной линиями $x\in[\sqrt[3]{2};\sqrt[3]{4}]$.	1) π; 2) $\pi(2\ln 2-1)$; 3) $\frac{\pi}{2}\ln\frac{2}{3}$; 4) $\frac{\pi}{12}$; 5) $\frac{3\pi}{16}$.
10.	Вычислить длину дуги кривой $y^2=(x+1)^3$, между прямыми $x=\frac{1}{3}$ и $x=\frac{12}{9}$.	1) $\frac{20}{3}$; 2) $3\sqrt{2}$; 3)$\frac{1}{26}$; 4)$3+2\sqrt{2}$; 5) $\frac{61}{27}$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Верно ли, что $\int_{-a}^{a} f(x)dx = -\int_{a}^{-a} f(x)dx$	1) верно; 2)не верно; 3) верно, если $f(x)$ четная; 4) верно, если $f(x)$ не четная; 5) равенство не имеет смысла.
2.	Вычислите: $\int_{4}^{9} \frac{dx}{\sqrt{x}}$	1) $\frac{1}{3}$; 2) 10; 3) $\frac{17}{6}$;4) 2; 5) ∞.
3.	Вычислите: $\int_{0}^{1} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$	1) $2+\frac{3}{2}$; 2) $\sqrt{2}-1$; 3) $\frac{96}{35}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) $2+\sqrt{2}$.
4.	Вычислите: $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^8 x}$	1) $\frac{3}{2}$; 2) 0; 3) $25+\sqrt{2}$; 4) $\ln(\sin\frac{\pi}{4})$; 5) $\sqrt{2}-1$.
5.	Вычислите: $\int_{0}^{1} \arcsin x dx$	1) $\frac{\pi}{2}-1$; 2) ∞; 3) π; 4) 4; 5) $3\pi-2$.
6.	Вычислите: $\int_{1}^{2} \frac{dx}{x^2+2x}$	1) $10+\sqrt{2}$; 2) $4\ln 2$; 3) $\frac{5}{2}$; 4) ∞; 5) $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$.
7.	Вычислите $\int_{0}^{\pi} \cos^5 x \sin x dx$	1) $12\pi+2$; 2)0; 3)16π;4)4; 5)3.
8.	Вычислите площадь фигуры, ограниченной спиралью Архимеда $r=3\varphi$, $0<\varphi<2\pi$.	1)4; 2)13π; 3) π; 4)$12\pi^3$; 5)$\frac{1}{3}$.
9.	Вычислите объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$, $x\in[1;8]$ вокруг оси Ox.	1) $12\pi+2$; 2) ∞, т.к. фигура незамкнутая; 3) 3π; 4) 22; 5) 5π.
10.	Вычислить длину дуги кривой $y=t^3$, $x=t^2$, $t\in[0,1]$.	1) $\frac{20}{27}(4-2^{\frac{2}{3}})$; 2) $\frac{1}{27}(13^{\frac{3}{2}}-8)$; 3) интеграл не может быть вычислен; 4) $\frac{20}{27}(4-2^{\frac{2}{3}})$; 5) ∞.

ТЕСТ «КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ»
Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int_0^1 dx \int_0^2 (x+y)dy$.	1) 2; 2) 3; 3) -2; 4) -3; 5) 4.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dy \int_{y/2}^{y} f(x,y)dx + \int_2^4 dy \int_{y/2}^{2} f(x,y)dx$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y) = 1 - y$.	1) –2; 2) -1; 3) –3; 4) 2; 5) $-\frac{2}{3}$.
4.	Вычислить интеграл $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}$ область D ограниченна линиями: $x^2+y^2=9$, $x=0$, $x>0$.	1) $\frac{3}{2}\pi$; 2) $\frac{2}{3}\pi$; 3) 3π; 4) -3π; 5) 3,6.
5.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $y=1$.	1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $-\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{3}$; 5) $\frac{5}{2}$.
6.	Вычислить интеграл $\int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 xyzdz$.	1) $\frac{3}{4}$; 2) $-\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{2}$; 4) –3; 5) 3.
7.	Вычислить интеграл $\iiint_V (x+y+z)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x+y+z=0$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.	1) $-\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) $\frac{3}{8}$.
8.	Вычислить интеграл $\iiint_V (x+y)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x=\sqrt{4-y^2}$, $z=0$, $z=5$.	1) $\frac{40}{3}$; 2) $-\frac{40}{3}$; 3) $\frac{80}{3}$; 4) $\frac{3}{80}$; 5) $\frac{3}{40}$.
9.	Вычислить интеграл $\iiint_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$, $z=0$.	1) $\frac{2}{3}\pi$; 2) 4π; 3) $\frac{3}{2}\pi$; 4) 8π; 5) -4π.
10.	Найти массу тела, ограниченного поверхностями $z=\sqrt{25-x^2-y^2}$, $z=\sqrt{16-x^2-y^2}$, $x\ge 0$, $y\ge 0$, если плотность $\gamma(x,y,z)=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.	1) $\frac{4}{9}\pi$; 2) $-\frac{4}{9}\pi$; 3) 9π; 4) 4π; 5) $\frac{9}{4}\pi$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-3}^{0} (3-y)dy$.	1) 27; 2) $\frac{27}{2}$; 3) 9; 4) -9; 5) 6.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x/2}^{x} f(x,y)dy + \int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{x/2}^{1} f(x,y)dy$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y)=x+y$.	1) $\frac{6}{5}$; 2) $-\frac{6}{5}$; 3) $\frac{5}{6}$; 4) $-\frac{5}{6}$; 5) $\frac{3}{2}$.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_{D} \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$ область D ограниченна линиями: $x^2+y^2=4$.	1) $\frac{3}{2}\pi$; 2) $\frac{16}{3}\pi$; 3) 2π; 4) $-\frac{2}{3}\pi$; 5) $-\frac{16}{3}\pi$.
5.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y+x=2$, $y=0$, $x=0$.	1) $\frac{3}{2}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) –2; 4) 2; 5) 4.
6.	Вычислить интеграл $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0}^{4} dy \int\limits_{0}^{3} z^2 dz$.	1) 27; 2) 47; 3) 72; 4) 74; 5) 57.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} (x+y)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x+y=1$, $x=0$, $y=0, z=2$, $z=0$.	1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $-\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{3}$; 5) $\frac{5}{2}$.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} zdxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x^2+y^2=1$, $z=0$, $z=2$.	1) 3π; 2) -3π; 3) $\frac{3}{2}\pi$; 4) $\frac{2}{3}\pi$; 5) 2π.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} \frac{dxdydz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$, если область V ограничена поверхностями: $z=-\sqrt{9-x^2-y^2}$, $z=0$.	1) $\frac{9}{2}\pi$; 2) 9π; 3) 2π; 4) $\frac{2}{5}\pi$; 5) $\frac{2}{9}\pi$.
10.	Найти массу тела, ограниченного поверхностями $x+y+z=2$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, если плотность $\gamma(x,y,z)=x+y$.	1) $-\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{3}$; 5) $\frac{20}{3}$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int\limits_2^4 dy \int\limits_0^3 (x-5)dx$.	1) 22; 2) 21; 3) – 21; 4) $\frac{22}{5}$; 5) $\frac{6}{7}$.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^{1/2} dy \int\limits_{y/2}^{2y} f(x,y)dx + \int\limits_{1/2}^{2} dy \int\limits_{y/2}^{1} f(x,y)dx$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y)=1-x$.	1) 4; 2) $\frac{1}{4}$; 3) – 4; 4) $\frac{3}{4}$; 5) $\frac{6}{5}$.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_D \frac{dxdy}{x^2+y^2}$ область D ограничена линиями: $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2=16$.	1) $2\pi\ln 2$; 2) $\ln 4$; 3) 4π; 4) $8\pi\ln 2$; 5) $-4\ln 2$.
5.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x$, $y=2x$, $x=1$.	1) 1; 2) – 1; 3) $\frac{3}{2}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $\frac{1}{2}$.
6.	Вычислить интеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^3 dy \int\limits_0^3 yzdz$.	1) $\frac{45}{2}$; 2) $\frac{51}{2}$; 3) 40; 4) $\frac{81}{4}$; 5) $\frac{91}{2}$.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V (x+z+1)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x+z=2$, $x=0$, $y=-2$, $y=2$, $z=0$.	1) $\frac{65}{3}$; 2) $\frac{44}{3}$; 3) $\frac{56}{3}$; 4) $\frac{65}{2}$; 5) $\frac{43}{2}$.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V z^2 dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x^2+z^2=4$, $y=0$, $y=1$.	1) 4π; 2) 2π; 3) -2π; 4) 3π; 5) 5π.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\sqrt{\left(x^2+y^2+z^2\right)^3}}$, если область V ограничена поверхностями: $z=\sqrt{25-x^2-y^2}$, $z=\sqrt{9-x^2-y^2}$, $z=0$, $x\ge 0$, $y\ge 0$.	1) $\pi\ln\frac{5}{3}$; 2) $\ln\frac{3}{5}$; 3) $\frac{\pi}{2}\ln\frac{3}{5}$; 4) $\ln\frac{5}{3}$; 5) $\frac{\pi}{2}\ln\frac{5}{3}$.
10.	Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x+y+z=3$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.	1) $\frac{2}{9}$; 2) $\frac{9}{2}$; 3) $-\frac{9}{2}$; 4) 9; 5) 2.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int_1^2 dx \int_1^2 (x-y)dy$.	1) 1; 2) –1; 3) 2; 4) –2; 5) 0.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_0^x f(x,y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y) = x - y$.	1) $\frac{3}{2}$; 2) $-\frac{3}{2}$; 3) $-\frac{2}{3}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $\frac{4}{3}$.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{9-x^2-y^2}}$ область D ограниченна линиями: $x^2+y^2=9,\ y=0,\ y>0$.	1) 2π; 2) 3; 3) 3π; 4) -3π; 5) 2.
5.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y+x=3,\ y=0,\ x=0$.	1) $\frac{9}{2}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{5}{2}$; 5) $\frac{2}{9}$.
6.	Вычислить интеграл $\int_0^5 dx \int_0^6 dy \int_0^1 z^3 dz$.	1) $\frac{5}{2}$; 2) $\frac{15}{2}$; 3) $-\frac{5}{2}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) 15.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V (y+z+2)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $y+z=3,\ x=-1,\ x=1,\ y=0,\ z=0$.	1) $\frac{9}{4}$; 2) 9; 3) 37; 4) 36; 5) 42.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x^2+y^2=9,\ z=-2,\ z=2$.	1) 36π; 2) 72π; 3) 72; 4) 36; 5) 48π.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\sqrt{1-\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}}$, если область V ограничена поверхностями: $z=\sqrt{1-x^2-y^2},\ z=0$.	1) $\frac{2}{3}\pi$; 2) $\frac{3}{2}\pi$; 3) $\frac{4}{3}\pi$; 4) $\frac{5}{2}$; 5) $\frac{4}{3}$.
10.	Найти массу тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=16,\ z=4,\ z=0$, если плотность $\gamma(x,y,z)=x^2$.	1) 2π; 2) 300π; 3) 24π; 4) 200π; 5) 240π.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-2}^{2} (x+1)dy$.	1) $\frac{6}{5}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) 5; 4) 6; 5) 3.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^2 dy \int\limits_0^{y/2} f(x,y)dx + \int\limits_2^3 dy \int\limits_0^{3-y} f(x,y)dx$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y) = 1 + y$.	1) $\frac{4}{3}$; 2) $\frac{25}{3}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) 3; 5) 4.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_D \sqrt{25 - x^2 - y^2}\,dxdy$ область D ограниченна линиями: $x^2 + y^2 = 16$, $x = 0$, $x < 0$.	1) $\frac{98}{3}\pi$; 2) $\frac{3}{98}\pi$; 3) 3π ; 4) 98π; 5) 48π.
5.	Вычислить массу пластинки, ограниченной линиями: $x = a$, $x = b$, $y = c$, $y = d$, если поверхностная плотность $\gamma(x,y) = y$.	1) $(b-c)\frac{(d-c)^2}{2}$; 2) $(b-c)\frac{d^2-c^2}{2}$; 3) $(b^2-c^2)\frac{d^2-c^2}{2}$; 4) $(b-c)\frac{d-c}{2}$; 5) $(b^2-c^2)\frac{d-c}{2}$.
6.	Вычислить интеграл $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^2 dy \int\limits_0^2 xyzdz$.	1) 16; 2) 4; 3) 8; 4) 9; 5) 27.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V (x - y + 1)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x - y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1$.	1) $\frac{5}{6}$; 2) $-\frac{6}{5}$; 3) $\frac{6}{5}$; 4) 6; 5) $-\frac{5}{6}$.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$, если область V ограничена поверхностями: $x^2 + y^2 = 4$, $z = -1$, $z = 1$.	1) 4π; 2) 12π; 3) $4\sqrt{3}\pi$; 4) $4\pi(3-\sqrt{5})$; 5) $4\pi(\sqrt{3}-5)$.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \sqrt{1 - \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}}\,dxdydz$, если область V ограничена поверхностью: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.	1) $\frac{8}{9}\pi$; 2) $\frac{9}{8}\pi$; 3) 9π; 4) $\frac{4}{9}\pi$; 5) 8π.
10.	Найти объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = z$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.	1) $\frac{\pi}{3}$; 2) $\frac{4}{3}\pi$; 3) $\frac{\pi}{2}$; 4) $\frac{5\pi}{3}$; 5) $\frac{3\pi}{2}$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int\limits_{-1}^{1} dy \int\limits_{-1}^{1} (x^2+y^2)dx$.	1) $\frac{8}{3}$; 2) $-\frac{8}{3}$; 3) $\frac{9}{2}$; 4) $\frac{4}{3}$; 5) $\frac{3}{2}$.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-2}^{-1} dx \int\limits_{0}^{2+x} f(x,y)dy + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{0}^{-x} f(x,y)dy$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y)=1+x$.	1) 1; 2) –1; 3) 0; 4) 2; 5) –2.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$ область D ограничена кривыми: $x^2+y^2=16$, $x^2+y^2=9$.	1) -2π; 2) 3π; 3) $\frac{3\pi}{2}$; 4) 2π; 5) $\frac{2\pi}{3}$.
5.	Вычислить массу пластинки, ограниченной кривой $x^2+y^2=9$, если поверхностная плотность $\gamma(x,y)=x^2$.	1) $81\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{41\pi}{2}$; 3) $81\frac{\pi}{4}$; 4) $\frac{41\pi}{4}$; 5) $\frac{51\pi}{4}$.
6.	Вычислить интеграл $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^4 dy \int\limits_0^2 xzdz$.	1) 36; 2) 72; 3) 54; 4) 38; 5) 64.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V (1-x-y)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x+y=2$, $x=0$, $y=0$, $z=-3$, $z=3$.	1) 4; 2) –4; 3) –2; 4) 2; 5) –6.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{\sqrt{4+x^2+y^2}}$, если область V ограничена поверхностями: $x^2+y^2=5$, $z=-4$, $z=4$.	1) 8π; 2) 6π; 3) 12π; 4) 18π; 5) 16π.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \sqrt{9+\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}}\, dxdydz$, если область V ограничена поверхностью: $x^2+y^2+z^2=4$.	1) $\frac{4}{9}\pi$; 2) $\frac{9}{4}\pi(27^{3/2}-17)$; 3) $\frac{9\pi}{4}\left(\sqrt{17}-27\right)$; 4) $\frac{4}{9}\pi(17^{3/2}-27)$; 5) $\frac{17\pi}{4}$.
10.	Найти объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2+y^2+z^2=4$, $x^2=y^2+z^2$ (внутри конуса).	1) $\frac{8\pi}{3}(2-\sqrt{2})$; 2) $\frac{16\pi}{3}(2-\sqrt{2})$; 3) $\frac{8\pi}{3}(3-\sqrt{3})$; 4) $\frac{16\pi}{3}(\sqrt{2}-2)$; 5) $8\pi(3-\sqrt{3})$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^2 xydy$.	1) –1; 2) 3; 3) 1; 4) 0; 5) 2.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-2y}^{-y} f(x,y)dx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_{-2}^{-y} f(x,y)dx$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y) = 1 - y$.	1) 0; 2) 1; 3) –1; 4) 2; 5) –2.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_D (4 - x^2 - y^2)dxdy$ область D ограниченна линиями: $x^2 + y^2 = 4,\ y = 0, y > 0$.	1) 2π; 2) 4π; 3) -2π; 4) -4π; 5) 3π.
5.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми: $x^2 + y^2 = 9,\ x^2 + y^2 = 16$.	1) 5π; 2) 4π; 3) 6π; 4) 3π; 5) 7π.
6.	Вычислить интеграл $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^1 dy \int\limits_0^2 y^2 zdz$.	1) –2; 2) 0; 3) 1; 4) 2; 5) 3.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V (x - y + z)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x - y + z = 1,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.	1) $-\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $-\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{1}{16}$.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V (x^2 - y^2)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x^2 + y^2 = 4,\ x = y,\ y = 0,\ z = 0,\ z = 5$.	1) 20π; 2) 20; 3) 40; 4) 40π; 5) 60.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{1 + \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}}$, если область V ограничена поверхностью: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.	1) $\frac{4}{3}\pi$; 2) $\frac{3}{4}\ln 2$; 3) $\frac{4\pi}{3}\ln 2$; 4) $\frac{16}{3}\pi \ln 2$; 5) $\frac{16}{3}\ln 2$.
10.	Найти массу тела, ограниченного поверхностями $4 - z = x^2 + y^2,\ z = 0$, если плотность $\gamma(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.	1) $\frac{64\pi}{5}$; 2) $\frac{64\pi}{15}$; 3) $\frac{128\pi}{5}$; 4) $\frac{128\pi}{15}$; 5) $\frac{72\pi}{15}$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{-3}^0 xy^3 dy$.	1) $\frac{17}{5}$; 2) 18; 3) $\frac{5}{2}$; 4) 12; 5) 17.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^{2/3} dx \int\limits_0^{2x} f(x,y)dy + \int\limits_{2/3}^2 dx \int\limits_0^{2-x} f(x,y)dy$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y) = 1-x$.	1) 4; 2) $\frac{2}{27}$; 3) 27; 4) $\frac{4}{27}$; 5) $\frac{2}{57}$.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_D \frac{dxdy}{25-x^2-y^2}$ область D ограниченна кривыми: $x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=9$.	1) $\ln 2$; 2) $\pi\ln 2$; 3) $\ln\frac{3}{2}$; 4) $\pi\ln\frac{2}{3}$; 5) $\pi\ln\frac{3}{2}$.
5.	Вычислить массу пластинки, ограниченной линиями: $x-y=2,\ x=0,\ y=0$, если поверхностная плотность $\gamma(x,y)=xy$.	1) $\frac{2}{3}$; 2) 3; 3) 2; 4) $\frac{3}{2}$; 5) 5.
6.	Вычислить интеграл $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^2 dy \int\limits_0^6 y^3 dz$.	1) 36; 2) 54; 3) 72; 4) 64; 5) 32.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V (x-y-z)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x-y-z=2,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.	1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) 2; 4) 3; 5) 4.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \sqrt{9-x^2-y^2}\,dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x^2+y^2=4,\ z=0,\ z=2$.	1) $\frac{2\pi}{3}(27-\sqrt{5})$; 2) $\frac{2\pi}{3}$; 3) $\frac{4\pi}{3}(\sqrt{5}-9)$; 4) $\frac{4\pi}{3}(27-5^{3/2})$; 5) $\frac{5\pi}{6}(27-\sqrt{7})$.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_V \left(1+\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $z=\sqrt{4-x^2-y^2},\ z=0,\ x\ge 0,\ y\ge 0$.	1) $\frac{10}{3}$; 2) $\frac{9}{2}\pi$; 3) $\frac{2\pi}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) $\frac{10}{3}\pi$.
10.	Найти объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2+y^2+z^2=16,\ x^2+y^2=4$ (внутри цилиндра).	1) $\frac{32\pi}{3}(8-3\sqrt{3})$; 2) $\frac{52\pi}{3}$; 3) $\frac{16\pi}{3}(8-3^{3/2})$; 4) $\frac{26\pi}{3}$; 5) $\frac{8}{3}(3^{3/2}-8)$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int_2^3 dy \int_3^4 (x-y)dx$.	1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) 2; 4) 1; 5) 0.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int_0^{1/2} dy \int_{-y}^{0} f(x,y)dx + \int_{1/2}^{1} dy \int_{y-1}^{0} f(x,y)dx$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y) = y-1$.	1) $\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{1}{6}$; 3) $-\frac{1}{3}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $\frac{1}{6}$.
4.	Вычислить интеграл $\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2-9}}$ область D ограниченна кривыми: $x=\sqrt{16-y^2}$, $x=\sqrt{25-y^2}$.	1) $2\pi(\sqrt{7}-8)$; 2) 16π; 3) $\pi(8-\sqrt{7})$; 4) $2\sqrt{7}\pi$; 5) $\pi(4-\sqrt{7})$.
5.	Вычислить массу пластинки, ограниченной кривыми: $x^2+y^2=1$, $x^2+y^2=4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, если поверхностная плотность $\gamma(x,y)=x$.	1) $\frac{4}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{7}{3}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $\frac{7}{4}$.
6.	Вычислить интеграл $\int_0^3 dx \int_0^3 dy \int_0^3 x^2y^2dz$.	1) 243; 2) 443; 3) 125; 4) 349; 5) 228.
7.	Вычислить интеграл $\iiint_V (x+y-z)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x+y-z=3$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.	1) $\frac{41}{8}$; 2) $-\frac{41}{8}$; 3) $\frac{21}{4}$; 4) $-\frac{81}{8}$; 5) $\frac{81}{8}$.
8.	Вычислить интеграл $\iiint_V (x-y)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $y=\sqrt{16-x^2}$, $y=0$, $z=-2$, $z=2$.	1) $\frac{512}{3}$; 2) $-\frac{256}{3}$; 3) $-\frac{512}{3}$; 4) $\frac{256}{3}$; 5) $\frac{624}{5}$.
9.	Вычислить интеграл $\iiint_V \frac{dxdydz}{x^2+y^2+z^2}$, если область V ограничена поверхностями: $x^2+y^2+z^2=4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.	1) 2π; 2) π; 3) $\frac{3\pi}{2}$; 4) $\frac{2}{3}\pi$; 5) 0.
10.	Найти объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2+y^2=z$, $z=4$.	1) 2π; 2) 4π; 3) 6π; 4) 7π; 5) 8π.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислить интеграл: $\int\limits_{-2}^{1} dx \int\limits_{2}^{3} (x+y-1)dy$.	1) 0; 2) 1; 3) 5; 4) 2; 5) 3.
2.	Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{0}^{2} dy \int\limits_{y/3}^{y/2} f(x,y)dx + \int\limits_{2}^{3} dy \int\limits_{y/3}^{1} f(x,y)dx$.	
3.	Вычислить интеграл из задания 2, если $f(x,y)=y+2$.	1) $\frac{11}{6}$; 2) $\frac{11}{3}$; 3) $\frac{6}{11}$; 4) $\frac{5}{6}$; 5) $\frac{7}{5}$.
4.	Вычислить интеграл $\iint\limits_{D} \sqrt{x^2+y^2-4}\,dxdy$ область D ограниченна кривыми: $x^2+y^2=16$, $x^2+y^2=9$, $y \geq 0$.	1) $4\sqrt{12}\pi$; 2) $\pi\left(12^{3/2}-5^{3/2}\right)$; 3) $\frac{\pi}{3}\left(\sqrt{5}-\sqrt{12}\right)$; 4) $\frac{\pi}{3}\left(12^{3/2}-5^{3/2}\right)$; 5) $4\sqrt{5}\pi$.
5.	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $x=1$, $y=0$.	1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{3}{2}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{6}$.
6.	Вычислить интеграл $\int\limits_{0}^{9} dx \int\limits_{0}^{2} dy \int\limits_{0}^{1} xyzdz$.	1) $\frac{41}{2}$; 2) $\frac{51}{2}$; 3) $\frac{91}{3}$; 4) $\frac{61}{2}$; 5) $\frac{81}{2}$.
7.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} (y-x-z)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $y-z-x=4$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.	1) $\frac{416}{3}$; 2) $\frac{314}{3}$; 3) $-\frac{416}{3}$; 4) $-\frac{314}{3}$; 5) $\frac{214}{3}$.
8.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} (z+x)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $x=\sqrt{4-z^2}$, $y=3$, $y=0$.	1) 16; 2) 8; 3) –8; 4) 32; 5) –16.
9.	Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} \left(4+x^2+y^2+z^2\right)dxdydz$, если область V ограничена поверхностями: $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$, $z=0$.	1) $\frac{256}{15}\pi$; 2) $\frac{256\pi}{5}$; 3) $\frac{512\pi}{3}$; 4) $\frac{512}{15}\pi$; 5) $\frac{482}{5}\pi$.
10.	Найти объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2+y^2+z^2=2$, $x^2+y^2=z$ (внутри параболоида).	1) $\frac{\pi}{3}(4\sqrt{2}-7)$; 2) $\frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$; 3) $\frac{\pi}{6}(8\sqrt{2}-7)$; 4) $\frac{\pi}{6}(7-4\sqrt{2})$; 5) $\frac{\pi}{3}(4\sqrt{2}-5)$.

ТЕСТ «КРИВОЛИНЕЙНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{dl}{x-y}$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\,-2)$ и $(4;\,0)$.	1) 4π; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L 4x\,dl$, где L – участок кривой $y=x^2$ между точками $(0;\,0)$ и $(1;\,1)$.	1) $\frac{4}{3}(5\sqrt{5}-1)$; 2) 8; 3) $\frac{5\sqrt{5}}{3}$; 4) 1; 5) $\frac{1}{3}(5\sqrt{5}-1)$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dl$, где $L: r=2(1+\cos\varphi)$, $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) 8; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$; 4) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$; 5) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.
4.	Вычислите: $\int\limits_L x\,dy$, где $L:\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\sin t; \end{cases}$ $0\le t\le\frac{\pi}{2}$.	1) $\frac{\pi}{4}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
5.	Найдите работу векторного поля $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}$ при перемещении точки вдоль линии $y=\frac{1}{x}$, $1\le x\le 2$.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 4π; 4) $2\ln 2$; 5) $\frac{2(2\sqrt{2}-1)}{3}$.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L (x^2-y)dx+(x+y^2)dy$, где L: $x^2+y^2=4$, при положительном направлении обхода.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 8π; 4) π; 5) 2π.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (2x-y+5z)dS$, где S – часть плоскости $x+y+z=2$, отсеченная координатными плоскостями.	1) $8\sqrt{3}$; 2) $2\sqrt{3}$; 3) 8; 4) $4\sqrt{3}$; 5) 4.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S xdydz+ydxdz+zdxdy$, где S – внешняя сторона части сферы $x^2+y^2+z^2=4$, расположенной в первом октанте.	1) $\frac{4\pi}{3}$; 2) 4π; 3) 8π; 4) π; 5) 16π.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=(xy-z^2)\vec{i}+(2yz+x^2)\vec{j}+(3zx+y^2)\vec{k}$ в точке $M(1;\,0;\,-2)$.	1) 1; 2) –4; 3) 4; 4) –5; 5) –1.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(xy+z^2)\vec{i}+(2yz-x^2)\vec{j}+(3zx-y^2)\vec{k}$.	1) $(-4y;\,z;\,-3x)$; 2) $(-4y;\,z;\,3x)$; 3) $(-4y;\,-z;\,-3x)$; 4) $(4y;\,z;\,-3x)$; 5) $(4y;\,z;\,3x)$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{2dl}{x+y}$, где L – отрезок прямой между точками $(-4;\,0)$ и $(0;\,-2)$.	1) 4π; 2) 8; 3) $-2\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}\sqrt{2}$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L x^2dl$, где L – участок кривой $y=2\ln x$ между точками $(1;\,0)$ и $(e;\,2)$.	1) $\left(4+e^2\right)^{3/2}-5\sqrt{5}$; 2) $\frac{1}{3}\left(\left(4+e\right)^{3/2}-5\sqrt{5}\right)$; 3) $\left(4+e^2\right)^{3/2}$; 4) 1; 5) $\frac{1}{3}\left(\left(4+e^2\right)^{3/2}-5\sqrt{5}\right)$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{2y}{\sqrt{x^2+y^2}}dl$, где $L: r=2(1+\cos\varphi),\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) 8; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$; 4) $\frac{8(4-\sqrt{2})}{3}$; 5) $\frac{8(4+\sqrt{2})}{3}$.
4.	Вычислите $\int\limits_L (2x+y)dx$, где $L=L_1+L_2$, L_1 – отрезок прямой между точками $(0;\,1)$ и $(1;\,2)$, L_2 – отрезок прямой между точками $(1;\,2)$ и $(0;\,2)$.	1) $\frac{\pi}{4}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
5.	Найдите работу векторного поля $\vec{F}=y\vec{i}-2x\vec{j}$ при перемещении точки вдоль линии $y=\frac{1}{x}$, $1\le x\le 4$.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 4π; 4) $6\ln 2$; 5) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L (x^3-y)dx+(x+y^2)dy$, где L: контур прямоугольника с вершинами в точках $A(1;\,0)$, $B(5;\,0)$, $C(5;\,5)$, $D(1;\,5)$ при положительном направлении обхода	1) 40; 2) 20; 3) 50; 4) 30; 5) 10.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (x-y+5z)dS$, где S – часть плоскости $x+2y+z=2$, отсеченная координатными плоскостями.	1) $\frac{11}{3}$; 2) $\frac{11\sqrt{6}}{3}$; 3) $-\frac{11\sqrt{6}}{3}$; 4) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; 5) 11.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S xdydz+2ydxdz+3zdxdy$, где S – внешняя сторона части сферы $x^2+y^2+z^2=2$, расположенной в первом октанте.	1) $8\sqrt{2}\pi$; 2) 2π; 3) $4\sqrt{2}\pi$; 4) π; 5) $2\sqrt{2}\pi$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=(xyz^2)\vec{i}+(8yz+x^2)\vec{j}+(3zx-y^2)\vec{k}$ в точке $P(1;\,3;\,-2)$.	1) 1; 2) -4; 3) 4; 4) -5; 5) -1.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=x^3\vec{i}+y^2\vec{j}+3zx\vec{k}$.	1) $(y;\,-3z;\,0)$; 2) $(0;\,3z;\,0)$; 3) $(0;\,-3z;\,0)$; 4) $(-y;\,-3z;\,0)$; 5) $(0;\,3z;\,3y)$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L \left(4\sqrt[4]{x}-3\sqrt[3]{y}\right)dl$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\ 0)$ и $(4;\ 1)$.	1) $\frac{\sqrt{17}}{20}(64\sqrt[4]{4}-45)$; 2) $\frac{1}{20}(64\sqrt[4]{4}-45)$; 3) $\frac{16\sqrt{17}\sqrt[4]{4}}{5}$; 4) $\frac{\sqrt{17}}{20}(64\sqrt[4]{4}+45)$; 5) $(64\sqrt[4]{4}-45)$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L xdl$, где $L:\begin{cases}x=\cos t,\\ y=\sin t;\end{cases}\quad 0\le t\le\frac{\pi}{2}$.	1) 4π; 2) 1; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 3; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{2x}{\sqrt{x^2+y^2}}dl$, где $L: r=4(1+\cos\varphi),\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) 8; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$; 4) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$; 5) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.
4.	Вычислите: $\oint\limits_L xdy+ydx$, где L – прямоугольник: $x=0,\ y=0,\ x=4,\ y=2$, при положительном направлении обхода.	) $\frac{\pi}{4}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
5.	Найдите работу векторного поля $\vec{F}=2y\vec{i}+x\vec{j}$ при перемещении точки вдоль линии $y=\frac{1}{2x},\ 1\le x\le 2$.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 4π; 4) $\frac{1}{2}\ln 2$; 5) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L (x^3-y)dx+(x+4y^2)dy$, где $L:\ x^2+y^2=16$ при положительном направлении обхода.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 16π; 4) π; 5) 32π.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (2x-y+z)dS$, где S – часть плоскости $2x+y+z=2$, отсеченная координатными плоскостями.	1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$; 3) $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$; 4) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; 5) 2.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S 2xdydz+4ydxdz+zdxdy$, где S – внешняя сторона части сферы $x^2+y^2+z^2=9$, расположенной в первом октанте.	1) $\frac{63}{2}\pi$; 2) 2π; 3) 252π; 4) π; 5) $28\sqrt{3}\pi$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=3xyz^2\vec{i}+(8yz+4x^2)\vec{j}+(3zx-y^2)\vec{k}$ в точке $P(0;\ 3;\ -2)$.	1) 28; 2) 16; 3) 20; 4) –20; 5) –52.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=2x^3\vec{i}+(y^2-x)\vec{j}+3zx\vec{k}$.	1) $(0;-3z;-1)$; 2) $(0;3z;1)$; 3) $(1;-3z;0)$; 4) $(-y;-3z;-1)$; 5) $(0;3z;-1)$.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L \left(4\sqrt[4]{x}+3\sqrt[3]{y}\right)dl$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\ 0)$ и $(2;2)$.	1) $\frac{\sqrt{2}}{10}(64\sqrt[4]{2}+45)$; 2) $\frac{1}{10}(64\sqrt[4]{2}+45\sqrt[3]{2})$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{5}32\sqrt[4]{2}$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{10}(64\sqrt[4]{2}+45\sqrt[3]{2})$; 5) $45\sqrt[3]{2}$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L \sqrt{3y}dl$, где L – первая арка циклоиды $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t. \end{cases}$	1) $2\pi\sqrt{6}$; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) –1.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \operatorname{arctg}\frac{y}{x}dl$, где $L: r=4(1+\cos\varphi),\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) $4(\pi\sqrt{2}-2\sqrt{2}-4)$; 2) $4(\pi\sqrt{2}+4\sqrt{2}-8)$; 3) $\pi\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4$; 4) $4(\pi\sqrt{2}+4)$; 5) $4(2\sqrt{2}+4)$.
4.	Вычислите: $\oint\limits_L xdy+ydx$, где L – треугольник, образованный осями координат и прямой $x+y=1$ при положительном направлении обхода.	1) $\frac{\pi}{4}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
5.	Найдите площадь цилиндрической поверхности $x^2+y^2=1$, заключенной между поверхностями $z=0$ и $z=x^2$.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 16π; 4) π; 5) 32π.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L (9x^3-5y)dx+(x+4y^2)dy$, где L: $x^2+y^2=1$ при положительном направлении обхода.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 6π; 4) π; 5) 32π.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (x^2+y+z^2-4)dS$, где S – часть поверхности $y=9-x^2-z^2$, отсеченная плоскостью $y=0,\ y>0$.	1) $\frac{5\pi}{6}(37\sqrt{37}-1)$; 2) $\frac{185\sqrt{37}\pi}{6}$; 3) $\frac{\pi}{6}(37\sqrt{37}-1)$; 4) $\frac{\pi}{6}(37\sqrt{37}+1)$; 5) $\frac{5\pi}{6}$.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S xdydz-4ydxdz+zdxdy$, где S – внешняя сторона поверхности пирамиды, ограниченная плоскостями $x=0;\ y=0;\ z=0;\ x+2y+z=1$.	1) $-\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $-\frac{1}{12}$; 5) $-\frac{1}{6}$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=3xyz^2\vec{i}+4x^2y\vec{j}+(3z^3x-y^2)\vec{k}$ в точке $P(0;\ 4;\ -2)$.	1) 24; 2) 12; 3) 48; 4) –20; 5) –52.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(2x^3+3y)\vec{i}+(y^2-x)\vec{j}-3zx\vec{k}$.	1) $(0;-3z;\ -4)$; 2) $(0;\ -3z;\ 4)$; 3) $(0;\ -3z;0)$; 4) $(0;\ 3z;\ -4)$; 5) $(0;\ 3z;\ 4)$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{dl}{\sqrt{7}(x-y)}$, где L – отрезок прямой между точками $(0;-2)$ и $(4;0)$.	1) 4π; 2) 8; 3) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L – окружность $x^2+y^2=4$ при положительном направлении обхода.	1) 8π; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,dl$, где $L: r=4(1+\cos\varphi)$, $-\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) $4(\pi\sqrt{2}-2\sqrt{2}-4)$; 2) $4(\pi\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4)$; 3) $\pi\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4$; 4) 0; 5) $4(2\sqrt{2}+4)$.
4.	Вычислите: $\oint\limits_L xdy+ydx$, где L – треугольник, образованный осями координат и прямой $x+y=2$ при положительном направлении обхода.	1) $\frac{\pi}{4}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
5.	Найдите площадь цилиндрической поверхности $x^2+y^2=4$, заключенной между поверхностями $z=0$ и $z=x^2$.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 16π; 4) π; 5) 8π.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L (9x^4-5y)dx+(2x+4y^2)dy$, где L: $x^2+y^2=25$ при положительном направлении обхода.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) $\frac{8\pi}{3}$; 3) 175π; 4) π; 5) 8π.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (x^2+y+z^2-6)dS$, где S – часть поверхности $y=1-x^2-z^2$, отсеченная плоскостью $y=0$, $y>0$.	1) $\frac{5\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; 2) $-\frac{5\pi}{6}(5\sqrt{5}+1)$; 3) $-\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; 4) $-\frac{5\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; 5) $-\frac{5\pi}{6}$.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S 2xdydz-4ydxdz+zdxdy$, где S – внешняя сторона поверхности пирамиды, ограниченная плоскостями $x=0$; $y=0$; $z=0$; $2x+2y+z=1$.	1) $-\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{24}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $-\frac{1}{12}$; 5) $-\frac{1}{24}$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=3xyz^2\vec{i}-4x^2y\vec{j}+(3z^3x+3y^2)\vec{k}$ в точке $P(1;4;2)$.	1) 80; 2) 12; 3) 48; 4) –20; 5) –52.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(2x^3+3y)\vec{i}+y^3x\vec{j}-3zx\vec{k}$.	1) $(0;-3z;y^3-3)$; 2) $(0;3z;y^3-3)$; 3) $(0;-3$ 4) $(0;3z;0)$; 5) $(0;3z;y^3+3)$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{dl}{x-y}$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\,-2;\,1)$ и $(4;\,0;\,2)$.	1) 4π; 2) 8; 3) $\frac{\sqrt{21}}{2}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L x\,dl$, где $L:\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\sin t; \end{cases} \; -\frac{\pi}{2}\le t\le 0$.	1) $\frac{\pi}{4}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,dl$, где $L: r=1+\cos\varphi,\ \frac{\pi}{2}\le\varphi\le\pi$.	1) $4\pi-\pi\sqrt{2}-4\sqrt{2}$; 2) $4\pi-\pi\sqrt{2}$; 3) $4\pi-2\sqrt{2}$; 4) 0; 5) $4\pi-\pi\sqrt{2}+2\sqrt{2}$.
4.	Вычислите: $\int\limits_{L_{ABC}} (x^2+y)dx-(x+y^2)dy$, где L_{ACB} – ломаная ACB: $A(0;\,0)$; $B(5;\,0)$; $C(5;\,5)$.	1) $66\frac{2}{3}$; 2) 66; 3) $\frac{40}{3}$; 4) $-66\frac{2}{3}$; 5) -66.
5.	Найдите площадь цилиндрической поверхности $x^2+y^2=9$, заключенной между поверхностями $z=0$ и $z=x^2+y^2$.	1) $\frac{44\pi}{3}$; 2) 54π; 3) 16π; 4) π; 5) 8π.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L (4x^3-9y)dx+(8x+4y^6)dy$, где L: $x^2+y^2=9$.	1) 17π; 2) 90π; 3) 16π; 4) 153π; 5) 8π.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (x^2+y^2+z+6)dS$, где S – часть поверхности $z=1-x^2-y^2$, отсеченная плоскостью $z=0$, $z>0$.	1) $\frac{7\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; 2) $-\frac{7\pi}{6}(5\sqrt{5}+1)$; 3) $-\frac{\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; 4) $-\frac{7\pi}{6}(5\sqrt{5}-1)$; 5) $-\frac{7\pi}{6}$.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S xdydz-2ydxdz+3zdxdy$, где S – внешняя сторона поверхности пирамиды, ограниченная плоскостями $x=0;\ y=0;\ z=0;\ x+2y+2z=1$.	1) 0; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $-\frac{1}{12}$; 5) $-\frac{1}{24}$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=-6xyz^2\vec{i}-4x^2y\vec{j}+(9z^3x+3y^2)\vec{k}$ в точке $P(1;\,1;\,2)$.	1) -52; 2) 12; 3) 48; 4) -20; 5) 80.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(2x^3+3y)\vec{i}+(y^4+x)\vec{j}-3zx\vec{k}$.	1) $(0;-3z;\,2)$; 2) $(0;\,3z;\,2)$; 3) $(0;\,3z;-2)$; 4) $(0;\,3z;\,-2)$; 5) $(0;\,3z;\,3)$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{dl}{x+y}$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\,-2;\,1)$ и $(4;\,0;\,2)$.	1) 4π; 2) 8; 3) $\frac{\sqrt{21}}{6}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L x\,dl$, где $L:\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=2\sin t;\end{cases}$. $0\le t\le\frac{\pi}{2}$.	1) 4; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) 2.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}dl$, где $L: r=4(1+\cos\varphi)$, $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) $\frac{32}{3}$; 2) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$; 3) $\frac{8\sqrt{2}-32}{3}$; 4) 0; 5) $\frac{8\sqrt{2}+32}{3}$.
4.	Вычислите: $\int\limits_L 3xy\,dx-y^2dy$, где L – дуга параболы $y=\frac{x^2}{3}$ между точками (0; 0) и (3; 3).	1) 11; 2) $11{,}25$; 3) $11{,}75$; 4) $-11{,}25$; 5) $11{,}5$.
5.	Найти циркуляцию поля $\vec{F}=y\vec{i}$ по контуру окружности $\begin{cases}x=2\cos t,\\ y=2+2\sin t;\end{cases}$ при положительном направлении обхода.	1) 2π; 2) -8π; 3) -4π; 4) 4π; 5) 8π.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L 4y\,dx-7x\,dy$, где L: дуга эллипса $x=9\cos t$; $y=\sin t$ при положительном направлении обхода.	1) 17π; 2) -99π; 3) 16π; 4) 99π; 5) 8π.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (x^2+y^2+z+5)dS$, где S – часть поверхности $z=4-x^2-y^2$, отсеченная плоскостью $z=0,\ z>0$.	1) $\frac{3\pi}{2}(17\sqrt{17}+1)$; 2) $-\frac{3\pi}{2}(17\sqrt{17}-1)$; 3) $\frac{3\pi}{2}(17\sqrt{17}-1)$; 4) $\frac{\pi}{2}(17\sqrt{17}-1)$; 5) $\frac{3\pi}{2}\sqrt{17}$.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S x\,dydz+y\,dxdz+z\,dxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2=4$.	1) $\frac{7}{2}\sqrt{2}\pi$; 2) $4\sqrt{2}\pi$; 3) $8\sqrt{2}\pi$; 4) π; 5) $2\sqrt{2}\pi$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=(-6xyz^2+2x)\vec{i}-4x^2y\vec{j}+(z^3x+3y^4)\vec{k}$ в точке $P(-1;\,1;\,2)$.	1) -52; 2) 12; 3) 40; 4) -38; 5) 80.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(3x^3+3y)\vec{i}+2y^3x\vec{j}-(3zx+9)\vec{k}$.	1) $(0;3z;\,3)$; 2) $(0;\,-3z;\,2y^3+3)$; 3) $(0;\,-3z;\,2y^3)$; 4) $(0;\,-3z;\,2y^3-3)$; 5) $(0;\,3z;\,2y^3-3)$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L xy\,dl$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\,-2;\,1)$ и $(4;\,0;\,2)$.	1) 4π; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) $-\frac{4}{3}\sqrt{21}$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L (x+y)\,dl$, где $L:\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=3\sin t; \end{cases}$ $0\le t\le\frac{\pi}{2}$.	1) 18; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dl$, где $L: r=3(1+\cos\varphi)$, $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$.	1) $\frac{8}{3}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $6\sqrt{2}-8$; 4) 0; 5) $6\sqrt{2}+8$.
4.	Вычислите $\int\limits_L xdy+ydx$, где $L=L_1+L_2$, L_1 – отрезок прямой между точками $(0;\,1)$ и $(1;\,2)$, L_2 – отрезок прямой между точками $(1;\,2)$ и $(0;\,2)$.	1) $\frac{\pi}{4}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\frac{\pi}{2}$.
5.	Найти циркуляцию поля $\vec{F}=x\vec{i}$ по контуру окружности $\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=3+3\sin t; \end{cases}$ при положительном направлении обхода.	1) 2; 2) 4; 3) 0; 4) 0,25; 5) 6.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L 3ydx-6xdy$, где L: дуга эллипса $x=2\cos t$; $y=4\sin t$ при положительном направлении обхода.	1) 17π; 2) 72π; 3) 16π; 4) -72π; 5) 8π.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (z^2+y^2+x+5)\,dS$, где S – часть поверхности $x=4-z^2-y^2$, отсеченная плоскостью $x=0$, $x>0$.	1) $\frac{3\pi}{2}(17\sqrt{17}+1)$; 2) $-\frac{3\pi}{2}(17\sqrt{17}-1)$; 3) $\frac{3\pi}{2}(17\sqrt{17}-1)$; 4) $\frac{\pi}{2}(17\sqrt{17}-1)$; 5) $\frac{3\pi}{2}\sqrt{17}$.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S 2xdydz+4ydxdz+zdxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2=1$.	1) $\frac{28}{3}\pi$; 2) $\frac{4}{3}\pi$; 3) $8\sqrt{2}\pi$; 4) π; 5) $2\sqrt{2}\pi$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=(-6xyz^2+2x)\vec{i}-(4x^2y+4z)\vec{j}+(z^3x+3y^4)\vec{k}$ в точке $P(-1;\,1;\,0)$.	1) –2; 2) 2; 3) –5; 4) –4; 5) 8.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(3x^3+3y+4)\vec{i}+2y^3x\vec{j}-(3zx+9)\vec{k}$.	1) $(0;3z;\,3)$; 2) $(0;\,-3z;\,2y^3+3)$; 3) $(0;\,-3z;\,2y^3)$; 4) $(0;\,-3z;\,2y^3-3)$; 5) $(0;\,3z;\,2y^3-3)$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L xzdl$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\ -2;\ 1)$ и $(4;\ 0;\ 2)$.	1) 4π; 2) 8; 3) $\sqrt{21}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{10}{3}\sqrt{21}$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L 2\sqrt{x^2+y^2}dl$, где L – окружность $x^2+y^2=9$.	1) 36π; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}dl$, где $L: r=3(1+\cos\varphi)$, $\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\pi$.	1) $\frac{8}{3}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $4-6\sqrt{2}$; 4) 0; 5) $6\sqrt{2}+4$.
4.	Вычислите: $\int\limits_L (x-y)dy$, где $L: \begin{cases} x=2\cos t, \\ y=2\sin t; \end{cases}$ $0\le t\le\frac{\pi}{2}$.	1) $-8-4\pi$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\pi-2$.
5.	Найти циркуляцию поля $\vec{F}=y\vec{i}-x\vec{j}$ по контуру окружности $\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=2+2\sin t; \end{cases}$ при положительном направлении обхода.	1) $-8-4\pi$; 2) 0; 3) -8π; 4) 1; 5) $\pi-2$.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L (\cos x-4y)dx-7xdy$, где L: контур прямоугольника с вершинами в точках $A(1;\ 0)$, $B(3;\ 0)$, $C(3;\ 5)$, $D(1;\ 5)$ при положительном направлении обхода.	1) -15; 2) 30; 3) -30; 4) -45; 5) 45.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (z^2+y^2+x+6)dS$, где S – часть поверхности $x=2-z^2-y^2$, отсеченная плоскостью $x=0$, $x>0$.	1) $\frac{104\pi}{3}$; 2) $\frac{26\pi}{3}$; 3) π; 4) $2\ln 2$; 5) $\frac{2(2\sqrt{2}-1)\pi}{3}$.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S xdydz-5ydxdz+zdxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2=4$.	1) $\frac{28}{3}\pi$; 2) $\frac{4}{3}\pi$; 3) $8\sqrt{2}\pi$; 4) -32π; 5) $2\sqrt{2}\pi$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=(-6xyz^2+2x^2)\vec{i}-(4x^2y+4z)\vec{j}+(z^3x-3y^4)\vec{k}$ в точке $P(-1;\ 1;\ 1)$.	1) -52; 2) -17; 3) 17; 4) -40; 5) 80.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(x^3y+3y^2-4)\vec{i}+2y^3x\vec{j}-(3zx+9)\vec{k}$.	1) $(0; 3z; 3)$; 2) $(0;\ -3z;\ 2y^3-y)$; 3) $(0;\ -3z;\ 2y^3)$; 4) $(0;\ 3z;\ 2y^3-6y)$; 5) $(0;\ 3z;\ 2y^3-6y-x^3)$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Вычислите: $\int\limits_L 2yzdl$, где L – отрезок прямой между точками $(0;\ -2;\ 1)$ и $(4;\ 0;\ 2)$.	1) 4π; 2) $\frac{8}{3}\sqrt{21}$; 3) $\sqrt{21}$; 4) 1; 5) $-\frac{8}{3}\sqrt{21}$.
2.	Вычислите: $\int\limits_L \sqrt{z^2+y^2}\,dl$, где L – окружность $z^2+y^2=9$.	1) 18π; 2) 8; 3) $\sqrt{5}\ln 2$; 4) 1; 5) $\frac{2}{5}(4\sqrt{2}-1)$.
3.	Вычислите: $\int\limits_L \frac{2x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}dl$, где $L: r=3(1+\cos\varphi)$,	1) $\frac{8}{3}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $8-10\sqrt{2}$; 4) 0; 5) $6\sqrt{2}+4$.
4.	Вычислите: $\oint\limits_L xdy+ydx$, где L – прямоугольник: $x=1,\ y=1,\ x=4,\ y=3$, при положительном направлении обхода.	1) $-8-4\pi$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) $\pi-2$.
5.	Найти массу винтовой линии $x=\cos t;\ y=\sin t;\ z=2t;\ 0\le t\le 2\pi$, если плотность в каждой ее точке равна $\gamma=x^2+y^2+z^2$.	1) $(2\pi+\frac{32}{3}\pi^3)$; 2) 0; 3) $\sqrt{5}(2\pi+\frac{32}{3}\pi^3)$; 4) 1; 5) $\frac{32}{3}\pi^3$.
6.	Вычислите: $\oint\limits_L 4ydx-(7x+\sin y)dy$, где L: контур прямоугольника с вершинами в точках $A(0;\ 0)$, $B(3;\ 0)$, $C(3;\ 5)$, $D(0;\ 5)$ при положительном направлении обхода.	1) -15; 2) 65; 3) -30; 4) -165; 5) 165.
7.	Вычислите: $\iint\limits_S (z^2+y^2+x-5)dS$, где S – часть поверхности $x=1-z^2-y^2$, отсеченная плоскостью $x=0,\ x>0$.	1) $\frac{2\pi}{3}(5\sqrt{5}+1)$; 2) $-\frac{2\pi}{3}(5\sqrt{5}-1)$; 3) $\frac{2\pi}{3}(5\sqrt{5}-1)$; 4) $-\frac{2\pi}{3}(5\sqrt{5}+1)$; 5) $-\frac{10\sqrt{5}\pi}{3}$.
8.	Применяя формулу Остроградского-Гаусса, вычислите: $\iint\limits_S xdydz+ydxdz-7zdxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2+y^2+z^2=3$.	1) $\frac{28}{3}\pi$; 2) $\frac{4}{3}\pi$; 3) $20\sqrt{3}\pi$; 4) 20π; 5) $-20\sqrt{3}\pi$.
9.	Вычислите дивергенцию векторного поля $\vec{a}=(-6xyz+2x^2)\vec{i}-(2x^2y+4zy)\vec{j}+(z^3x-3y^4)\vec{k}$ в точке $P(-1;\ 3;\ 1)$.	1) -31; 2) -17; 3) 31 4) -40; 5) 80.
10.	Вычислите ротор векторного поля $\vec{a}=(x^3y+3y^2-4)\vec{i}+(4y^3x-1)\vec{j}-(3zx+9)\vec{k}$.	1) $(0; 3z; 3)$; 2) $(0;\ -3z;\ 2y^3-6y)$; 3) $(0;\ -3z;\ 4y^3)$; 4) $(0;\ 3z;\ 4y^3-6y-x^3)$; 5) $(0;\ -3z;\ 4y^3-6y+x^3)$.

ТЕСТ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y = Ce^{-2x}$ решением уравнения $y' + 2y = 0$.	
2.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $xydx + (x+1)dy = 0$.	1) $y = C(x+1)e^{-x}$; 2) $y = Ce^{-x}$; 3) $y = C + e^{x}$; 4) $y = x+1$; 5) $y = C$.
3.	Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения: $xy' = y - xe^{y/x}$.	1) $y = \ln y/x$; 2) $x = C\ln y/x$; 3) $e^{-y/x} = \ln Cx$; 4) $-y/x = \ln Cx$; 5) $C = y/x$.
4.	Решить задачу Коши: $xy' - 2y = 2x^4$, $y(1) = 0$.	1) $y = x^4 - x^2$; 2) $y = Cx^2$; 3) $y = x^2$; 4) $x = y^2 - y^4$; 5) $y = x^4$.
5	Решить дифференциальное уравнение: $(e^x + y + \sin y)dx + (e^y + x + x\cos y)dy = 0$.	1) $e^x + x\sin y + 1 + e^y = C$; 2) $e^x + yx + \sin y + e^y = C$; 3) $e^x + xy + x\sin y + e^y = C$; 4) $e^x + x\sin y + e^y = C$; 5) $e^x + yx + y\sin y + e^y = C$.
6.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y''' = \sin x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0$.	1) $y = \sin x$; 2) $y = \cos x + x^2/2$; 3) $y = \cos x$; 4) $y = \cos x + x$; 5) $y = x^2/2$.
7.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $(1-x^2)y'' - xy' = 2$.	1) $y = \arcsin^2 x + C$; 2) $y = C_1 \arcsin x + C_2$; 3) $y = C\arcsin x$; 4) $y = \arcsin^2 x + C_1 \arcsin x + C_2$; 5) $y = C_1 + C_2 \arcsin x$.
8.	Найти решение дифференциального уравнения: $y'' + y' = 2x - 1$.	1) $y = C_1 + C_2 + x^2 - 3x$; 2) $y = C_1 + C_2 e^{-x} + x^2$; 3) $y = C_1 + C_2 e^{-x} + x^2 - 3x$; 4) $y = x^2 - 3x$; 5) $y = C_1 x^2 - 3xC_2$.
9.	Решить дифференциальное уравнение: $y'' - 2y' + y = \dfrac{e^x}{x}$.	1) $y = e^x(x\ln\lvert x\rvert + C_1 + C_2 x)$; 2) $y = x\ln\lvert x\rvert + C_1$; 3) $y = C_1 + C_2 x$; 4) $y = e^x x\ln\lvert x\rvert$; 5) $y = e^x(C_1 + C_2 x)$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$	1) $x = C_1 + C_2 e^t, y = C_1 + C_2$; 2) $x = C_1 e^{5t} + C_2 e^t, y = 3C_1 e^{5t} - C_2 e^t$; 3) $x = C_1 e^t + C_2 e^{5t}, y = 3C_1 + C_2 e^t$; 4) $x = C_1 e^{5t} + C_2 e^{5t}, y = C_1 e^t - C_2 e^t$; 5) $x = C_1 e^{5t} + C_2 e^t, y = C_1 e^{5t} - C_2 e^t$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y = Cx^3$ решением уравнения $3y - xy' = 0$.	
2.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y'ctgx + y = 2, y(0) = -1$.	1) $y = \sin x$; 2) $y = -3\cos x + 2$; 3) $y = -\cos x$; 4) $y = -\sin x + 1$; 5) $y = \sin xC$.
3.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y^2 + x^2y' = xyy'$	1) $Cy = e^{y/x}$; 2) $x = Ce^{y/x}$; 3) $e^{-y/x} = C$; 4) $e^xC = y$; 5) $xC = y$.
4.	Решить задачу Коши: $xy' + y + xe^{-x^2} = 0,\ y(1) = 1/(2e)$.	1) $y = e^{-x^2}$; 2) $y = x^2$; 3) $y = e^x$; 4) $y = e^{-x^2}/2x$; 5) $y = e^{x^4}$.
5.	Решить дифференциальное уравнение: $(10xy - 8y + 1)dx + (5x^2 - 8x + 3)dy = 0$	1) $5x^2y - 8xy + x + 3y = C$; 2) $5x^2y + 8xy + x + 3y = C$; 3) $5x^2y - 8xy - x + 3y = C$; 4) $5x^2y - 8xy + x + 3 = C$; 5) $5x^2y - 8xy + 3y = C$.
6.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y'' = xe^x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$.	1) $y = e^x(x-2) + x + 3$; 2) $y = e^x \cos x$; 3) $y = e^x(x-2)$; 4) $y = x + 3$; 5) $y = x - 2$.
7.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y'' = y'e^y,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$.	1) $y = \ln x$; 2) $y = \ln\|1-x\|$; 3) $y = -\ln\|1-x\|,\ y = 0$; 4) $y = \ln\|x\|, y = 0$; 5) $y = 0$.
8.	Найти решение дифференциального уравнения: $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x}\cos 2x$.	1) $y = e^x(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x) + e^{-x}\cos 2x$; 2) $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x + e^x\cos 2x$; 3) $y = C_1e^{-x} + \cos 2x$; 4) $y = e^x(C_1\cos 2x + \sin 2x + \cos 2x)$; 5) $y = C_1e^{-x} - 3xC_2 + \cos 2x$.
9.	Решить дифференциальное уравнение: $y'' + 3y' + 2y = 1/(e^x + 1)$.	1) $y = (e^{-x} + e^{-2x})\ln(e^x + 1)$; 2) $y = \ln e^x + C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$; 3) $y = (e^{-x} + e^{-2x})\ln(e^x + 1) + C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$; 4) $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$; 5) $y = \ln(e^x + 1) + C_1e^{-x} + C_2e^{-2x}$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x' = -2x - y + \sin t, \\ y' = -4x + 2y + \cos t. \end{cases}$	1) $x = C_1 + C_2t, y = -2C_1 + C_2(2t+1)$; 2) $x = C_1 + C_2t +, y = -2C_1 + C_2(2t+1) - 2\cos t$; 3) $x = C_1 + C_2t + 2\sin t, y = -2C_1 + C_2(2t+1)$; 4) $x = C_1 + C_2t, y = -2C_1 + C_2(2t+1) - 3\sin t - 2\cos t$; 5) $\begin{cases} x = C_1 + C_2t + 2\sin t, \\ y = -2C_1 + C_2(2t+1) - 3\sin t - 2\cos t. \end{cases}$

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y=\frac{1}{x}$ решением уравнения $xy'+y=y^2$.	
2.	Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения: $(x+2x^3)dx+(y+2y^3)dy=0$.	1) $y^4=C$; 2) $x^2+y^2+x^4+y^4=C$; 3) $y=C-x^2-y^2$; 4) $y=Cx^2+y^2$; 5) $x^2-y^2-x^4-y^4=C$.
3.	Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения: $xy'=y\cos\ln(y/x)$.	1) $Cy=\ln y/x$; 2) $\operatorname{ctg}(\frac{1}{2}\ln y)=x$; 3) $\operatorname{tg}(\ln y/x)=\ln x$; 4) $-y/x=\ln Cx$; 5) $\operatorname{ctg}(1/2\ln(y/x))=\ln Cx$.
4.	Решить задачу Коши: $xy'+y=4x^3+3x^2, y(2)=1$.	1) $x=y^3+y^2$; 2) $y=x^2+x^3$; 3) $y=x^2+x$; 4) $y=x^2-x^4$; 5) $y=x^2$.
5.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $ye^x dx+(y+e^x)dy=0, y(0)=0$.	1) $ye^x=3/2$; 2) $e^x+y^2/2=1/2$; 3) $y+y^2/2=1/2$;4) $y^2/2=3/2$; 5) $ye^x+y^2=3/2$.
6.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'''=x+\cos x$.	1) $y=\sin x$; 2) $y=x^4-\sin x+C_1x+C_2$; 3) $y=\frac{1}{24}x^4-\sin x+C_1x^2$; 4) $y=\frac{1}{24}x^4-\sin x+C_1x^2+C_2x+C_3$; 5) $y=x_4/24-\sin x+C_1x+C_2$.
7.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $x^3y''+x^2y'=1$.	1) $y=C_1\ln x+1/x+C_2$; 2) $y=C_1\ln x+C_2$; 3) $y=C_1\ln x$; 4) $y=C_1+C_2/x$; 5) $y=C\ln x$.
8.	Решить дифференциальное уравнение: $y''+y=\frac{1}{\sin x}$.	1) $y=(C_1+\ln\lvert\sin x\rvert)+(C_2-x)\cos x$; 2) $y=(C_1+\ln\lvert\sin x\rvert)\sin x+(C_2-x)$; 3) $y=(C_1+\ln\lvert\sin x\rvert)\sin x+(C_2-x)\cos x$; 4) $y=C_1\sin x+C_2\cos x$; 5) $y=C_1+C_2$.
9.	Найти решение дифференциального уравнения: $y''-12y'+36y=14e^x$.	1) $y=C_1e^{6x}+C_2xe^{6x}+\frac{14}{25}e^x$; 2) $y=C_1+C_2e^{6x}+x^2$; 3) $y=xe^{6x}C_1+C_2e^{6x}+x^2-3x$; 4) $y=7x^2e^{6x}$; 5) $y=e^{6x}C_1x^2-e^{6x}C_2$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases}x'=x-y,\\ y'=-4x+4y.\end{cases}$	1) $x=C_1+C_2e^t, y=C_1+C_2$; 2) $x=C_1e^{5t}+C_2e^t, y=3C_1e^{5t}-C_2e^t$; 3) $x=C_1e^t+C_2e^{5t}, y=3C_1+C_2e^t$; 4) $x=C_1e^{5t}+C_2e^{5t}, y=C_1e^t-C_2e^t$; 5) $x=C_1+C_2e^{5t}, y=C_1-4C_2e^{5t}$.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y = 3\sin x$ решением уравнения $y'\mathrm{tg}x - y = 1$.	
2.	Решить задачу Коши: $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0, y(0) = 1$.	1) $y^2 = 1$; 2) $x^2 + y^2 = 2/(1-x^2)$; 3) $1 + y^2 = 2/(1-x^2)$; 4) $1 = x^2 + y^2$; 5) $x^2 - y^2 = 1$.
3.	Решить задачу Коши: $(xy' - y)\mathrm{arctg}\left(\dfrac{y}{x}\right) = x, y(1) = 0$.	1) $\sqrt{x^2 + y^2} = e^{\frac{y}{x}\mathrm{arctg}\frac{y}{x}}$; 2) $\ln\dfrac{y}{x} = \dfrac{x}{y}$; 3) $\mathrm{tg}(\ln y/x) = \ln\dfrac{x}{y}$; 4) $y/x = Cx$; 5) $e^{\frac{y}{x}\mathrm{arctg}\frac{y}{x}} = \dfrac{y}{x}$.
4.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' + y = x\sqrt{y}$.	1) $y = (xe^{x/2} - 2e^{x/2} + C)e^{-x}$; 2) $y = xe^{x/2} + C$; 3) $y = 2e^{x/2} + C$; 4) $y = x^2e^{x/2} - 2e^{-x}$; 5) $y = Ce^{x/2}$.
5.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $(3x^2y + \sin x)dx + (x^3 - \cos y)dy = 0$.	1) $x^3y - \cos x = C$; 2) $x^3y - \cos x - \sin y = C$; 3) $x^3y - \sin y = C$; 4) $x^3y = C$; 5) $x^3y + \cos x + \sin y = C$.
6.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' = x\sin x$.	1) $y = -x\sin x$; 2) $y = -x\cos x + C_1x + C_2$; 3) $y = -\sin x + C_1$; 4) $y = -\sin x + C_1x^2$; 5) $y = -x\sin x - 2\cos x + C_1x + C_2$.
7.	Решить задачу Коши: $y'^2 + 2yy'' = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$.	1) $y = (1 + 3x/2)^{2/3}$; 2) $y = 1 \pm 3x/2$; 3) $y = 2$; 4) $y = (1 \pm 3x/2)^{2/3}, y = 1$; 5) $y = 1$.
8.	Найти решение дифференциального уравнения: $y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x+1}$.	1) $y = e^{-x}(C_1 + C_2x)$; 2) $y = e^{-x}(4(x+1)^{5/2}/5)$; 3) $y = 4(x+1)^{5/2}/5 + C_1 + C_2x$; 4) $y = e^{-x}(4(x+1)^{5/2}/5 + C_1 + C_2x)$; 5) $y = e^{-x}Cx$.
9.	Найти решение дифференциального уравнения: $y'' - 3y' + 2y = 3\cos x + 19\sin x$.	1) $y = C_1e^{6x} + C_2xe^{6x}$; 2) $y = C_1e^{x} + C_2e^{6x} + \cos x$; 3) $y = C_1e^{x} + C_2e^{2x} + 6\cos x + \sin x$; 4) $y = e^{2x} + e^{x}$; 5) $y = C_1x - e^{2x}C_2$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - 2y + 2e^{-t}, \\ y' = 3x + 4y + e^{-t}. \end{cases}$	1) $x = -2e^{-t}, y = e^{-t}$; 2) $x = -2e^{-t} + C_1e^{t} + 2C_2e^{2t}, y = e^{-t} - C_1e^{t} - 3C_2e^{2t}$; 3) $x = C_1e^{t} + 2C_2e^{2t}, y = C_1e^{t} - 3C_2e^{2t}$; 4) $x = -2e^{-t} + 2C\,e^{2t}, y = e^{-t} - C\,e^{t}$; 5) $x = -2e^{-t} + C_1e^{t} - C_2e^{2t}, y = e^{-t} - C_1e^{t} + C_2e^{2t}$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y = x(5 - \ln x)$ решением уравнения $(x - y)dx + xdy = 0$.	
2.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $\sin xy' = y\cos x + 2\cos x$.	1) $y = C\sin x - 2$; 2) $y = C\cos x$; 3) $y = \sin x + 2$; 4) $C = \sin x + \cos x$; 5) $y = C\cos x + 2$.
3.	Решить задачу Коши: $(y^2 - 2xy - x^2)dx + (x^2 - 2xy - y^2)dy = 0, y(1) = -1$	1) $y = x$; 2) $y = \ln x$; 3) $y = -x$; 4) $y = Cx$; 5) $Cx + 1 = y$.
4.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y' + 2y = y^2 e^x$.	1) $y = Ce^{2x} + e^x$; 2) $y = Ce^{x/2}$; 3) $y = e^x$; 4) $y = 1/(Ce^{2x} + e^x)$; 5) $y = e^{2x} + Ce^x$.
5	Найти общее решение дифференциального уравнения: $(e^{x+y} + 3x^2)dx + (e^{x+y} + 4y^3)dy = 0$.	1) $e^{x+y} + x^3 + y^4 = C$; 2) $x^3 + y^4 = C$; 3) $e^{x+y} = C$; 4) $e^{x+y} + x^3 = C$; 5) $e^{x+y} + y^4 = C$
6.	Решить задачу Коши: $y'' = \cos x + e^{-x}, y(0) = -e^{-\pi}, y'(0) = 1$.	1) $y = -\cos x$; 2) $y = -\cos x + e^{-x} + 2x - e^{-\pi}$; 3) $y = -\cos x + 2x - e^{-\pi}$; 4) $y = -\cos x + e^{-\pi}$; 5) $y = e^{-\pi} + C_1 x + C_2$.
7.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy'' = y'$.	1) $y = x^2/2$; 2) $y = C_1 + C_2$; 3) $y = C_1$; 4) $y = C_1\frac{x^2}{2} + C_2$; 5) $y = C_1\frac{x^2}{2}$.
8.	Найти решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = x^{-2}e^x$.	1) $y = C_1 - \ln x + C_2 x$; 2) $y = (C_1 + C_2 x)e^x$; 3) $y = e^x$; 4) $y = (C_1 + C_2)e^x$; 5) $y = (C_1 - \ln x + C_2 x)e^x$
9	Найти решение дифференциального уравнения: $y'' - 8y' + 17y = 10e^{2x}$.	1) $y = C_1 e^{4x} + C_2 xe^{4x}$; 2) $y = e^{4x}(C_1\cos x + C_2\sin x) + 2e^{2x}$; 3) $y = e^{4x}(C_1\cos x + C_2\sin x)$; 4) $y = \cos x + \sin x + 2e^{2x}$; 5) $y = 2e^{2x}$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x' = -2x, \\ y' = y. \end{cases}$	1) $x = C_1 + C_2 e^{-2t}, y = C_1 e^t + C_2$; 2) $x = C_2 e^{-2t}, y = C_1 e^t + C_2$; 3) $x = C_1 + C_2 e^{-4t}, y = C_1 e^{4t} + C_2$; 4) $x = C_1, y = C_1 e^t$; 5) $x = C_1 + C_2, y = C_1 + C_2$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y=5e^{-2x}+\frac{e^x}{3}$ решением уравнения $dy+(2y-e^x)dx=0$.	
2.	Решить задачу Коши: $xy'=\frac{y}{\ln x},\ y(e)=1$.	1) $y=C\ln x$; 2) $y=\ln x$; 3) $y=\ln x+C$; 4) $x=\ln y$; 5) $y=\ln x+1$.
3.	Решить задачу Коши: $(y^2+x^2)dx=2xydy,\ y(4)=0$.	1) $(x-2)^2-y^2=4$; 2) $y=(x-2)^2$; 3) $x-2=y$; 4) $x=(y-2)^2$; 5) $(x-2)^2+y^2=4$.
4.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $xy'+2y+x^5y^3e^x=0$.	1) $y=1/(x^2\sqrt{2(e^x+C)})$; 2) $y=1/(x^2\sqrt{2})$; 3) $y=1/x^2\sqrt{e^x}$; 4) $y=1/\sqrt{(C+e^x)}$; 5) $y=x^2$.
5.	Решить задачу Коши: $(x^2+y^2+y)dx+(2xy+x+e^y)dy=0,$ $y(0)=0.$	1) $x^3/3+xy^2+xy=1$; 2) $xy+e^y=1$; 3) $x^3/3+e^y=1$; 4) $x^3/3+xy+e^y=1$; 5) $x^3/3+xy^2+xy+e^y=1$.
6.	Найти решение дифференциального уравнения: $y''=1/x^2$.	1) $y=-\ln\|x\|$; 2) $y=-\ln\|x\|+C$; 3) $y=-\ln\|x\|+C_1x+C_2$; 4) $y=-\ln\|x\|+C_1+C_2$; 5) $y=\ln\|x\|+C_1x+C_2$.
7.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y''=2-y,\ y(0)=2,\ y'(0)=2$.	1) $y=2\cos x$; 2) $y=2\sin x$; 3) $y=2$; 4) $y=2\cos x+2$; 5) $y=2\sin x+2$.
8.	Найти решение дифференциального уравнения: $y''+4y'+4y=e^{-2x}/x^3$.	1) $y=e^{-2x}(C_1+C_2x)$; 2) $y=e^{-2x}(C_1+C_2x+1/x)$; 3) $y=e^{-2x}(C_1+C_2x+1/2x)$; 4) $y=e^{-2x}/2x$; 5) $y=e^{-2x}(C+1/2x)$.
9.	Найти решение дифференциального уравнения: $y''-14y'+49y=144\sin 7x$.	1) $y=C_1e^{7x}+C_2xe^{7x}$; 2) $y=C_1e^{7x}+C_2xe^{7x}+2\cos 7x$; 3) $y=2\cos 7x$; 4) $y=e^{7x}+xe^{7x}$; 5) $y=C_1+2\cos 7x$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases}x'=-y+e^{3t},\\ y'=-x+2e^{3t}.\end{cases}$	1) $x=C_1e^t+C_2e^{-t},y=-C_1e^t+C_2e^{-t}$; 2) $x=C_1e^t+C_2e^{-t}+e^{3t},y=-C_1e^t+C_2e^{-t}+5e^{3t}$; 3) $x=C_1e^t+C_2e^{-t}+\frac{1}{8}e^{3t},y=-C_1e^t+C_2e^{-t}+\frac{5}{8}e^{3t}$; 4) $x=C_1e^t+C_2e^{-t}+1/8,y=-C_1e^t+C_2e^{-t}+5/8$; 5) $x=C_1e^t+C_2e^{-t}+\frac{3}{8}e^{3t},y=-C_1e^t+C_2e^{-t}+\frac{1}{8}e^{3t}$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y = x^2 + 3$ решением уравнения $xy'' = y'$.	
2.	Найти общее решение (общий интеграл) уравнения: $y' = \dfrac{4}{x^2 - 4}$.	1) $y = \ln\|x-2\| + C$; 2) $y = \ln x$; 3) $y = \ln\|(x-2)/(x+2)\| + C$; 4) $y = \ln\|1/(x+2)\| + C$; 5) $y = \ln\|x+2\|$.
3.	Решить задачу Коши: $y' = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}$, $y(1) = 1$.	1) $(x-2)^2 - y^2 = 4$; 2) $y^2 = x^2$; 3) $y^2 = 2\ln x + 1$; 4) $x = 2\ln y$; 5) $y^2 = x^2(2\ln x + 1)$.
4.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$.	1) $y = (C+x)(1+x^2)$; 2) $y = C + x$; 3) $y = C + x^2$; 4) $y = 1 + x^2$; 5) $x = (C+1)(y^2+1)$.
5.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $2x\cos^2 y\,dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$.	1) $x^2\cos^2 y + y^2 = C$; 2) $y = -1/(x^2 + C)$; 3) $x^2\cos^2 y = C$; 4) $y = -C/x^4$; 5) $y = -C/(x^2+1)$.
6.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y''\mathrm{ctg}x + y' = 2$.	1) $y = C_1 \sin x$; 2) $y = 2x + C_1 \sin x$; 3) $y = 2x + C_1\sin x + C_2$; 4) $y = C_1 + C_2$; 5) $y = 2x$.
7.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y'' = 1/\cos^2(x/2), y(0) = 0, y'(0) = 1$.	1) $y = x$; 2) $y = -4\ln\|\cos x/2\| + x$; 3) $y = \cos x/2$; 4) $y = -4\ln\|\cos x/2\|$; 5) $y = \ln\|\cos x/2\|$.
8.	Найти решение дифференциального уравнения: $y'' - y' = e^{2x}\cos(e^x)$.	1) $y = \cos(e^x) + \sin(e^x)$; 2) $y = C + \cos(e^x)$; 3) $y = -\cos(e^x)$; 4) $y = C_1 + C_2 e^x - \cos(e^x)$; 5) $y = C_1 + C_2 e^x$.
9.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + 4y' = 15e^x$.	1) $y = C_1 + C_2 e^{-4x}$; 2) $y = C_1 + C_2 e^{-4x} + 3e^x$; 3) $y = 3e^x$; 4) $y = C_1 e^x + C_2 x e^{-4x}$; 5) $y = C_1 + C_2 e^x$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - 8y, \\ y' = -8x + 4y. \end{cases}$	1) $x = C_1 + C_2 e^{-4t}, y = C_1 e^{12t} + C_2$; 2) $x = C_2, y = C_1 e^{12t} + C_2$; 3) $x = C_1 e^{12t}, y = -C_1 e^{12t}$; 4) $x = C_1 e^{-4t} + C_2 e^{12t}, y = C_1 e^{-4t} - C_2 e^{12t}$; 5) $x = C_1 e^{-4t} + C_2 e^{4t}, y = C_1 e^{-4t} - e^{4t} C_2$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y=\dfrac{x^3}{12}+1$ решением уравнения $(y'')^2=y^2$.	
2.	Решить задачу Коши: $y'\operatorname{tg}x-y=1,\ y(\pi/2)=1$.	1) $y=\sin x$; 2) $y=2\sin x-1$; 3) $y=\cos x$; 4) $y=\cos x+1$; 5) $y=2\cos x-1$.
3.	Решить задачу Коши: $xy'=y(1+\ln\dfrac{y}{x}),\ y(1)=e^{-1/2}$.	1) $x=ye^{x/2}$; 2) $y=x$; 3) $y=e^{-x/2}$; 4) $y=xe^{-x/2}$; 5) $y=e^x$.
4.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $2xy'-y=3x^2$.	1) $y=C\sqrt{x}+x^2$; 2) $y=x^2$; 3) $y=Cx^2$; 4) $y=C\sqrt{x}$; 5) $y=Cx^2-x$.
5.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $(1/x-y^3+4)dx+(-1/y-3xy^2)dy=0$.	1) $\ln\lvert x/y\rvert=C$; 2) $\ln\lvert x/y\rvert-xy^3=C$; 3) $\ln\lvert x/y\rvert+4x=C$; 4) $xy^3+4x=C$; 5) $\ln\lvert x/y\rvert-xy^3+4x=C$.
6.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'''=\cos 3x$.	1) $y=-\sin 3x/27$; 2) $y=C_1x^2/2$; 3) $y=-\sin 3x/27+C_1x^2/2+C_2x+C_3$; 4) $y=-\sin 3x/27+C_1x^2/2$; 5) $y=-\sin 3x/27++C_3$.
7.	Найти частное решение дифференциального уравнения: . $y''=1/\sqrt{y},\ \ y(0)=y'(0)=0$.	1) $x=2y^{3/4}/3$; 2) $y=2x^{3/4}/3$; 3) $x=2y^{3/4}/3+C$; 4) $y=2x/3$; 5) $y=x^{3/4}$.
8.	Найти решение дифференциального уравнения: $y''-2y'+y=e^x/\sqrt{4-x^2}$.	1) $y=\sqrt{4-x^2}+x\arcsin(x/2)$; 2) $y=e^x(\sqrt{4-x^2}+x\arcsin(x/2))$; 3) $y=e^x(C+\sqrt{4-x^2}+x\arcsin(x/2))$; 4) $y=e^x(C_1+C_2x)$; 5) $y=e^x(C_1+C_2x+\sqrt{4-x^2}+x\arcsin(x/2))$.
9.	Найти решение дифференциального уравнения: $y''-4y'=8-16x$.	1) $y=C_1+C_2e^{4x}$; 2) $y=C_1+C_2e^{4x}+2x^2-x$; 3) $y=C_1+2x^2-x$; 4) $y=C_1+C_2e^{4x}-x$; 5) $y=2x^2-x$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases}5x'-2y'+4x-y=e^{-t},\\ x'+8x-3y=5e^{-t}.\end{cases}$	1) $x=2e^{-t}-C_1e^t-C_2e^{-2t},y=3e^{-t}-C_1e^t-e^{-2t}2C_2$; 2) $x=2e^{-t}+Ce^{-2t},y=3e^{-t}+e^{-2t}2C$; 3) $x=C_1e^t+C_2e^{-2t},y=C_1e^t+e^{-2t}2C_2$; 4) $x=2e^{-t},y=3e^{-t}$; 5) $x=2e^{-t}+C_1e^t+C_2e^{-2t},y=3e^{-t}+3C_1e^t+e^{-2t}2C_2$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y = 4e^x + 2e^{3x}$ решением уравнения $y'' - 4y' + 3y = 0$.	
2.	Найти общее решение (общий интеграл) уравнения: $y' = y^2 \cos x$.	1) $y = 1/(C - \sin x)$; 2) $y = 1/\cos x$; 3) $y = \cos x$; 4) $y = 1/(\cos x + C)$; 5) $y = 1/C$.
3.	Найти общее решение (общий интеграл) уравнения: $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2$.	1) $x/y + 2\ln x = y$; 2) $x/y = C$; 3) $x/y + 2\ln y/x = -\ln Cx$; 4) $y = 2\ln y/x$; 5) $x/y = -\ln Cx$.
4.	Решить задачу Коши: $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, $y(0) = 0$.	1) $y = 0,5x^2e^{-x^2}$; 2) $y = 0,5x^2$; 3) $y = 0,5e^{-x^2}$; 4) $y = x^2e^{-x^2}$; 5) $y = 0,5x$.
5	Найти честное решение дифференциального уравнения: $(2x + ye^{xy})dx + (1 + xe^{xy})dy = 0$, $y(0) = 1$.	1) $y + e^{xy} = 0$; 2) $e^{xy} + x^2 - 2 = 0$; 3) $y + e^{xy} + x^2 - 2 = 0$; 4) $e^{xy} + x^2 = 0$; 5) $y = e^{xy}$.
6.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' - \dfrac{y'}{x-1} = x(x-1)$.	1) $y = x^4/8 - x^3/6$; 2) $y = x^4/8 - x^3/6 + C_1x^2/2 - C_1/x + C_2$; 3) $y = x^4/8 - C_1/x + C_2$; 4) $y = C_1x^2/2 - C_1/x + C_2$; 5) $y = C_1/x + C_2$.
7.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y'' = 1/x^2$, $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.	1) $y = -\ln\|x\|$; 2) $y = -\ln\|x\| + 2x$; 3) $x = -\ln\|y\|$; 4) $y = -\ln\|x\| + 2x + 1$; 5) $y = -\ln\|x\| + 1$.
8.	Найти общее решение однородного дифференциального уравнения: $y'' + y = 1/(\cos 2x)^{3/2}$.	1) $y = C_1\cos x + C_2\sin x + \sqrt{\cos 2x}$; 2) $y = C_1\cos x + C_2\sin x$; 3) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \sqrt{\cos x}$; 4) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \sqrt{\cos 2x}$; 5) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \sqrt{\sin 2x}$.
9.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y'' + y' - 6y = (6x + 1)e^{3x}$.	1) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x}$; 2) $y = C_1e^{-3x} + (x-1)e^{2x}$; 3) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{-3x}x$; 4) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} + xe^{3x}$; 5) $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{2x} + (x-1)e^{3x}$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y. \end{cases}$	1) $x = C_1e^{3t} + C_2e^{5t}, y = C_1e^{3t} - C_2e^{5t}$; 2) $x = C_1e^{3t} - C_2e^{5t}, y = C_1e^{3t}$; 3) $x = C_1e^{3t} - C_2e^{5t}, y = C_1e^{3t} - C_2e^{5t}$; 4) $x = C_1, y = C_1e^{3t} - C_2e^{5t}$; 5) $x = C_1e^{3t}, y = C_1e^{3t}$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1.	Проверить, является ли функция $y=1/4$ решением уравнения $y''-4y'+4y=1$.	
2.	Найти частное решение (частный интеграл) уравнения: $y'=x/\sqrt{1-x^2}$, $y(0)=1$.	1) $y=\sqrt{x}+2$; 2) $y=-\sqrt{1-x^2}+2$; 3) $y=-\sqrt{1-x^2}$; 4) $y=+2$; 5) $y=\sqrt{C}$.
3.	Найти частное решение (частный интеграл) уравнения: $xy'+y=\sin x$, $y(\pi/2)=2/\pi$.	1) $y=1/x$; 2) $y=(1-\cos x)$; 3) $y=(1-\cos x)/x$; 4) $y=(1+\cos x)/x$; 5) $y=(1-\sin x)/x$.
4.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $xdy-ydx=\sqrt{x^2+y^2}dx$.	1) $y=Cx^2$; 2) $\sqrt{x^2+y^2}=Cx^2$; 3) $y+\sqrt{x}=Cx^2$; 4) $y+\sqrt{x^2+y^2}=1$; 5) $y+\sqrt{x^2+y^2}=Cx^2$.
5.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $dx/y-xdy/y^2=0$.	1) $x/y=C$; 2) $x^2/y=C$; 3) $x/y^2=C$; 4) $x=C$; 5) $y=C$.
6.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y''=\cos^2 x$.	1) $y=C_1x$; 2) $y=C_1x+C_2$; 3) $y=\cos 2x/8+C_1x+C_2$; 4) $y=x^2/4-\cos 2x/8+C_1x+C_2$; 5) $y=x^2/4+C_1x+C_2$.
7.	Найти частное решение дифференциального уравнения: $y^3y''=-1$, $y(1)=1$, $y'(1)=0$.	1) $y=\sqrt{2x-x^2}$; 2) $y=\sqrt{2x}$; 3) $x=\sqrt{2y-y^2}$; 4) $x=\sqrt{2y}$; 5) $y=\sqrt{x}$.
8.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $y''+y=1/\cos^3 x$.	1) $y=C_1\sin x+C_2\cos x$; 2) $y=C_1\sin x+C_2\cos x+1/(2\cos x)$; 3) $y=C\cos x$; 4) $y=C\sin x+1/(2\cos x)$; 5) $y=1/(2\cos x)$.
9.	Найти общее решение дифференциального уравнения: $4y''-4y'+y=-25\cos x$.	1) $y=3\cos x+4\sin x$; 2) $y=C_1e^{x/2}+C_2xe^{x/2}+3\cos x$; 3) $y=C_2xe^{x/2}+3\cos x+4\sin x$; 4) $y=C_1e^{x/2}+C_2xe^{x/2}$; 5) $y=C_1e^{x/2}+C_2xe^{x/2}+3\cos x+4\sin x$.
10.	Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} x'-y=-\cos t, \\ y'+x=\sin t. \end{cases}$	1) $x=C_1+C_2-t\cos t, y=-C_1+C_2+t\sin t$ 2) $x=C\sin t-t\cos t, y=C\cos t+t\sin t$ 3) $x=C\cos t-t\cos t, y=-C\sin t+t\sin t$; 4) $\begin{cases} x=C_1\cos t+C_2\sin t, \\ y=-C_1\sin t+C_2\cos t+t\sin t; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x=C_1\cos t+C_2\sin t-t\cos t, \\ y=-C_1\sin t+C_2\cos t+t\sin t. \end{cases}$

Образцы решения вариантов тестов

ТЕСТ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»

Вариант 1

1. Определим размерность каждой из заданных матриц. Матрица A имеет размерность: 2×3, 2 – количество строк, 3 – количество столбцов. Матрица B имеет размерность: 3×3, матрица C– 2×2, матрица D – 3×2, матрица $D^T=\begin{pmatrix}2 & -1 & 4\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}-2\times3$. Известно, что операцию сложения можно применять к матрицам одинаковой размерности. Значит, не определены операции: A+B; A+C; C+D^T; D+A, определена опреация – A+D^T. Операцию умножения можно применять только к согласованным матрицам, т. е. к матрицам у которых количество столбцов первой матрицы совпадает с количеством строк второй матрицы. Следовательно, определены операции: $A_{2\times3}\cdot B_{3\times3}$; $C_{2\times2}\cdot A_{2\times3}$; $D_{3\times2}\cdot C_{2\times2}$; $B^2=B_{3\times3}\cdot B_{3\times3}$; $B_{3\times3}\cdot D_{3\times2}$. Не определены операции: $B_{3\times3}\cdot A_{2\times3}$; $A_{2\times3}\cdot C_{2\times2}$; $A^2=A_{2\times3}\cdot A_{2\times3}$.

Ответ: Определены операции: A+D^T; $A\cdot B$; $C\cdot A$; $D\cdot C$; B^2; $B\cdot D$. Не определены: A+B; A+C; C+D^T; D+A; $B\cdot A$; $A\cdot C$; A^2.

2. $2A-D^T=2\begin{pmatrix}5 & 1 & 4\\ -2 & -3 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -1 & 4\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10 & 2 & 8\\ -4 & -6 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -1 & 4\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 3 & 4\\ -4 & -7 & -3\end{pmatrix}$.

Ответ: 3.

3. Из задания 1 известно, что операция A^2 невозможна.
Ответ: 5.

4. $B\cdot D=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 3 & 0\\ 1 & -2 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\end{pmatrix}$, где $a_{11}=1\cdot2+(-1)\cdot(-1)+1\cdot4=7$;

$a_{12}=1\cdot0+(-1)\cdot1+1\cdot3=2$; $a_{21}=2\cdot2+3\cdot(-1)+0\cdot4=1$; $a_{22}=2\cdot0+3\cdot1+0\cdot3=3$;
$a_{31}=1\cdot2+(-2)\cdot(-1)+(-1)\cdot4=0$; $a_{32}=1\cdot0+(-2)\cdot1+(-1)\cdot3=-5$.

Значит, $B\cdot D=\begin{pmatrix}7 & 2\\ 1 & 3\\ 0 & -5\end{pmatrix}$.

Ответ: 3.

5. Вычисляем определитель разложением по элементам 3-его столбца:

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 8 & 2 & -3\\ 3 & -2 & 0 & 4\\ 5 & -3 & 7 & -1\\ 3 & 2 & 0 & 2\end{vmatrix}=(-1)^{1+3}\cdot2\begin{vmatrix}3 & -2 & 4\\ 5 & -3 & -1\\ 3 & 2 & 2\end{vmatrix}+(-1)^{3+3}\cdot7\begin{vmatrix}1 & 8 & -3\\ 3 & -2 & 4\\ 3 & 2 & 2\end{vmatrix}.$$

Определитель $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 5 & -3 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ получен из основного определителя путем вычеркивания 1-ой строки и 3-его столбца. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 8 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ получен из основного определителя путем вычеркивания 3-ей строки и 3-его столбца. Определители $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 5 & -3 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ и $\begin{vmatrix} 1 & 8 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ вычислим по методу треугольников.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 5 & -3 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 3(-3)2+5\cdot 2\cdot 4+3(-2)(-1)-3(-3)4-5(-2)2-2(-1)3=-18+40+6+36+20+6=90$$

.

$$\begin{vmatrix} 1 & 8 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1(-2)2+3(-3)2+8\cdot 4\cdot 3-3(-2)(-3)-3\cdot 8\cdot 2-1\cdot 2\cdot 4=-4-18+96-18-48-8=0.$$

В итоге: $\Delta = 2\cdot 90+7\cdot 0=180$.

Ответ: 3.

6. С помощью элементарных преобразований приведем матрицу к трапециевидной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 6 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & -8 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim [1] \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 5 & 2 \\ -3 & 0 & 4 & -4 & 2 \\ 1 & -2 & -8 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim [2] \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & -3 & 10 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & -8 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim [3]$$

$$[3] \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & -3 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & -1 & -10 & -5 & 2 \end{pmatrix} \sim [4] \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 40 & 20 & 8 \\ 0 & -1 & -10 & -5 & 2 \end{pmatrix} \sim [5] \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 40 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \sim [6]$$

$$[6] \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$, где выполнены следующие действия:

[1] – умножаем 1-ую строку на 2 и складываем со 2-ой строкой.
[2] – умножаем 1-ую строку на 3 и складываем с 3-ей строкой.
[3] – умножаем 1-ую строку на –1 и складываем с 4-ой строкой.
[4] – умножаем 2-ую строку на 3 и складываем со 3-ей строкой.
[5] – умножаем 2-ую строку на 1 и складываем с 4-ой строкой.
[6] – делим третью строку на 4.

Так как конечная матрица имеет 4 ненулевые строки, то $rang\,A=4$. Базисный минор

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 10 & 5 & 2 \\ 0 & 10 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 10 & 5 \\ 0 & 10 & 5 \end{vmatrix} = 4(10(-1)5+2\cdot5\cdot0+1\cdot10\cdot3-0\cdot10\cdot3-1\cdot2\cdot5-5(-1)10)=20\neq0.$$

Ответ: 4.

7. Система AX = B в матричной форме имеет решение $X = A^{-1}B$, где $A^{-1}=\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{31} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$ – обратная матрица, X – столбец неизвестных, B – столбец свободных членов.

Вычислим определитель системы: $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{vmatrix}=0+45-48-0-18+24=3$. Вычислим A_{ij} – алгебраические дополнения:

$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}=-18$. $A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}=12$. $A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}=9$. $A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}=23$.

$A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}=-16$. $A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}=-11$. $A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 0 & 6 \end{vmatrix}=-12$. $A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}=9$. $A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}=6$.

Тогда $A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -18 & 23 & -12 \\ 12 & -16 & 9 \\ 9 & -11 & 6 \end{pmatrix}$. Значит, $X=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -18 & 23 & -12 \\ 12 & -16 & 9 \\ 9 & -11 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: 3.

8. Для того, чтобы решить систему методом Крамера, вычислим Δ и Δ_i $(i=1,2,3)$, где Δ_i – определитель, полученный из основного определителя заменой i-ого столбца столбцом свободных членов.

$$\Delta=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}=4+8-4-2-8+8=6. \quad \Delta_1=\begin{vmatrix} 8 & -1 & 2 \\ 22 & 1 & 4 \\ 11 & 1 & 2 \end{vmatrix}=16+44-44-22-32+44=6.$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 2 & 8 & 2 \\ 4 & 22 & 4 \\ 1 & 11 & 2 \end{vmatrix}=88+32+88-44-64-88=12.$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 4 & 1 & 22 \\ 1 & 1 & 11 \end{vmatrix}=22+32-22-8+44-44=24.$$

Неизвестные находим по формулам: $x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{6}{6}=1$; $x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{12}{6}=2$; $x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{24}{6}=4$.

Ответ: 2.

9. Система совместна, если ранг основной матрицы A равен рангу расширенной матрицы $\widetilde{A}$.
Определим ранг расширенной матрицы $\widetilde{A}$ методом элементарных преобразований:

$$\widetilde{A}=\left(\begin{array}{cccc|c}1&2&4&0&2\\5&1&2&9&19\\3&-1&1&2&9\end{array}\right)\sim[1],[2]\sim\left(\begin{array}{cccc|c}1&2&4&0&2\\0&-9&-18&9&9\\0&-7&-11&2&3\end{array}\right)\sim[3]\sim\left(\begin{array}{cccc|c}1&2&4&0&2\\0&-1&-2&1&1\\0&-7&-11&2&3\end{array}\right)\sim[4]$$

$$[4]\sim\left(\begin{array}{cccc|c}1&2&4&0&2\\0&-1&-2&1&1\\0&0&3&-5&-4\end{array}\right).$$

[1] – умножаем 1-ую строку на –5 и складываем со 2-ой строкой.
[2] – умножаем 1-ую строку на –3 и складываем с 3-ей строкой.
[3] – делим 2-ую строку на 9.
[4] – умножаем 2-ую строку на 7 и складываем с 3-ей строкой.

Так как основная матрица и расширенная матрица системы содержат по три ненулевых строки, то ранг основной матрицы равен рангу расширенной матрицы и равен 3.

Т.к. $\begin{vmatrix}1&2&4\\0&-1&-2\\0&0&3\end{vmatrix}=3\neq 0$, то в качестве базисных неизвестных выбираем: x_1,x_2,x_3, $x_4=c$, $c\in R$ – свободная неизвестная.

Значит, $\begin{cases}x_1=4-2c,\\ x_2=\dfrac{5}{3}-\dfrac{7}{3}c,\\ x_3=-\dfrac{4}{3}+\dfrac{5}{3}c.\end{cases}$

Ответ: $\left(4-2c,\ \dfrac{5}{3}-\dfrac{7}{3}c,\ -\dfrac{4}{3}+\dfrac{5}{3}c,\ c\right)$, $c\in R$.

10. Преобразуем матрицу системы с помощью элементарных преобразований

$$\begin{pmatrix}5&1&-2&0\\3&-1&1&1\\2&2&3&-1\end{pmatrix}\sim[1],[2]\sim\begin{pmatrix}1&-3&-2&2\\5&1&-2&0\\2&2&3&-1\end{pmatrix}\sim[3],[4]\sim\begin{pmatrix}1&-3&-2&2\\0&16&8&-10\\0&8&7&-5\end{pmatrix}\sim[5]$$

$[5]\sim\begin{pmatrix}1&-3&-2&2\\0&8&4&-5\\0&8&7&-5\end{pmatrix}\sim[6]\sim\begin{pmatrix}1&-3&-2&2\\0&8&4&-5\\0&0&3&0\end{pmatrix}$, где выполнены следующие действия:

[1] – умножаем 3-ую строку на –1 и складываем со 2-ой строкой.
[2] – меняем местами 2-ую и 3-ю строки.
[3] – умножаем 1-ую строку на –5 и складываем со 2-ой строкой.
[4] – умножаем 1-ую строку на –2 и складываем с 3-ей строкой.
[5] – делим 2-ую строку на 2.
[6] – умножаем 2-ую строку на –1 и складываем с 3-ей строкой.

Т.к. $\begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 0 & 8 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 24 \neq 0$, то x_1, x_2, x_3 – базисные неизвестные, $x_4 = c$, $c \in R$ – свободная неизвестная. Значит, $\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{8}c, \\ x_2 = \frac{5}{8}c, \\ x_3 = 0. \end{cases}$ Пусть $c = 1$, тогда фундаментальная система решений имеет вид: $\left(-\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, 0, 1\right)$.

Ответ: $\left(-\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, 0, 1\right)$.

ТЕСТ «ВЕКТОРЫ. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Вариант 1

1. Найдем координаты векторов $\overrightarrow{AB}(5-1, 2-2, 6-3) = (4,0,3)$, $\overrightarrow{CA}(1-4, 2+4, 3+3) = (-3,6,6)$.
Тогда $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = 2(4,0,3) - (-3,6,6) = (8,0,6) - (-3,6,6) = (11,-6,0)$.
Значит, $\left|2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}\right| = \sqrt{11^2 + (-6)^2} = \sqrt{121+36} = \sqrt{157}$.

Ответ: 2.

2. $2\vec{a} \cdot 3\vec{b} = 2(5\vec{m} - 4\vec{n})3(3\vec{m} + 2\vec{n}) = 6(15\vec{m}^2 + 10\vec{m}\vec{n} - 12\vec{n}\vec{m} - 8\vec{n}^2) = \left[\vec{m} \cdot \vec{n} = \vec{n} \cdot \vec{m}\right] =$

$= 90\vec{m}^2 - 12\vec{m}\vec{n} - 48\vec{n}^2 = \left[\vec{m}^2 = \left|\vec{m}\right|^2\right] = 90\left|\vec{m}\right|^2 - 12\left|\vec{m}\right|\left|\vec{n}\right|\cos\angle(\vec{m}, \vec{n}) - 48\left|\vec{n}\right|^2 =$

$= 360 - 12 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 192 = 168 - 24\sqrt{2}$.

Ответ: 4.

3. Известно, что площадь параллелограмма, построенного на векторах равна длине векторного произведения этих векторов. Найдем векторное произведение данных векторов:

$$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -13\vec{i} - 7\vec{j} + 5\vec{k}.$$

Тогда $S = \left|\left[\vec{a}, \vec{b}\right]\right| = \sqrt{(-13)^2 + (-7)^2 + 5^2} = \sqrt{243}$.

Ответ: 1.

4. Известно, что объем пирамиды равен модулю смешанного произведения векторов $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$. Найдем координаты данных векторов $\overrightarrow{AB}(1-3, 2-4, 1-5) = (-2,-2,-4)$, $\overrightarrow{AC}(-5,-7,1)$, $\overrightarrow{AD}(0,-10,-8)$.

Тогда $\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}=\begin{vmatrix}-2 & -2 & -4\\ -5 & -7 & 1\\ 0 & -10 & -8\end{vmatrix}=-112-200-20+80=-252$.

Значит, $V=|-252|=252$.

Ответ: 2.

5. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки, имеет вид:

$\begin{vmatrix}x-x_{A_1} & y-y_{A_1} & z-z_{A_1}\\ x_{A_2}-x_{A_1} & y_{A_2}-y_{A_1} & z_{A_2}-z_{A_1}\\ x_{A_3}-x_{A_1} & y_{A_3}-y_{A_1} & z_{A_3}-z_{A_1}\end{vmatrix}=0$. Подставляя координаты точек и вычисляя определитель,

получаем: $\begin{vmatrix}x-3 & y-1 & z-4\\ -1-3 & 6-1 & 1-4\\ -1-3 & 1-1 & 6-4\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x-3 & y-1 & z-4\\ -4 & 5 & -3\\ -4 & 0 & 2\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow(x-3)\begin{vmatrix}5 & -3\\ 0 & 2\end{vmatrix}-(y-1)\begin{vmatrix}-4 & -3\\ -4 & 2\end{vmatrix}+(z-4)\begin{vmatrix}-4 & 5\\ -4 & 0\end{vmatrix}=0$, $\Leftrightarrow(x-3)10+20(y-1)+20(z-4)=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow(x-3)+2(y-1)+2(z-4)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-13=0$.

Ответ: 1.

6. Так как искомая прямая параллельна прямой A_1A_2, то вектор $A_1A_2(-1,0,0)$ является направляющим вектором данной прямой, тогда параметрические уравнения искомой прямой имеют вид:

$$\begin{cases}x=x_M+x_{A_1A_2}t,\\ y=y_M+y_{A_1A_2}t,\\ z=z_M+z_{A_1A_2}t.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0-1t,\\ y=3+0t,\\ z=1+0t.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-t,\\ y=3,\\ z=1.\end{cases}$$

Ответ: 2.

7. Известно, что синус угла между прямой и плоскостью находится по формуле:

$\sin\varphi=\left|\dfrac{\left(\vec{n},\overline{A_1A_2}\right)}{|\vec{n}|\left|\overline{A_1A_2}\right|}\right|$, где $\vec{n}(1,1,1)$ – нормальный вектор заданной плоскости, а $\overline{A_1A_2}(-1,7,-5)$ – направляющий вектор прямой.

Тогда $\sin\varphi=\left|\dfrac{\left(\vec{n},\overline{A_1A_2}\right)}{|\vec{n}|\left|\overline{A_1A_2}\right|}\right|=\left|\dfrac{1\cdot(-1)+1\cdot7+1\cdot(-5)}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}\sqrt{(-1)^2+7^2+(-5)^2}}\right|=\left|\dfrac{1}{\sqrt{3}\sqrt{75}}\right|=\dfrac{1}{15}$.

Ответ: 2.

8. Для составления уравнения медианы найдем координаты точки

$M\left(\dfrac{x_A+x_C}{2},\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)=(1,2)$, тогда уравнение прямой, проходящей через две точки имеет вид:

$\dfrac{x-x_M}{x_B-x_M}=\dfrac{y-y_M}{y_B-y_M}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{2-1}=\dfrac{y-2}{6-2}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{4}\Leftrightarrow 4x-4=y-2\Leftrightarrow 4x-y-2=0$.

Ответ: 3.

9. Для приведения уравнения кривой к каноническому виду выделим в уравнении полные квадраты:

$$2(x^2-2x+1)+3(y^2-2y+1)-2-3-4=0 \Leftrightarrow 2(x-1)^2+3(y-1)^2=9 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{9/2}+\frac{(y-1)^2}{3}=1.$$

Введем новые координаты по формулам: $\begin{cases} X=x-1, \\ Y=y-1. \end{cases}$ Тогда каноническое уравнение кривой имеет вид: $\frac{X^2}{9/2}+\frac{Y^2}{3}=1$. Данное уравнение является уравнением эллипса с осями $a = 3/\sqrt{2}$ и $b=\sqrt{3}$.

Ответ: эллипс.

10. Преобразуем уравнение данной поверхности, выделив полный квадрат относительно переменной z:

$z^2=6z+y \Leftrightarrow z^2-6z=y \Leftrightarrow z^2-6z+9=y+9 \Leftrightarrow (z-3)^2=y+9$. Замена: $\begin{cases} Z=z-3, \\ Y=y+9. \end{cases}$ Следовательно, каноническое уравнение поверхности имеет вид: $Z^2=Y$. Данное уравнение является уравнением параболического цилиндра образующая которого параллельна оси Ox.

Ответ: параболический цилиндр.

ТЕСТ «ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ»

Вариант 1

1. Данное высказывание $\forall \varepsilon>0\ \exists\ n_0=n(\varepsilon): \forall n>n_0 \Rightarrow |x_n-a|<\varepsilon$, согласно определению означает, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$.

Ответ: 2.

2. Преобразуем данную последовательность: $\frac{1}{2},\frac{-1}{4},\frac{1}{8},\frac{-1}{16},\frac{1}{32},\ldots$; $\frac{1}{2},\frac{-1}{2^2},\frac{1}{2^3},\frac{-1}{2^4},\frac{1}{2^5},\ldots$ Тогда общий член последовательности имеет вид: $\frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$.

Ответ: 4.

3. Найдем сотый член: $x_{100}=\sqrt{\frac{100-36}{100+69}}=\sqrt{\frac{64}{169}}=\frac{8}{13}$.

Ответ: 2.

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-5}{3n+4}=$ [разделим числитель и знаменатель на n] $=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2-\frac{5}{n}}{3+\frac{4}{n}}=\frac{2}{3}$, так как $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n}=0$, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n}=0$.

Ответ: 4.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2-5n}{3n+4}=$ [разделим числитель и знаменатель на n^2] $=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-\dfrac{5}{n}}{\dfrac{3}{n}+\dfrac{4}{n^2}}=\left(\dfrac{1}{0}\right)=\infty$.

Ответ: 5.

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^3-5n^2-5}{3n^4+4n^3+7}=$ [разделим числитель и знаменатель на n^4] $=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{9}{n}-\dfrac{5}{n^2}-\dfrac{5}{n^4}}{3+\dfrac{4}{n}+\dfrac{7}{n^4}}=\left(\dfrac{0}{3}\right)=0\cdot$

Ответ: 1.

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n(1+\dfrac{2}{n})}}{\sqrt{n(1+\dfrac{1}{n})}+\sqrt{n}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n}\sqrt{1+\dfrac{2}{n}}}{\sqrt{n}\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}+1\right)}\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{2}{n}}}{\sqrt{1+\dfrac{1}{n}}+1}=\dfrac{1}{2}$.

Ответ: 3.

8. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3\cdot 2^n+2}{2^n+5}=$ (разделим числитель и знаменатель на 2^n) $=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3+\dfrac{2}{2^n}}{1+\dfrac{5}{2^n}}=3$, так как

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{2^n}=0$,

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5}{2^n}=0$.

Ответ: 2.

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{\frac{n}{2}}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n\right)^{1/2}=e^{1/2}=\sqrt{e}$.

Ответ: 2.

10.

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3}{n^2}\right)=0\Leftrightarrow\forall\varepsilon>0\quad\exists\, n_0=n(\varepsilon):\forall n>n_0\Rightarrow\left|\dfrac{3}{n^2}\right|<\varepsilon\Rightarrow n^2>\dfrac{3}{\varepsilon}\Rightarrow n>\sqrt{\dfrac{3}{\varepsilon}}\Rightarrow\exists n_0=\left[\sqrt{\dfrac{3}{\varepsilon}}\right]+1.$

Доказательство окончено $n_0=\left[\sqrt{\dfrac{3}{\varepsilon}}\right]+1$.

ТЕСТ «ФУНКЦИИ. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ»
Вариант 1

1. $f(x)=\dfrac{3}{x^2-4}$. Областью определения данной функции являются множество значений независимой переменной x, удовлетворяющих условию:

$x^2 \neq 4 \Leftrightarrow x \neq \pm 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty,-2)\bigcup(-2,2)\bigcup(2,\infty)$.

Ответ: 3.

2. Преобразуем данную функцию с помощью метода введения вспомогательного аргумента

$$f(x)=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\sin x+\sin\frac{\pi}{4}\cos x\right)=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right).$$

Так как $-1\le\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\le 1$, то $-\sqrt{2}\le\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}\Leftrightarrow-\sqrt{2}\le f(x)\le\sqrt{2}$.

Ответ: 3.

3. Согласно определению предела функции в точке данное высказывание $\forall\varepsilon>0\ \exists\,\delta=\delta(\varepsilon)$, что $\forall x:\ 0<|x-x_0|<\delta\Rightarrow|f(x)-A|<\varepsilon$ означает, что $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$.

Ответ: 2.

4. $$\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x^3-9x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x(x-3)(x+3)}=\lim_{x\to 3}\frac{x^2+3x+9}{x(x+3)}=\frac{3^2+3\cdot 3+9}{3(3+3)}=\frac{3}{2}.$$

Ответ: 2.

5. $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{\operatorname{arctg}\frac{x}{2}}=\left(\frac{0}{0}\right)=\left(\sin 5x\sim 5x,\ \operatorname{arctg}\frac{x}{2}\sim\frac{x}{2},\text{при}\,x\to 0\right)=\lim_{x\to 0}\frac{5x}{\frac{x}{2}}=10.$$

Ответ: 1.

6. $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2+x}{1+x}\right)^{x^2}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{(1+x)+1}{1+x}\right)^{x^2}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{1+x}\right)^{x^2}=\left(1^\infty\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{1+x}\right)^{x+1}\right)^{\frac{x^2}{x+1}}=$$

$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{x+1}}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}=(e^\infty)=\infty$. При вычислении предела был использован второй замечательный предел $\lim\limits_{t\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{t}\right)^t=e$.

Ответ: 5.

7.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-4x}}{x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\left[\begin{array}{l}\text{умножим числитель и знаменатель}\\ \text{на выражение, сопряженное числителю дроби}\end{array}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\left(1-\sqrt{1-4x}\right)\left(1+\sqrt{1-4x}\right)}{x\left(1+\sqrt{1-4x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{4x}{x\left(1+\sqrt{1-4x}\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{4}{\left(1+\sqrt{1-4x}\right)}=2.$$

Ответ: 2.

8.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x-\cos x}{\sin\frac{x}{2}}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{-2\sin\frac{2x-x}{2}\sin\frac{2x+x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\lim_{x\to 0}\frac{-2\sin\frac{x}{2}\sin\frac{3x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\lim_{x\to 0}\left(-2\sin\frac{3x}{2}\right)=0.$$

Ответ: 1.

9. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+2)-\ln 2}{x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\ln\left(\frac{x+2}{2}\right)\right)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)\right)=\lim\limits_{x\to 0}\left(\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)^{1/x}\right)=$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln\left(\left(1+\frac{x}{2}\right)^{\frac{2}{x}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\ln e^{1/2}\right)=\frac{1}{2}.$$

Был использован второй замечательный предел $\lim\limits_{t\to 0}(1+t)^{1/t}=e$.

Ответ: 5.

10. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{x-3}{2}\right)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \forall\varepsilon>0\ \exists\ \delta=\delta(\varepsilon)$, что $\forall x:\ 0<|x-2|<\delta\Rightarrow\left|\frac{x-3}{2}+\frac{1}{2}\right|<\varepsilon\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\left|\frac{x-2}{2}\right|<\varepsilon\Leftrightarrow|x-2|<2\varepsilon\Leftrightarrow\exists\delta(\varepsilon)=2\varepsilon$. Доказательство окончено $\delta(\varepsilon)=2\varepsilon$.

ТЕСТ «НЕПРЕРЫВНОСТЬ И ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Вариант 1

1. По условию $\lim\limits_{x\to x_0-0}f(x)=A$, $\lim\limits_{x\to x_0+0}f(x)=B$, $A=B=f(x_0)$, т.е. предел слева равен пределу справа функции $f(x)$ при $x\to x_0$ и равен значению функции в точке x_0, значит, $f(x)$ – непрерывная функция в точке x_0.

Ответ: 4.

2. $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<2;\\ 5, & x\ge 2.\end{cases}$ Так как функция $f_1(x)=x^2$ – непрерывна при $x<2$, функция $f_2(x)=5$ – непрерывна при $x\ge 2$, то только точка $x=2$ является возможной точкой разрыва. Вычислим предел данной функции слева и справа от точки $x=2$ и значение функции в данной точке. $\lim\limits_{x\to 2-0}f(x)=\lim\limits_{x\to 2-0}x^2=4$, $\lim\limits_{x\to 2+0}f(x)=\lim\limits_{x\to 2+0}5=5$, $f(2)=5$. Так как $\lim\limits_{x\to 2-0}f(x)\ne\lim\limits_{x\to 2+0}f(x)$, то точка $x=2$ – точка разрыва первого рода.

Ответ: 1.

3. $f(x)=\dfrac{2}{x+5}$. Так как функция представляет собой частное двух непрерывных функций при $x\in R$, то возможной точкой разрыва является точка $x=-5$. Вычислим предел данной функции слева и справа от точки $x=-5$.

$\lim\limits_{x\to-5-0}\dfrac{2}{x+5}=\left(\dfrac{2}{-0}\right)=-\infty,\quad \lim\limits_{x\to-5+0}\dfrac{2}{x+5}=\left(\dfrac{2}{+0}\right)=+\infty$. Следовательно, точка $x=-5$ является точкой разрыва второго рода.

Ответ: 2.

4. $f'(x)=\left(2\sqrt[3]{x^2}\right)'=\left[(Cf)'=Cf'\right]=2\left(\sqrt[3]{x^2}\right)'=\left[\sqrt[n]{a^m}=a^{m/n}\right]=2\left(x^{2/3}\right)'=\left[\left(x^n\right)'=nx^{n-1}\right]=$

$=2\cdot\dfrac{2}{3}x^{2/3-1}=\dfrac{4}{3}x^{-1/3}=\dfrac{4}{3}\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

Ответ: 2.

5. $f'(x)=\left(\dfrac{5^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arctg}^2x}-5\right)'=\left(\dfrac{5^{\sqrt{x}}}{\operatorname{arctg}^2x}\right)'-5'=\dfrac{\left(5^{\sqrt{x}}\right)'\left(\operatorname{arctg}^2x\right)-\left(5^{\sqrt{x}}\right)\left(\operatorname{arctg}^2x\right)'}{\operatorname{arctg}^4x}-0=$

$=\dfrac{5^{\sqrt{x}}\ln5\left(\sqrt{x}\right)'\operatorname{arctg}^2x-5^{\sqrt{x}}2\operatorname{arctg}x\left(\operatorname{arctg}x\right)'}{\operatorname{arctg}^4x}=\dfrac{5^{\sqrt{x}}\ln5\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\operatorname{arctg}^2x-5^{\sqrt{x}}2\operatorname{arctg}x\dfrac{1}{1+x^2}}{\operatorname{arctg}^4x}$.

Тогда

$$f'(1)=\dfrac{5^{\sqrt{1}}\ln5\dfrac{1}{2\sqrt{1}}\operatorname{arctg}^21-5^{\sqrt{1}}2\operatorname{arctg}1\dfrac{1}{1+1^2}}{\operatorname{arctg}^41}=\dfrac{\dfrac{5}{2}\dfrac{\pi^2}{16}\ln5-\dfrac{5\pi}{4}}{\dfrac{\pi^4}{256}}=\dfrac{\dfrac{5\pi}{4}\left(\dfrac{\pi}{8}\ln5-1\right)}{\dfrac{\pi^4}{256}}=\dfrac{320\left(\dfrac{\pi}{8}\ln5-1\right)}{\pi^3}=$$

$$=\dfrac{40(\pi\ln5-8)}{\pi^3}.$$

Ответ: 2.

6. $f'(x)=\left(x^2\operatorname{tg}(3x+1)\right)'=\left(x^2\right)'\operatorname{tg}(3x+1)+x^2\left(\operatorname{tg}(3x+1)\right)'=2x\operatorname{tg}(3x+1)+x^2\dfrac{(3x+1)'}{\cos^2(3x+1)}=$

$=2x\operatorname{tg}(3x+1)+\dfrac{3x^2}{\cos^2(3x+1)}$.

Ответ: 5.

7. $\begin{cases}x=\cos t;\\ y=t+\sin t.\end{cases}$ Для функции, заданной параметрическими уравнениями производная находится по формуле:

$y'_x=\dfrac{y'_t}{x'_t}=\dfrac{(t+\sin t)'}{(\cos t)'}=\dfrac{1+\cos t}{-\sin t}$.

Ответ: 1.

8. $x^3+y^3=2xy\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l}\text{Функция задана неявно. Применяем непосредственное}\\ \text{дифференцирование с учетом того, что } y=y(x)\end{array}\right]=$

$\Leftrightarrow \left(x^3+y^3\right)' = (2xy)' \Leftrightarrow \left(x^3\right)' + \left(y^3\right)' = 2(xy)' \Leftrightarrow 3x^2+3y^2y' = 2(x'y+xy') \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2y' = 2(y+xy') \Leftrightarrow 3y^2y' - 2xy' = 2y-3x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y'(3y^2-2x) = 2y-3x^2 \Leftrightarrow y' = \dfrac{2y-3x^2}{3y^2-2x}.$

Ответ: 2.

9. Используем формулу для нахождения дифференциала: $df(x) = f'(x)dx$. Найдем $f'(x)$:

$f'(x) = \left(\left(x^2+5x+4\right)^3\right)' = 3\left(x^2+5x+4\right)^2\left(x^2+5x+4\right)' = 3\left(x^2+5x+4\right)^2(2x+5)$. Тогда

$df(x) == 3\left(x^2+5x+4\right)^2(2x+5)dx.$

Ответ: 5.

10. Производная второго порядка есть производная от производной первого порядка: $f''(x) = \left(f'(x)\right)'$. Вычислим $f'(x)$: $f'(x) = \left(x^2\right)'\ln x + x^2(\ln x)' = 2x\ln x + x^2\cdot\dfrac{1}{x} = 2x\ln x + x$. Тогда

$f''(x) = \left(2x\ln x + x\right)' = (2x)'\ln x + 2x(\ln x)' + x' = 2\ln x + 2x\cdot\dfrac{1}{x} + 1 = 2\ln x + 3.$

Ответ: 2.

ТЕСТ «ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Вариант 1

1. Уравнение касательной прямой к функции $y = f(x)$ в точке x_0 имеет вид: $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$.В нашем случае $f(x) = \text{tg}x, x_0 = \dfrac{\pi}{4}$. Вычислим значение производной функции и значение функции в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$. $f'(x) = (\text{tg}x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)} = 2$.

$f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \text{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$. Подставляя найденные значения в уравнение касательной, получаем

$y = 2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+1 \Leftrightarrow y = 2x - \dfrac{\pi}{2}+1.$

Ответ: 3.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{\ln(1+2x)} = \left[\begin{array}{l}\text{т.к. при } x\to 0\ \ 2^x-1\to 0\ \ \ln(1+2x)\to 0,\\ \text{то имеем неопределенность вида } \dfrac{0}{0}\end{array}\right] = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(2^x-1)'}{(\ln(1+2x))'} =$

$= \lim\limits_{x\to 0}(2^x\ln 2 - 0) : \dfrac{(1+2x)'}{1+2x} = \lim\limits_{x\to 0} 2^x\ln 2 : \dfrac{2}{1+2x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x\ln 2(1+2x)}{2} = \dfrac{1}{2}\ln 2 = \ln\sqrt{2}.$

Ответ: 5.

3. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\operatorname{tg}x}=\left(1^{\infty}\right)$. Так как имеем неопределенность вида: $\left(1^{\infty}\right)$, то пусть

$A=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\operatorname{tg}x}$.

Прологарифмируем последнее равенство по основанию e, получаем

$$\ln A=\ln\left(\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\operatorname{tg}x}\right)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\ln\left((\sin x)^{\operatorname{tg}x}\right)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\operatorname{tg}x\ln(\sin x)\right)=(\infty\cdot 0)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\ln(\sin x)}{\operatorname{ctg}x}=\left(\frac{0}{0}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\ln(\sin x))'}{(\operatorname{ctg}x)'}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(\sin x)'}{\sin x}:\frac{-1}{\sin^2 x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin x}:\frac{-1}{\sin^2 x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{-\cos x\sin^2 x}{\sin x}=$$

$=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(-\cos x\sin x\right)=0.$ Тогда $\ln A=0\Rightarrow A=1\Rightarrow\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\sin x)^{\operatorname{tg}x}=1$.

Ответ: 2.

4. Известно, что $v(t)=s'(t),\ a(t)=s''(t)$. Вычислим $s'(t), s''(t)$:

$s'(t)=(3t+t^3)'=3+3t^2,\ s''(t)=(3+3t^2)'=6t$. Тогда

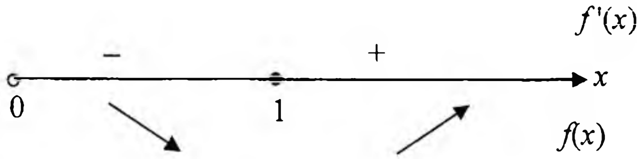
$v(2)=s'(2)=3+3\cdot 2^2=15,\ a(2)=s''(2)=6\cdot 2=12$.

Ответ: 4.

5. Область определения функции: $(0;\infty)$. Для нахождения промежутков возрастания и убывания функции вычислим производную данной функции:

$$f'(x)=\left(\ln x+\frac{1}{x}-5\right)'=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}.$$

Определим знаки производной, учитывая, что, если $f'(x)>0$ при $x\in(a,b)$, то на данном интервале функция возрастает, ($f'(x)<0$ – функция убывает).



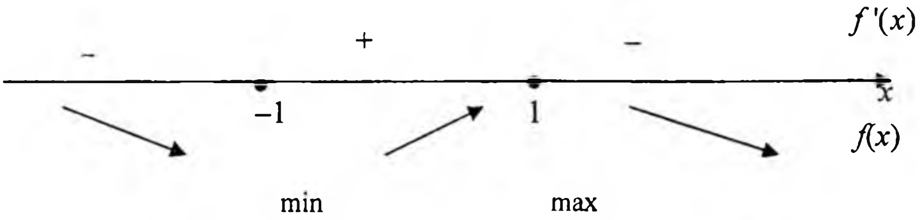
Следовательно, функция убывает на интервале $(0,\ 1)$ и возрастает на интервале $(1,\ +\infty)$.

Ответ: 1.

6. Область определения функции $x\in R$. Для нахождения экстремумов функции вычислим производную данной функции:

$$f'(x)=\left(\frac{x}{1+x^2}\right)'=\frac{x'(1+x^2)-x(1+x^2)'}{(1+x^2)^2}=\frac{1+x^2-x\cdot 2x}{(1+x^2)^2}=\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}=\frac{(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2}.$$

Определим знаки производной:



Следовательно, функция имеет минимум в точке $x=-1$ и максимум в точке $x=1$.
Ответ: 4.

7. Область определения функции $x \in R$. Для нахождения промежутков выпуклости и вогнутости кривой, заданной уравнением $y=f(x)$, найдем $f''(x)$ и определим знаки $f''(x)$ на промежутках:

$$f'(x)=\left(x^4-6x^2+5\right)'=4x^3-12x,\ f''(x)=(4x^3-12x)'=12x^2-12=12(x^2-1)=12(x-1)(x+1).$$

Следовательно, вогнута на интервале $\left(-\infty;-1\right)\cup(1;\infty)$, выпукла на интервале $(-1;1)$.
Ответ: 1.

8. $y=2^{\frac{1}{x+1}}$. Область определения функции $\left(-\infty;-1\right)\cup(-1;\infty)$. Значит, прямая $x=-1$ является вертикальной асимптотой, так как

$$\lim_{x\to-1+0} 2^{\frac{1}{x+1}}=\left(2^{\frac{1}{+0}}\right)=\left(2^{+\infty}\right)=+\infty,\quad \lim_{x\to-1-0} 2^{\frac{1}{x+1}}=\left(2^{\frac{1}{-0}}\right)=\left(2^{-\infty}\right)=0.$$

Проверим наличие наклонных асимптот: $y=kx+b$, где

$k=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2^{\frac{1}{x+1}}}{x}\right)=\left(\dfrac{1}{\infty}\right)=0,\ \ b=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-kx\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\left(2^{\frac{1}{x+1}}\right)=1$. Значит, наклонная асимптота имеет вид: $y=1$.
Ответ: 4.

9. $f(x)=x+\sqrt{x}$. Область определения функции: $\left[0;\infty\right)$. Для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке $\left[0;4\right]$ необходимо найти критические точки функции на заданном отрезке из условия: $f'(x)=0$.

$f'(x)=(x+\sqrt{x})'=1+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\Rightarrow 1+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=0\Rightarrow x\in\varnothing$, значит, критических точек функция не имеет.

Вычислим значения функции на концах отрезка $f(0)=0,\ f(4)=4+\sqrt{4}=6$.

Следовательно, $y_{наим.}=0,\ y_{наиб.}=6$.

Ответ: 1.

10. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$. Если вершина прямоугольника с координатами (x, y) принадлежит эллипсу, то остальные вершины прямоугольника, принадлежащие эллипсу, имеют координаты: $(x,-y)$, $(-x, y)$, $(-x,-y)$, причем $y=5\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}$ (см. рис. 1).

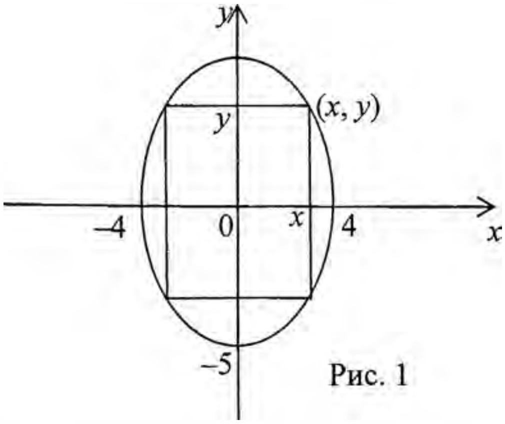


Рис. 1

Тогда площадь прямоугольника найдем по формуле:

$S=4xy \Rightarrow S=20x\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}=5x\sqrt{16-x^2}$, $x\in[0, 4]$. В задаче необходимо найти стороны прямоугольника наибольшей площади, поэтому найдем наибольшее значение функции $S(x)=5x\sqrt{16-x^2}$ на отрезке $[0, 4]$.

$$S'(x)=\left(5x\sqrt{16-x^2}\right)'=5\sqrt{16-x^2}+5x\frac{(16-x^2)'}{2\sqrt{16-x^2}}=5\sqrt{16-x^2}+5x\frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}}=$$

$$=5\sqrt{16-x^2}+5x\frac{-x}{\sqrt{16-x^2}}=\frac{5(16-x^2)-5x^2}{\sqrt{16-x^2}}=\frac{10(8-x^2)}{\sqrt{16-x^2}}=\frac{10(2\sqrt{2}-x)(2\sqrt{2}+x)}{\sqrt{16-x^2}}.$$

Критическая точка, принадлежащая отрезку $[0, 4]$, $x=2\sqrt{2}$, тогда

$S(2\sqrt{2})=10\sqrt{2}\sqrt{8}=40$, $S(0)=S(4)=0$.

Следовательно, при $x=2\sqrt{2}$ прямоугольник имеет наибольшую площадь.

Вычислим значение y при $x=2\sqrt{2}$: $y=5\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}=\frac{5}{4}\sqrt{16-(2\sqrt{2})^2}=\frac{5}{4}2\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Значит, стороны прямоугольника: $2x=4\sqrt{2}$, $2y=5\sqrt{2}$.

Ответ: 3.

ТЕСТ «ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ»
Вариант 1

1. Областью определения функции $z(x,y)=1/\sqrt{y+1}$ является множество точек координатной плоскости, удовлетворяющих системе неравенств: $\begin{cases} y>-1, \\ x\in R. \end{cases}$ (см. рис. 2).

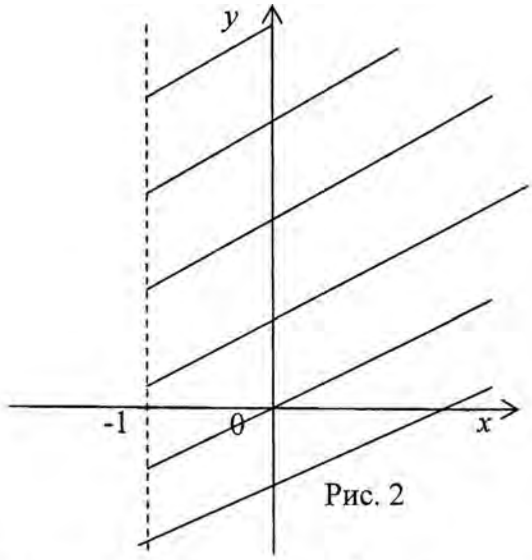


Рис. 2

2. $z'_x=(xy^2-2x+3y)'_x=[y-\text{константа}]=y^2-2$;

$z'_y=(xy^2-2x+3y)'_y=[x-\text{константа}]=2xy+3$.

Ответ: 1.

3. Для нахождения второй производной вычислим:

$\frac{\partial z}{\partial x}=\left(ye^{xy}\right)'_x=y\left(e^{xy}\right)'_x=ye^{xy}\left(xy\right)'_x=y^2e^{xy}$, тогда

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\left(y^2e^{xy}\right)'_x=y^2\left(e^{xy}\right)'_x=y^2e^{xy}\left(xy\right)'_x=y^3e^{xy}$.

Ответ: 5.

4. Известно, что производная сложной функции $z=z(x,y)$, где $x=x(t)$, $y=y(t)$ вычисляется по формуле: $\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}$. Вычислим $\frac{\partial z}{\partial x}=\left(xy^2\right)'_x=y^2$, $\frac{\partial z}{\partial y}=\left(xy^2\right)'_y=2xy$.

$\frac{dx}{dt}=(\sin t)'_t=\cos t$, $\frac{dy}{dt}=\left(e^t\right)'_t=e^t$. Тогда

$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}=y^2\cos t+2xye^t=e^{2t}\cos t+2e^{2t}\sin t=e^{2t}(\cos t+2\sin t)=e^{2t}\cos t(1+2\operatorname{tg}t)$.

Ответ: 1.

5. Для нахождения полного дифференциала функции $u = x^2yz$ найдем частные производные функции $u'_x = \left(x^2yz\right)'_x = 2xyz$, $u'_y = \left(x^2yz\right)'_y = x^2z$, $u'_z = \left(x^2yz\right)'_z = x^2y$. Тогда

$du = 2xyzdx + x^2zdy + x^2ydz$.

Ответ: 2.

6. Уравнение касательной плоскости к поверхности $F(x,y,z)=0$ в точке $A(x_0, y_0, z_0)$ имеет вид $F'_x\big|_A(x-x_0)+F'_y\big|_A(y-y_0)+F'_z\big|_A(z-z_0)=0$. В нашем случае

$F(x,y,z) = x^2+y^2+z-4$, $A(1, 1, 2)$,тогда

$F'_x(x,y,z) = (x^2+y^2+z-4)'_x = 2x$, где $F'_x(A) = 2x\big|_{A(1,1,2)} = 2$,

$F'_y(x,y,z) = (x^2+y^2+z-4)'_y = 2y$, где $F'_y(A) = 2y\big|_{A(1,1,2)} = 2$,

$F'_z(x,y,z) = (x^2+y^2+z-4)'_z = 1$, где $F'_y(A) = 1\big|_{A(1,1,2)} = 1$.

Следовательно, уравнение касательной плоскости имеет вид:

$2(x-1)+2(y-1)+(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-6=0$.

Ответ: 2.

7. Для вычисления экстремума функции найдем стационарные точки функции из системы:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3x+6y+x^2-xy+y^2)'_x = 0, \\ (3x+6y+x^2-xy+y^2)'_y = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+2x-y=0, \\ 6-x+2y=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3+2x, \\ 6-x+2y=0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y=3+2x, \\ 6-x+2(3+2x)=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3+2x, \\ 6-x+6+4x=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-5, \\ x=-4. \end{cases}$$ Тогда $M(-4, -5)$ – стационарная точка.

Находим:

$$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = (3+2x-y)'_x = 2,\ C = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (6-x+2y)'_y = 2,\ B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (3+2x-y)'_y = -1.$$

Тогда $\Delta = AC - B^2 = 4-1 = 3 > 0$, $A = 2 > 0$. Значит, $M(-4, -5)$ – точка минимума.

Ответ: 1.

8. Производная функции $u = \sqrt{y+x^2}$ в точке A по направлению вектора $\overline{AB}$, $A(2,0)$, $B(3,1)$ находится по формуле: $\dfrac{\partial u}{\partial l} = \dfrac{\partial u}{\partial x}\Big|_A \cos\alpha + \dfrac{\partial u}{\partial y}\Big|_A \cos\beta$. Находим:

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_A = \left(\sqrt{y+x^2}\right)'_x\Big|_A = \left(\frac{2x}{2\sqrt{y+x^2}}\right)\Big|_A = \left(\frac{x}{\sqrt{y+x^2}}\right)\Big|_A = 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_A = \left(\sqrt{y+x^2}\right)'_y\Big|_A = \left(\frac{1}{2\sqrt{y+x^2}}\right)\Big|_A = \frac{1}{4}.$$

Найдем $\cos\alpha$ и $\cos\beta$ – направляющие косинусы вектора $\overline{AB} = (3-2, 1-0) = (1,1)$.

$$\cos\alpha = \frac{x_{\overline{AB}}}{\left|\overline{AB}\right|} = \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}},\ \cos\beta = \frac{y_{\overline{AB}}}{\left|\overline{AB}\right|} = \frac{1}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Значит, $\dfrac{\partial u}{\partial l}=\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_A\cos\alpha+\left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_A\cos\beta=1\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{5}{4\sqrt{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{8}$.

Ответ: 3.

9. Градиент скалярного поля $u=x\operatorname{tg}y$ в точке $A(1,\ 0)$ вычисляем по формуле:

$\left.\overline{gradu}\right|_A=\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_A\vec{i}+\left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_A\vec{j}$. Находим:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_A=\left.(x\operatorname{tg}y)'_x\right|_A=\left.\operatorname{tg}y\right|_A=0,\ \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_A=\left.(x\operatorname{tg}y)'_y\right|_A=\left.\frac{x}{\cos^2 y}\right|_A=1.$$

Значит, $\left.\overline{gradu}\right|_A=\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_A\vec{i}+\left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_A\vec{j}=\vec{j}$.

Ответ: 3.

10. Найдем стационарную точку M из системы:

$$\begin{cases} z'_x=0, \\ z'_y=0; \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} (4x+4y+x^2+y^2)'_x=0, \\ (4x+4y+x^2+y^2)'_y=0; \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 4+2x=0, \\ 4+2y=0; \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-2, \\ y=-2. \end{cases}$$

Получили точку $M(-2,\ -2)$, принадлежащую области D: $x\le 0; y\le 0; x+y\ge -3$ (см. рис. 3).

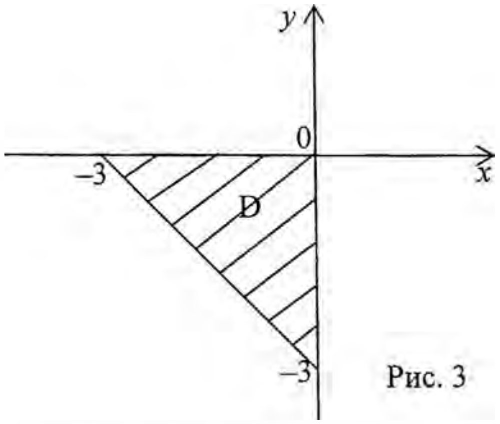


Рис. 3

$z_1(-2,-2)=-8-8+4+4=-8$.

Исследуем функцию на границе области D.

1) $x=0,\ y\in[-3,0]$: $z=4y+y^2$. Задача сводится к нахождению наибольшего и наименьшего значений функции одной переменной на отрезке $[-3,0]$. Находим

$z'=4+2y\Leftrightarrow z'=0\Leftrightarrow 4+2y=0\Leftrightarrow y=-2,\ x=0$. Тогда $z_2(0,-2)=-8+4=-4$.

2) $y=0,\ x\in[-3,0]$: $z=4x+x^2$. Находим $z'=4+2x\Leftrightarrow z'=0\Leftrightarrow 4+2x=0\Leftrightarrow x=-2,\ y=0$. Тогда $z_3(-2,0)=-8+4=-4$.

3) $y=-3-x,\ x\in[-3,0]$: $z=4x+4(-3-x)+x^2+(-3-x)^2=2x^2+6x-3$. Находим

$z'=4x+6\Leftrightarrow z'=0\Leftrightarrow 4x+6=0\Leftrightarrow x=-1{,}5,\ y=-1{,}5$. Тогда

$z_4(-1{,}5;\ -1{,}5)=-6-6+9/4+9/4=-15/2$.

Вычислим значения функции в крайних точках области D.

$z_5(0,\ 0)=0,\ z_6(-3,\ 0)=-12+9=-3,\ \ z_5(0,\ -3)=-3.$

Сравнивая все полученные значения z, заключаем, что $z_{наиб} = 0$, $z_{наим} = -8$.
Ответ: 4.

ТЕСТ «НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ»
Вариант 1

1. Так как $F'(x) = (\cos x)' = -\sin x$, то $F(x) = \cos x$ является одной из первообразных $f(x) = -\sin x$.
Ответ: 2.

2. Так как $F(x) + C = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2-1}\right| + C$, то множеством всех первообразных функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ является $\ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right| + C$.
Ответ: 1.

3. $\int \frac{dx}{x^2-4} = \int \frac{dx}{x^2-2^2} = \frac{1}{2\cdot 2}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + C = \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + C = \frac{1}{4}\ln\left|\frac{2-x}{x+2}\right| + C$.
Ответ: 3.

4. $$\int \frac{3x^4 + x + x^{1/2}}{x^2}dx = \int\left(\frac{3x^4}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{x^{1/2}}{x^2}\right)dx = 3\int x^2 dx + \int\frac{dx}{x} + \int x^{-3/2}dx =$$

$$= 3\frac{x^3}{3} + \ln|x| + \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + C = x^3 + \ln|x| - \frac{2}{\sqrt{x}} + C.$$

Ответ: 3.

5. $$\int\frac{2x+5}{x^2+4x+5}dx = \left[\begin{matrix}\text{в числителе дроби выделим}\\ \text{производную знаменателя}\end{matrix}\right] = \int\frac{(2x+4)+1}{x^2+4x+5}dx =$$

$$= \int\frac{(2x+4)\,dx}{x^2+4x+5} + \int\frac{dx}{x^2+4x+5} = \int\frac{d\left(x^2+4x+5\right)}{x^2+4x+5} + \int\frac{dx}{(x+2)^2+1} =$$

$$= \ln\left|x^2+4x+5\right| + \operatorname{arctg}(x+2) + C.$$

Ответ: 5.

6. $$\int\frac{(4x+3)\,dx}{\sqrt{x^2+2x+6}} = \left[\begin{matrix}\text{в числителе дроби выделим}\\ \text{производную знаменателя}\end{matrix}\right] = \int\frac{4x+4-1}{\sqrt{x^2+2x+6}}dx =$$

$$= 2\int\frac{(2x+2)\,dx}{\sqrt{x^2+2x+6}} - \int\frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+6}} = = 2\int\frac{d\left(x^2+2x+6\right)}{\sqrt{x^2+2x+6}} - \int\frac{dx}{\sqrt{(x+1)^2+5}} =$$

$$2\frac{\sqrt{x^2+2x+6}}{1/2} - \ln\left|(x+1)+\sqrt{x^2+2x+6}\right| + C = 4\sqrt{x^2+2x+6} - \ln\left|(x+1)+\sqrt{x^2+2x+6}\right| + C.$$

Ответ: 2.

7. $\int xe^{5x}dx =$ (по формуле интегрирования по частям) $= \left| \begin{matrix} u = x & dv = e^{5x}dx \\ du = dx & v = \frac{1}{5}e^{5x} \end{matrix} \right| =$

$$= \frac{x}{5}e^{5x} - \frac{1}{5}\int e^{5x}dx = \frac{x}{5}e^{5x} - \frac{1}{25}e^{5x} + C.$$

Ответ: 3.

8.

$$\int\frac{dx}{x\left(x^2+2x+1\right)} = \int\frac{dx}{x(x+1)^2} = \left| \begin{matrix} \text{Разложим подинтегральную дробь} \\ \text{на сумму простейших дробей} \\ \text{методом неопределенных} \\ \text{коэффициентов:} \end{matrix} \right| =$$

$$\left| \begin{matrix} \frac{1}{x(x+1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2} = \\ = \frac{A\left(x^2+2x+1\right) + B\left(x^2+x\right) + Cx}{x(x+1)^2} \end{matrix} \right. \Rightarrow$$

$$Ax^2 + 2Ax + A + Bx^2 + Bx + Cx = 1 \quad \begin{array}{c|l} x^2 & A + B = 0 \quad B = -1 \\ x & 2A + B + C = 0 \quad C = -1 \\ x^0 & A = 1 \end{array} \Bigg| =$$

$$= \int\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}\right)dx = \int\frac{dx}{x} - \int\frac{dx}{x+1} - \int\frac{dx}{(x+1)^2} = \ln|x| - \ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + C.$$

Ответ: 1.

9. $\int\cos 3x\cos 5x dx = \frac{1}{2}\int\left(\cos(3x-5x) + \cos(3x+5x)\right)dx = \frac{1}{2}\int\cos 2x dx + \frac{1}{2}\int\cos 8x dx =$

$$= \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{16}\sin 8x + C.$$

Ответ: 4.

10. $\int\frac{\sqrt{x}dx}{1+x} = \left| \begin{matrix} \text{Введем новую переменну } t \text{ по формуле:} \\ t = \sqrt{x},\ dx = 2tdt \\ x = t^2, \end{matrix} \right| = \int\frac{t\cdot 2tdt}{1+t^2} = 2\int\frac{t^2dt}{1+t^2} = 2\int\frac{(t^2+1)-1}{1+t^2}dt =$

$$= 2\int dt - 2\int\frac{dt}{1+t^2} = 2t - 2\,\mathrm{arctg}\, t + C = 2\sqrt{x} - 2\,\mathrm{arctg}\sqrt{x} + C.$$

Ответ: 5.

ТЕСТ «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. ПРИЛОЖЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА»

Вариант 1

1. $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Ответ: 2.

2. $\int\limits_0^3 e^{2x}dx = \frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^3 = \frac{1}{2}\left(e^6 - 1\right)$.

Ответ: 4.

3. $$\int\limits_1^{16} \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx = \left|\begin{matrix} \sqrt{x} = t,\ x = t^2,\ x = 1 \Rightarrow t = 1 \\ dx = 2tdt,\ x = 16 \Rightarrow t = 4 \end{matrix}\right| = \int\limits_1^4 \frac{t}{1+t}2tdt = 2\int\limits_1^4 \frac{t^2}{1+t}dt = 2\int\limits_1^4 \frac{(t^2-1)+1}{1+t}dt =$$

$$= 2\int\limits_1^4\left(\frac{t^2-1}{1+t} + \frac{1}{1+t}\right)dt = 2\int\limits_1^4\left(\frac{(t-1)(t+1)}{1+t} + \frac{1}{1+t}\right)dt = 2\int\limits_1^4\left(t - 1 + \frac{1}{1+t}\right)dt = 2\left(\frac{t^2}{2} - t + \ln(1+t)\right)\Bigg|_1^4 =$$

$$= 2(8 - 4 + \ln 5 - \frac{1}{2} + 1 - \ln 2) = 9 + \ln\frac{25}{4}.$$

Ответ: 2.

4. $$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(-\cos x)}{\cos^2 x} = -\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\cos x)}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{2}{\sqrt{2}} - 1 = \sqrt{2} - 1.$$

Ответ: 5.

5. $$\int\limits_1^4 \ln(x^2)dx = \left|\begin{matrix} x^2 = t,\ x = \sqrt{t},\ dx = \dfrac{dt}{2\sqrt{t}} \\ x = 1 \Rightarrow t = 1,\ x = 4 \Rightarrow t = 16 \end{matrix}\right| = \int\limits_1^{16} \frac{\ln t dt}{2\sqrt{t}} = \left|\begin{matrix} U = \ln t \Rightarrow dU = \dfrac{dt}{t} \\ dV = t^{-1/2}dx \Rightarrow V = 2t^{1/2} \end{matrix}\right| =$$

$$\frac{1}{2}\left(2t^{1/2}\ln t\Big|_1^{16} - \int\limits_1^{16} 2t^{1/2}\frac{dt}{t}\right) = 4\ln 16 - \int\limits_1^{16} t^{-1/2}dt = 4\ln 16 - 2t^{1/2}\Big|_1^{16} = 4\ln 16 - 8 + 2 = 4\ln 16 - 6.$$

Ответ: 1.

6. $$\int\limits_{\sqrt{2}}^2 \frac{x^3}{x^2+2}dx = \int\limits_{\sqrt{2}}^2 \frac{(x^3+2x)-2x}{x^2+2}dx = \int\limits_{\sqrt{2}}^2\left(\frac{x^3+2x}{x^2+2} - \frac{2x}{x^2+2}\right)dx = \int\limits_{\sqrt{2}}^2 \frac{x(x^2+2)}{x^2+2}dx - \int\limits_{\sqrt{2}}^2 \frac{2x}{x^2+2}dx =$$

$$= \int\limits_{\sqrt{2}}^2 xdx - \int\limits_{\sqrt{2}}^2 \frac{d(x^2)}{x^2+2} = \left|\begin{matrix} x^2 = t, \\ x_1 = \sqrt{2} \Rightarrow t_1 = 2, \\ x_2 = 2 \Rightarrow t_2 = 4 \end{matrix}\right| = \frac{x^2}{2}\Bigg|_{\sqrt{2}}^2 - \int\limits_2^4 \frac{dt}{t+2} = 2 - 1 - \ln|t+2|\Big|_2^4 = 1 - \ln|4+2| + \ln|2+2| =$$

$$= 1 - \ln 6 + \ln 4 = 1 + \ln\frac{2}{3}.$$

Ответ: 4.

7.

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 5x \sin(\frac{\pi}{2}-x)dx = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 5x \cos x dx = \frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos(5x-x)+\cos(5x+x))dx = \frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 4x + \cos 6x)dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 4x dx + \frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 6x dx = \frac{1}{8}\sin 4x\Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{12}\sin 6x\Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{8}(\sin 2\pi - \sin 0) + \frac{1}{12}(\sin 3\pi - \sin 0) = 0.$$

Ответ: 2.

8. Так как функция $y = \cos x$ на промежутке $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ положительна, а на промежутке $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ отрицательна, то площадь фигуры,

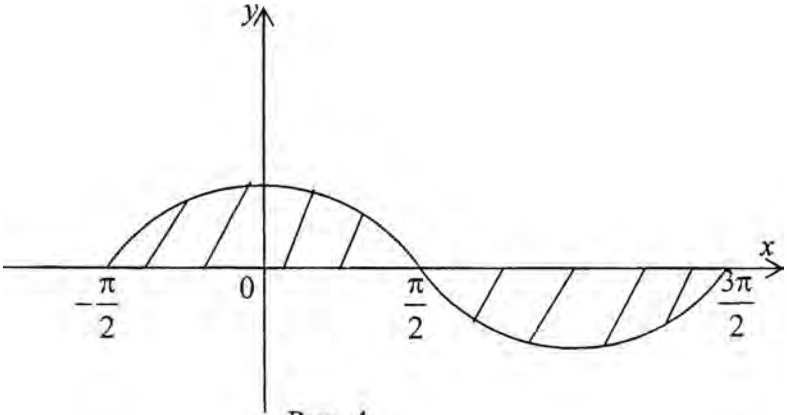


Рис. 4

ограниченной графиком фнункции $y = \cos x$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ (см. рис. 4.) вычисляется по формуле: $S = 2\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2\sin x\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 2\left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = 4$.

Ответ: 5.

9. Объем тела, полученный вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной

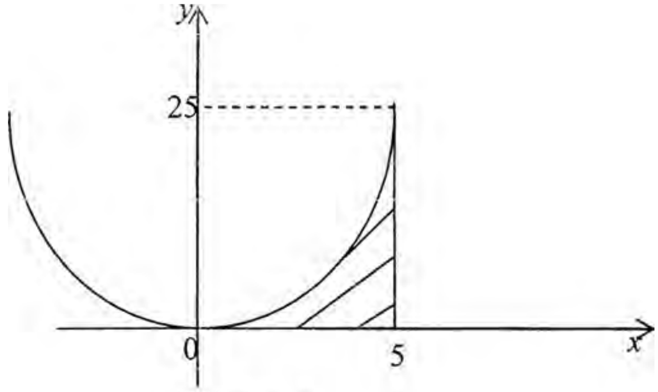


Рис. 5

линиями $y = f(x),\ \ x \in [a;b]$ вычисляется по формуле $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)dx$. В нашем случае

$f(x) = x^2,\ \ x \in [0;5]$ (см. рис. 5), тогда $V = \pi \int\limits_0^5 x^4 dx = \pi \frac{1}{5} x^5 \Big|_0^5 = \frac{1}{5} 5^5 \pi = 625\pi$.

Ответ: 4.

10. Длина дуги кривой $y = f(x),\ \ x \in [a,b]$ вычисляется по формуле $l = \int\limits_a^b \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\, dx$. В нашем случае $f(x) = 2(x-1)^{3/2}$, $x \in [1,3]$, тогда $f'(x) = 2 \cdot \frac{3}{2}(x-1)^{1/2} = 3(x-1)^{1/2}$. Значит,

$$l = \int\limits_1^3 \sqrt{1 + \left(3(x-1)^{1/2}\right)^2}\, dx = \int\limits_1^3 \sqrt{\left(1 + 9(x-1)\right)} dx =$$

$$\int\limits_1^3 \sqrt{9x-8} dx = \int\limits_1^3 (9x-8)^{1/2}\, dx = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} (9x-8)^{3/2} \Big|_1^3 = \frac{2}{27}\left(19\sqrt{19} - 1\right).$$

Ответ: 4.

ТЕСТ «КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ»

Вариант 1

1. Данный интеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^2 (x+y)dy$ является повторным, значит:

$$\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^2 (x+y)dy = \left[x - \text{постоянная}\right] = \int\limits_0^1 dx \frac{(x+y)^2}{2}\Bigg|_0^2 = \frac{1}{2}\int\limits_0^1 ((x+2)^2 - x^2)dx = \frac{1}{2}\int\limits_0^1 (4x+4)dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int\limits_0^1 (4x+4)dx = (x^2 + 2x)\Big|_0^1 = 3.$$

Ответ: 3.

2. Для того чтобы изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{y/2}^{y} f(x,y)dx + \int\limits_2^4 dy \int\limits_{y/2}^{2} f(x,y)dx$ построим область интегрирования D: $y_1 = 0,\ \ y_2 = 2,\ \ y_3 = 4$ – прямые параллельные оси Ox.

$x_1 = \frac{y}{2}$, $x_2 = y$ – прямые, проходящие через начало координат, $x_3 = 2$ – прямая параллельная оси Oy (см. рис. 6).

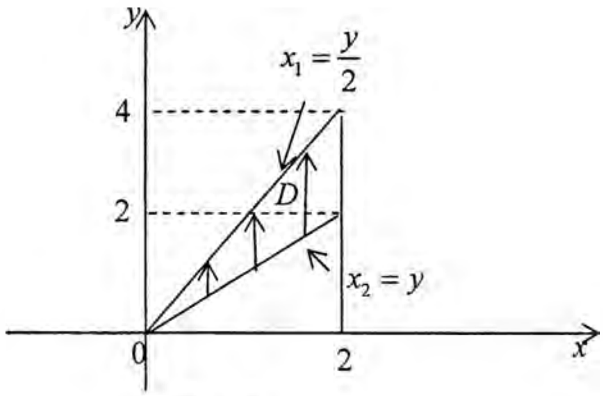


Рис. 6

Исходя из рисунка области D получаем: $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{y/2}^{y} f(x,y)dx + \int\limits_2^4 dy \int\limits_{y/2}^{2} f(x,y)dx = \int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{2x} f(x,y)dy$.

Ответ: $\int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{2x} f(x,y)dy$.

3. Так как $f(x,y) = 1 - y$ и $\int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{2x} f(x,y)dy$, тогда

$$\int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{2x} f(x,y)dy = \int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{2x} (1-y)dy = \int\limits_0^2 dx \left(-\frac{(1-y)^2}{2} \right)\Bigg|_x^{2x} = \int\limits_0^2 \left(-\frac{(1-2x)^2}{2} + \frac{(1-x)^2}{2} \right) dx =$$

$$= -\frac{1}{2}\int\limits_0^2 (-2x + 3x^2)dx = -\frac{1}{2}(-x^2 + x^3)\Big|_0^2 = -2.$$

Ответ: 1.

4. Для вычисления интеграла $\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ построим область интегрирования D:

$x^2 + y^2 = 9$, $x = 0$, $x > 0$ – правая часть окружности с центром в точке (0, 0) и радиусом 3 (см. рис. 7)

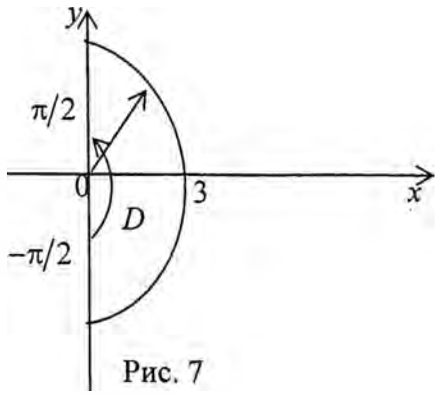


Рис. 7

Так как область интегрирования представляет собой часть круга, ограниченного окружностью, для вычисления двойного интеграла удобно перейти к полярным координатам:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi, \\ y = \rho\sin\varphi, \quad \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \ \rho \in [0,3]. \\ |I| = \rho; \end{cases}$$

$$\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^3 \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2\cos^2\varphi + \rho^2\sin^2\varphi}} = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^3 \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi)}} =$$

$$= \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^3 \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2}} = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^3 d\rho = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi\left(\rho\Big|_0^3\right) = 3\varphi\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = 3\pi.$$

Ответ: 3.

5. Построим фигуру площадь, которой надо найти (см. рис. 8):

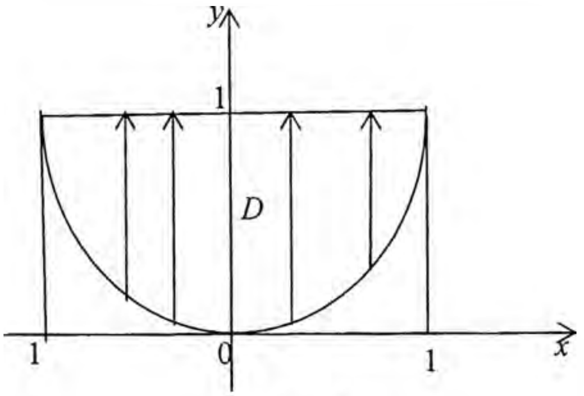


Рис. 8

Площадь фигуры найдем по формуле:

$$S = \iint\limits_D dxdy = \int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{x^2}^{1} dy = \int\limits_{-1}^{1} dx\left(y\Big|_{x^2}^{1}\right) = \int\limits_{-1}^{1}(1-x^2)dx = \left(x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{1} = 1 - \frac{1}{3} - (-1 + \frac{1}{3}) = \frac{4}{3}.$$

Ответ: 4.

6. Данный интеграл $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^2 dy \int\limits_0^3 xydz$ является повторным, тогда $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^2 dy \int\limits_0^3 xydz = \int\limits_0^1 xdx \int\limits_0^2 ydy \int\limits_0^3 dz$.

Так как в последнем интеграле все переменные разделены и пределы интегрирования постоянные, то:

$$\int\limits_0^1 xdx \int\limits_0^2 ydy \int\limits_0^3 dz = \frac{x^2}{2}\Bigg|_0^1 \frac{y^2}{2}\Bigg|_0^2 z\Big|_0^3 = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{2}\cdot 3 = 3.$$

Ответ: 5.

7. Построим область интегрирования V: $x + y + z = 1$ – плоскость, отсекающая на координатных осях отрезки длиной 1, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ – координатные плоскости (см. рис. 9).

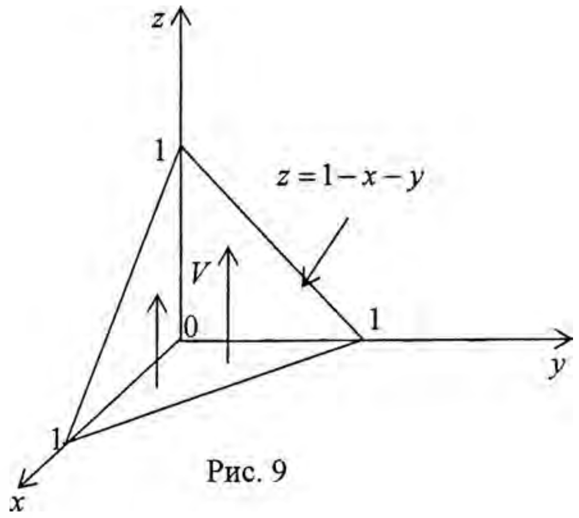


Рис. 9

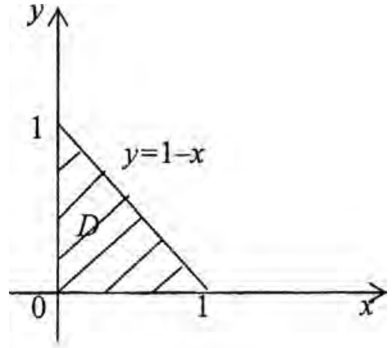


Рис. 10

Значит, $\iiint\limits_V (x+y+z)dxdydz = \iint\limits_D dxdy \int\limits_0^{1-x-y} (x+y+z)dz$, где D: $x+y=1$, $x=0$, $y=0$ (см. рис. 10).

Таким образом,

$$\iint\limits_D dxdy \int\limits_0^{1-x-y} (x+y+z)dz = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{1-x} dy \int\limits_0^{1-x-y} (x+y+z)dz = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{1-x} dy \left.\frac{(x+y+z)^2}{2}\right|_0^{1-x-y} =$$

$$\frac{1}{2}\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{1-x} (1-(x+y)^2)dy = \frac{1}{2}\int\limits_0^1 dx \left.\left(y - \frac{(x+y)^3}{3} \right)\right|_0^{1-x} = \frac{1}{2}\int\limits_0^1 \left(1 - x - \frac{1}{3} + \frac{x^3}{3} \right) dx = \frac{1}{2}\left.\left(\frac{2}{3}x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} \right)\right|_0^1 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{8-6+1}{12} = \frac{1}{8}.$$

Ответ: 2.

8. Построим область интегрирования V: $x=\sqrt{4-y^2} \Rightarrow x^2+y^2=4$, $x \geq 0$, $z=0$, $z=5$ – часть эллиптического цилиндра заключенная между плоскостями: $z=0$, $z=5$ (см. рис. 11).

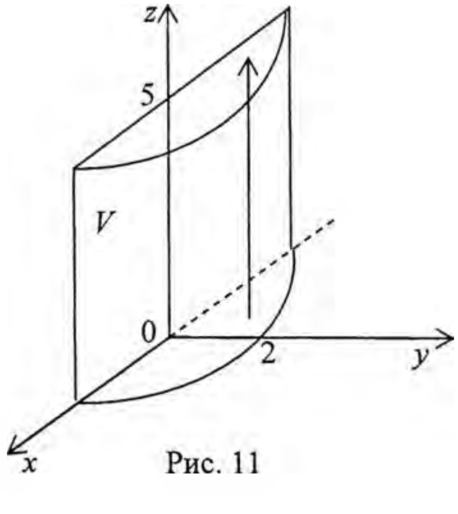


Рис. 11

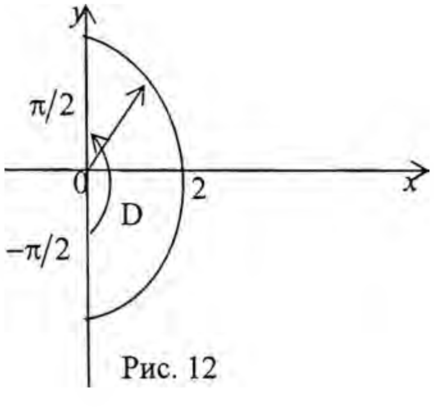


Рис. 12

Так как проекция тела на плоскость xOy представляет собой часть круга, ограниченного окружностью с центром в точке (0, 0) и радиусом 2 (см. рис. 12), то для вычисления интеграла: $\iiint\limits_V (x+y)dxdydz$ перейдем к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi, \\ y = \rho\sin\varphi, \\ z = z \\ |I| = \rho; \end{cases} \quad \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right],\ \rho \in [0,2],\ z \in [0,5].$$

$$\iiint\limits_V (x+y)dxdydz = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^2 (\rho^2\cos\varphi + \rho^2\sin\varphi)d\rho \int\limits_0^5 dz = 5\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos\varphi + \sin\varphi)d\varphi \int\limits_0^2 \rho^2 d\rho \left(z\Big|_0^5\right) =$$

$$= 5\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos\varphi+\sin\varphi)d\varphi \int\limits_0^2 \rho^2 d\rho = 5\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos\varphi+\sin\varphi)d\varphi \frac{\rho^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{40}{3}(\sin\varphi - \cos\varphi)\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{80}{3}.$$

Ответ: 3.

9. Область интегрирования V: $\begin{cases} z = \sqrt{4-x^2-y^2} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 4$ представляет собой верхнюю

нюю
половину шара. Для вычисления интеграла удобно перейти к сферическим координатам:

$$\begin{cases} x = \rho\sin\theta\cos\varphi, \\ y = \rho\sin\theta\sin\varphi, \\ z = \rho\cos\theta, \\ |I| = \rho^2\sin\theta; \end{cases} \quad \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right],\ \varphi \in [0, 2\pi],\ \rho \in [0,2].$$

Таким образом,

$$\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2+z^2}dxdydz = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^2 \rho^2 \sqrt{\rho^2\sin^2\theta\cos^2\varphi + \rho^2\sin^2\theta\sin^2\varphi + \rho^2\cos^2\theta}d\rho =$$

$$= \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^2 \rho^2\sqrt{\rho^2\sin^2\theta(\cos^2\varphi+\sin^2\varphi)+\rho^2\cos^2\theta}d\rho =$$

$$= \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^2 \rho^2\sqrt{\rho^2(\sin^2\theta+\cos^2\theta)}d\rho = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^2 \rho^3 d\rho = -\cos\theta\Big|_0^{\pi/2} \cdot \varphi\Big|_0^{2\pi} \cdot \frac{1}{4}\rho^4\Big|_0^2 =$$

$$= -(0-1)\cdot 2\pi \cdot \frac{16}{4} = 8\pi.$$

Ответ: 4.

10. Масса тела V, ограниченного поверхностями:

$z = \sqrt{25-x^2-y^2}$, $z = \sqrt{16-x^2-y^2}$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, если плотность $\gamma(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

вычисляется по формуле:

$m=\iiint\limits_V \gamma(x,y,z)dxdydz=\iiint\limits_V \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dxdydz$. Область интегрирования V:

$$\begin{cases} z=\sqrt{25-x^2-y^2}, \\ z=\sqrt{16-x^2-y^2}, \\ x\ge 0,\ y\ge 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z^2=25-x^2-y^2, \\ z^2=16-x^2-y^2, \\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2=25, \\ x^2+y^2+z^2=16, \\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0. \end{cases}$$ представляет собой часть

шарового пояса. Для вычисления интеграла перейдем к сферическим координатам:

$$\begin{cases} x=\rho\sin\theta\cos\varphi, \\ y=\rho\sin\theta\sin\varphi, \\ z=\rho\cos\theta, \\ |I|=\rho^2\sin\theta; \end{cases} \theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right],\ \varphi\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right],\ \rho\in[4,5].$$ Значит,

$$m=\iiint\limits_V \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dxdydz=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta d\theta\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_4^5\frac{\rho^2d\rho}{\sqrt{\rho^2\sin^2\theta\cos^2\varphi+\rho^2\sin^2\theta\sin^2\varphi+\rho^2\cos^2\theta}}=$$

$$=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta d\theta\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_4^5\frac{\rho^2d\rho}{\rho}=-\cos\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}\cdot\varphi\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{1}{2}\rho^2\Big|_4^5=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}(25-16)=\frac{9\pi}{4}.$$

Ответ: 5.

ТЕСТ «КРИВОЛИНЕЙНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ»

Вариант 1

1. Составим уравнение прямой, проходящей через точки $A(0,-2)$ и $B(4,0)$:

$$\begin{cases} x=x_A+(x_B-x_A)t, \\ y=y_A+(y_B-y_A)t; \end{cases} \begin{cases} x=0+(4-0)t, \\ y=-2+(0+2)t; \end{cases} \begin{cases} x=4t, \\ y=-2+2t; \end{cases} t\in[0,1].$$

Вычислим $dl=\sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2}dt=\begin{bmatrix} x'_t=(4t)'=4, \\ y'_t=(-2+2t)'=2 \end{bmatrix}=\sqrt{16+4}dt=2\sqrt{5}dt$.

Тогда $\int\limits_L\frac{dl}{x-y}=\int\limits_0^1\frac{2\sqrt{5}dt}{4t-(-2+2t)}=2\sqrt{5}\int\limits_0^1\frac{dt}{2t+2}=\sqrt{5}\int\limits_0^1\frac{dt}{t+1}=\sqrt{5}\ln|t+1|\Big|_0^1=\sqrt{5}\ln 2$.

Ответ: 3.

2. Вычислим $dl=\sqrt{1+(y'(x))^2}dt=\left[y'(x)=(x^2)'=2x\right]=\sqrt{1+4x^2}dx$. Тогда

$$\int\limits_L 4xdl=\int\limits_0^1 4x\sqrt{1+4x^2}dx=2\int\limits_0^1\sqrt{1+4x^2}d(x^2)=\left[x^2=t\right]=2\int\limits_0^1\sqrt{1+4t}dt=2\int\limits_0^1(1+4t)^{1/2}dt=\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3}(1+4t)^{3/2}\Big|_0^1=$$

$$=\frac{1}{3}\left((1+4\cdot 1)^{3/2}-1\right)=\frac{1}{3}(5\sqrt{5}-1).$$

Ответ: 5.

3. Вычислим $dl=\sqrt{r^2+(r')^2}d\varphi=\left[r'(\varphi)=(2(1+\cos\varphi))'=-2\sin\varphi\right]=\sqrt{\left(2(1+\cos\varphi)\right)^2+4\sin^2\varphi}d\varphi=$

$$= \sqrt{4+8\cos\varphi+4\cos^2\varphi+4\sin^2\varphi}d\varphi = \sqrt{4+8\cos\varphi+4(\cos^2\varphi+\sin^2\varphi)}d\varphi = \sqrt{8+8\cos\varphi}d\varphi =$$

$$= \sqrt{8}\sqrt{2\cos^2\frac{\varphi}{2}}d\varphi = 4\cos\frac{\varphi}{2}d\varphi.$$ Тогда

$$\int_L \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}dl = \begin{bmatrix} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi \end{bmatrix} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{r\cos\varphi}{\sqrt{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}} 4\cos\frac{\varphi}{2}d\varphi = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\varphi\cos\frac{\varphi}{2}d\varphi =$$

$$= 4\cdot\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos\frac{\varphi}{2}+\cos\frac{3\varphi}{2}\right)d\varphi = 2\left(2\sin\frac{\varphi}{2}+\frac{2}{3}\sin\frac{3\varphi}{2}\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\left(2\sin\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\sin\frac{3\pi}{4}\right) = 2\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

Ответ: 4.

4. $$\int_L xdy = \begin{bmatrix} dy = y'dt, \\ y' = (\sin t)' = \cos t \end{bmatrix} = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos t\cdot\cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos 2t}{2}dt = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)\,dt =$$

$$= \frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4}.$$

Ответ: 1.

5. Работа векторного поля $\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j}$ при перемещении точки вдоль линии $y = \frac{1}{x}$, $1 \le x \le 2$ вычисляется по формуле:

$$A = \int_L ydx - xdy = \left[y = \frac{1}{x},\ dy = -\frac{1}{x^2}dx \right] = \int_1^2\left(\frac{1}{x} - x\left(-\frac{1}{x^2}\right)\right)dx = \int_1^2\left(\frac{2}{x}\right)dx = 2\ln x\big|_1^2 = 2\ln 2.$$

Ответ: 4.

6. Так как L: $x^2+y^2=4$ – замкнутая кривая, то для вычисления интеграла применим формулу Грина: $\oint_L P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy$. Тогда

$I = \oint_L (x^2-y)dx + (x+y^2)dy = \iint\limits_{x^2+y^2\le 4}\left((x+y^2)'_x - (x^2-y)'_y\right)dxdy = 2\iint\limits_{x^2+y^2\le 4} dxdy = 2S$, где S – площадь круга, радиуса 2. Значит, $I = 2\pi 2^2 = 8\pi$.

Ответ: 3.

7. Вычислим $dS = \sqrt{1+(z'_x)^2+(z'_y)^2}dxdy = \begin{bmatrix} z = 2-x-y, \\ z'_x = -1, \\ z'_y = -1 \end{bmatrix} = \sqrt{3}dxdy$. Тогда

$$\iint_S (2x-y+5z)dS = \sqrt{3}\iint_D (2x-y+5(2-x-y))dxdy = \sqrt{3}\iint_D (-3x-6y+10)dxdy\cdot$$

Перейдем к повторному интегралу по области $D: x+y\le 2,\ x\ge 0, y\ge 0$ (см. рис. 13).

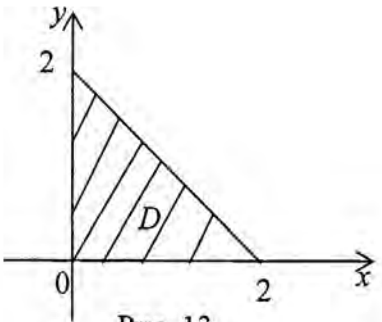


Рис. 13

$$\sqrt{3}\int_0^2 dx \int_0^{2-x}(-3x-6y+10)dy = \sqrt{3}\int_0^2 dx(-3xy-3y^2+10y)\Big|_0^{2-x} =$$

$$\sqrt{3}\int_0^2(-3x(2-x)-3(2-x)^2+10(2-x))dx = \sqrt{3}\int_0^2(-4x+8)dx = \sqrt{3}\left(-2x^2+8x\right)\Big|_0^2 = 8\sqrt{3}.$$

Ответ: 1.

8. По формуле Остроградского-Гаусса:

$$\iint_S xdydz + ydxdz + zdxdy = \iiint_V \left(\frac{dP}{dx}+\frac{dQ}{dx}+\frac{dR}{dx}\right)dxdydz = 3\iiint_V dxdydz = 3\cdot\frac{1}{8}V_{шара} = \frac{3}{8}\cdot\frac{4}{3}\pi 2^3 = 4\pi .$$

Ответ: 2.

9. Дивергенция векторного поля $\vec{a} = P\vec{i}+Q\vec{j}+R\vec{k}$ вычисляется по формуле:
$div\vec{a}(M) = \left(P'_x+Q'_y+R'_z\right)_M$. В нашем случае $\vec{a} = (xy-z^2)\vec{i}+(2yz+x^2)\vec{j}+(3zx+y^2)\vec{k}$, тогда

$$div\vec{a}(M) = \left((xy-z^2)'_x+(2yz+x^2)'_y+(3xz+y^2)'_z\right)_M = (y+2z+3x)_{(1;0;-2)} = -1 .$$

Ответ: 5.

10. Ротор векторного поля $\vec{a} = P\vec{i}+Q\vec{j}+R\vec{k}$ вычисляется по формуле: $rot\vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$.

В нашем случае $\vec{a} = (xy+z^2)\vec{i}+(2yz-x^2)\vec{j}+(3zx-y^2)\vec{k}$, тогда

$$rot\vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy+z^2 & 2yz-x^2 & 3zx-y^2 \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial(3zx-y^2)}{\partial y}-\frac{\partial(2yz-x^2)}{\partial z}\right)\vec{i} - \left(\frac{\partial(3zx-y^2)}{\partial x}-\frac{\partial(xy+z^2)}{\partial z}\right)\vec{j} +$$

$$+\left(\frac{\partial(2yz-x^2)}{\partial x}-\frac{\partial(xy+z^2)}{\partial y}\right)\vec{k} = -4y\vec{i}-z\vec{j}-3x\vec{k} .$$

Ответ: 3.

ТЕСТ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»
Вариант 1

1. Проверим, является ли функция $y = Ce^{-2x}$ решением уравнения $y' + 2y = 0$. $y' = -2Ce^{-2x}$, тогда $-2Ce^{-2x} + 2Ce^{-2x} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$.
Ответ: да.

2. Данное дифференциальное уравнение является дифференциальным уравнением I-го порядка с разделяющимися переменными, тогда

$$xydx + (x+1)dy = 0 \Leftrightarrow (x+1)dy = -xydx \Leftrightarrow \frac{dy}{y} = -\frac{xdx}{x+1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \int\frac{dy}{y} = -\int\frac{xdx}{x+1} \Leftrightarrow \ln|y| = -\int\frac{(x+1)-1}{x+1}dx \Leftrightarrow \ln|y| = -\int\left(1-\frac{1}{x+1}\right)dx \Leftrightarrow \ln|y| = -x + \ln|x+1| + \ln|C| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left|\frac{y}{C(x+1)}\right| = -x \Leftrightarrow \frac{y}{C(x+1)} = e^{-x} \Leftrightarrow y = C(x+1)e^{-x}.$$

Ответ: 1.

3. $xy' = y - xe^{y/x} \Leftrightarrow y' = \frac{y}{x} - e^{y/x}$ – данное уравнение является однородным, т.к.

$$f(tx,ty) = \frac{ty}{tx} - e^{ty/tx} = \frac{y}{x} - e^{y/x} = t^0 f(x,y).$$

<u>Делаем замену:</u> $y = ux \Rightarrow y' = u'x + u$, тогда

$$u'x + u = u - e^u \Leftrightarrow u'x = -e^u \Leftrightarrow \frac{du}{dx}x = -e^u \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\text{д.у. с разделяющимися}\\ \text{переменными}\end{array}\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -e^{-u}du = \frac{dx}{x} \Leftrightarrow -\int e^{-u}du = \int\frac{dx}{x} \Leftrightarrow e^{-u} = \ln|x| + \ln|C| \Leftrightarrow e^{-u} = \ln|Cx| \Leftrightarrow e^{-y/x} = \ln|Cx|$$ – общее решение исходного уравнения.

Ответ: 3.

4. Данное уравнение $xy' - 2y = 2x^4$ является линейным дифференциальным уравнением I-го порядка. Решим уравнение методом Бернулли: решение ищем в виде: $y = u(x)v(x)$, где $u = u(x)$, $v = v(x)$ – неизвестные функции. Тогда $y' = u'v + uv'$, значит,
$x(u'v + uv') - 2uv = 2x^4 \Leftrightarrow xu'v + xuv' - 2uv = 2x^4 \Leftrightarrow xu'v + u(xv' - 2v) = 2x^4$. Данное уравнение равносильно системе: $\begin{cases} xv' - 2v = 0, \\ xu'v = 2x^4. \end{cases}$ Решим первое уравнение

$xv' - 2v = 0 \Leftrightarrow x\frac{dv}{dx} = 2v \Leftrightarrow \frac{dv}{v} = 2\frac{dx}{x} \Leftrightarrow \int\frac{dv}{v} = 2\int\frac{dx}{x} \Leftrightarrow \ln|v| = 2\ln|x| \Leftrightarrow v = x^2$. Подставим найденное значение v во второе уравнение системы, получим

$xu'x^2 = 2x^4 \Leftrightarrow u' = 2x \Leftrightarrow \frac{du}{dx} = 2x \Leftrightarrow du = 2xdx \Leftrightarrow \int du = 2\int xdx \Leftrightarrow u = x^2 + C$. Значит,

$y = x^2(x^2 + C)$ – общее решение исходного уравнения. Найдем частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y(1) = 0 \Rightarrow 0 = 1 + C \Rightarrow C = -1 \Rightarrow y = x^2(x^2 - 1) \Rightarrow y = x^4 - x^2$ – частное решение.
Ответ: 1.

5. Данное дифференциальное уравнение $(e^x+y+\sin y)dx+(e^y+x+x\cos y)dy=0$ является уравнением в полных дифференциалах, так как

$$\frac{\partial P}{\partial y}=(e^x+y+\sin y)'_y=1+\cos y,\ \frac{\partial Q}{\partial x}=(e^y+x+x\cos y)'_x=1+\cos y.$$

Найдем решение дифференциального уравнения в виде функции $U(x,y)$ такой, что $dU=0$ исходя из условия:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial U}{\partial x}=P(x,y)=e^x+y+\sin y, \Rightarrow U(x,y)=\int(e^x+y+\sin y)dx=e^x+xy+x\sin y+\varphi(y),\\ \dfrac{\partial U}{\partial y}=Q(x,y)=e^y+x+x\cos x;\end{cases}$$

где $\varphi(y)$ – неизвестная функция.

$$\frac{\partial U}{\partial y}=\left(e^x+xy+x\sin y+\varphi(y)\right)'_y=x+x\cos y+\varphi'(y).$$

Приравнивая правые части исходного и полученного равенства, получаем:

$$x+x\cos y+\varphi'(y)=e^y+x+x\cos y,$$

$$\varphi'(y)=e^y\Rightarrow\varphi(y)=e^y+C.$$

Следовательно, $U(x,y)=e^x+xy+x\sin y+e^y+C\Rightarrow$ общее решение дифференциального уравнения: $e^x+xy+x\sin y+e^y+C=0$.

Ответ: 3.

6. Данное дифференциальное уравнение $y'''=\sin x$ является уравнением $3^{\text{его}}$ порядка, допускающее понижение порядка. Решение уравнения найдем, применяя последовательное интегрирование:

$y''=\int\sin x dx=-\cos x+C_1$. По условию:

$y''(0)=0\Leftrightarrow 0=-\cos 0+C_1\Leftrightarrow C_1=1\Leftrightarrow y''=-\cos x+1$.

Значит, $y'=\int(-\cos x+1)dx=-\sin x+x+C_2$.

По условию: $y'(0)=0\Leftrightarrow 0=-\sin 0+0+C_2\Leftrightarrow C_2=0\Leftrightarrow y'=-\sin x+x$.

Следовательно, $y=\int(-\sin x+x)dx=\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C_3$. Найдем C_3 исходя из условия:

$$y(0)=1\Leftrightarrow 1=\cos 0+0+C_3\Leftrightarrow C_3=0\Leftrightarrow y=\cos x+\frac{x^2}{2}.$$

Ответ: 2.

7. Дифференциальное уравнение $(1-x^2)y''-xy'=2$ является дифференциальным уравнением второго порядка, допускающим понижение порядка с помощью замены:

$y'=p(x)\Rightarrow y''=p'(x)$, тогда

$(1-x^2)p'-xp=2$ – линейное дифференциальное уравнение I-го порядка. Решение ищем в виде:

$p=uv\Rightarrow p'=u'v+uv'$, тогда

$$(1-x^2)(u'v+uv')-xuv=2\Rightarrow(1-x^2)u'v+(1-x^2)uv'-xuv=2\Rightarrow(1-x^2)u'v+u((1-x^2)v'-xv)=2.$$

Последнее уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases}(1-x^2)v'-xv=0,\\(1-x^2)u'v=2.\end{cases}$$

Решим первое уравнение системы

$$(1-x^2)v'-xv=0 \Leftrightarrow (1-x^2)\frac{dv}{dx}-xv=0 \Leftrightarrow (1-x^2)\frac{dv}{dx}=xv \Leftrightarrow (1-x^2)dv=xvdx \Leftrightarrow \frac{dv}{v}=\frac{xdx}{1-x^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{v}=\frac{xdx}{1-x^2} \Leftrightarrow \int\frac{dv}{v}=\int\frac{xdx}{1-x^2} \Leftrightarrow \ln|v|=\frac{1}{2}\int\frac{d(x^2)}{1-x^2} \Leftrightarrow \ln|v|=-\frac{1}{2}\ln\left|1-x^2\right| \Leftrightarrow v=\left(1-x^2\right)^{-1/2}.$$

Подставим v во второе уравнение системы, получим

$$(1-x^2)u'\left(1-x^2\right)^{-1/2}=2 \Leftrightarrow \left(1-x^2\right)^{1/2}\frac{du}{dx}=2 \Leftrightarrow du=2\frac{dx}{\left(1-x^2\right)^{1/2}} \Leftrightarrow \int du=2\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \Leftrightarrow$$

$u=2\arcsin x+C_1$.

Значит, $p=\left(1-x^2\right)^{-1/2}(2\arcsin x+C_1)$.

Тогда

$$y'=\left(1-x^2\right)^{-1/2}(2\arcsin x+C_1) \Leftrightarrow y=\int\frac{2\arcsin x+C_1}{\sqrt{1-x^2}}dx \Leftrightarrow y=2\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx+C_1\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=2\int\arcsin x\,d(\arcsin x)+C_1\arcsin x+C_2=\arcsin^2 x+C_1\arcsin x+C_2.$$

Ответ: 4.

8. Дифференциальное уравнение $y''+y'=2x-1$ является линейным неоднородным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Решение дифференциального уравнения будем искать в виде: $y=\overline{y}+y^*$, где $\overline{y}$ – решение однородного линейного уравнения, y^* – частное решение неоднородного линейного уравнения.

1 шаг.

Решаем линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, которое соответствует данному неоднородному уравнению: $y''+y'=0$.

Составляем характеристическое уравнение: $k^2+k=0 \Leftrightarrow k(k+1)=0 \Leftrightarrow k_1=0,\ k_2=-1$ – корни характеристического уравнения.

Тогда $\overline{y}=C_1e^{0x}+C_2e^{-x} \Leftrightarrow \overline{y}=C_1+C_2e^{-x}$.

2 шаг.

$f(x)=2x-1$.

Контрольное число $\alpha=0$ – является корнем характеристического уравнения кратности 1, тогда частное решение ищем в виде: $y^*=(Ax+B)x \Leftrightarrow (y^*)'=2Ax+B \Leftrightarrow (y^*)''=2A$. Подставим найденные выражения в исходное уравнение, получим

$$2A+2Ax+B=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases}2A=2,\\ 2A+B=-1;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}A=1,\\ B=-3.\end{cases}$$

Значит, $y^*=x^2-3x$. Следовательно, $y=\overline{y}+y^*=C_1+C_2e^{-x}+x^2-3x$ – общее решение исходного уравнения, где C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Ответ: 3.

9. Дифференциальное уравнение $y''-2y'+y=\dfrac{e^x}{x}$ является линейным дифференциальным уравнением II-го порядка. Решим его методом Лагранжа (метод вариации произвольных постоянных)

1 шаг. Решаем линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

$y'' - 2y' + y = 0$.

Составим характеристическое уравнение: $k^2 - 2k + 1 = 0 \Leftrightarrow (k-1)^2 = 0 \Leftrightarrow k_1 = k_2 = 1$.

Значит, $y = C_1 e^x + C_2 e^x x$.

2 шаг. Общее решение исходного уравнения ищем в виде: $y = C_1(x)e^x + C_2(x)e^x x$, где $C_1(x)$ и $C_2(x)$ – неизвестные функции. Найдем $C_1(x)$ и $C_2(x)$ из системы:

$$\begin{cases} C_1'(x)e^x + C_2'(x)e^x x = 0, \\ C_1'(x)(e^x)' + C_2'(x)(e^x x)' = \dfrac{e^x}{x}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1'(x)e^x + C_2'(x)e^x x = 0, \\ C_1'(x)e^x + C_2'(x)(e^x x + e^x) = \dfrac{e^x}{x}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_1'(x)e^x + C_2'(x)e^x x = 0, \\ C_1'(x)e^x + C_2'(x)e^x x + C_2'(x)e^x = \dfrac{e^x}{x}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1'(x)e^x + C_2'(x)e^x x = 0, \\ C_2'(x)e^x = \dfrac{e^x}{x}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1'(x) = -1, \\ C_2'(x) = \dfrac{1}{x}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_1'(x) = -1, \\ C_2'(x) = \dfrac{1}{x}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1(x) = -x + \widetilde{C_1}, \\ C_2(x) = \ln|x| + \widetilde{C_2}. \end{cases}$$

Следовательно,

$y = (-x + \widetilde{C_1})e^x + (\ln|x| + \widetilde{C_2})e^x x \Leftrightarrow y = e^x(-x + \widetilde{C_1} + x\ln|x| + \widetilde{C_2}x) = y = e^x(\widetilde{C_1} + x\ln|x| + (\widetilde{C_2} - 1)x)$.

Ответ: 1.

10. $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$

Сведем решение системы дифференциальных уравнений к решению дифференциального уравнения 2$^{\text{ого}}$ порядка с постоянными коэффициентами. Продифференцируем первое уравнения системы: $x'' = 2x' + y'$

$\Rightarrow x'' = 2x' + 3x + 4y$, т.к. из первого уравнения системы: $y = x' - 2x$, тогда $x'' = 2x' + 3x + 4(x' - 2x) \Leftrightarrow x'' = 6x' - 5x \Leftrightarrow x'' - 6x' + 5x = 0$ – линейное уравнение с постоянными коэффициентами. Составим характеристическое уравнение: $k^2 - 6k + 5 = 0 \Rightarrow k_1 = 1,\ k_2 = 5$.

Значит, $x = C_1 e^t + C_2 e^{5t}$, тогда $y = x' - 2x = C_1 e^t + 5C_2 e^{5t} - 2C_1 e^t - 2C_2 e^{5t} = -C_1 e^t + 3C_2 e^{5t}$.

Ответ: 2.

Учебное издание

СБОРНИК ТЕСТОВ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

для студентов I курса
инженерно-технических специальностей вузов

Составители:
АНДРИЯНЧИК Анатолий Николаевич
БРИЧИКОВА Елена Алексеевна
ГАБАСОВА Ольга Рафаиловна и др.

Технический редактор *О.В. Песенько*

Подписано в печать 29.04.2012. Формат 60×84 $^1/_8$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 20,81. Уч.-изд. л. 8,14. Тираж 100. Заказ 1024.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.