УДК 537.86

ОПИСАНИЕ БЕГУЩИХ И СТОЯЧИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА

Невдах В.В.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

В классической физике электромагнитные явления описываются и объясняются с помощью электромагнитной теории Максвелла. Описание возникновения и распространения электромагнитных волн в однородном диэлектрике, не содержащем объемных зарядов и токов, обычно осуществляется на примере волны, распространяющейся в простейшем одномерном случае, например, вдоль оси z (см., например, [1–6]). Из уравнений Максвелла получаются волновые уравнения для векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ в виде:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \qquad (1)$$

и

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}\,. \qquad (2)$$

где $u = 1\big/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} = c\big/\sqrt{\varepsilon\mu}$ – фазовая скорость волн в среде, ε – относительная диэлектрическая, μ – относительная магнитная проницаемости рассматриваемой среды, ε_0 – диэлектрическая проницаемость, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, $c = 1\big/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – скорость распространения волн (света) в вакууме.

Для волн, распространяющихся в положительном направлении оси z, в качестве решений выбирают софазные гармонические функции, например, в виде

$$E = E_0\cos(\omega t - kz) \qquad (3)$$

и

$$H = H_0\cos(\omega t - kz)\,, \qquad (4)$$

где $\omega=2\pi/T$ – циклическая (угловая) частота, T – период колебаний компонент электромагнитного поля, k – волновое число.

Подстановка (3) и (4) в уравнения Максвелла дает соотношения между амплитудами этих волн

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\,E_0 = \sqrt{\mu\mu_0}\,H_0 \qquad (5)$$

и между величинами u, ω и k

$$\frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = u \;\text{ или }\; k = \frac{2\pi}{\lambda}\,, \qquad (6)$$

где λ – длина электромагнитной волны.

Электромагнитная волна обладает энергией, плотность которой с учетом (5) определяется выражением:

$$w(t,z) = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2\cos^2(\omega t - kz) = \mu\mu_0 H_0^2\cos^2(\omega t - kz) \qquad (7)$$

Основные свойства электромагнитной волны, описываемой выражениями (3), (4) и (7):

- векторы $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{u}$ всегда образуют правовинтовую тройку;
- плотности энергии электрического и магнитного полей равны и одновременно достигают одинаковых значений в одних и тех же точках пространства;
- волна переносит энергию в направлении своего распространения, поэтому её называют бегущей электромагнитной волной;
- плотность потока энергии бегущей электромагнитной волны описывается вектором Пойнтинга (см. стр. 560 в [1]):

$$\vec{S} = \left[\vec{E}\times\vec{H}\right]. \qquad (8)$$

Кроме бегущих электромагнитных волн в физической литературе рассматривают и стоячие электромагнитные волны, образующиеся при взаимодействии волн, падающих нормально на плоскую границу раздела сред, и волн, отраженных от этой границы. При этом требуют, чтобы в отраженной волне вектора $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{u}$ также образовывали правовинтовую тройку. Это возможно, если при отражении один из векторов $\boldsymbol{E}$ или $\boldsymbol{H}$ теряет полволны. Сложение падающей и отраженной волн дает выражения для векторов $\boldsymbol{E}_{cm}$ и $\boldsymbol{H}_{cm}$ результирующей электромагнитной волны

$$E_{cm} = (2E_0\sin kz)\sin\omega t \qquad (9)$$

и

$$H_{cm} = (2H_0\cos kz)\cos\omega t\,. \qquad (10)$$

Плотность энергии такой волны описывается выражением

$$w = (2\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2\sin^2 kz)\sin^2\omega t + (2\mu\mu_0 H_0^2\cos^2 kz)\cos^2\omega t\,. \qquad (11)$$

Из (9) и (10) видно, что в полученной волне электрический и магнитный вектор колеблются во времени со сдвигом по фазе на π/2, есть точки в пространстве, в которых в любой момент времени амплитуды полей равны нулю – это узлы, и точки, в которых амплитуды полей в любой момент времени имеют максимальное значение - это пучности, причем эти точки для векторов ***E*** и ***H*** сдвинуты в пространстве на λ/4. Из (11) также следует, что в волне происходит периодическое преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля.

Волну, описываемую выражениями (9)–(11), называют стоячей электромагнитной волной.

Хотя приведенное выше получение электромагнитных волн из уравнений Максвелла считается "общепринятым", оно вызывает ряд вопросов, которые не обсуждаются в литературе.

Математически корректные решения волновых уравнений (1) и (2) в виде (3) и (4), согласно которым колебания векторов ***E*** и ***H*** происходят по одному и тому же закону с одинаковой фазой, противоречат физическому смыслу уравнений Максвелла, согласно которому изменяющееся во времени электрическое поле порождает магнитное поле и наоборот и, следовательно, являются физически некорректными. Из таких физически некорректных решений следуют физически некорректные выводы о свойствах описываемых ими электромагнитных волн. Например, из (3)–(4) и (7) следует, что для заданной точки пространства в моменты времени $t=T/4$, $3T/4$, $5T/4$ и т.д., т.е. через полупериод, а также для любого заданного момента времени в точках пространства $z=\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$ и т. д., т. е. отстоящих друг от друга на половину длины волны, напряженности и плотности энергии электрического и магнитного полей электромагнитной волны одновременно становятся равными нулю. Куда в эти моменты времени девается энергия волны, закон сохранения которой еще никто не отменял? Кроме того, если в какой-то момент времени одновременно исче-зают электрическое и магнитное поля, то непо-нятно откуда они возьмутся в последующие моменты времени? Другими словами, почему волна (3)–(4) называется бегущей? Что бежит в такой волне?

И, наоборот, почему волна (9)-(10) считается стоячей, если, согласно (11), в ней происходит преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот?

Отметим также, что требование, чтобы в бегущей электромагнитной волне векторы ***E***, ***H*** и ***u*** всегда образовывали правовинтовую тройку, не имеет физического обоснования, а вытекает из вида выбранных решений волновых уравнений (3) и (4). Однако, наряду с этими решениями, существуют и решения, описывающие плоскую волну, бегущую в отрицательном направлении оси ***Z***, в которой те же самые векторы ***E***, ***H*** и ***u*** образуют уже левовинтовую тройку. Следовательно, требование, чтобы вектора ***E***, ***H*** и ***u*** в бегущей электромагнитной волне всегда образовывали правовинтовую тройку, также является физически некорректным.

Таким образом, существующие в физической литературе представления о том, что плоская бегущая электромагнитная волна описывается софазными выражениями (3) и (4), направление плотности потока её энергии задается вектором Пойнтинга (8), а стоячая электромагнитная волна описывается выражениями (9) и (10), являются физически некорректными.

В настоящей работе приводятся другие решения уравнений Максвелла, физически корректно описывающие известные свойства бегущих и стоячих электромагнитных волн.

В соответствии с физическим смыслом первых двух уравнений Максвелла в случае переменных во времени полей нужно рассматривать единое электромагнитное поле, в котором, электрическое поле порождает магнитное и наоборот. Из всех возможных решений волновых уравнений нужно выбрать те, которые не противоречат физическому смыслу уравнений Максвелла. Такими решениями являются решения, например, в виде:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kz) \tag{12}$$

и

$$H = -H_0 \sin(\omega t - kz). \tag{13}$$

Плотность энергии электрического поля волны (12), очевидно, описывается выражением

$$w_E(t,z) = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz), \tag{14}$$

а плотность энергии её магнитного поля (13) – выражением

$$w_H(t,z) = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H_0^2 \sin^2(\omega t - kz). \tag{15}$$

Из (14)–(15) с учетом (5) следует, что в электромагнитной волне, описываемой выражениями (12) и (13), колебания плотности энергии электрического и магнитного полей имеют одинаковые амплитуды и происходят во времени со сдвигом на четверть периода волны. В такой электромагнитной волне через интервалы времени $\Delta t=T/4$ происходит полное преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот. И в пространстве положения максимумов $w_E^{\max}$ и $w_H^{\max}$ чередуются через интервалы в четверть длины волны ($\Delta z=\lambda/4$). Следовательно, вдоль направления распространения электромагнитной волны происходит перенос энергии, и такая волна действительно является бегущей.

Из (14) и (15) также следует, что

$$w = w_E^{\max} = w_H^{\max} = const, \tag{16}$$

т. е., что плотность энергии бегущей электромагнитной волны без потерь в каждый момент времени и в каждой точке пространства остается величиной постоянной.

Из выражений (12) и (13) следует, что в любой заданный момент времени характер тройки векторов ***E***, ***H*** и ***u*** меняется через каждую четверть длины волны. Следовательно, выражение для вектора Пойнтинга (8), которое дает плотность потока энергии бегущей электромагнитной волны только в случае правой тройки её векторов ***E***, ***H*** и ***u***, не может описывать плотность потока энергии волны (12)–(13). В соответствии с физическим смыслом понятия плотности потока энергии, эта величина ***I*** для бегущей электромагнитной волны корректно описывается выражением:

$$\vec{I} = w\vec{u} \,. \tag{17}$$

Рассмотрим теперь электромагнитную волну, образованную при сложении (интерференции) падающей на границу раздела волны (12)–(12) с зеркально отраженной волной такой же амплитуды, при образовании которой процесс отражения не вносит дополнительной разности фаз для векторов ***E*** и ***H***. Выполнив простые преобразования, получаем для результирующей электромагнитной волны выражения

$$E_{cm} = (2E_0 \cos kz)\cos\omega t \tag{18}$$

и

$$H_{cm} = -(2H_0 \cos kz)\sin\omega t \,. \tag{19}$$

Плотность энергии электрического поля такой волны, очевидно, описывается выражением

$$w_E(t,z) = (2\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2 kz)\cos^2 \omega t \,, \tag{20}$$

плотность энергии магнитного поля – выражением:

$$w_H(t,z) = (2\mu\mu_0 H_0^2 \cos^2 kz)\sin^2 \omega t \,, \tag{21}$$

а полная плотность энергии описывается выражением

$$w(z) = 2\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2 kz = 2\mu\mu_0 H_0^2 \cos^2 kz \,. \tag{22}$$

Видно, что в полученной результирующей волне, напряженности и плотности энергии электрического и магнитного полей колеблются во времени со сдвигом по фазе на π/2, в результате чего полная энергия волны действительно остается постоянной во времени. Однако в пространстве, в отличие от бегущей волны, напряженности электрического и магнитного полей колеблются в одинаковой фазе, в результате чего есть точки в пространстве, в которых напряженности и плотности энергии обоих полей волны всегда равны нулю – это узлы, и точки, в которых напряженности и плотности энергии обоих полей всегда имеют максимальное значение - это пучности.

В настоящей работе предложены новые решения волновых уравнений Максвелла, в которых колебания напряженностей электрического и магнитного полей происходят во времени со сдвигом на четверть периода волны и в пространстве со сдвигом на четверть длины волны. Эти решения соответствуют физическому смыслу уравнений Максвелла и описывают действительно бегущую электромагнитную волну, в которой:

– через интервалы времени $\Delta t = T/4$ происходит полное преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот;

– полная энергия волны остается постоянной во времени и в пространстве;

– характер тройки векторов ***E***, ***H*** и ***u*** меняется через каждую четверть длины волны;

– плотность потока энергии электромагнитной волны физически корректно описывается выражением (17).

Бегущую электромагнитную волну без затухания можно рассматривать как гармонический осциллятор.

Показано, что образование стоячей волны не требует потери полволны при отражении на границе раздела сред для одного из векторов отраженной волны. В полученной действительно стоячей электромагнитной волне:

– напряженности и плотности энергии электрического и магнитного полей колеблются во времени со сдвигом на четверть периода (или по фазе на π/2);

– полная энергия волны остается постоянной во времени;

– в пространстве напряженности электрического и магнитного полей стоячей волны колеблются в одинаковой фазе;

– плотности энергии электрического и магнитного полей, а также полная энергия электромагнитной волны являются функцией координаты: есть точки в пространстве, в которых они всегда равны нулю – узлы, и точки, в которых они всегда имеют максимальное значение - пучности.

Стоячую электромагнитную волну нельзя рассматривать как гармонический осциллятор.

Литература

1. Физический энциклопедический словарь. Гл. ред. А.М. Прохоров. – М. : Советская энциклопедия, 1983. – 928 с.

2. Джексон, Дж. Классическая электродинамика. – М. : Мир, 1965. – 702 с.

3. Калитеевский, Н.И. Волновая оптика. – М. : Наука, 1971. – 376 с.

4. Ландсберг, Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976. – 928 с.

5. Тамм, И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с.

6. Ахманов С.А., Никитин, С.Ю. Физическая оптика. / С.А. Ахманов, С.Ю. Никитин. – М.: Изд-во МГУ; Наука, 2004. – 656 с.