УДК 519.688, 520.2.01

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ХОДА ЛУЧЕЙ В ОПТИЧЕСКИХ ТЕЛЕСКОПАХ

Шанчук В.А.

Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

Введение. Оптический телескоп – телескоп, собирающий и фокусирующий электромагнитное излучение оптического диапазона. В основном они предназначены для наблюдения объектов, находящихся на дальних и сверхдальних расстояниях. Для получения изображения высокого качества, телескоп обязан иметь точно рассчитанные оптическую схему и габаритные размеры, высокую точность юстировки, а также оптические компоненты, выполненные из качественных материалов. Качество картинки, даваемой оптическим телескопом, существенно зависит от точности вычисления хода лучей через оптическую схему, т. к. даже малые погрешности в расчёте и изготовлении оптического телескопа приводят к значительным искажениям даваемого изображения при больших увеличениях.

Описание расчёта телескопической системы. Расчёт траектории хода лучей может быть осуществлён при помощи некоторых приложений линейной алгебры и аналитической геометрии. В данном методе мы рассмотрим оптическую систему, состоящую из q оптических компонентов и v оптических поверхностей, а также имеющую количество центров кривизны равное s, через которую наблюдается бесконечно удалённый объект. Первым оптическим компонентом является двояковыпуклая собирающая линза. Вычисления проводятся в правой прямоугольной декартовой системе координат. Ось ординат Oy направленна в сторону распространения лучей в оптической системе и параллельна оптической оси. Центр системы координат O_c совпадает с центром кривизны одной из поверхностей какого-либо элемента оптической системы, лежащем на наибольшем расстоянии от вершины последней оптической поверхности в направлении, противоположном направлению распространения световых лучей. Пучок света считается цилиндрическим. Далее выбирается угол разбиения Δα, который определяет количество лучей N, подлежащих расчёту:

$$N = \frac{360°}{\Delta\alpha}. \qquad (1)$$

Число N влияет на точность определения параметров оптической системы. Для данного метода не рекомендуется брать $N < 8$, т.к. в обратном случае точность расчёта не будет оправдывать объём проведённых вычислений. Число N желательно выбирать чётным.

Высоты световых лучей находятся по формуле:

$$|h_n| = |0.5 \times sin\alpha_n \times D_{lb}|, \qquad (2)$$

где $n \in 1 \dots N$, $\alpha_n = \Delta\alpha \times (n-1)$ – угол между положительным направлением оси абсцисс и n-ым лучом на плоскости Oxz, D_{lb} – световой диаметр пучка лучей.

Затем составляются уравнения для каждой оптической поверхности относительно центра системы координат (см. рисунок 1).

В качестве плоскости отсчёта выбирается плоскость, параллельная Oxz с центром в точке O_c, (см. рисунок 2).

Световой луч определяется точкой на плоскости Oxz, через которую он проходит, и его направляющим вектором $\overrightarrow{k_n}$ (см. рисунок 2). Уравнения прямой (светового луча) записываются в параметрическом виде:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x - \frac{h_n}{tg\alpha_n} = 0;} \\ \boldsymbol{y = \lambda;} \\ \boldsymbol{z - (0,5 \times sin\alpha_n \times D_{lb}) = 0;} \end{cases}, \qquad (3)$$

где λ – некоторый параметр, который может принимать любые действительные значения.

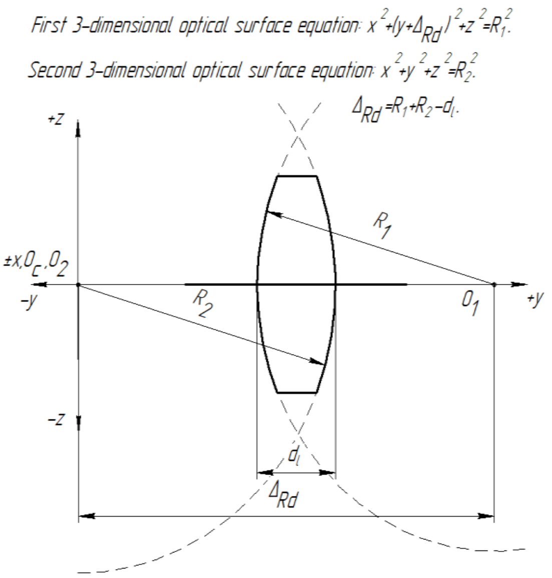

Рисунок 1 – Составление уравнений, описывающих поверхности для произвольного оптического элемента

Для нахождения точек пересечения прямой и первой оптической поверхности выражаем x, y, z из системы уравнений (3) и подставляем их в уравнение первой оптической поверхности. Получаем квадратное уравнение, из которого находим два корня: λ_1 и λ_2. Подставляем их в систему уравнений (3) и находим два набора координат для двух точек: $M_n'^{(1)}$ и $M_n'^{(2)}$. Набор координат выбирается по следующему правилу: если значение координаты центра кривизны i-ой оптической поверхности по оси ординат Оу больше, чем значение координаты точки пересечения луча с i-ой оптической поверхностью, то берётся набор с наименьшим значением координаты по оси ординат. Если значение координаты точки пересечения луча с i-ой оптической поверхностью больше значения координаты центра кривизны данной поверхности, то берётся набор с наибольшим значением координаты по оси ординат. Это правило справедливо как для рефракторов, так и для рефлекторов.

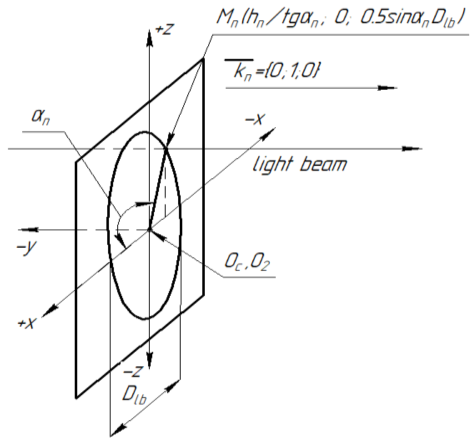

Рисунок 2 – Задание плоскости отсчёта и начального луча

Получив точку пересечения луча с первой оптической поверхностью ($M_n'(x_n';\ y_n';\ z_n')$), мы можем вычислить уравнение касательной плоскости к этой поверхности в данной точке. Учитывая, что оптическая поверхность задана уравнением $F_n(x,y,z)=0$, т.е. неявно, то уравнение касательной к данной поверхности в точке M_n' можно найти при помощи формулы (4):

$$F'_{n\,x}(M_n')\times(x-x_n')+F'_{n\,y}(M_n')\times(y-y_n')\ +$$

$$+F'_{n\,z}(M_n')\times(z-z_n')=0, \tag{4}$$

где $F'_{n\,x}(M_n')$, $F'_{n\,y}(M_n')$, $F'_{n\,z}(M_n')$ - частные производные от функции $F_n(x,y,z)=0$ в точке $M_n'(x_n';\ y_n';\ z_n')$.

Нормаль к касательной плоскости определяется её направляющим вектором (5) (рисунок 3):

$$\overrightarrow{r_n}=\left\{F'_{n\,x}(M_n');\ F'_{n\,y}(M_n');\ F'_{n\,z}(M_n')\right\} \tag{5}$$

Также необходимо определить угол падения между нормалью и световым лучом на поверхность в точке их пересечения (см. рисунок 4).

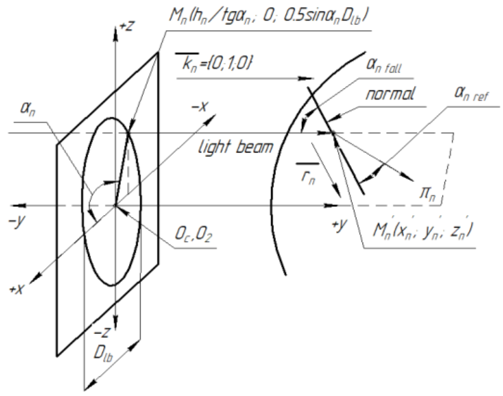

Рисунок 3 – К определению угла преломления светового луча на границе раздела двух сред

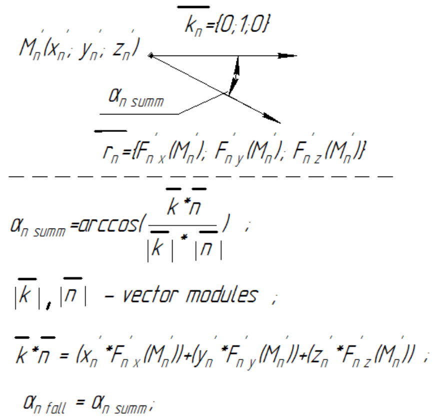

Рисунок 4 – Определение угла падения светового луча

Записав закон Снеллиуса и зная угол падения $\alpha_{n\,fall}$, а также показатели преломления двух сред, мы можем найти угол преломления $\alpha_{n\,ref}$. Для дальнейших расчётов приведённый выше алгоритм повторяется.

Выводы. Данный метод, при его реализации на ЭВМ, позволяет рассчитывать геометрически точный ход лучей в оптических системах телескопов, что удобно для построения их компьютерных моделей и анализа хода лучей, а также вычисления параметров данных систем с повышенной точностью.

Литература

1. Русинов М.М. Композиция оптических систем. Изд. 2-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРКОМ», 2011. – 384 с. (Классика инженерной мысли: оптика и её приложения).