

## КИНЕМАТИКА КОЛЕСНО-ШАГАЮЩЕГО ДВИЖИТЕЛЯ, ПЕРЕМЕЩАЮЩЕГОСЯ ПО СТУПЕНЯМ

д.т.н. Скойбеда А.Т., Жуковец В.Н.

*УО «Белорусский национальный технический университет», Минск*

Разработанный в БНТУ опытный образец колесно-шагающего движителя (рисунок 1) основной сферой своего применения предполагает сельскохозяйственную технику. Тем не менее, конструктивные особенности данного движителя позволяют перешагивать относительно невысокие препятствия (бордюры, камни, бревна), что является огромным преимуществом при движении по пересеченной местности. Помимо этого, представляется логичным использовать достоинства движителя данной конструкции при передвижении в городской среде. Как известно, людям с ограниченными возможностями, перемещающимся на инвалидных колясках, постоянно приходится сталкиваться с проблемами преодоления высоких бордюров, лестничных маршей и других препятствий. Несмотря на ряд мер, предпринимаемых в последнее время, городская среда в Республике Беларусь по-прежнему остается некомфортной для инвалидов-колясочников.

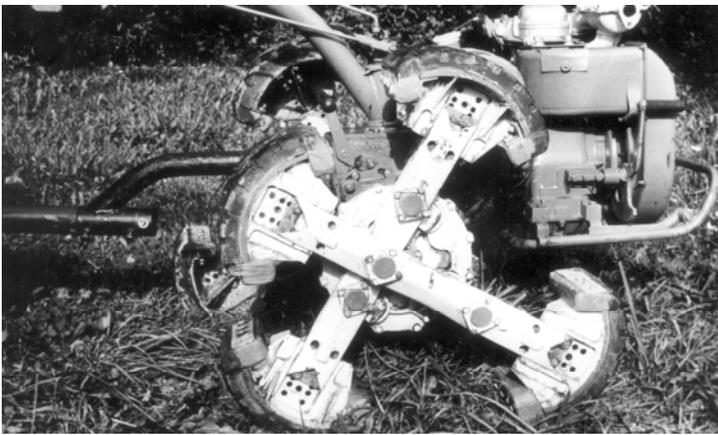


Рисунок 1. – Колесно-шагающий движитель

Используя результаты работ [1, 2], проведем анализ кинематики перемещения колесно-шагающего движителя по лестничным ступеням. Будут рассмотрены два варианта движения: подъема и спуска по лестничному маршу. Поскольку размеры лестничных ступеней оказывают серьезное влияние на кинематику подъема и спуска, следует обеспечить согласование конструктивных размеров движителя с высотой и шириной ступеней. Рассмотрим схему подъема на ступень колесно-шагающего движителя (рисунок 2).

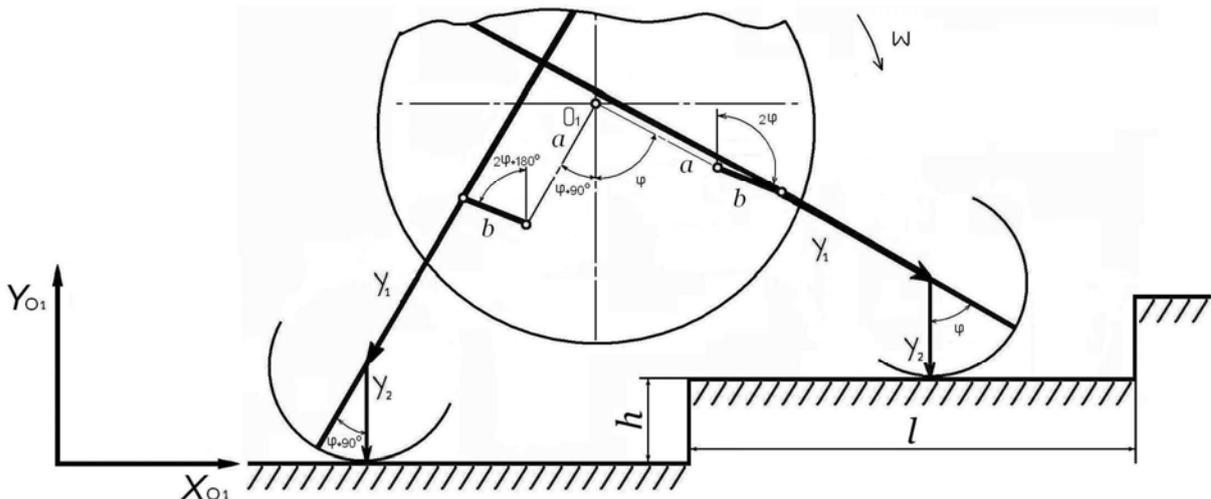


Рисунок 2. – Схема подъема на ступень колесно-шагающего движителя

В данной расчетной схеме обобщенной координатой является угол  $\varphi$  поворота ступицы движителя. Значения координаты  $\varphi$  задаются для того опорного башмака, который вступает в контакт с поверхностью вышестоящей ступени. Для опорного башмака, который должен оторваться от поверхности нижестоящей ступени, угол поворота ступицы принимает значение

$\varphi + 90^\circ$ . При движении по плоской поверхности, башмак вступает в контакт с опорой при угле  $\varphi = -45^\circ$ , а отрывается от опоры из-за поворота ступицы движителя при угле  $\varphi = 45^\circ$  [1]. Итак, опорный башмак совершает свой цикл движения за период в  $90^\circ$  углового поворота ступицы, после чего цикл повторяется для следующего башмака. При подъеме на ступень, башмак вступает в контакт с опорой при некотором угле  $\varphi = \alpha$ , а отрывается от этой ступени, после окончания своего цикла, при угле  $\varphi = \alpha + 90^\circ$ .

Горизонтальное перемещение оси ступицы, от момента вступления опорного башмака в контакт с поверхностью ступени при угле  $\varphi = \alpha$  радиан до момента отрыва от опоры при угле  $\varphi = \alpha + \pi/2$  радиан, будет равно длине ступени  $l$  [1, 2]:

$$\Delta X_{01} = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi/2} ((a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos 2\varphi + Y_2) \cdot d\varphi = l. \quad (1)$$

Учтем, что величины  $Y_1 = const$ ,  $Y_2 = const$ . Произведя интегрирование, получим [3]:

$$\begin{aligned} ((a + Y_1) \cdot \sin(\alpha + \pi/2) + b \cdot \sin(2\alpha + \pi) + Y_2 \cdot (\alpha + \pi/2)) - ((a + Y_1) \cdot \sin \alpha + b \cdot \sin 2\alpha + Y_2 \cdot \alpha) &= l, \\ (a + Y_1) \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha) - 2 \cdot b \cdot \sin 2\alpha + Y_2 \cdot \pi/2 &= l. \end{aligned} \quad (2)$$

Вертикальное перемещение оси ступицы, от момента вступления опорного башмака в контакт с поверхностью ступени при угле  $\varphi = \alpha$  радиан до момента отрыва от опоры при угле  $\varphi = \alpha + \pi/2$  радиан, будет равно высоте ступени  $h$  [1, 2]:

$$\Delta Y_{01} = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi/2} (2 \cdot b \cdot \sin 2\varphi - (a + Y_1) \cdot \sin \varphi) \cdot d\varphi = h. \quad (3)$$

Произведя интегрирование, получим [3]:

$$\begin{aligned} (-b \cdot \cos(2\alpha + \pi) + (a + Y_1) \cdot \cos(\alpha + \pi/2)) - (-b \cdot \cos 2\alpha + (a + Y_1) \cdot \cos \alpha) &= h, \\ (b \cdot \cos 2\alpha - (a + Y_1) \cdot \sin \alpha) - (-b \cdot \cos 2\alpha + (a + Y_1) \cdot \cos \alpha) &= h, \\ 2 \cdot b \cdot \cos 2\alpha - (a + Y_1) \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) &= h. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим схему спуска со ступени колесно-шагающего движителя (рисунок 3).

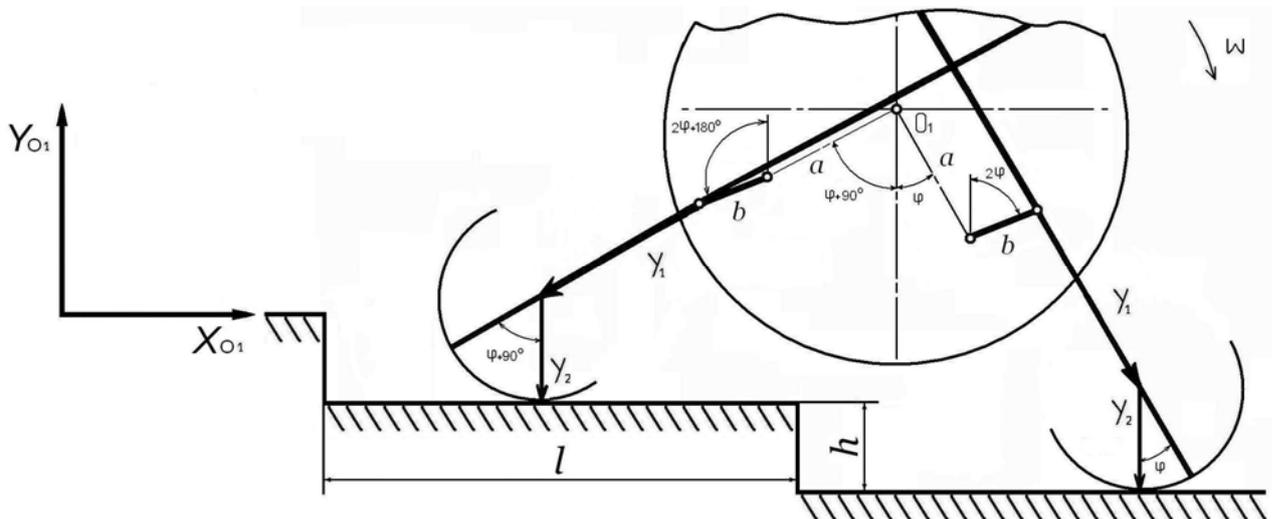


Рисунок 3. – Схема спуска со ступени колесно-шагающего движителя

В данном случае значения координаты  $\varphi$  задаются для того опорного башмака, который вступает в контакт с поверхностью нижестоящей ступени. Для опорного башмака, который в данный момент должен оторваться от поверхности вышестоящей ступени, угол поворота ступицы принимает значение  $\varphi + 90^\circ$ . Таким образом, при спуске движителя, башмак вступает в контакт с нижестоящей ступенью при некотором угле  $\varphi = \beta$ , а отрывается от ступени, после окончания своего цикла продолжительностью  $90^\circ$ , при угле  $\varphi = \beta + 90^\circ$ .

Горизонтальное перемещение оси ступицы при спуске определяется как:

$$\Delta X_{01} = \int_{\beta}^{\beta+\pi/2} ((a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos 2\varphi + Y_2) \cdot d\varphi = l. \quad (5)$$

Вертикальное перемещение оси ступицы при спуске за один цикл:

$$\Delta Y_{01} = \int_{\beta}^{\beta+\pi/2} (2 \cdot b \cdot \sin 2\varphi - (a + Y_1) \cdot \sin \varphi) \cdot d\varphi = -h. \quad (6)$$

После интегрирования выражений (8, 9) и преобразований соответственно получим [3]:

$$(a + Y_1) \cdot (\cos \beta - \sin \beta) - 2 \cdot b \cdot \sin 2\beta + Y_2 \cdot \pi/2 = l, \quad (7)$$

$$2 \cdot b \cdot \cos 2\beta - (a + Y_1) \cdot (\cos \beta + \sin \beta) = -h. \quad (8)$$

Для данного движителя при движении по лестничным ступеням, как при подъеме, так и при спуске, угол вступления башмака на опорную поверхность всегда  $-\pi/2 \leq \varphi \leq 0$ . Исходя из рисунков 2 и 3, можно сделать вывод, что  $\alpha + \beta = -\pi/2$ .

Подставив выражение  $\beta = -\pi/2 - \alpha$  в формулу (7), получим зависимость

$$(a + Y_1) \cdot (\cos(-\pi/2 - \alpha) - \sin(-\pi/2 - \alpha)) - 2 \cdot b \cdot \sin(-\pi - 2\alpha) + Y_2 \cdot \pi/2 = l.$$

После тригонометрических преобразований [3] эта зависимость примет вид:

$$(a + Y_1) \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha) - 2 \cdot b \cdot \sin 2\alpha + Y_2 \cdot \pi/2 = l, \text{ что полностью соответствует формуле (2).}$$

Подставив  $\beta = -\pi/2 - \alpha$  в формулу (8), получим выражение

$$2 \cdot b \cdot \cos(-\pi - 2\alpha) - (a + Y_1) \cdot (\cos(-\pi/2 - \alpha) + \sin(-\pi/2 - \alpha)) = -h.$$

После преобразований [3] оно примет вид:

$$2 \cdot b \cdot \cos 2\alpha - (a + Y_1) \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) = h, \text{ что соответствует формуле (4).}$$

Итак, формулы (2, 4) выражают зависимость между размерами движителя и размерами ступеней, как при подъеме, так и при спуске по лестнице. Преобразуя формулу (2), получим:

$$a + Y_1 = \frac{l + 2 \cdot b \cdot \sin 2\alpha - Y_2 \cdot \pi/2}{\cos \alpha - \sin \alpha}. \quad (9)$$

Преобразуя формулу (4), получим:

$$a + Y_1 = \frac{2 \cdot b \cdot \cos 2\alpha - h}{\cos \alpha + \sin \alpha}. \quad (10)$$

Приравняв (9, 10), получим:

$$\frac{l + 2 \cdot b \cdot \sin 2\alpha - Y_2 \cdot \pi/2}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{2 \cdot b \cdot \cos 2\alpha - h}{\cos \alpha + \sin \alpha},$$

$$b = \frac{(Y_2 \cdot \pi/2 - l) \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) - h \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)}{2 \cdot (\sin 2\alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) - \cos 2\alpha \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha))}. \quad (11)$$

Поскольку в данном движителе  $a = 2 \cdot b$  [1], из формулы (10) с учетом (11) получаем:

$$Y_1 = \frac{((Y_2 \cdot \pi/2 - l) \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) - h \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)) \cdot (\cos 2\alpha - \cos \alpha - \sin \alpha)}{(\sin 2\alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) - \cos 2\alpha \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)) \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha)} - \frac{h}{(\cos \alpha + \sin \alpha)}. \quad (12)$$

Выполним расчеты по формулам (11, 12) с целью определения рациональных значений основных параметров движителя. Длина ступени  $l = 0,3$  м, высота ступени  $h = 0,15$  м, что соответствует типовой конструкции лестничных маршей в подъездах жилых домов. Зададимся рядом значений угла вступления башмака на ступень при подъеме  $\alpha$ , радиус-вектора башмака  $Y_2$  и вычислим значения радиуса кривошипа  $b$ , радиус-вектора стойки ноги  $Y_1$ . Результаты расчетов занесем в таблицу 1.

Таблица 1. Расчетные значения основных параметров движителя

$\alpha$ , градусы	$Y_2 = 0,07$ м		$Y_2 = 0,06$ м		$Y_2 = 0,05$ м		$Y_2 = 0,04$ м	
	$b$ , м	$Y_1$ , м						
-90	0,0200	0,1500	0,0279	0,1500	0,0357	0,1500	0,0436	0,1500
-75	-0,0174	0,2043	-0,0135	0,2061	-0,0096	0,2078	-0,0057	0,2096
-60	-0,0677	0,3603	-0,0648	0,3624	-0,0619	0,3645	-0,0590	0,3666
-45	$-\infty/+\infty$	$+\infty/-\infty$	$-\infty/+\infty$	$+\infty/-\infty$	$-\infty/+\infty$	$+\infty/-\infty$	$-\infty/+\infty$	$+\infty/-\infty$
-30	0,1372	-0,3093	0,1401	-0,3072	0,1430	-0,3051	0,1459	-0,3030
-15	0,1125	-0,1616	0,1164	-0,1598	0,1203	-0,1581	0,1242	-0,1563
0	0,1700	-0,1500	0,1779	-0,1500	0,1857	-0,1500	0,1936	-0,1500

Очевидно, что для большинства значений угла  $\alpha$  приведенные в таблице 1 вычисленные значения радиуса кривошипа  $b$ , радиус-вектора стойки ноги  $Y_1$  не имеют физического смысла. Поэтому выберем значения параметров  $b$  и  $Y_1$ , при которых угол вступления башмака на ступень при подъеме равен  $\alpha = -90^\circ$ . Соответственно, при спуске угол вступления башмака на ступень будет равен  $\beta = 0^\circ$ . Кроме этого, можно сделать вывод, что существующий образец колесно-шагающего движителя со значениями  $a = 0,1$  м,  $b = 0,05$  м,  $Y_1 = 0,13$  м,  $Y_2 = 0,192$  м, не подходит для движения по лестничным маршам в подъездах жилых домов.

Определим кинематические параметры движителя для значений  $a = 0,04$  м,  $b = 0,02$  м,  $Y_1 = 0,15$  м,  $Y_2 = 0,07$  м,  $\alpha = -90^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$ , используя приведенные ниже формулы [2].

Горизонтальное перемещение оси ступицы при подъеме:

$$X_{01} = ((a + Y_1) \cdot \sin \varphi + b \cdot \sin 2\varphi + Y_2 \cdot \varphi) - ((a + Y_1) \cdot \sin \alpha + b \cdot \sin 2\alpha + Y_2 \cdot \alpha). \quad (13)$$

Горизонтальное перемещение оси ступицы при спуске:

$$X_{01} = ((a + Y_1) \cdot \sin \varphi + b \cdot \sin 2\varphi + Y_2 \cdot \varphi) - ((a + Y_1) \cdot \sin \beta + b \cdot \sin 2\beta + Y_2 \cdot \beta). \quad (14)$$

Аналог скорости по горизонтали:

$$\frac{dX_{01}}{d\varphi} = (a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 2 \cdot b \cdot \cos 2\varphi + Y_2. \quad (15)$$

Аналог ускорения по горизонтали:

$$\frac{d^2 X_{01}}{d\varphi^2} = -(a + Y_1) \cdot \sin \varphi - 4 \cdot b \cdot \sin 2\varphi. \quad (16)$$

Вертикальное положение оси ступицы:

$$Y_{01} = (a + Y_1) \cdot \cos \varphi - b \cdot \cos 2\varphi + Y_2. \quad (17)$$

Аналог скорости по вертикали:

$$\frac{dY_{01}}{d\varphi} = -(a + Y_1) \cdot \sin \varphi + 2 \cdot b \cdot \sin 2\varphi. \quad (18)$$

Аналог ускорения по вертикали:

$$\frac{d^2 Y_{01}}{d\varphi^2} = -(a + Y_1) \cdot \cos \varphi + 4 \cdot b \cdot \cos 2\varphi. \quad (19)$$

Используя формулы (13–19) выполним расчет кинематики движителя при подъеме и спуске со ступени. В формулы (13, 14) значения углов  $\varphi$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  следует подставлять в радианах. Результаты расчетов заносим в таблицы 2, 3.

Таблица 2. Кинематика колесно-шагающего движителя при подъеме по ступени

$\varphi$ , градусы	$X_{01}$ , м	$\frac{dX_{01}}{d\varphi}$ , м	$\frac{d^2 X_{01}}{d\varphi^2}$ , м	$Y_{01}$ , м	$\frac{dY_{01}}{d\varphi}$ , м	$\frac{d^2 Y_{01}}{d\varphi^2}$ , м
-90	0,0000	0,0300	0,1900	0,0900	0,1900	-0,0800
-80	0,0083	0,0654	0,2145	0,1218	0,1734	-0,1082
-70	0,0230	0,1043	0,2300	0,1503	0,1528	-0,1263
-60	0,0448	0,1450	0,2338	0,1750	0,1299	-0,1350
-50	0,0736	0,1852	0,2243	0,1956	0,1062	-0,1360
-40	0,1093	0,2225	0,2009	0,2121	0,0827	-0,1317
-30	0,1510	0,2545	0,1643	0,2245	0,0604	-0,1245
-20	0,1977	0,2792	0,1164	0,2332	0,0393	-0,1173
-10	0,2479	0,2947	0,0604	0,2383	0,0193	-0,1119
0	0,3000	0,3000	0,0000	0,2400	0,0000	-0,1100

Таблица 3. Кинематика колесно-шагающего движителя при спуске со ступени

$\varphi$ , градусы	$X_{01}$ , м	$\frac{dX_{01}}{d\varphi}$ , м	$\frac{d^2X_{01}}{d\varphi^2}$ , м	$Y_{01}$ , м	$\frac{dY_{01}}{d\varphi}$ , м	$\frac{d^2Y_{01}}{d\varphi^2}$ , м
0	0,0000	0,3000	0,0000	0,2400	0,0000	-0,1100
10	0,0521	0,2947	-0,0604	0,2383	-0,0193	-0,1119
20	0,1023	0,2792	-0,1164	0,2332	-0,0393	-0,1173
30	0,1490	0,2545	-0,1643	0,2245	-0,0604	-0,1245
40	0,1907	0,2225	-0,2009	0,2121	-0,0827	-0,1317
50	0,2263	0,1852	-0,2243	0,1956	-0,1062	-0,1360
60	0,2552	0,1450	-0,2338	0,1750	-0,1299	-0,1350
70	0,2769	0,1043	-0,2300	0,1503	-0,1528	-0,1263
80	0,2917	0,0654	-0,2145	0,1218	-0,1734	-0,1082
90	0,3000	0,0300	-0,1900	0,0900	-0,1900	-0,0800

Исходя из приведенных в таблицах 2, 3 результатов расчетов можно сделать вывод, что перемещение движителя по лестничным ступеням сопровождается значительными колебаниями скорости и ускорения, которые носят характер скачков при смене опорных башмаков. Возникающие при этом инерционные и ударные нагрузки могут оказывать негативное влияние на организм инвалида-колясочника. Тем не менее, данный движитель является перспективным для применения в конструкции инвалидной коляски. Необходимы дальнейшие исследования с целью совершенствования движителя данного типа.

### РЕЗЮМЕ

Описана методика расчета кинематических характеристик колесно-шагающего движителя при его движении по ступеням лестницы. Даны основные геометрические характеристики движителя в зависимости от размеров ступеней. Данная методика применима при проектировании средств передвижения для лиц с ограниченными возможностями.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Скойбеда, А.Т. Кинематика колесно-шагающего движителя при опоре на башмаки круглого профиля / А.Т. Скойбеда, В.Н. Жуковец, О.А. Сонич // Современные методы проектирования машин: Республиканский межведомственный сборник научных трудов. Вып.2. В 7 томах. – Т. 3. Проектирование приводов машин / Под общ. ред. П.А. Витязя. – Минск, 2004. – с. 102–106.
2. Скойбеда, А.Т. Выбор формы опорных башмаков и их влияние на кинематику колесно-шагающего движителя / А.Т. Скойбеда, В.Н. Жуковец / Сборник научных трудов «Актуальные вопросы машиноведения». Выпуск 1. – Минск, 2012. – Стр. 212-215.
3. Воднев В.Т., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Основные математические формулы: Справочник. Под ред. Богданова Ю.С. – Мн.: Выш. шк., 1995. – 380 с.

### SUMMARY

*The paper describes method of calculating kinematic characteristics of wheel-step mover in its motion along the stair steps. The basic geometry of the mover according to the size of the steps has been given. The given method is applicable in design of vehicles for persons with disabilities.*

Поступила в редакцию 04.11.2013