

Моделирование сплайнами траектории движения транспортных средств по GPS-сигналам

Крушевский Е.А., Вишняков Н.В.

Белорусский национальный технический университет
г. Минск, Беларусь

Как известно, имитационное моделирование как частный случай математического моделирования предполагает замену реальной модели моделью, которая с некоторой точностью описывает реальные процессы. На основе имитационной модели изучаются возможные параметры исходной модели, собирается различного рода информация, которая может стать как основой для принятия решения, так и основанием для внесения изменения в саму имитационную модель.

Настоящий доклад посвящен имитации движения транспортного средства по заданной траектории по известным координатам местоположения ТС. Заданные известными точки $(x_i(t), y_i(t))$ положения транспортного средства на траектории движения через равноотстоящие промежутки времени моделируют контроль движения по GPS-сигналам. В качестве математического аппарата использован аппарат на основе сплайн-интерполирования кубическими сплайнами, что позволило сохранить тангенциальную непрерывность для скорости движения и простую непрерывность для ускорения.

Подобная имитационная модель движения ТС по заданной траектории по координатам, заданным через равноотстоящие промежутки времени, позволяет произвести оптимизацию движения транспортного средства в том числе и для встраивания его в движущийся с заданными характеристиками поток других транспортных средств. Это в конечном итоге позволит полностью автоматизировать указанный процесс на основе контроля движения по GPS сигналам.

Как известно, стандартная задача точной интерполяции может быть решена путем построения интерполяционного полинома, степень которого лишь на 1 меньше числа узлов. При этом весьма чувствительными являются проблемы потери точности в коэффициентах при старших степенях таких многочленов, что лишает его практической ценности при попытках численной реализации таких алгоритмов при решении практических задач имитационного моделирования.

Кубические сплайны лишены этого недостатка. Во-первых, здесь используются многочлены всего лишь третьей степени, а во-вторых, мы имеем возможность получить достаточно гладкую аппроксимирующую

функцию (по меньшей мере, дважды непрерывно дифференцируемую). Это означает, что все найденные сплайны (а их точно на 1 меньше числа точек на траектории) и их производные первого и второго порядка будут непрерывными, а, значит, кривизна и радиус кривизны кривой будут меняться непрерывно.

Напомним, что *кубическим интерполяционным сплайном*, соответствующим данным узлам интерполяции x_i и данным экспериментальным значениям $y_i = f(x_i)$, называется функция $S(x)$, удовлетворяющая следующим условиям:

- 1) на каждом отрезке $[x_{i-1}, x_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$, функция $S(x)$ является многочленом третьей степени;
- 2) функция $S(x)$, а также ее первая и вторая производные непрерывны на всем отрезке $[a; b]$;
- 3) $S(x_i) = y_i$, $i = 0, 1, \dots, n$.

Из указанных требований вытекают следующие свойства кубического сплайна: во-первых, график кусочно-полиномиальной аппроксимирующей функции проходит точно через узловые точки; во-вторых, в узловых точках нет разрывов и резких перегибов функции; в-третьих, связь между числом узловых точек и степенью полинома отсутствует.

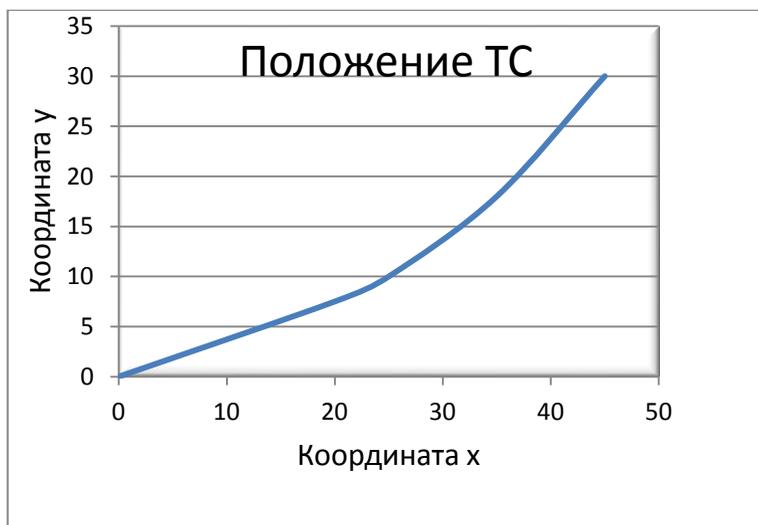
Нахождение коэффициентов кубического сплайна основано на получении трехдиагональной СЛАУ, которую принято решать методом прогонки.

В качестве примера рассмотрим задачу нахождения кубического сплайна по пяти экспериментальным точкам, отображенным в таблице 1 и на рисунке 1.

Таблица 1

Начальные данные (в м)

| | | | | | |
|-----------|---|-----|----|-----|----|
| t (сек) | 0 | 2,5 | 5 | 7,5 | 10 |
| x | 0 | 20 | 25 | 35 | 45 |
| y | 0 | 7,5 | 10 | 18 | 30 |

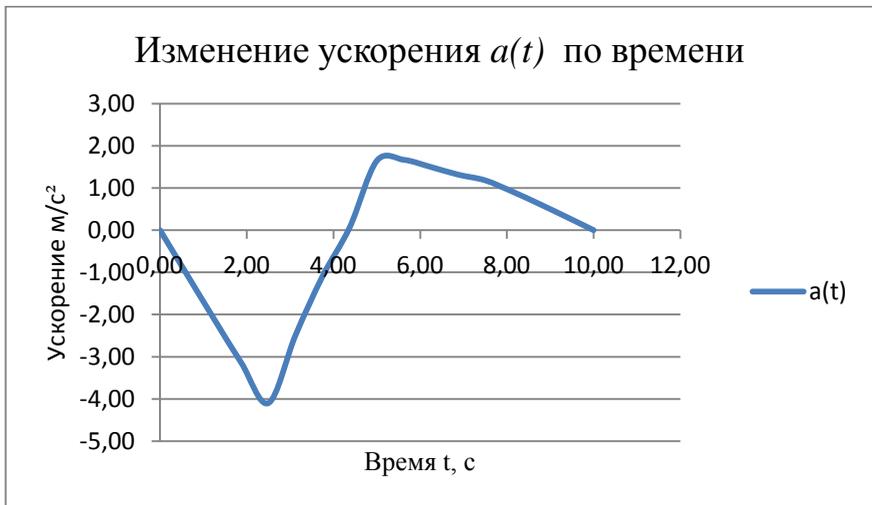
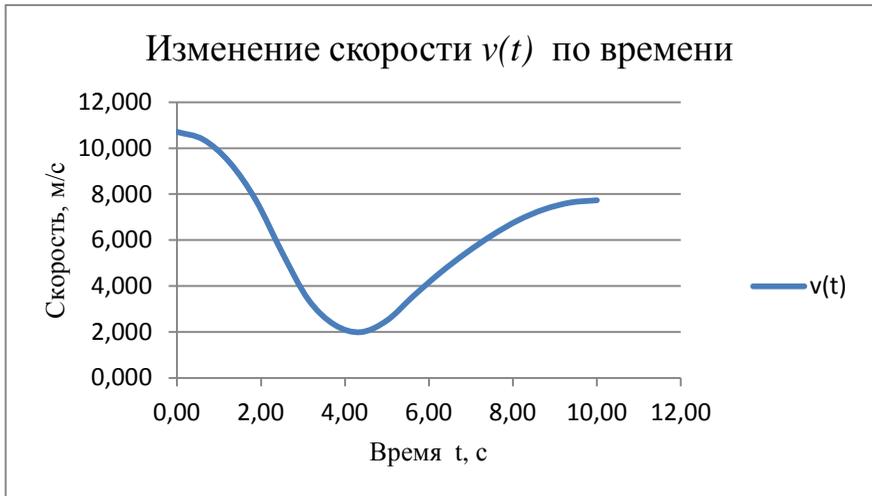


Приведенные данные имитируют торможение со скорости 60 км/ч почти до 0 и последующий разгон ТС до скорости 60 км/ч, что соответствует модели встраивания ТС в новый движущийся поток.

Расчитаны следующие кубические сплайны для координат x и y .

| Сплайн | $S_1(x)$ | $S_2(x)$ | $S_3(x)$ | $S_4(x)$ |
|--------|----------|----------|----------|----------|
| x^0 | 0,000 | - 10,714 | 52,143 | 32,857 |
| x^1 | 9,714 | 22,571 | - 15,143 | - 7,429 |
| x^2 | 0,000 | - 5,143 | 2,400 | 1,371 |
| x^3 | - 0,274 | 0,411 | - 0,091 | - 0,046 |
| Сплайн | $S_1(y)$ | $S_2(y)$ | $S_3(y)$ | $S_4(y)$ |
| y^0 | 0,000 | - 2,500 | - 2,500 | 65,000 |
| y^1 | 4,500 | 7,500 | 7,500 | - 19,500 |
| y^2 | 0,000 | - 1,200 | - 1,200 | 2,400 |
| y^3 | - 0,080 | 0,080 | 0,080 | - 0,080 |

Дифференцируя сплайны (как параметрические функции) 1 и 2 раза, получаем графики скоростей и ускорений.



Рассчитанные таблицы коэффициентов кубических сплайнов, а также диаграммы скоростей и ускорений движения полностью соответствуют физическим характеристикам изучаемого процесса движения и понятиям здравого смысла.

Из рассмотренного примера видно, что с помощью кубических сплайнов возможно изучение имитационных моделей движения ТС в различных постановках.