

УДК 621.311

**Особенности расчёта электрической сети нескольких номинальных напряжений методом Ньютона в форме небаланса мощностей с учетом поперечных проводимостей**

Острейко А.В.

Научный руководитель – ст. препод. ВОЛКОВ А.А.

Часто при расчете режимов электрических сетей требуется определить параметры режима при задании нагрузок в мощностях и напряжения в балансирующем узле. Для решения требуется решить систему нелинейных уравнений, для которой не существует точного решения. Расчет таких систем уравнений производится итерационными методами.

Метод Ньютона является наиболее универсальным из всех итерационных методов: он обладает наилучшей сходимостью, слабой зависимостью числа итераций от сложности сети. Именно этот метод широко используется в современных программных комплексах для расчета режимов, таких как RastrWin, MUSTANG, K&T и других.

В качестве примера рассчитаем сеть трех номинальных напряжений (рис. 1). Расчет будет проводиться с помощью системы компьютерной алгебры Mathcad.

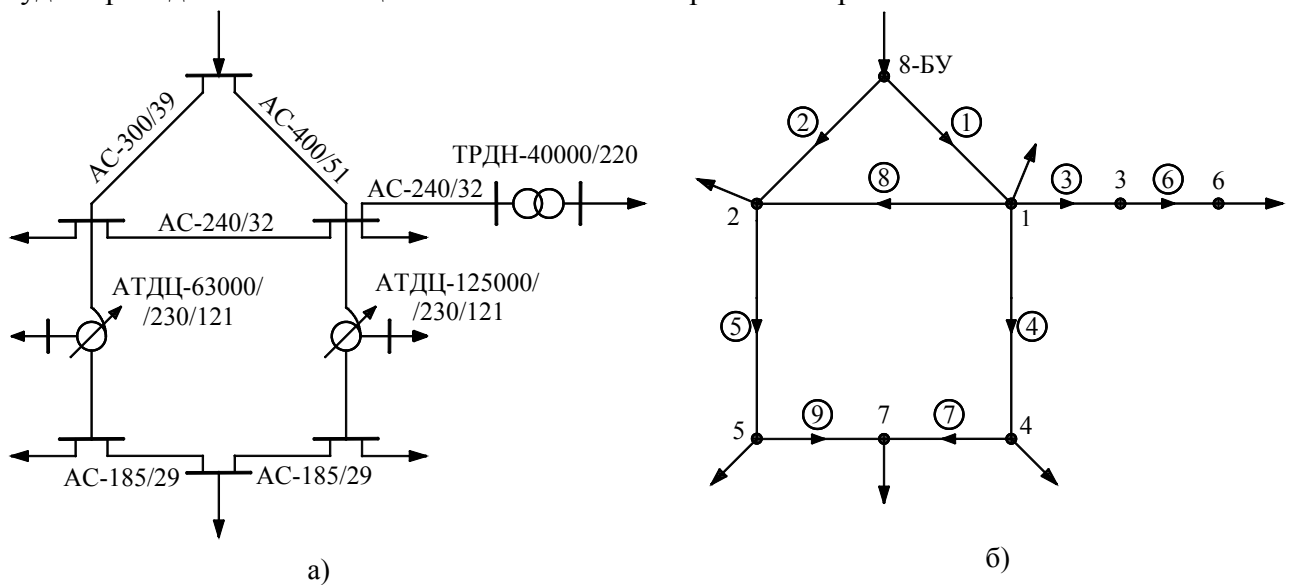


Рисунок 1 – Схема электрической сети  
а – принципиальная; б – граф схемы замещения

Исходные данные по ветвям представим в виде таблиц:

Таблица 1 – Исходные данные по ветвям сети

Участок сети	Номинальное напряжение	Марка провода или трансформатора	Длина ветви, км
8-1	220	АС-400/51	40
8-2	220	АС-300/39	60
1-2	220	АС-240/32	50
1-3	220	АС-240/32	75
1-4	230/121	АТДЦ-63000/230/121	-
2-5	23/121	АТДЦ-63000/230/121	-
4-7	110	АС-185/29	15
5-7	110	АС-185/29	15
3-6	230/11	ТРДН-40000/220	-

Таблица 2 – Исходные данные по узлам сети

№ узла	1	2	3	4	5	6	7
$P$ , МВт	-45	-50	0	-80	-25	-20	-40
$Q$ , Мвар	-22	-20	0	-32	-11	-14	20

Напряжение в балансирующем узле примем  $U_{\text{БУ}} = 240$  кВ. Далее необходимо рассчитать сопротивления ветвей и составить матрицу продольных сопротивлений и матрицу узловых проводимостей. Не будем описывать эти расчеты, они довольно подробно разобраны в [1]. Сосредоточимся на особенностях учета трансформаторных ветвей и поперечных проводимостей.

Для трансформаторных ветвей прежде всего необходимо привести сопротивления в матрице продольных сопротивлений:

$$Z_{\text{vi}} = k_{\text{ti}}^2 \cdot Z_{\text{ti}}, \tag{1}$$

где  $Z_{\text{ti}} = R_{\text{ti}} + j \cdot X_{\text{ti}}$  – расчетное сопротивление трансформатора, Ом. Берется из расчетных данных или рассчитывается по каталожным;

$k_{\text{ti}}$  – номинальный или действительный коэффициент трансформации трансформатора. Коэффициент трансформации берется в направлении ветви.

При наличии трансформаторных ветвей первая матрица инцидентий  $M$  в расчетах заменяется на приведенную  $M'$  [2, п. 1.4]. Это матрица размерностью  $n \times m$ , где  $n$  – число узлов сети, а  $m$  – число ветвей сети. В этой матрице значения элементов  $m'_{ij}$  определяются следующим образом:

$m_{ij} = 1$ , если узел  $i$  является начальной вершиной нетрансформаторной ветви  $i-j$ ;

$m_{ij} = k_{\text{ti}}$ , если узел  $i$  является начальной вершиной трансформаторной ветви  $i-j$ ;

$m_{ij} = -1$ , если узел  $i$  является конечной вершиной ветви  $i-j$ ;

$m_{ij} = 0$ , если узел  $i$  не является вершиной ветви  $i-j$ , т.е. не связан с ней.

Поперечные проводимости учитываются в диагональных элементах матрицы узловых проводимостей  $Y_y$ . Составление этой матрицы подробно описано в [1]. Для учета поперечных проводимостей нужно лишь скорректировать диагональные элементы:

$$Y_{yii} = Y_{yii} + G_{ii} + j \cdot B_{ii}, \tag{2}$$

где  $G_{ii}$  – суммарная активная проводимость ветвей при  $i$ -ом узле;

$B_{ii}$  – суммарная реактивная проводимость ветвей при  $i$ -ом узле. Причем при расчете в комплексных числах, например, индуктивная проводимость трансформаторов берется со знаком «-», а емкостная проводимость линий электропередач берется со знаком «+».

Т.е. учет поперечных проводимостей ветвей осуществляется переносом проводимостей в начале или конце ветвей в соответствующие узлы начала или конца ветви, где учитывается как шунт. При расчетах на ЭВМ для автоматизации расчетов могут использоваться конструкции, использующие специальные матрицы инцидентий. Например, введем специальную матрицу начал нетрансформаторных ветвей  $M_{\text{нв}}$ . Элементы этой матрицы  $m_{\text{нв}ij}$  принимают следующие значения :

$m_{\text{нв}ij} = 1$ , если узел  $i$  является начальной вершиной нетрансформаторной ветви  $i-j$ ;

$m_{\text{нв}ij} = 0$ , во всех остальных случаях.

Тогда учет поперечных проводимостей начал нетрансформаторных ветвей будет осуществляться по формуле:

$$Y_{yii} = Y_{yii} + M_{нв} \cdot \frac{dY_{н}}{2} \cdot M_{нв}^T, \quad (3)$$

где  $dY_{н}$  – диагональная матрица поперечных проводимостей ветвей.

Аналогичные операции можно провести для учета поперечных проводимостей концов нетрансформаторных ветвей, проводимостей начал трансформаторных ветвей и т.д.

После составления всех необходимых матриц конфигурации и параметров сети перейдем к расчету режима методом Ньютона в форме небаланса мощностей. Функция небаланса для  $i$ -ого узла выглядит следующим образом:

$$W_i(U_i) = U_i \cdot I_i^* - S_i, \quad (4)$$

где  $I_i^*$  – сопряженный вектор тока  $i$ -ого узла:

$$I_i = \sum_{j=1}^n (Y_{yij} \cdot U_j) + Y_{i-бу} \cdot U_{бу}, \quad (5)$$

Далее составляется вектор-функция небаланса мощностей в узлах. Матрица Якоби получается путем взятия производных по напряжению  $i$ -ого узла от каждой  $i$ -ой строки вектор-функции. В форме небаланса мощностей значения диагональных элементов равны:

$$J_{ij}(U_i) = Y_{yij}^* U_i, \quad (6)$$

а значения диагональных элементов определяются по формуле:

$$J_{ii}(U_i) = 2 \cdot Y_{yii}^* \operatorname{Re}(U_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (Y_{yij}^* U_j^*) + Y_{i-бу}^* U_{бу}^*, \quad (7)$$

Итерационный процесс происходит до тех пор, пока максимальное значение небаланса не станет меньше точности расчета. Значения напряжений на  $k$ -ой итерации рассчитываются по матричному выражению:

$$U^{(k+1)} = U^{(k)} - [J(U^{(k)})^{-1} \cdot W(U^{(k)})]^*, \quad (8)$$

а критерием окончания итерационного процесса будет неравенство:

$$\max [W(U^{(k+1)})] < \varepsilon, \quad (9)$$

где  $\varepsilon$  – точность расчета. Примем  $\varepsilon = 0,1$  МВт. Далее приведем результаты расчета в программе MathCad. Исходная информация по узлам нагрузки:

$$P = \begin{pmatrix} -45 \\ -50 \\ 0 \\ -80 \\ -25 \\ -20 \\ -40 \end{pmatrix} \text{ МВт}; Q = \begin{pmatrix} -22 \\ -20 \\ 0 \\ -32 \\ -11 \\ -14 \\ 20 \end{pmatrix} \text{ Мвар}; S = P + j \cdot Q = \begin{pmatrix} -45 - 22j \\ -50 - 20j \\ 0 \\ -80 - 32j \\ -25 - 11j \\ -20 - 14j \\ -40 + 20j \end{pmatrix} \text{ МВА.}$$

Матрицы продольных сопротивлений и поперечных проводимостей:

$$Z_B = \begin{pmatrix} 3 + 16.8j \\ 5.88 + 25.74j \\ 9.075 + 32.625j \\ 0.285 + 16.385j \\ 0.775 + 28.784j \\ 0.013 + 0.363j \\ 2.43 + 6.195j \\ 6.05 + 21.75j \\ 2.43 + 6.195j \end{pmatrix} \text{ Ом}; Y_{\Pi} = \begin{pmatrix} 108j \\ 158.4j \\ 195j \\ 0.93 - 6.508j \\ 1.343 - 12.913j \\ 3.512 - 7.438j \\ 41.25j \\ 130j \\ 41.25j \end{pmatrix} \cdot 10^{-6} \text{ См.}$$

Результирующая матрица узловых проводимостей

$$Y_y = \begin{pmatrix} 0.0304 - 0.1455j & -0.0119 + 0.0427j & -0.0079 + 0.0285j & -0.0006 + 0.0321j & 0 & 0 & 0 \\ -0.0119 + 0.0427j & 0.0206 - 0.0891j & 0 & 0 & -0.0005 + 0.0183j & 0 & 0 \\ -0.0079 + 0.0285j & 0 & 0.0081 - 0.0347j & 0 & 0 & -0.0046 + 0.1316j & 0 \\ -0.0006 + 0.0321j & 0 & 0 & 0.0559 - 0.2009j & 0 & 0 & -0.0549 + 0.1399j \\ 0 & -0.0005 + 0.0183j & 0 & 0 & 0.0558 - 0.1746j & 0 & -0.0549 + 0.1399j \\ 0 & 0 & -0.0046 + 0.1316j & 0 & 0 & 0.0971 - 2.7514j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0549 + 0.1399j & -0.0549 + 0.1399j & 0 & 0.1097 - 0.2798j \end{pmatrix}$$

Суммарная приведенная матрица инцидентий

$$M_{\Sigma} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0.526 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0.526 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0.048 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Алгоритм задания матрицы Якоби:

$$J(U) = \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots \text{rows}(U) \\ \text{for } j \in 1 \dots \text{rows}(U) \\ J_{i,j} \leftarrow \left( \sum_{j=1}^7 \left( \begin{cases} 2 \cdot \overline{Y}_{y_{i,j}} \cdot R(U_i) & \text{if } i = j \\ \overline{Y}_{y_{i,j}} \cdot \overline{U}_j & \text{otherwis} \end{cases} \right) + \overline{Y}_{\Sigma_{i,8}} \cdot \overline{U}_{BY} \text{ if } i = j \right) \\ \overline{Y}_{y_{i,j}} \cdot U_i \text{ otherwis} \end{cases}$$

Алгоритм итерационного процесса:

$$U = \begin{cases} \text{while } 1 \\ U^{(k+1)} \leftarrow U^{(k)} - \left( J(U^{(k)})^{-1} \cdot W(U^{(k)}) \right) \\ W \leftarrow \text{Re}(W(U^{(k+1)})) \\ W_{\max} \leftarrow \max(|W|) \\ \text{break if } W_{\max} < \varepsilon \\ k \leftarrow k + 1 \end{cases}$$

Результаты расчета напряжений на каждой итерации:

$$U = \begin{pmatrix} 220 & 236.452 - 13.892j & 233.407 - 10.182j & 234.155 - 10.521j & 234.086 - 10.467j & 234.096 - 10.476j & 234.095 - 10.475j & 234.095 - 10.475j \\ 220 & 236.504 - 13.7j & 233.559 - 10.164j & 234.262 - 10.458j & 234.199 - 10.414j & 234.209 - 10.421j & 234.207 - 10.42j & 234.207 - 10.42j \\ 220 & 234.057 - 16.926j & 230.741 - 12.235j & 231.7 - 12.851j & 231.599 - 12.741j & 231.616 - 12.76j & 231.613 - 12.756j & 231.613 - 12.757j \\ 110 & 122.394 - 22.377j & 117.507 - 17.381j & 118.97 - 17.77j & 118.841 - 17.706j & 118.86 - 17.715j & 118.857 - 17.714j & 118.858 - 17.714j \\ 110 & 123.277 - 21.865j & 118.413 - 17.116j & 119.832 - 17.423j & 119.708 - 17.369j & 119.726 - 17.377j & 119.724 - 17.376j & 119.724 - 17.376j \\ 10 & 10.697 - 1.601j & 10.405 - 1.153j & 10.511 - 1.231j & 10.496 - 1.215j & 10.499 - 1.218j & 10.498 - 1.217j & 10.498 - 1.217j \\ 110 & 122.972 - 23.481j & 117.798 - 18.49j & 119.341 - 18.835j & 119.206 - 18.776j & 119.226 - 18.784j & 119.223 - 18.783j & 119.223 - 18.783j \end{pmatrix}$$

Результаты расчета напряжении на последней итерации:

$$U_{\Sigma} = \begin{pmatrix} 234.1 - 10.47i \\ 234.21 - 10.42i \\ 231.61 - 12.76i \\ 118.86 - 17.71i \\ 119.72 - 17.38i \\ 10.5 - 1.22i \\ 119.22 - 18.78i \\ 240 \end{pmatrix}, \text{кВ}; \quad \vec{|U_{\Sigma}|} = \begin{pmatrix} 234.329 \\ 234.439 \\ 231.964 \\ 120.17 \\ 120.979 \\ 10.569 \\ 120.694 \\ 240 \end{pmatrix}, \text{кВ}; \quad \arg(U_{\Sigma}) = \begin{pmatrix} -2.56 \\ -2.55 \\ -3.15 \\ -8.48 \\ -8.26 \\ -6.61 \\ -8.95 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}.$$

Сравним полученные результаты с программой RastrWin:

Таблица 3 – Результаты расчета по узлам в программе RastrWin

Номер	Тип	Название	P_н	cos f	Q_н	P_г	Q_г	U_ном	V	Delta
1	Нагр		45,0		22,0			220	234,329	-2,56
2	Нагр		50,0		20,0			220	234,439	-2,55
3	Нагр							220	231,964	-3,15
4	Нагр		80,0		32,0			110	120,171	-8,48
5	Нагр		25,0		11,0			110	120,979	-8,26
6	Нагр		20,0		14,0			10	10,569	-6,61
7	Нагр		40,0		-20,0			110	120,695	-8,95
8	База					263,7	78,4	220	240,000	

Таблица 4 – Данные расчета по ЛЭП в программе RastrWin

N_нач	N_кон	Марка	L,км	R	X	B	SI_нач	SI_кон	dP	dV%
8	1	АС 400/51 (220)	40,0	3,00	16,80	-108,0	159.6+J52.	158.1+J50.	1,4893	2,58
8	2	АС 300/39 (220)	60,0	5,88	25,74	-158,4	104.1+J25.	102.9+J29.	1,1987	2,53
1	3	АС 240/32 (220)	75,0	9,08	32,63	-195,0	20.3+J6.1	20.3+J16.3	0,0899	1,07
4	7	АС 185/29 (110)	15,0	2,43	6,20	-41,2	13.5-J15.6	13.4-J15.2	0,0701	-0,48
1	2	АС 240/32 (220)	50,0	6,05	21,75	-130,0	0.9+J4.5	0.9-J2.6	0,0001	-0,05
5	7	АС 185/29 (110)	15,0	2,43	6,20	-41,3	26.7-J5.1	26.6-J4.8	0,1224	0,26

Таблица 5 – Данные расчета по трансформаторам в программе RastrWin

N_нач	N_кон	R	X	G	B	Kт/r	SI_нач	dP	dQ	P_ш	Q_ш
1	4	1,03	59,20	0,9	6,5	0,5261	93.7+J26.9	0,17768	10,212	0,0510	0,357
2	5	2,80	104,00	1,3	12,9	0,5261	52+J12	0,14361	5,334	0,0736	0,710
3	6	5,60	158,70	3,5	7,4	0,0478	20.3+J16.3	0,06834	1,937	0,1888	0,400

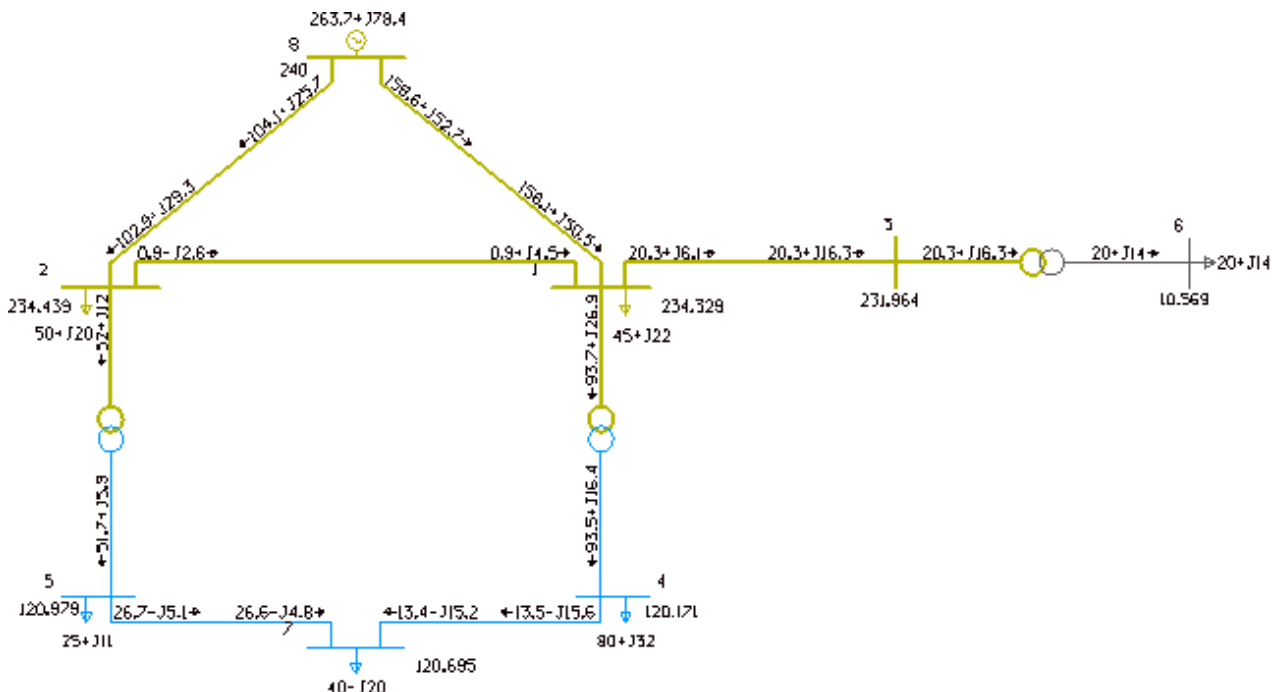


Рисунок 2 – Схема сети с нанесенными данными расчета в программе RastrWin

Как видно из сравнения, результаты расчета в MathCad и RastrWin совпадают.

В ходе данной работы был составлен и отлажен алгоритм расчета установившихся режимов электрических сетей нескольких номинальных напряжений методом Ньютона в форме небаланса мощностей. Помимо продольных сопротивлений линий и трансформаторов учтены поперечные проводимости, а также потери холостого хода в трансформаторах, что делает пригодным использование этого алгоритма для расчета реальных электрических сетей и систем.

### Литература

1. Шиманская Т.А. Применение матричных моделей для расчета и анализа режимов электрических сетей: методическое пособие по выполнению курсовой работы и изучению дисциплины «Математические модели в энергетике» для студентов специальности 1-43 01 02 «Электроэнергетические системы и сети». – Мн.: БНТУ, 2010.
2. Жуков Л.А., Стратан И.П. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем: Методы расчетов. – М.: Энергия, 1979.