УДК 621.771.63

Л. А. ИСАЕВИЧ, д-р техн. наук,
М. И. СИДОРЕНКО, канд. техн. наук,
Д. М. ИВАНИЦКИЙ, канд. техн. наук,
М. М. МАЛЕКИАН, А. В. МАЗУРЕНОК (БНТУ)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО УГЛА ПРИ ПРОДОЛЬНОЙ ПРОКАТКЕ ПОЛОС ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ С НАРАСТАЮЩИМ ОБЖАТИЕМ

Прокатка полос переменной толщины с нарастающим обжатием может осуществляться непрерывным изменением расстояния между двумя вращающимися валками (рис. 1) [1]. Благодаря этому изменяются геометрические размеры очага деформации, в том числе и критический угол.

Получение полос переменной толщины с указанными размерами требует вычисления критического угла на разных участках длины заготовки. Таким образом, знание мгновенного критического угла имеет большое значение не только в теории, но и в практике прокатки.

При выводе формулы для расчета мгновенного значения критического угла при продольной прокатке полосы переменной толщины в приводных валках равного диаметра с нарастающим обжатием рассмотрим схему на рис. 1. Примем, что контактные касательные напряжения по дуге касания постоянны и заданы условием Зибеля

$$\tau_x = f k, \tag{1}$$

где $k = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_т$ – пластическая постоянная; f – средний коэффициент контактного трения металла о валки.

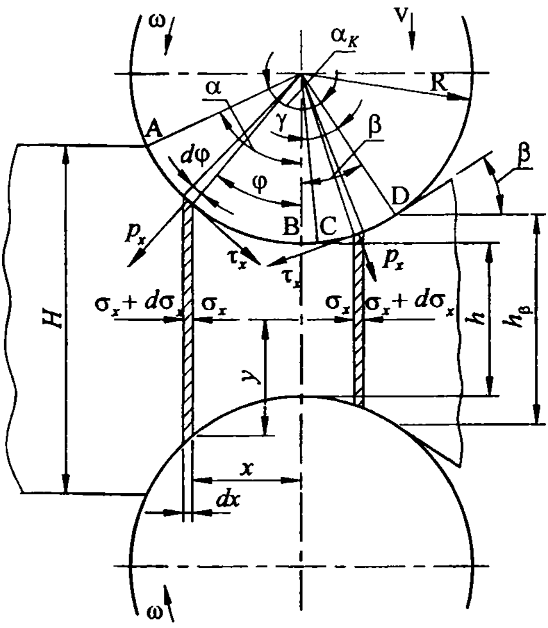

Рис. 1. Схема действия сил в очаге деформации при прокатке с нарастающим обжатием

Дифференциальное уравнение равновесия сил согласно Карману [2]

$$\frac{dp_x}{dx} - \frac{k}{y}\frac{dy}{dx} \pm \frac{\tau_x}{y} = 0, \tag{2}$$

где p_x – нормальное контактное напряжение по дуге касания металла с валком; x и y – текущие ординаты дуги касания.

Знак плюс перед τ_x относится к зоне отставания, а знак минус – к зоне опережения.

Если принять, что

$$dx = R\cos\varphi\, d\varphi; \quad y = 0{,}5\left[h + 2R\left(1-\cos\varphi\right)\right] \text{ и } \frac{dy}{dx} = \mathrm{tg}\varphi,$$

то уравнение (2) с учетом выражения (1) можно записать в виде

$$\frac{dp_\varphi}{R\cos\varphi\, d\varphi} - \frac{2k}{h + 2R(1-\cos\varphi)}(\mathrm{tg}\varphi \mp f) = 0 .$$

Отсюда

$$dp_\varphi = \frac{2kR}{h + 2R(1-\cos\varphi)}(\sin\varphi \mp f\cos\varphi)\, d\varphi \ , \qquad (3)$$

или после подстановки соотношения

$$1 - \cos\varphi = 2\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

получим

$$dp_\varphi = \frac{2k}{\dfrac{h}{R} + 4\sin^2\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)}(\sin\varphi \mp f\cos\varphi)\, d\varphi . \qquad (4)$$

Для участка *AB* зоны отставания и участка *CD* зоны опережения очага деформации

$$dp_\varphi = \frac{2k}{\dfrac{h}{R} + 4\sin^2\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)}(\sin\varphi - f\cos\varphi)\, d\varphi . \qquad (5)$$

Для участка *BC* зоны отставания при прокатке с нарастающим обжатием

$$dp_\varphi = \frac{2k}{\dfrac{h}{R} + 4\sin^2\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)}(\sin\varphi + f\cos\varphi)\, d\varphi . \qquad (6)$$

После интегрирования уравнений (5) и (6), а также постановки значений $\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \approx \left(\frac{\varphi}{2}\right)^2$ и $\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \approx \frac{\varphi}{2}$ получим:

для участка AB зоны отставания

$$p_\varphi = k\ln\left(\frac{h}{R} + \varphi^2\right) - \frac{2kf\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\varphi}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}\right) + kf\varphi + c_{\text{от}_1}; \quad (7)$$

для участка CD зоны опережения

$$p_\varphi = k\ln\left(\frac{h}{R} + \varphi^2\right) + kf\varphi - \frac{2kf\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\varphi}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}\right) + c_{\text{оп}_1}; \quad (8)$$

для участка BC зоны отставания

$$p_\varphi = k\ln\left(\frac{h}{R} + \varphi^2\right) - kf\varphi + \frac{2kf\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\varphi}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}\right) + c_{\text{от}_2}. \quad (9)$$

Постоянные интегрирования $c_{\text{от}_1}$ и $c_{\text{оп}_1}$ определяем из граничных условий, рассматривая процесс прокатки без натяжения полосы.

В точке A при $\varphi = \alpha_K - \beta$ получим $p_\varphi = 2k$, а в точке D при $\varphi = \beta$ тоже $p_\varphi = 2k$.

Подставив данные значения p_φ и φ в уравнения (7) и (8), запишем:

$$c_{\text{от}_1} = k\left\{2 - \ln\left(\frac{h}{R} + \alpha^2\right) + \frac{2f\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}\right) - f\alpha\right\};$$

$$c_{\text{оп}_1} = k\left\{2 - \ln\left(\frac{h}{R} + \beta^2\right) + \frac{2f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right) - f\beta\right\}.$$

После подстановки из последних выражений постоянных интегрирования $c_{\text{от}_1}$ и $c_{\text{оп}_1}$ в (7) и (8) получим уравнения для определения распределения нормальных контактных напряжений по дуге касания:

в зоне отставания на участке AB

$$p_\varphi = k\left\{2 + \frac{2f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left[\frac{\frac{1}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}(\alpha - \varphi)}{1 + \frac{\alpha\varphi}{4}\left(1 + 4\frac{R}{h}\right)}\right] - \ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \alpha^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2}\right) + f(\varphi - \alpha)\right\};(10)$$

в зоне опережения на участке CD

$$p_\varphi = k\left\{2 + \frac{2f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left[\frac{\frac{1}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}(\beta - \varphi)}{1 + \left(1 + 4\frac{R}{h}\right)\frac{\beta\varphi}{4}}\right] - \ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \varphi^2}\right) + f(\varphi - \beta)\right\},(11)$$

где β – центральный угол, определяющий положение сечения выхода раската из валков (угол клиновидности), рад.

Решая для точки B (при $\varphi = 0$) совместно уравнения (9) и (10), определяем постоянную интегрирования $c_{\text{от}_2}$:

$$c_{\text{от}_2} = k\left\{2 + \frac{2f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right) - \ln\left(\frac{h}{R} + \alpha^2\right) - f\alpha\right\}.$$

Тогда уравнение (9) для определения нормального контактного напряжения в зоне отставания на участке BC можно записать в следующем виде:

$$p_\varphi = k\left\{2+\frac{2f\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left[\frac{\frac{1}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}(\varphi+\alpha)}{1-\frac{\varphi\alpha}{4}\left(1+4\frac{R}{h}\right)}\right]-\ln\left(\frac{\frac{h}{R}+\alpha^2}{\frac{h}{R}+\varphi^2}\right)-f(\varphi+\alpha)\right\}. \quad (12)$$

Если сечение будет расположено слева от плоскости осей валков, то для участка CB, в данном случае находящегося в зоне опережения, дифференциальное уравнение прокатки (6) остается без изменения.

После интегрирования уравнения (6) запишем

$$p_\varphi = k\ln\left(\frac{h}{R}+\varphi^2\right)-kf\varphi+\frac{2kf\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{\varphi}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}\right)+c_{\text{оп}_2}. \quad (13)$$

Постоянную интегрирования $c_{\text{оп}_2}$ определяем после совместного решения уравнений (11) и (13) для точки B при $\varphi = 0$. В этом случае

$$c_{\text{оп}_2} = k\left\{2+\frac{2f\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}\beta\right)-\ln\left(\frac{h}{R}+\beta^2\right)-f\beta\right\}.$$

После подстановки значения $c_{\text{оп}_2}$ в (13) получим уравнение для определения нормального контактного напряжение по дуге касания в зоне опережения на участке CB

$$p_\varphi = k\{2+\frac{2f\left(1+2\frac{R}{h}\right)}{\sqrt{1+4\frac{R}{h}}}\operatorname{arctg}\left[\frac{\frac{1}{2}\sqrt{1+4\frac{R}{h}}(\beta+\varphi)}{1-\frac{\beta\varphi}{4}\left(1+4\frac{R}{h}\right)}\right]-\ln\left(\frac{\frac{h}{R}+\beta^2}{\frac{h}{R}+\varphi^2}\right)-f(\beta+\varphi)\}. \quad (14)$$

Мгновенный угол критического сечения, определяющий границу раздела между зоной опережения и зоной отставания, можно найти из условия, что в критическом сечении

$$p_{\text{оп}_\gamma} = p_{\text{от}_\gamma}.$$

Тогда из совместного решения уравнений (10) и (14) при $\varphi = \gamma - \beta$ или уравнений (11) и (12) при $\varphi = \beta - \gamma$ в зависимости от положения критического сечения относительно плоскости осей валков, после подстановки значений $\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi A}{2B}\right) \approx \frac{\varphi A}{2B}$; $\left(\frac{\varphi}{2}A\right)^2 \frac{\operatorname{tg}C}{B} \approx 0$,

где, в свою очередь:

$$A = \sqrt{1 + 4\frac{R}{h}};\ B = \left(1 + 2\frac{R}{h}\right);\ C = \frac{A}{4fB}\ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2}\right) +$$

$$+0,5\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha}{2}A\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{2}A\right)\right] + \frac{A}{4B}(\beta - \alpha),$$

получим уравнение

$$\gamma = \frac{1 + 2\frac{R}{h}}{\frac{R}{h}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}\operatorname{tg}\{\frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4f\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}\ln\left(\frac{\frac{h}{R} + \beta^2}{\frac{h}{R} + \alpha^2}\right) +$$

$$+0,5\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}\right)\right] + \frac{\sqrt{1 + 4\frac{R}{h}}}{4\left(1 + 2\frac{R}{h}\right)}(\beta - \alpha)\} + \beta \quad . (15)$$

Ограничиваясь первыми членами разложения функций tg, arctg и ln в ряд, из уравнения (15) получаем упрощенное выражение

$$\gamma = \frac{\alpha_K}{2}\left(1 - \frac{\alpha_K}{2f} + \frac{\beta}{f}\right). \qquad (16)$$

По полученным формулам (15) и (16) построены графики, представленные на рис. 2. Кроме того, при построении этих графиков использованы данные [3]. Из представленных графических зависимостй следует, что для разных углов β и коэфицентов контактного трения f при заданном отношении $R/h = 10$ с ростом угла контакта α_K значения критического угла γ вначале возрастают, а затем уменьшаются. Такие же зависимости имеют место и при продольной прокатке полос постоянний тольщины [2]. Для различных коэффициентов контактного трения формула (15) и данные [3] дают близкие результаты. Однако при величине коэффициента контактного трения, равной 0,5, и больших значениях угла контакта валков с металлом α_k наблюдается некоторое несоответствие между графиками, построенными по формулам (15), (16) и по данным [3].

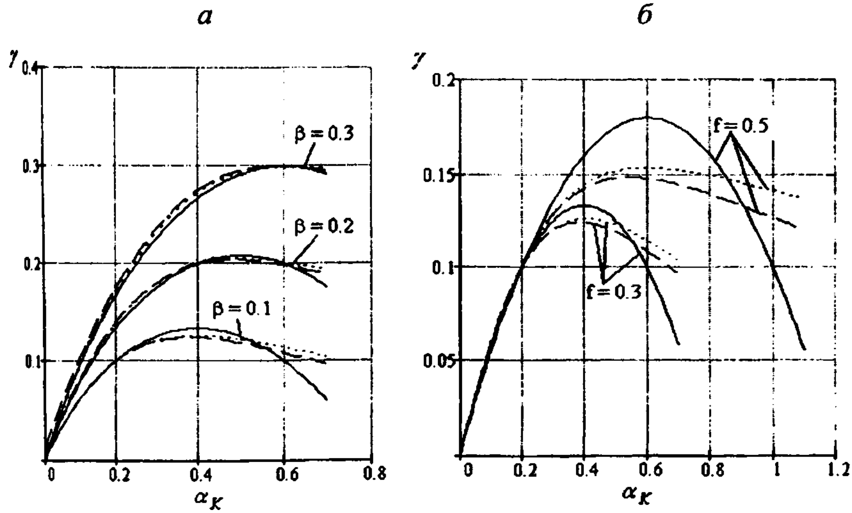

Рис. 2. Изменение мгновенного критического угла при прокатке с нарастающим обжатием в зависимости: *а* – от угла касания α_k и угла β, определяющего положение сечения выхода при коэффициенте трения $f = 0{,}3$ и $R/h = 10$; *б* – от угла касания α_K и коэффициента трения f при $R/h = 10$ и $\beta = 0{,}1$ по формулам (15) (– – – –), (16) (———) и по данным [3] (······)

Таким образом, использовать приближенную формулу (16) целесообразно в случае небольших значений коэффициента контактного трения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Данилов, В. Д.* Опережение при прокатке профилей переменного сечения / В. Д. Данилов // Известия вузов. Черная металлургия. – 1974. – № 1. – С. 82–86.

2. Теория продольной прокатки / А. И. Целиков [и др.]. – М.: Металлургия, 1980. – 319 с.

3. *Данилов, В. Д.* Критический угол при продольной прокатке профилей переменного сечения в приводных валках равного диаметра / В. Д. Данилов // Известия вузов. Черная металлургия. – 1974. – № 8. – С. 43–46.

УДК 620. 4539.37

И. В. КАЧАНОВ, д-р техн. наук, В. Н. ШАРИЙ (БНТУ)

РЕГИСТРАЦИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА УДАРНОГО ВЫДАВЛИВАНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ ИЗДЕЛИЙ С ПЛАКИРОВАНИЕМ ТОРЦА

Технология ударного выдавливания стержневых изделий с плакированием торца является новой и заключается в получении стержневых изделий (пуансонов, выталкивателей, прошивней, фрез, электродов, долбяков и т. д.) методом выдавливания металлов в конических матрицах со сваркой основы и плакирующего слоя на конечной стадии процесса за счет пластического истечения металлов в радиальную полость матрицы [1]. Высокая эффективность технологии обусловлена значительной экономией высоколегированных инструментальных сталей (до 95 %), а также возможностью обработки малопластичных и труднодеформируемых материалов с одновременным формированием в изделиях комплекса повышенных физико-механических и эксплуатационных свойств.

При ударном выдавливании наблюдается снижение сил контактного трения, улучшение теплового баланса и, как следствие, повышение пластичности деформируемого металла. Изделия, полученные в результате обработки таким методом, имеют плотную во-