К.Г. ЩЕТНИКОВИЧ, канд. техн. наук (Белорусский НТУ, г. Минск), e-mail: kazimir.sphere@tut.by

## Влияние осевой нагрузки на изменение условий скольжения при доводке шариков сборным инструментом

Описана конструкция инструмента для доводки шариков между соосно установленными нижним приводным диском и верхним неподвижным диском со встроенными концентрическими кольцами. Определены силы трения шарика о рабочие поверхности дисков и возможные положения мгновенной оси вращения шарика. Показаны преимущества процесса доводки шариков сборным инструментом по сравнению с обработкой традиционным инструментом.

**Ключевые слова:** шарики, хрупкие материалы, доводка, сборный инструмент, кинематика, силы сцепления и трения.

The tool design for finishing of spherules between coaxially installed lower driving dish and upper fixed one with built-in concentric rings has been described. The friction forces of the spherule on the dishes working surfaces and possible positions of instantaneous rotation axis of the spherule have been determined. The advantages of the spherules finishing by an assembly tool as compared with working by a traditional one have been shown.

**Keywords:** spherules, fragile material, finishing, assembly tool, kinematics, cohesive and friction forces.

Доводка стальных шариков осуществляется между двумя чугунными дисками в кольцевых канавках V-образного или радиусного профиля [1, 2]. Скорость проскальзывания шариков относительно рабочих поверхностей инструмента составляет незначительную часть от линейной скорости приводного диска, и ее величина изменяется по площадке контакта от нуля до некоторого максимального значения. Давление по площадкам контакта шарика с дисками также распределено неравномерно. Учитывая, что область максимального давления на площадке контакта не совпадает с областью максимального проскальзывания [3], интенсивность обработки шариков низкая, несмотря на высокую скорость вращения нижнего диска и большое усилие прижима верхнего диска.

Вследствие низкой скорости съема припуска операция доводки шариков является самой продолжительной в технологическом процессе их изготовления. Медленная переориентация шариков в пространстве при движении по кольцевой канавке и высокие контактные нагрузки создают значительные технологические трудности при обработке шариков из хрупких материалов. Необходимо отметить также, что длительная доводка стальных шаров в режиме качения приводит к передеформированию, охрупчиванию и усталостному разрушению поверхностного слоя. Опасность такого механизма съема металла [4] состоит в том, что процесс

периодического передеформирования и охрупчивания, запускаемый на финишной обработке, продолжается затем при эксплуатации. Формированию на поверхности шара дефектной зоны способствуют также высокие удельные нагрузки в области контакта с доводочными дисками [5]. Сокращение продолжительности обработки в результате увеличения скорости вращения инструмента повышает вероятность ухудшения качества поверхности шариков, так как число циклов передеформирования шариков остается тем же, а динамические нагрузки возрастают.

Интенсивность обработки можно повысить, если создать перемещение шариков по кольцевой канавке. Сборная конструкция инструмента для доводки шариков [6] позволяет реализовать четырехточечный контакт шарика с дисками, при котором имеет место скольжение шариков в зоне обработки. Данная работа посвящена теоретическому исследованию кинематики и динамики шариков при доводке между нижним приводным диском и верхним прижимным диском с установленными в его концентрических пазах кольцами.

Конструкция инструмента и кинематика шариков при доминирующей нагрузке на кольца. Особенностью инструмента для доводки шариков является сборная конструкция верхнего неподвижного прижимного диска со вставными кольцами (рис. 1). Обрабатываемые шарики 4 размещают в кольцевых выемках 2 нижнего диска 1. На торцевой поверхности верхнего диска 9 прорезаны концентричные пазы 8, по краям которых выполнены проточки 6 трапецеидального профиля. В пазах с зазором установлены кольца 7, имеющие на нижней торцевой поверхности конические фаски 3. На дне концен-

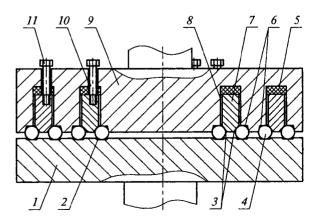


Рис. 1. Конструкция сборного инструмента для доводки шариков

тричных пазов закреплены упругие элементы 5, контактирующие с верхней торцевой поверхностью колец. Свойства и размеры упругих элементов выбирают в соответствии с необходимым давлением на шарики в процессе доводки. Болты 10 препятствуют вращению колец и удерживают их в пазах при подъеме верхнего прижимного диска.

Нагрузка на шарики складывается из осевой нагрузки  $P_s$ , прикладываемой к верхнему прижимному диску, и нагрузки  $P_m$  на неподвижные кольца, которая создается с помощью упругих элементов. Осевая нагрузка на шарики регулируется независимо от выбранной нагрузки на кольца. После включения привода вращения нижнего диска шарики перемещаются вдоль кольцевых дорожек, находясь в контакте с четырьмя поверхностями: горизонтальной поверхностью кольцевой выемки на нижнем диске, боковой и торцевой поверхностями проточки на верхнем диске и поверхностью конической фаски на кольце. Каждое кольцо базируется непосредственно на обрабатываемых шариках по двум поверхностям и в процессе доводки самоустанавливается соосно верхнему диску и параллельно нижнему. Шарик с инструментом контактирует в четырех несимметрично расположенных относительно его центра точках, поэтому неизбежно скольжение шарика по поверхности инструмента в одной из них. Независимая регулировка осевой нагрузки от нагрузки на кольца расширяет технологические возможности управления процессом доводки. Сборная конструкция верхнего неподвижного прижимного диска со вставными кольцами может быть применена и при элеваторной доводке шариков.

При нагрузке на кольца, намного превышающей нагрузку на прижимной диск, кинематика шариков (рис. 2) может быть рассмотрена из условия отсутствия проскальзывания в наиболее нагруженных точках A, B и K контакта с инструментом. Мгновенная ось абсолютного вращения шарика проходит через точки B и K контакта шарика с кольцом и неподвижным диском и составляет с горизонталью угол

$$\beta = (\alpha - \xi)/2,\tag{1}$$

где  $\alpha$  — угол конической фаски кольца;  $\xi$  — угол наклона боковой поверхности проточки прижимного диска.

Угловая скорость абсолютного вращения шарика составляет:

$$\omega = \frac{v_A}{AA_1} = \frac{\omega_{\pi}R}{r[\sin(\beta + \xi) + \cos\beta]},$$
 (2)

где  $\omega_{A}$ ,  $v_{A}$  — соответственно угловая и линейная скорости нижнего диска в точке A; r — радиус щарика.

Угол у наклона мгновенной оси относительного вращения шарика найдем, сравнивая проекции от-

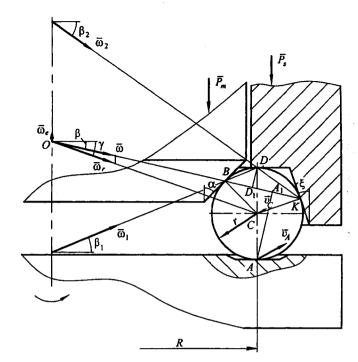


Рис. 2. Кинематическая схема для шарика в зоно обработки

резков OC и OK на вертикальную ось вращения инструмента:

$$tg\gamma = [(R + r\cos\xi)tg\beta + r\sin\xi]/R.$$
 (3)

Угловую скорость  $\omega_r$  относительного вращения шарика определим из равенства проекций векторов  $\varpi$  и  $\varpi_r$  на горизонтальную линию:

$$\omega_r = \omega \cos \beta / \cos \gamma. \tag{4}$$

Угловую скорость переносного вращения шарика рассчитываем по формуле

$$\omega_{\rho} = \omega r \sin(\beta + \xi) / R. \tag{5}$$

Скорость скольжения шарика относительно торцевой поверхности кольцевой проточки на неподвижном кольце зависит от расстояния точки D до мгновенной оси вращения шарика:

$$v_{sD} = \omega DD_1 = \omega r [\cos \beta - \sin(\beta + \xi)]. \tag{6}$$

Расчет скорости скольжения показывает, что ее величина более чем в 2,5 раза превышает максимальную скорость дифференциального проскальзывания при длине дуги контакта с инструментом, равной 0,3d, где d — диаметр шарика. Принимая во внимание, что при дифференциальном проскальзывании шариков на площадке контакта имеются точки, скорость проскальзывания в которых приближается к нулевому значению, скольжение шариков с высокой скоростью по торцевой поверхности проточки значительно повышает интенсивность обработки.

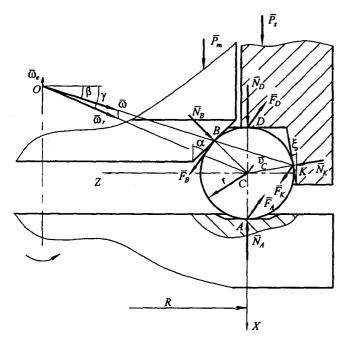


Рис. 3. Схема сил, действующих на шарик в зоне обработки

Определение сил сцепления шариков с инструментом при доминирующей нагрузке на кольца. В точках контакта с инструментом (рис. 3) на шарик действуют силы  $N_A$ ,  $N_B$ ,  $N_D$  и  $N_K$  нормального давления, вызванные нагрузкой на прижимной диск и кольца, а также касательные силы  $F_A$ ,  $F_B$ ,  $F_D$  и  $F_K$  сцепления и трения, вызванные вращением нижнего диска.

Каждое из колец давит конической поверхностью на шарик с силой  $N_B = P_m/\sin\alpha$ , где  $P_m$  — нагрузка на один шарик, создаваемая кольцом.

Нормальное давление шарика на нижний диск зависит от суммарной нагрузки на прижимной диск и кольца:

$$N_A = P_s + P_m + mg,$$

где  $P_s$  — осевая нагрузка на один шарик, создаваемая прижимным диском; m — масса шарика; g — ускорение свободного падения.

Шарик по кольцевой дорожке перемещается под действием силы  $F_A$  сцепления с нижним диском, а также сил сцепления с кольцом  $(F_B)$  и прижимным диском  $(F_K)$ . На шарик действует сила  $F_D$  трения скольжения о торцевую поверхность проточки прижимного диска, зависящая от силы  $N_D$  нормального давления.

Для определения неизвестных сил сцепления и давления необходимо составить уравнения движения шарика по кольцевой дорожке, образованной четырьмя рабочими поверхностями инструмента. Так как сила трения скольжения шарика по торцевой поверхности проточки на прижимном диске намного превышает силы трения качения, последние не учитывались при составлении уравнений движения шарика. Дифференциальные уравнения относи-

тельного движения шарика [3] запишем в системе координат XYZ, проходящих через его центр, проецируя действующие силы на соответствующие оси:

$$m\frac{\mathrm{d}v_{CX}}{\mathrm{d}t} = -N_A + N_B \sin\alpha + N_D + \frac{\mathrm{d}v_{CY}}{\mathrm{d}t} = -F_A + F_B - F_D + F_K = 0;$$

$$m\frac{\mathrm{d}v_{CY}}{\mathrm{d}t} = -F_A + F_B - F_D + F_K = 0;$$

$$m\frac{\mathrm{d}v_{CZ}}{\mathrm{d}t} = -N_B \cos\alpha + N_K \cos\xi = 0;$$

$$I\frac{\mathrm{d}\omega_{rX}}{\mathrm{d}t} = -F_B r \cos\alpha + F_K r \cos\xi = 0;$$

$$I\frac{\mathrm{d}\omega_{rY}}{\mathrm{d}t} = 0;$$

$$I\frac{\mathrm{d}\omega_{rY}}{\mathrm{d}t} = -F_A r - F_B r \sin\alpha + F_D r - F_K r \sin\xi = 0,$$

где I — момент инерции шарика;  $v_C$  — скорость центра шарика.

Первые три уравнения отображают движение центра масс шарика при установившемся перемещении, следующие три уравнения — вращение шарика вокруг его центра. При нагрузках на кольца, превышающих нагрузку на прижимной диск, шарик скользит по наименее нагруженной торцевой поверхности кольцевой проточки. Положение мгновенной оси вращения и другие кинематические характеристики шарика могут быть определены по формулам (1)—(6).

Нормальное давление шарика на торцевую и боковую поверхности кольцевой проточки найдем из первого и третьего дифференциальных уравнений системы (7):

$$N_D = \frac{P_s \sin \alpha \cos \xi - P_m \cos \alpha \sin \xi}{\sin \alpha \cos \xi}; \quad N_K = \frac{P_m \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \xi}.$$

Сила трения скольжения шарика о торцевую поверхность кольцевой проточки прижимного диска тогда составит:

$$F_D = f_s \frac{P_s \sin \alpha \cos \xi - P_m \cos \alpha \sin \xi}{\sin \alpha \cos \xi},$$

где  $f_s$  — коэффициент трения скольжения шарика о прижимной диск.

Силы сцепления шарика с инструментом определяются выражениями:

$$F_{B} = \frac{f_{s}(1+\cos\xi)(P_{s}\sin\alpha\cos\xi - P_{m}\cos\alpha\sin\xi)}{[(1+\tan\xi)\cos\alpha + (1+\sin\alpha)\cos\xi]\sin\alpha\cos\xi};$$

$$F_{K} = F_{B}\cos\alpha/\cos\xi;$$

$$F_{A} = F_{B} - F_{D} + F_{K}.$$
(8)

Сила трения скольжения шарика о торцевую поверхность кольцевой проточки прижимного диска значительно увеличивает силы сцепления по другим поверхностям контакта с инструментом. По мере увеличения осевой нагрузки на прижимной диск силы сцепления шарика с инструментом в точках *А*, *В* и *К* возрастают, но их максимальная величина ограничивается значением сил трения скольжения. Скольжение шарика начнется в той точке контакта, в которой величина силы сцепления раньше достигнет значения силы трения скольжения при данной силе нормального давления.

Анализ условий скольжения шарика в зоне обработки при повышенной осевой нагрузке. Сравнивая отношения сил сцепления к соответствующим силам нормального давления, находим, что в точке А оно намного меньше, чем в точках B и K, поэтому и скольжение будет наблюдаться в одной из этих точек. При появлении скольжения шарика по кольцу или боковой поверхности проточки изменяются условия его трения по торцевой поверхности проточки: трение скольжения в точке D переходит в трение качения. Мгновенная ось абсолютного вращения шарика изменяет свое положение и проходит через точку D на прижимном диске. Расчет показывает, что  $F_B/N_B = F_K/N_K$ . Следовательно, при повышенной осевой нагрузке скольжение шарика возможно как в точке B, так и в точке K. Ось абсолютного вращения шарика пройдет через точку D на прижимном диске (см. рис. 2), и ее положение может изменяться в широких пределах в зависимости от соотношения мгновенных значений сил  $F_B$  и  $F_K$ . Угол наклона оси вращения шарика

к горизонтали может изменяться от  $\beta_1 = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$ ,

когда она проходит через точку  $\emph{B}$ , до  $\beta_2=\frac{\pi}{4}-\frac{\xi}{2}$ ,

когда она проходит через точку К. Погрешности формы шарика и инструмента, вибрации при обработке, вызывая изменения условий контакта шарика с инструментом, способствуют постоянному изменению положения мгновенной оси абсолютного вращения шарика.

Сила трения скольжения шарика по конической поверхности кольца, изготовленного из одинакового с верхним диском материала,

$$F_B = f_S N_B = f_B P_m / \sin \alpha. \tag{9}$$

Сила трения скольжения в точке K составляет  $F_K = f_s N_K = f_s P_m / (\operatorname{tg} \alpha \cos \xi)$ .

Подставив выражение (9) в формулу (8), определим переходную осевую нагрузку  $P_{sl}$ , достаточную для скольжения шарика в точках B или K:

$$P_{sl} = P_m \frac{(1+\sin\alpha)\cos^2\xi + [(2+\cos\xi)\sin\xi + \cos\xi]\cos\alpha}{(1+\cos\xi)\sin\alpha\cos\xi}.$$
 (10)

Подставив значения геометрических параметров инструмента  $\alpha = 55^{\circ}$  и  $\xi = 10^{\circ}$ , получим величину переходной нагрузки  $P_{sl} = 1,64P_{m}$ .

Если кольца изготовить из материала с более высоким значением коэффициента трения, то при больших нагрузках на прижимной диск шарик будет скользить по боковой поверхности проточки и ось абсолютного вращения шарика пройдет через точки B и D под углом  $\beta_1$  к горизонтали. Величина переходной осевой нагрузки при этом не изменяется и рассчитывается по формуле (10). При выборе материала колец с меньшим значением коэффициента трения шарик будет скользить по конической фаске кольца, а ось абсолютного вращения шарика пройдет через точки D и K под углом  $\beta_2$  к горизонтали. Сила трения скольжения шарика по конической поверхности кольца в этом случае составит:  $F_B = f_m P_m / \sin \alpha$ , где  $f_m$  — коэффициент трения скольжения шарика о кольцо.

Подставив полученное выражение силы трения скольжения в формулу (8), определим переходную осевую нагрузку, достаточную для скольжения шарика по кольцу при известной нагрузке  $P_m$  на кольца:

$$P_{sl} = P_{m} \frac{f_{s}(1 + \cos\xi)\cos\alpha\sin\xi + f_{s}(1 + \cos\xi)\sin\alpha\cos\xi}{f_{s}(1 + \cos\xi)\sin\alpha\cos\xi}$$

$$\rightarrow \frac{f_{m}[(1 + \tan\xi)\cos\alpha + (1 + \sin\alpha)\cos\xi]\cos\xi}{f_{m}[(1 + \tan\xi)\cos\alpha + (1 + \sin\alpha)\cos\xi]\cos\xi}. \tag{11}$$

Из выражения (11) следует, что при уменьшении коэффициента трения  $f_m$  уменьшается осевая нагрузка, необходимая для скольжения шарика по конической поверхности кольца и изменения положения его мгновенной оси вращения.

Следовательно, в зависимости от давления инструмента и материалов верхнего диска и колец возможны три устойчивых положения мгновенной оси абсолютного вращения шарика. При малой осевой нагрузке по сравнению с нагрузкой на кольца ось вращения шарика проходит через точки контакта с конической поверхностью кольца и боковой поверхностью проточки. Увеличение осевой нагрузки свыше определенного значения вызывает поворот мгновенной оси вращения шарика вокруг точки B или точки K в зависимости от соотношения коэффициентов трения шарика о верхний диск и кольцо. В первом случае мгновенная ось абсолютного вращения шарика пройдет через точку В на кольце и точку D на торцевой поверхности проточки, а во втором случае займет другое положение, проходя через точки D и K. Если материал диска и колец одинаков, то при повышенной осевой нагрузке ось абсолютного вращения шарика пройдет через точку D и угол ее наклона к горизонтали может изменяться от  $\beta_1$  до  $\beta_2$ .

Значительные изменения положения мгновенной оси вращения шарика при изменении нагрузки

на верхний диск являются еще одним преимуществом инструмента со вставными кольцами по сравнению с традиционным. Под влиянием технологических вибраций непрерывно изменяется соотношение нагрузок на верхний диск и кольца, поэтому доводка шариков при осевой нагрузке, близкой к переходной, будет сопровождаться быстрой переориентацией шариков в пространстве. Указанное преимущество в сочетании с большой скоростью скольжения позволяет с высокой точностью обрабатывать сборным инструментом шарики из стали и материалов, доводка которых традиционным способом вызывает значительные технологические трудности: металлокерамики, магнитотвердых спеченных материалов, неметаллических хрупких материалов.

Доводка сборным инструментом сопровождается значительным возрастанием сил сцепления шариков с дисками, вследствие чего, наблюдается скольжение шариков по одной из рабочих поверхностей. Положение мгновенной оси вращения шарика зависит от материала инструмента и соотношения нагрузок на верхний диск и кольца. Приведенные кинематические характеристики движения шарика дают возможность рассчитать угловую и поступательную скорости шарика, а также скорость скольжения по рабочим поверхностям инструмента. Дифференциальные уравнения относи-

тельного движения шарика позволяют найти силы сцепления и трения шарика о диски. Быстрая переориентация шариков при перемещении по кольцевой дорожке в сочетании с высокой скоростью скольжения и низкими нагрузками контакта с инструментом обеспечивают высокую точность доводки шариков, изготовленных из сталей и различных хрупких материалов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. Олендер Л. А. Технология и оборудование шарикового производства. Минск: Вышэйшая школа, 1974. 336 с.
- 2. Олендер Л. А., Добрынин Ю. А. Совершенствование формообразования сферических поверхностей. Минск: БелНИИНТИ, 1980. 43 с.
- 3. **Филонов И. П.** Механика процессов обкатки. Минск: Наука и техника, 1985. 328 с.
- 4. **Куранов В. Г., Виноградов А. Н., Бузов А. В.** Оптимизация финишной обработки шаров прецизионных подшипников качения // Актуальные проблемы электронного приборостроения и машиностроения: сб. науч. ст. / Отв. ред. Т. В. Конюшкова. Саратов: СГТУ, 2002. С. 126—129.
- 5. **Куранов В. Г., Виноградов А. Н.** Явление "трибоцементации" в процессе финишной обработки шаров подшипников // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2007. № 8. С. 32—37.
- 6. Пат. 1250 Респ. Беларусь: МПК В 24 В 11/02. Устройство для обработки шариков.

УДК 621.86.078.66.001.573

А. А. ДОБРАЧЕВ, канд. техн. наук, Л. Т. РАЕВСКАЯ, канд. физ.-мат. наук, А. В. ШВЕЦ

(Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург), e-mail: razurala@mail.ru

## Математическое моделирование динамических реакций опор манипуляторной машины

Получены соотношения статических и динамических составляющих реакций опор манипулятора, исследованы зависимости динамической составляющей от угловой скорости, веса груза, угла наклона рукоятки, вычислены поправки к опрокидывающему моменту, вызванные динамической реакцией опор.

**Ключевые слова:** динамическая реакция, опоры, математическое моделирование, опрокидывающий момент.

The relations of static and dynamic components of the manipulator's poles response were obtained. Dependences of the dynamic component upon angular velocity, load weight, and grip inclination angle were studied, and the corrections to tilting moment, conditioned by dynamic poles response, were calculated.

**Keywords:** dynamic response, poles, mathematical modeling, tilting moment.

Сегодня в проектных работах широко используются информационные технологии (ИТ) и методы математического моделирования. Математическая мо-

дель — совокупность выражений (уравнения, неравенства, логические условия), описывающих существенные для проводимого исследования свойства объекта.

Вычислительные эксперименты с моделью сокращают время исследований и снижают их стоимость. Моделирование поведения объекта в различных ситуациях, в том числе и экстремальных, может стать основой проектных решений [1—3].

Последовательность математического моделирования:

1. Постановка задачи:

формулирование цели исследования;

схематизация объекта, т. е. принятие допущений и определение существенных для данного исследования свойств объекта;

выбор переменных, определение параметров модели.

- 2. Математическая формулировка задачи запись выражений для каждого блока математической модели и выражений, определяющих связи между блоками.
- 3. Разработка алгоритма. Использование ИТ для реализации