

ДЕФОРМАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ И ОЦЕНКА КАЧЕСТВА СПОРТИВНЫХ ЛЫЖ ИЗ СЛОИСТЫХ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ

¹Шилько С.В., ¹Рябченко Т.В., ¹Петроковец Е.М., ¹Черноус Д.А., ²Целуева С.Н.

¹Государственное научное учреждение «Институт механики металлополимерных систем имени В.А. Белого Национальной академии наук Беларуси», Гомель, Беларусь

²УО «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», Гомель, Беларусь

Введение. Технические характеристики спортивного снаряжения во многом определяют результативность тренировок спортсменов и их выступлений на соревнованиях, а также коммерческие преимущества соответствующих товаров для массового использования. При обилии публикаций в области биомеханики и эргономики [1] единичными являются исследования по формулировке критериев оптимального проектирования технических средств для физкультуры и спорта [2]. В частности, имеет место весьма субъективная оценка качества спортивных лыж, что мотивирует выработку достаточно строгого обобщенного критерия оптимальности указанных изделий, учитывающего наиболее значимые факторы.

Оптимально спроектированная лыжа рассматривается авторами как бионически адекватная структура, физико-механические характеристики которой соответствуют индивидуальным антропометрическим, силовым и энергетическим возможностям пользователя (спортсмена).

Целью исследования является анализ изгибной жесткости спортивной лыжи из полимерных композиционных материалов, как одной из важнейших характеристик ее бионической адекватности.

Анализ нагружения, деформирования и движения лыжи. Конструкция и материалы. Потребительские качества спортивных лыж во многом определяются их деформационными характеристиками. Сам принцип функционирования лыжи как средства передвижения реализуется при определенной изгибной жесткости, обеспечивающей подвижность зон опирания и «механическое переключение» режима трения (чередование этапов сцепления и скольжения), схематически показанного на рис. 1. В ненагруженном состоянии зоны опирания лыжи вблизи носка и задника относительно малы. Эти зоны увеличиваются при действии нагрузки (веса человека), примерно поровну распределенной по обеим лыжам, так что на каждую из них действует нормальное усилие $P_{st} = 0,5P_s$, где P_s – вес спортсмена. На этапе толчка при действии суммарной (статической и динамической) нагрузки P_{sum} в момент кратковременной остановки лыжи протяженность зон опирания значительно возрастает, что обеспечивает сцепление со снежным основанием и реализацию максимального значения силы трения покоя. После частичной разгрузки лыжи до статического значения P_{st} , сила трения уменьшается и, благодаря накопленной на стадии толчка кинетической энергии, начинается скольжение.

Отсюда следует, что изгибная жесткость и линия прогиба лыжи определяют пространственное распределение зон ее контакта с основанием, изменение силы трения во времени и, соответственно, энергозатраты и управляемость в процессе движения.

Ранее основным материалом лыжи служила древесина, обладающая достаточно высокой прочностью, являясь при этом экологически безупречным и возобновляемым сырьем. Однако конкурентоспособность деревянных лыж ограничена повышенной массой и инерционностью, невысокой прочностью тонких концевых частей (носка и задника), нестабильным и довольно высоким коэффициентом трения. Общей тенденци-

ей в производстве массовых спортивных лыж стало применение несущих конструктивных элементов из направленно-армированных полимерных композитов (слоев) с наполнителем в виде недорогой и доступной стеклоткани. Эффективным является размещение направленно-армированного слоя на нижней и верхней поверхности внутренней части (сердечника) лыжи для восприятия достаточно высоких растягивающих и сжимающих напряжений, возникающих при изгибе. Во многих случаях сердечник лыжи по-прежнему изготавливается из древесных материалов, обладающих рядом вышеуказанных достоинств при относительно низкой стоимости, но с модификациями, направленными на снижение массы (фрезерование пазов, формирование сотовой структуры и т. д.).

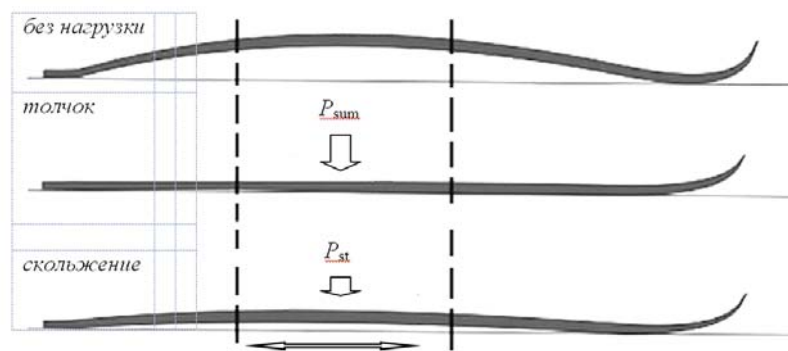


Рис. 1. Схема функционирования лыжи с подвижными границами зон контакта

Таким образом, с позиций механики композитов современные спортивные лыжи представляют собой многослойный «сэндвич» (рис. 2). Относительно тонкие, но весьма жесткие армирующие слои высокомодульного направленно-армированного стеклопластика 1 дистанцированы толстым промежуточным слоем легкого (сотового или микропористого) заполнителя 2. При изгибе «сэндвича» армирующие слои «работают» на растяжение и сжатие и, тем самым, при небольшой массе композитной лыжи обеспечивают ее высокую жесткость и прочность при изгибе. Дополнительный вклад в изгибную жесткость лыжи вносит слой скольжения из антифрикционного полимерного материала 3 и декоративное покрытие 4.

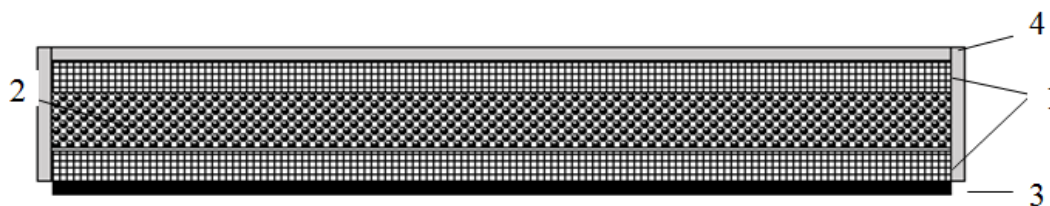


Рис. 2. Поперечное сечение композитной лыжи:

1 – армирующие слои; 2 – сердечник;

3 – слой скольжения; 4 – декоративное покрытие

Следовательно, лыжи представляют собой геометрически сложные композитные конструкции с выраженным градиентом упругих и прочностных характеристик по толщине. Регулирование модулей упругости материала и толщины слоев позволяет добиться изгибной жесткости лыжи, обеспечивающей наилучшее выполнение движительной функции за счет оптимального распределения зон опирания во времени при толчке и последующем скольжении (рис. 1).

Оптимальные размеры и размещение конструктивных композитных элементов могут быть найдены из механических испытаний образцов лыж и проектировочных расчетов.

Методы исследования. Для изучения деформационно-прочностных свойств спортивных лыж авторами применялись статические механические испытания, аналитические и численные методы решения задач теории упругости о деформировании слоистых стержней и пластин из изотропных и анизотропных материалов. Общая схема исследований показана на рис. 3. В настоящей публикации изложены результаты статических механических испытаний по определению изгибной жесткости и линии прогиба спортивных лыж известных производителей. Выполнялись также испытания и расчеты призматических фрагментов разрабатываемых композитных лыж в виде слоистых «сэндвичей» из различных материалов (полиэтилена, стеклопластика, древесины, пенополистирола) в условиях трехточечного изгиба с базой (расстоянием между опорами) 205 и 600 мм.

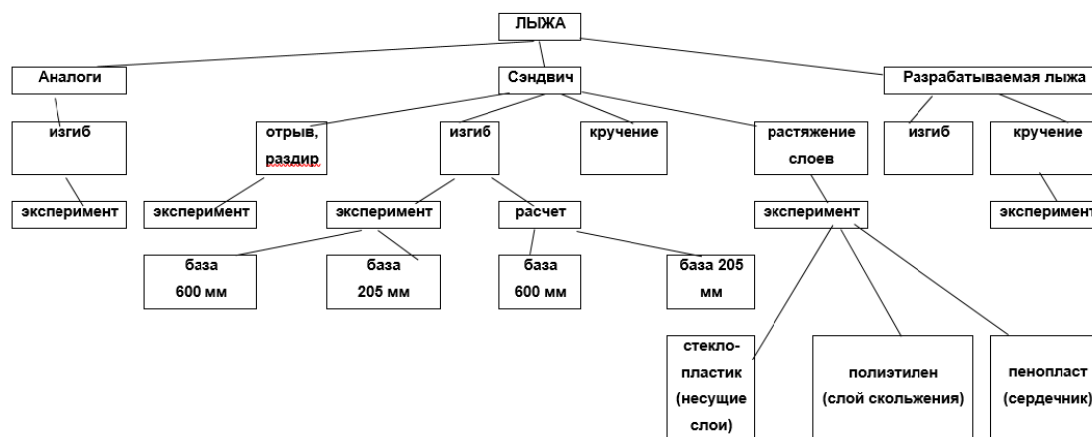


Рис. 3. Схема экспериментальных и расчетных исследования лыжи и ее фрагментов

Определение деформационных характеристик при изгибе пластиковых лыж известных производителей. На начальном этапе исследования определяли изгибную жесткость и линию прогиба существующих массовых спортивных лыж. По соответствующим стандартам [3, 4] на машине Инстрон 5567, оснащенной специальным приспособлением, были проведены статические механические испытания массовых спортивно-беговых лыж в условиях трехточечного изгиба (рис. 4).



Рис. 4. Размещение спортивной лыжи при испытании на изгиб

На поверхность лыжи в центре тяжести прикладывалась вертикальная нагрузка 30 Н и производилось измерение вертикальных перемещений в 19-ти равноудаленных точках по всей длине лыжи. Линии прогиба трех импортных аналогов (Fisher LS Combi (а), Brados Pro Skate (б), Active Classic STC) показаны на рис. 5.

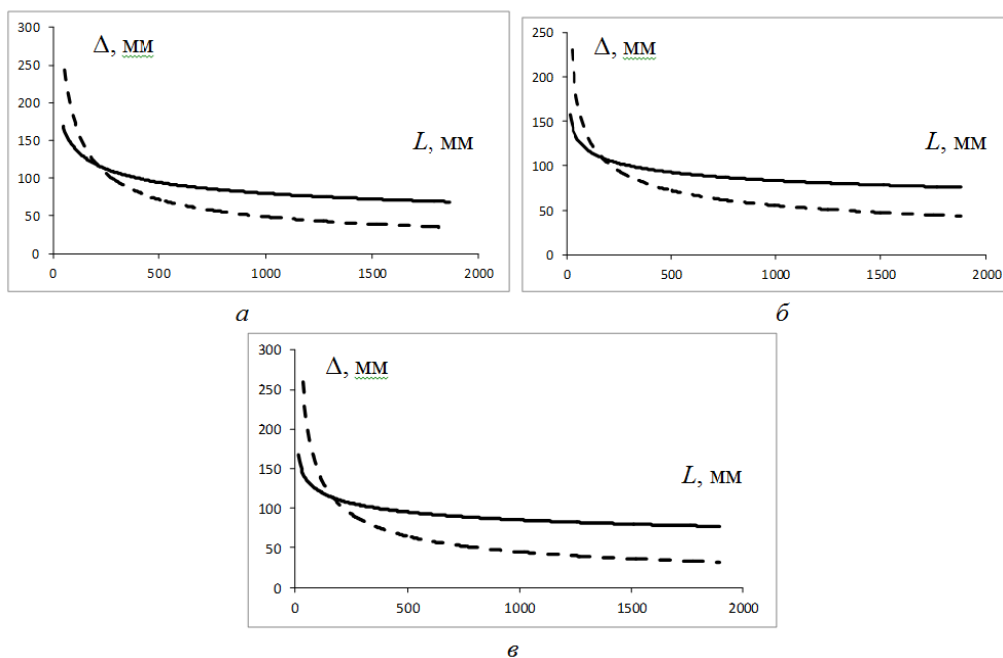


Рис. 5. Координаты профиля лыж до (прямая линия) и после (пунктирная линия) приложения нагрузки: лыжа Fisher LS Combi (а), Brados Pro Skate (б), Active Classic STC (в)

Механические испытания материалов разрабатываемой лыжи. В условиях трехточечного изгиба на машине Инстрон 5567 (рис. 6) по стандартам [5, 6] были также испытаны призматические фрагменты пластиковых лыж в виде «сэндвичей» из различных материалов, включая полиэтилен (ПЭ), стеклопластик (С) и пенополистирол (П).



Рис. 6. Измерение прогиба трехслойного ПЭ-С-П образца от усилия, примененного в центре при верхнем положении антифрикционного слоя полиэтилена

На рис. 7 показаны полученные практически линейные экспериментальные зависимости силы от прогиба для четырех- и трехслойных образцов (выполнялось по 3 нагружения каждого образца), позволяющие определить их жесткость $H = F/\Delta$.

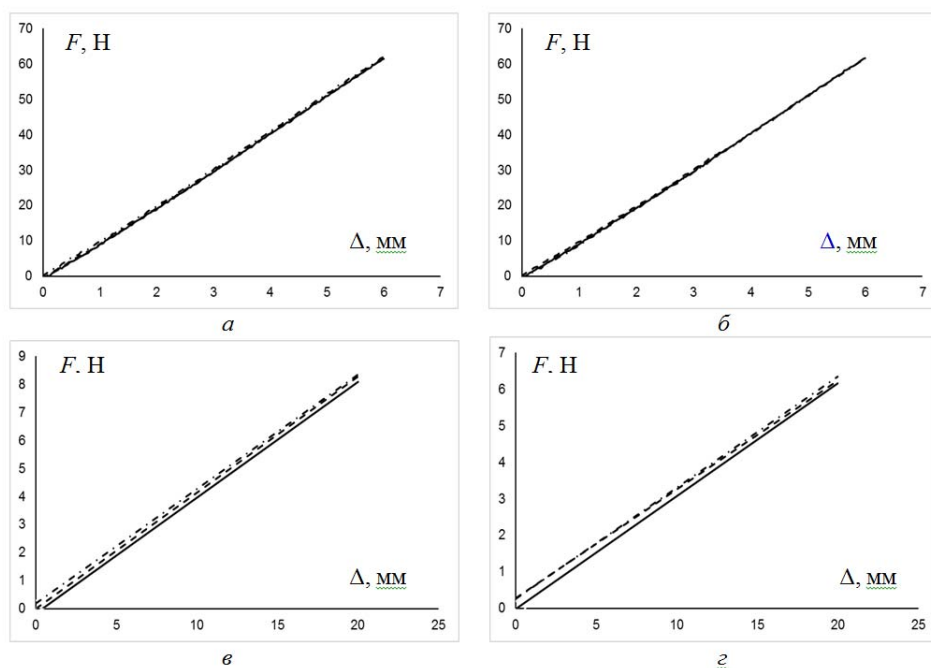


Рис. 7. Зависимости прогиба от усилия, приложенного в центре четырехслойного ПЭ-С-П-С образца при верхнем положении антифрикционного слоя полиэтилена (а) и его нижнем положении (б), трехслойного ПЭ-С-П образца при верхнем положении антифрикционного слоя полиэтилена (в) и его нижнем положении (г)

Можно заметить, что деформации всех «сэндвичей» являются упругими, а изгибная жесткость четырехслойного образца превышает жесткость трехслойного образца почти на порядок. Установлено также, что по этому параметру четырехслойный вариант сопоставим с аналогичным по размерам фрагментом лыжи из древесины. Расположение образца на опорах (антифрикционный слой вверху или внизу) незначительно влияет на величину изгибной жесткости образцов.

Расчетное определение изгибных перемещений. Помимо статических испытаний, позволивших экспериментально определить изгибную жесткость H слоистых фрагментов лыжи, практический интерес представляет оптимизация их структурных параметров с использованием аналитических и конечноэлементных расчетов.

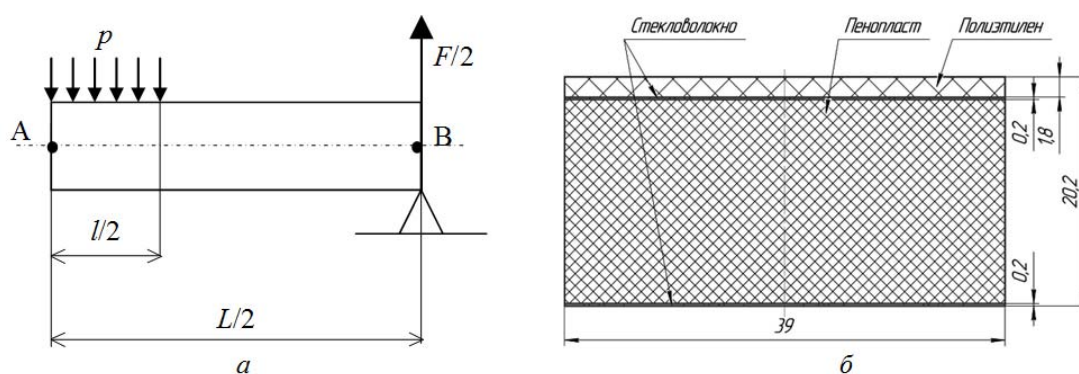


Рис. 8. Расчетная схема изгиба (а) и размеры поперечного сечения (б) четырехслойной балки

В качестве примера рассматривался изгиб четырехслойной балки «полиэтилен-стеклопластик-пенополистирол-стеклопластик», размещенной на двух опорах, под действием давления p , равномерно распределенного в средней части верхней поверхности (на рис. 8 показана правая половина симметричной конструкции).

В точке A вследствие симметрии нагрузки относительно середины балки угол поворота поперечного сечения равен нулю. В точке B равен нулю изгибающий момент. Используя стандартные соотношения сопротивления материалов [7], для относительного смещения точек A и B получим

$$u = u_F - u_p = \frac{1}{3EJ} \left(\frac{F}{2} \right) \left(\frac{L}{2} \right)^3 - \frac{pb}{EJ} \left(\frac{l}{2} \right)^3 \left[\frac{1}{8} \frac{l}{2} + \frac{1}{6} \left(\frac{L}{2} - \frac{l}{2} \right) \right]$$

Здесь u_F , u_p – относительные смещения, вызванные силой $F/2$ и давлением p соответственно; E , J – эффективные значения модуля Юнга и момента инерции поперечного сечения балки, произведение которых связано с эффективной изгибной жесткостью.

Рассмотрим трехточечный изгиб однородного линейно упругого стержня с моментом инерции поперечного сечения J_0 . Механические свойства материала стержня характеризуются модулем Юнга E_0 . Расстояние между опорами L_0 . Изгибная жесткость такого стержня, равная отношению вертикальной силы, приложенной в средней точке, к максимальному прогибу, будет определяться соотношением

$$H_0 = \frac{F}{u} = \frac{48E_0J_0}{L_0^3} \quad (1)$$

По аналогии с характеристиками однородного стержня E_0 и J_0 , введем соответствующие эффективные характеристики слоистого стержня E , J для которых выполняется соотношение

$$EJ = \frac{1}{48} HL^3 \quad (2)$$

В последнем равенстве изгибная жесткость образца H определяется экспериментально при испытаниях на трехточечный изгиб или вычисляется аналитически по формулам (1) и (2).

Используя соотношения (1) и (2), для максимального прогиба при действии распределенной нагрузки получим

$$u = \frac{F}{8H} (8 - 4q^2 + q^3) \quad (3)$$

$q = l/L$ – отношение длины зоны нагружения к расстоянию между опорами L .

На рис. 9 и в табл. 1 выполнено сопоставление результатов расчета по формуле (3) с оценками, полученными методом конечных элементов в программном продукте ANSYS при различном уровне дискретизации. Расстояние между опорами $L = 60$ см. Давление p равномерно распределено по ширине балки $b = 39$ мм. Длина участка нагружения l варьировалась от нуля (сосредоточенная сила) до L . При этом давление p корректировалось по условию сохранения величины нагрузки $F = pbl$.

Были заданы следующие значения характеристик упругости и толщины слоев: стеклопластик $E = 22,0$ ГПа, $\nu = 0,2$, $h = 0,2$ мм; пенополистирол $E = 28,1$ МПа, $\nu = 0,05$, $h = 18$ мм; полиэтилен $E = 400$ МПа, $\nu = 0,45$, $h = 1,8$ мм. Определялся максимальный прогиб балки в зависимости от значений F и l .

Можно отметить, что аналитическое решение (3) с приемлемой точностью соответствует конечноэлементному моделированию (расхождение результатов не превышает 12 %). Несколько заниженные значения перемещения обусловлены использованием при выводе соотношения (3) допущений элементарной теории изгиба.

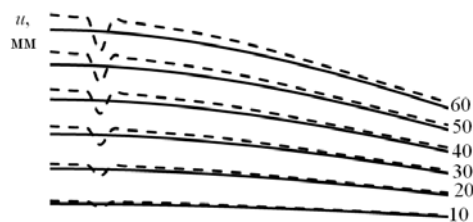


Рис. 9. Зависимость прогиба четырехслойной балки от относительной длины участка нагружения. Сплошные кривые – соотношение (3); пунктирные – метод конечных элементов. Числа у кривых соответствуют значению силы, H

Таблица 1 – Результаты расчета четырехслойной конструкции «полиэтилен-стеклопластик-пенопласт-стеклопластик»

F, H	Максимальная величина прогиба балки для размера ячейки сетки, мм				
	1	2	5	10	15
10	1,703	1,7	1,7	1,703	1,72
20	3,407	3,4	3,4	3,406	3,439
30	5,11	5,1	5,1	5,109	5,159
40	6,813	6,8	6,8	6,812	6,878
50	8,516	8,498	8,5	8,516	8,598
60	10,22	10,197	10,201	10,219	10,318

Можно видеть, что увеличение размера ячеек сетки дискретизации от 1 до 10 мм не влияет на коэффициент жесткости, значение которого составляет 5,8 Н/мм.

В таблице 2 сопоставлены значения прогибов всех испытанных образцов, полученные расчетными методами с экспериментальными значениями. Конечноэлементное моделирование контактных деформаций, возникающих при действии клинового индентора при испытании на трехточечный изгиб), не приводит к существенному повышению точности расчета перемещений.

Таблица 2 – Значения прогиба, от величины нормальной нагрузки, мм

F, H	Эксп.	Плоская деформация		Плоское напряженное состояние		3D	Аналит. решение
		1	2	1	2		
1	2,5	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,1
2	5,0	4,2	4,2	4,2	4,2	4,4	4,2
3	7,5	6,3	6,3	6,4	6,3	6,5	6,3
4	10,0	8,3	8,3	8,5	8,5	8,7	8,4
5	12,5	10,4	10,4	10,6	10,6	10,9	10,5
6	14,2	12,5	12,5	12,7	12,7	13,1	12,6

Э – эксперимент, 1 – сосредоточенная сила, 2 – учет контактных деформаций.

Таким образом, упрощающие предположения о состоянии плоской деформации или плоского напряженного состояния, а также изотропии армирующих слоев приводят к завышенной оценке изгибной жесткости. Так, экспериментальному значению изгибной жесткости трехслойного образца «полиэтилен – стеклопластик – пенопласт»

$H_{\text{exp}} = 0,4$ Н/мм соответствует расчетное значение $H_{\text{anal}} = 0,443$ Н/мм, найденное по формуле (1).

Заключение. Проведенные статические механические испытания на трехточечный изгиб показали, что деформационно-прочностные расчеты спортивных лыж в первом приближении могут базироваться на упрощенных (одномерных и двумерных) аналитических и конечноэлементных моделях трехслойных и четырехслойных «сэндвичей» с постоянной толщиной слоев в предположении изотропии и линейной упругости материалов. Для уточненного расчета изгибной жесткости спортивной лыжи следует использовать трехмерные конечноэлементные модели, описывающие упругую анизотропию несущих слоев и сложную геометрическую форму конструкции. При оптимизации конструкции рассматриваемого спортивного снаряжения следует использовать комплексный критерий бионической адекватности, включающий как деформационно-прочностные, трибологические, массогабаритные и транспортно-энергетические параметры лыж, так и антропометрические и скоростно-силовые показатели спортсмена.

Благодарности. Работа выполнена по заданию ПМТ 6.09 и при поддержке БРФФИ (Т18КОРГ-004).

ЛИТЕРАТУРА

1. Норман, Д.А. *Дизайн вещей будущего* /Д.А. Норман Пер. с англ. – М.: Strelka Press, 2013. – 224 с.
2. Jinsu Gim, I. *Quantification and Design of Jumping-Ski Characteristics // Proc. of the Inst. of Mech. Eng., Part P: J. of Sports Eng. and Technology.* – 2018. – Vol. 232, №. 2. – P. 150–159.
3. *ГОСТ 30045-93 Лыжи спортивно-беговые. Методы испытаний.* – М.: Издательство стандартов, 1990. – 12 с.
4. *ГОСТ 17043-90. Лыжи. Технические условия.* М.: Издательство стандартов, 1990. – 21 с.
5. *ASTM D 3039/D 3039M-08. Standard Test Method for Polymer Matrix Composite Materials.* – 2008. – 13 p.
6. *ГОСТ 25.604-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания на изгиб при нормальной, повышенной пониженной температурах.* – М.: Стандартинформ. – 2005. – 17 с.
7. *An Introduction to Sandwich Construction / Edited by Professor Dan Zenkert.* – London, Chameleon Press. – 1995. – 277 p.
8. *Старовойтов, Э.И. Механика материалов / Э.И. Старовойтов – Гомель: БелГУТ, 2011. – 380 с.*