УДК 539.3

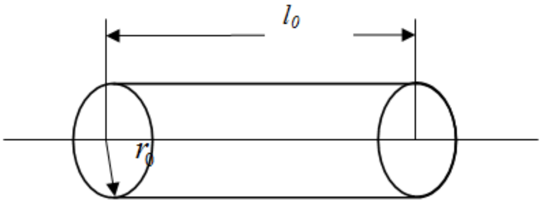
О ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ К ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ

Гончарова С.В., Акимов В.А., Якубовский Д.С.
Белорусский национальный технический университет

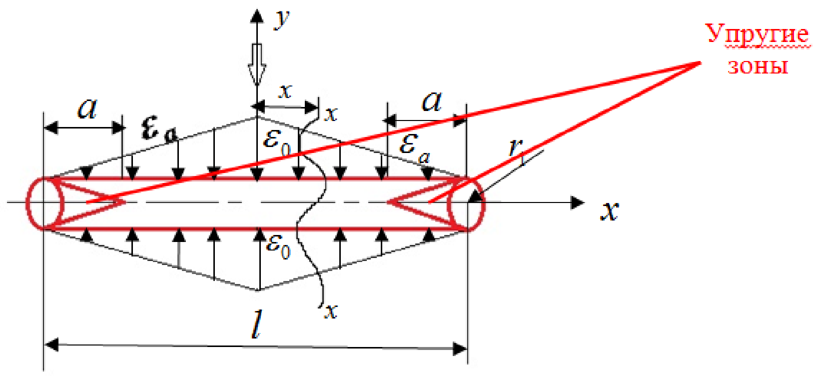
Изучение структуры пластических материалов, находящихся в деформированном состоянии показывает, что остаточные деформации обязаны своим появлением сдвигом в кристаллической решетке отдельных кристаллов, из которых состоит материал.

Указанное обстоятельство является основной причиной, побудившей принять в качестве критерия прочности ту часть потенциальной энергии деформации, которая соответствует изменению формы тела [1, 2].

В данной работе предпринята попытка, в отличие от известных энергетических теорий формоизменения получить новые соотношения и формулы для подсчета работы формоизменения. В основу решения проблемы был положен геометрический подход. Для этого рассматривалась заготовка цилиндрической конфигурации с начальными размерами, показанными на (рис. *1, а*), которая затем во вращающихся валках принимала окончательный вид (рис. *1, б*).



а



б

Рис. 1. Заготовка цилиндрической конфигурации:
а – первоначальный вид заготовки; б – конечный вид заготовки

Определим работу, которую необходимо произвести для перехода заготовки из одного состояния в другое. Для убедительности впервые получаемых результатов осуществим два подхода.

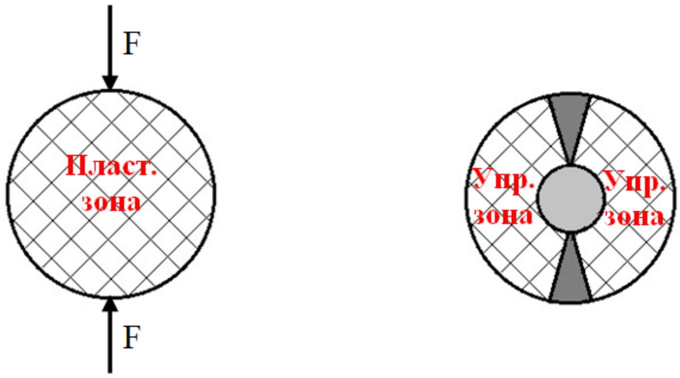


Рис. 2. Промежуточное состояние

В соответствии с рис. 2, в первом случае будет процесс обжатия, при котором круглое сечение будет полностью находиться в пластическом состоянии, то есть a пренебрежимо мало.

Тогда $A_1 = \eta_1 A \frac{\sigma_0 \varepsilon_0}{2} = \frac{1}{2}\eta_1 A \frac{F_0}{A}\varepsilon_0 l = \frac{1}{2}\eta_1 F_0 \varepsilon_0 l$.

Здесь η_1 – КПД установки, F_0 и ε_0 – соответственно максимальные усилие и деформация, A - площадь сечения заготовки. Кроме того, было учтено $\sigma_x = F_0 / A$.

Принимая $F_0 = A\sigma_T = \pi r_0^2 \sigma_T$, где σ_T – предел текучести материала и находя из условия равенства объемов $\pi r_0^2 l_0 = \pi r_1^2 l$ величину $l = \frac{r_0^2}{r_1^2} l_0$, а затем $\varepsilon_0 = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\frac{r_0^2}{r_1^2} l_0 - l_0}{l_0} = \frac{r_0^2}{r_1^2} - 1 = \frac{r_0^2 - r_1^2}{r_1^2}$, определим удельную работу

$$A_1^{уд} = \eta_1 \frac{1 - k^2}{2k^4} \sigma_T$$

Окончательно получим:

$$A_1 = A_1^{уд} V_0 \tag{1}$$

где $k = r_1 / r_0$ – коэффициент уменьшения заготовки, $V_0 = \pi r_0^2 l_0$ – начальный объем заготовки. В развернутом виде выражение (1) принимает вид:

$$A_1 = A_1^{уд} V_0 = A_1^{уд} \pi r_0^2 l_0 = \frac{\eta_1 \pi r_0^4 (r_0^2 - r_1^2) l_0 \sigma_T}{2 r_1^4} \tag{1′}$$

Во втором случае сохраняются зоны упругости, и идет как бы «наплыв» пластического материала на упругие зоны и его дальнейшее перемещение на периферию. На основании приведенной на рис. 1 и 2 схемы, будем иметь

$$A_2 = 4\eta_2 A\int_0^{l/2} \frac{\sigma_x \varepsilon_x}{2} dx = 2\eta_2 F_0 \varepsilon_0 \int_0^{l/2} \varepsilon_x dx$$

Полагая $\varepsilon_x = A + Bx$, и учитывая, что при $x = 0$, $\varepsilon_x = \varepsilon_0$, а при $x = l/2$, $\varepsilon_x = 0$, получим $A = \varepsilon_0$, $B = -\dfrac{2A}{l} = -\dfrac{2\varepsilon_0}{l}$, то есть $\varepsilon_x = \varepsilon_0\left(1 - \dfrac{2}{l}x\right)$.

Тогда

$$A_2 = 2\eta \therefore F_0\varepsilon_0\left(x - \frac{1}{l}x^2\right)\Bigg|_0^{l/2} = 2\eta F_0\varepsilon_0\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4}\right) = (\eta F_0 \varepsilon_0 l)/2 \cdot$$

Подставляя в это соотношение введенные выше величины $F_0 = A\sigma_T = \pi r_0^2 \sigma_T$, $\varepsilon_0 = \dfrac{r_0^2 - r_1^2}{r_1^2}$, $l = \dfrac{r_0^2}{r_1^2} l_0$ получим

$$A_2 = \frac{1}{2}\eta_2 \pi r_0^2 \sigma_T \frac{(r_0^2 - r_1^2)}{r_1^2}\frac{r_0^2}{r_1^2} l_0 = \frac{\eta_2 \pi r_0^4 (r_0^2 - r_1^2) l_0 \sigma_T}{2r_1^4} = A_2^{уд} V_0 \qquad (2)$$

Здесь, как и выше $A_2^{уд} = \eta_2 \dfrac{1-k^2}{2k^4}\sigma_T$ $\quad k = r_1 / r_0$ – коэффициент уменьшения заготовки; σ_T – предел текучести материала.

Так как получена одна и та же формула (кстати, косвенно подтверждающая правильность проделанных выкладок), то окончательно принимаем

$$A = \frac{\eta \pi r_0^4 (r_0^2 - r_1^2) l_0 \sigma_T}{2r_1^4} = A^{уд} V_0 \qquad (3)$$

где обозначено $A^{уд} = \eta \dfrac{1-k^2}{2k^4}\sigma_T$ – удельная работа, $k = r_1 / r_0$ – коэффициент уменьшения заготовки; σ_T – предел текучести материала; η – КПД установки.

Теоретически определить КПД η не предоставляется возможным [1, 2]. Для этого нужен эксперимент. Первоначально можно положить $\eta \approx 0{,}75$. Авторы считают, что предложенный геометрический подход к теории формообразования заслуживает внимания, и полученной формулой (3) можно пользоваться для проведения практически расчетов. Так, например, используя формулу $T = A/c$, где A вычисленная по формуле (3) работа, а c – удельный коэффициент теплоемкости материала, можно найти температуру изделия на выходе. Правильность полученных результатов подтверждается совпадением, полученных в различных подходов, промежуточных формул (1) и (2).

Произведя замер температуры в ходе эксперимента, можно попытаться определить КПД установки, а затем и определить на каком расстоянии от концов достигается текучесть материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности: учебник // под ред. Г.С. Варданяна. – М.: Издательство АСВ, 1995. – 568 стр.

2. Горшков, А.Г. Теория упругости и пластичности / А.Г. Горшков, Э.И. Старовойтов, Д.В. Тарлаковский – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 416 с.