

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНЦЕНТРАТОРОВ НАПРЯЖЕНИЙ В ВИДЕ ГАЛТЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

¹Капуста П.П., ²Вихренко Д.В.

¹Белорусский национальный технический университет

²Минский автомобильный завод

При конструировании сложных деталей машиностроения необходимо учитывать влияние на прочность и долговечность детали концентраторов напряжений. Одним из способов учета является расчет с применением современных пакетов трехмерного моделирования и конечноэлементного анализа, которые позволяют создавать трехмерные модели деталей с концентратором и, таким образом, сразу при расчете получать значения напряжений в зоне концентрации.

Способы моделирования и результаты расчета напряжений в зоне отверстий описаны ранее [1]. В настоящей работе рассмотрим другой класс наиболее распространенных концентраторов в деталях машин – галтели в зонах сопряжения участков детали разных размеров либо конфигурации.

Так, рассмотрим ступенчатый вал с сопряжением диаметров $D = 100$ мм, $d = 50$ мм с галтелью $r = 5$ мм. Длина каждого участка вала $l = 200$ мм. Трехмерная модель детали выполнена в системе EDS\Unigraphics, а для создания конечноэлементной модели и расчета используются 2 подхода:

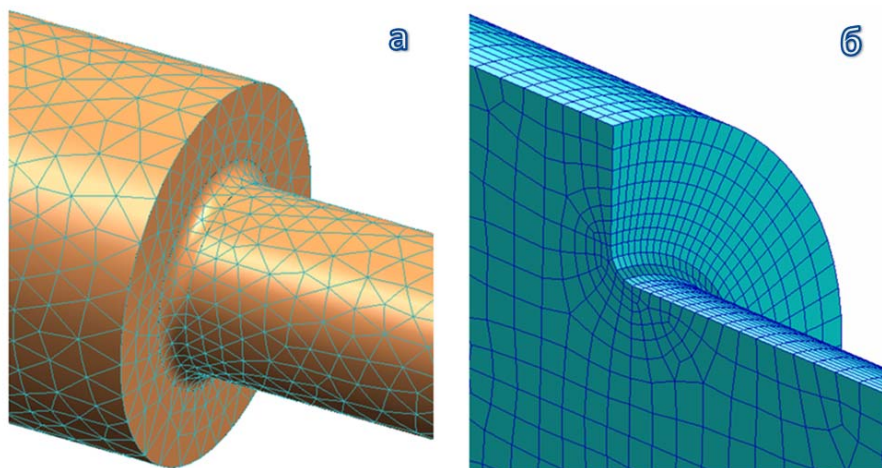


Рис. 1. Конечноэлементные модели вала:
а – с автоматической тетраэдральной сеткой;
б – с кубической сеткой (с разрезом)

- создание модели и расчет встроенными в Unigraphics средствами в модуле Modeling; при этом возможно создание расчетной модели только с автоматической тетраэдральной сеткой (рис. 1, а)

- создание модели в системе MSC\Patran из кубических конечных элементов первого порядка (рис. 1, б) методом вращения плоской «квадратной» сетки и расчет полученной модели в MSC\Nastran.

В каждом случае будем варьировать размерами элементов в зоне галтели. В качестве расчетных случаев примем растяжение с силой $F = 10$ кН и изгиб с моментом в зоне галтели $M = 200$ кН·мм. При растяжении вала номинальные напряжения в сечении с диаметром d находятся по формуле теории упругости

$$\sigma_{ном}^p = 4F/\pi d^2,$$

где F – растягивающая сила; $F = 10000$ Н; d – диаметр вала; $d = 50$ мм.

Таким образом, $\sigma_{ном}^p = 5,09$ МПа.

Максимальные напряжения σ_{MAX} можно определить, зная коэффициент концентрации при растяжении k_{σ}^p :

$$\sigma_{max}^p = k_{\sigma}^p \sigma_{ном}^p$$

Для данного типа концентратора при соотношениях $D/d = 2$ и $r/d = 0,1$ коэффициент концентрации равен $k_{\sigma}^p = 1,98$ согласно [3, с.53], $k_{\sigma}^p = 1,97$ согласно [6, с. 100]. Таким образом, получаем $\sigma_{max}^p = 10,1$ МПа.

При изгибе вала номинальные напряжения в сечении с диаметром d находятся по формуле теории упругости

$$\sigma_{ном}^u = 32M/\pi d^3,$$

где M – изгибающий момент в сечении; $M = 200000$ Н·мм; d – диаметр вала; $d = 50$ мм.

Таким образом, $\sigma_{ном}^u = 16,3$ МПа.

Максимальные напряжения σ_{MAX} можно определить, зная коэффициент концентрации при изгибе k_{σ}^u :

$$\sigma_{max}^u = k_{\sigma}^u \sigma_{ном}^u.$$

Для данного типа концентратора при соотношениях $D/d = 2$ и $r/d = 0,1$ коэффициент концентрации равен $k_{\sigma}^u = 1,74$ – согласно [3, с. 57], $k_{\sigma}^u = 1,78$ – согласно [5, с. 204], $k_{\sigma}^u = 1,79$ – согласно [6, с. 107]. Таким образом, получаем $\sigma_{max}^u = 28,4...29,2$ МПа.

Результаты расчета напряжений в моделях с автоматической тетраэдральной сеткой приведены в табл. 1, а в моделях с кубической сеткой в табл. 2. Следует отметить, что исследованию подвергались 2 типа тетраэдральных элементов – 1-го порядка (с 4 узлами на элемент) (рис. 2, а) и 2-го порядка (с 10 узлами на элемент) (рис. 2, б) различных размеров. При исследовании кубических элементов варьировались три размера – размер вдоль линии галтели a , в глубину модели b и по дуге c (рис. 3)

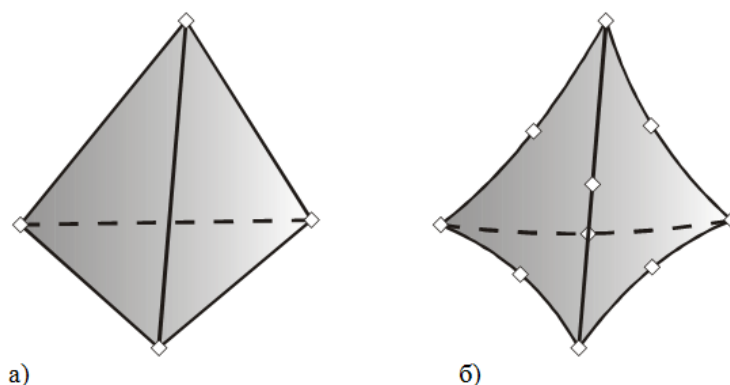


Рис. 2. Тетраэдральные элементы первого (а) и второго (б) порядка

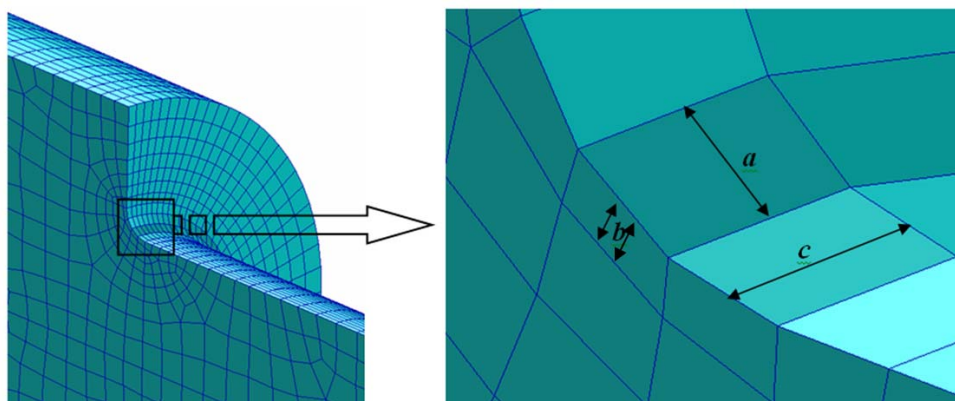


Рис. 3. Характерные размеры кубических элементов

Таблица 1 – Максимальные напряжения в моделях с тетраэдральной сеткой

Порядок элемента (количество узлов в элементе)	Количество элементов на радиусе галтели (глобальный размер элемента, мм)	Наибольшее первое главное напряжение σ_{1max} при растяжении (изгибе), МПа	Отклонение от определенного по коэффициенту при растяжении (изгибе), %	Количество узлов (элементов) в модели, тысяч
1 (4)	2 (10)	8,2 (18,0)	-19 (-36)	4,5 (23)
1 (4)	4 (5)	9,7 (24,2)	-4 (-15)	32 (180)
2 (10)	1 (25)	9,5 (21,1)	-6 (-26)	2 (3)
2 (10)	2 (10)	11,4 (28,7)	+13 (-)	33 (23)
2 (10)	4 (5)	11,4 (29,4)	+13 (+1)	249 (180)

Таблица 2 – Максимальные напряжения в моделях с кубической сеткой

Количество элементов на радиусе галтели (размер элемента a , мм)	Размер элемента в глубину модели b (по дуге c), мм	Наибольшее первое главное напряжение σ_{1max} при растяжении (изгибе), МПа	Отклонение от определенного по коэффициенту при растяжении (изгибе), %	Количество узлов (элементов) в модели, тысяч
4 (2)	2 (2)	10,1 (26,4)	- (-7)	13 (12)
4 (2)	1 (2)	10,8 (28,1)	+7 (-1)	14 (13)
4 (2)	1 (1)	10,7 (28,3)	+6 (<1)	28 (26)
4 (2)	1 (4)	10,7 (28,7)	+6 (-)	7 (6)
6 (1,3)	0,6 (3,1)	10,9 (29,1)	+8 (-)	11 (10)
6 (1,3)	0,6 (1,6)	10,9 (29,0)	+8 (-)	22 (21)
8 (1)	1 (1)	11,4 (29,3)	+13 (<1)	30 (28)
12 (0,7)	0,6 (0,7)	11,4 (30,1)	+13 (+3)	60 (55)

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы:

- расчет моделей как с тетраэдральной сеткой 2-го порядка, так и с кубической сеткой дает одинаковый предел напряжений, на 13 % превышающий напряжения, определенные через коэффициент концентрации при растяжении, в то же время при изгибе разница незначительна (Рис. 4);
- использование тетраэдрической сетки 1-го порядка неприемлемо из-за существенно заниженных напряжений (так, при сопоставимом количестве степеней свободы рассчитываемых моделей – около 32000 узлов – использование элементов 1-го порядка дает напряжения на 15...20 % ниже, чем в модели 2-го порядка и при расчете с использованием коэффициента концентрации);
 - минимально необходимое количество элементов на радиус галтели при использовании элементов 2-го порядка – 2 элемента (эквивалентно трем промежуточным узлам);
 - при использовании кубической сетки имеется много возможностей варьировать размеры элементов; хорошие результаты получаются при использовании четырех элементов на радиус галтели с уменьшенным размером в глубину, в то же время по дуге цилиндра можно увеличить размер элемента ($c = 2a$, $b = a/2$ согласно рис. 3); такой способ разбивки дает минимальную размерность модели при приемлемых результатах расчета.

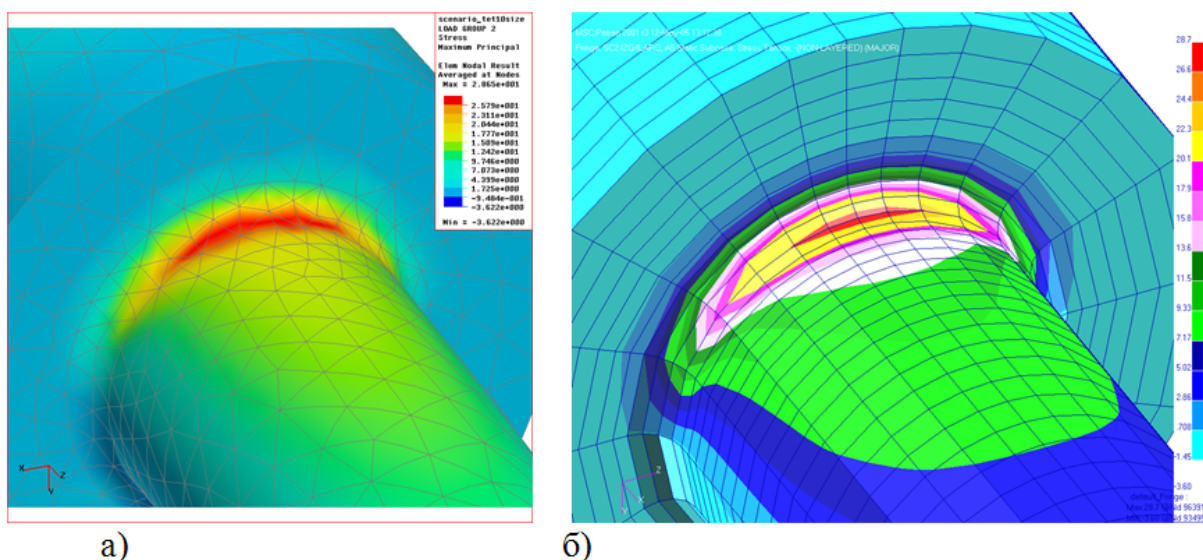


Рис. 4. Напряжения в галтели при изгибе при расчете модели в системе Unigraphics (а) и Patran-Nastran (б)

Рассмотрим галтели с другими параметрами – при соотношении $D/d = 2$ и $r/d = 0,06$, а также $D/d = 1,2$ и $r/d = 0,1$. В качестве расчетной будем использовать модель с автоматической тетраэдральной сеткой с глобальным размером элемента 5 мм в системе Unigraphics (Рис. 5). Результаты расчета сведены в табл. 3.

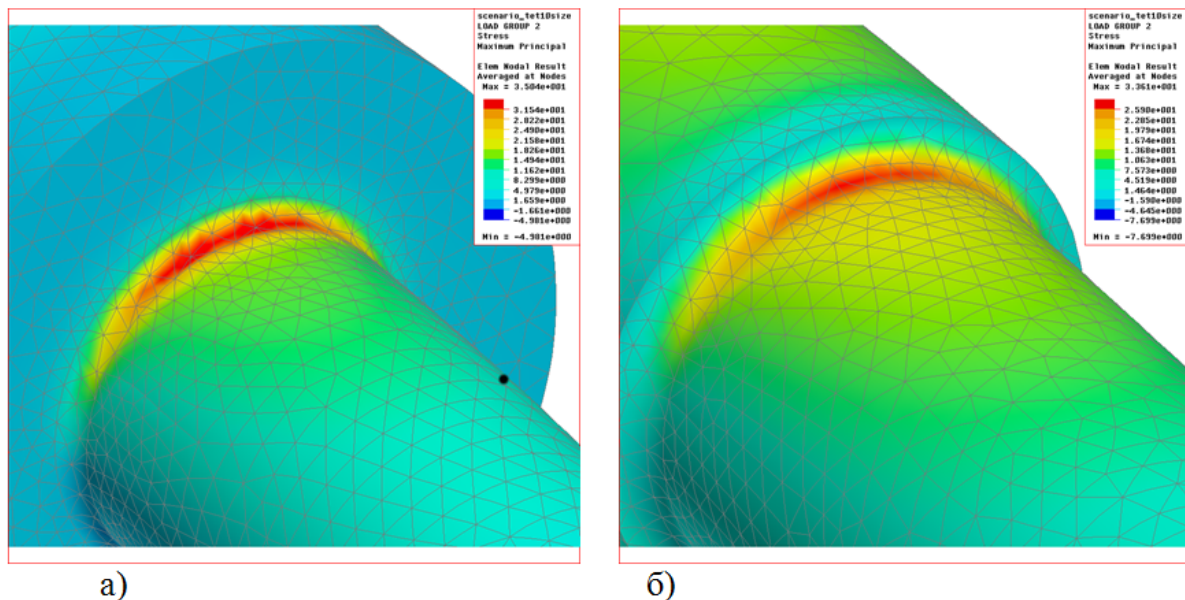


Рис. 5. Модели с измененными параметрами галтелей:
 а) $D/d=2$ и $r/d=0,06$; б) $D/d=1,2$ и $r/d=0,1$

Как видно из табл. 3, при изменении параметров галтели сохраняется первоначальная тенденция завышенных расчетных значений при растяжении по сравнению с литературными источниками и весьма близких значений при изгибе.

Таблица 3 – Максимальные напряжения в моделях с измененными параметрами галтели

Вид нагружения	Параметры галтели		Коэффициент концентрации согласно источнику			Коэффициент концентрации согласно расчету МКЭ	Отклонение, %
	D/d	r/d	[3]	[5]	[6]		
Растяжение	2	0,06	2,4		2,3	2,71	+13
Изгиб	2	0,06	2,08	2,15	2,13	2,15	-
Растяжение	1,2	0,1	1,68		1,75	1,85	+6
Изгиб	1,2	0,1	1,63	1,7	1,65	1,59	-2

Рассмотрим также плоскую постановку задачи определения концентрации напряжений в галтелях угловых элементов. Создана модель для расчета МКЭ (рис. 6) по размерам и способу нагружения подобно эксперименту [2].

Модель состоит из плоских конечных элементов, которые имеют свойства двумерного объема. Величина нагрузки P подобрана таким образом, что на кромке стойки возникают единичные напряжения, соответственно, напряжения на галтели численно будут равны искомому коэффициенту концентрации.

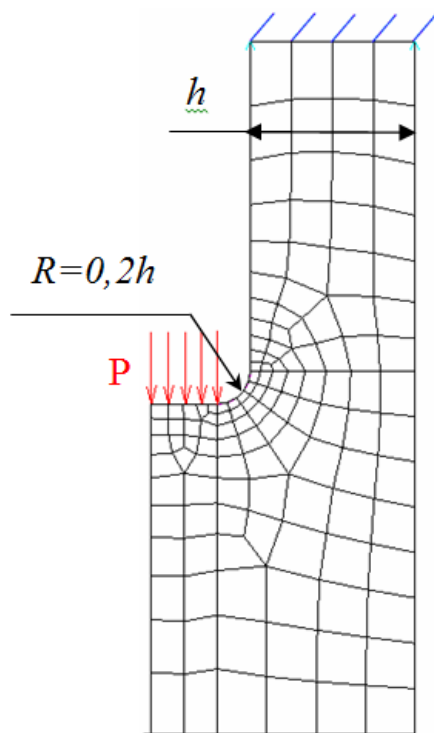


Рис. 6. Модель углового элемента с галтелью

Как и во всех предыдущих проведенных нами численных экспериментах, сначала определяем необходимую степень дискретизации модели, начиная с 5 элементов на радиусе галтели. Предел напряжений достигается при 8 элементах на радиусе и равен 1,85 МПа (рис. 7, а) против 1,76, МПа при пяти элементах. Экспериментально определенный [2] коэффициент равен 1,78, разница с расчетным значением составляет не более 4 %. Проведем и в данном случае еще один расчет с увеличенным в 2 раза радиусом галтели – напряжения снижаются до 1,46 МПа (рис. 7, б) экспериментально определенный [4] коэффициент концентрации равен 1,51, так что и в этом случае разница менее 4 %.

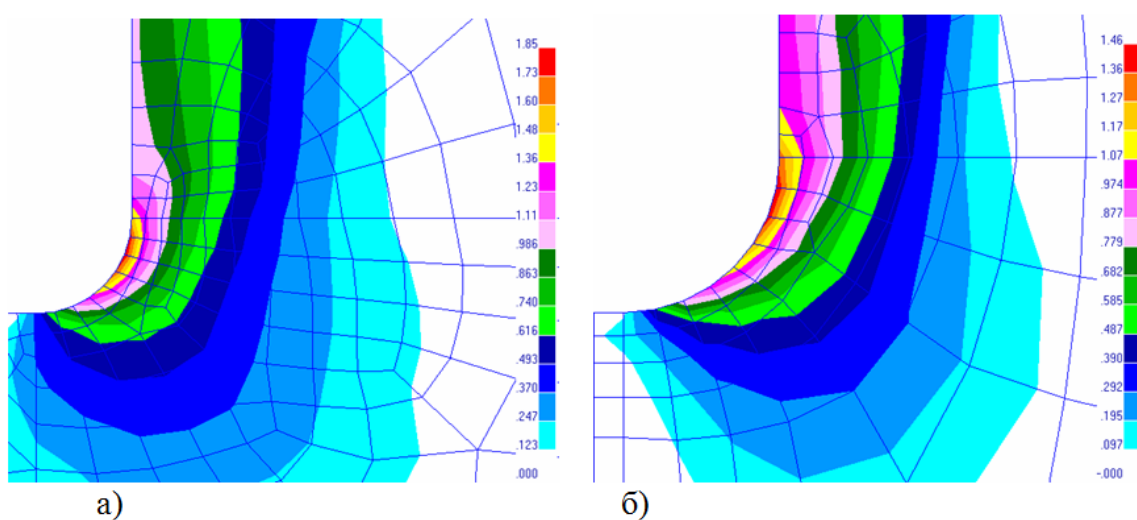


Рис. 7. Напряжения в галтели при $R=0,2h$ (а) и $R=0,4h$ (б)

Выводы:

1. Применение пакетов расчетов МКЭ MSC\Nastran и EDS\Unigraphics позволяет с достаточной точностью учитывать концентраторы в виде галтелей как при плоском, так и при объемном напряженном состоянии.

2. Показана неприемлемость использования автоматической тетраэдральной сетки 1-го порядка.

3. Определено, что достаточным является 4 элемента 1-го порядка (кроме тетраэдров) или 2 элемента 2-го порядка на радиус галтели. При увеличении дискретизации напряжения оказываются несколько завышенными, но такое решение увеличивает, а не уменьшает запас прочности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капуста, П.П. Моделирование концентраторов в виде круглых отверстий в пластине с помощью МКЭ / П.П. Капуста, Д.В. Вихренко, Ю.А. Воронько.

2. Васильев, В.В. Галтели переменной кривизны для несущих деталей машин / В.В. Васильев // Вестник машиностроения. – №9. – 1965. – С.20–24.

2. ГОСТ 25.504-82. Расчеты и испытания на усталость.

3. Коновалов, Л.В. Концентрация напряжений в галтелях угловых элементов / Л.В. Коновалов // «Вестник машиностроения». – № 3. – 2001. – С. 26–33.

4. Лейкин, А.С. Напряженность и выносливость деталей сложной конфигурации / А.С. Лейкин. – М. Машиностроение, 1968.

5. Петерсон, Р. Коэффициенты концентрации напряжений. / Р. Петерсон. – М: Мир, 1977.