

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ НАЧАЛЬНЫХ КОРПУСНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ КОРНЯ ЗУБА В ФОРМЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ГИПЕРБОЛОИДА

к. ф.-м. н. **Босяков С. М.**, асп. **Абдуфтах Фрхат Мселати**

Белорусский государственный университет, Минск

Введение. Прогнозирование начального и долговременного смещения зубов, в первую очередь их начальных перемещений, после приложения силы или момента является одной из основных целей ортодонтических исследований [1, 2]. Это обусловлено тем, что поля начальных перемещений являются первичными для перестройки костной ткани во время ортодонтического движения зубов [3, 4]. Начальные перемещения зуба возникают при кратковременном действии нагрузки, после снятия которой, зуб возвращается на прежнее место [5, 6]. Основываясь на высокой упругости тканей периодонтальной связки (расположенной между корнем зуба и костной тканью зубной альвеолы) по сравнению с костной тканью, цементом и дентином, большинство исследований указывают на то, что именно периодонт определяет начальные перемещения зуба [7–9]. В зависимости от направления действующей силы выделяют наклонно-вращательное, корпусное, вращательное относительно продольной оси перемещение зубов. Корпусное (поступательное) смещение зубов, к которому также относят вертикальное смещение, характеризуется тем, что некоторая ось зуба остается параллельной своему исходному положению или совпадает с ним [10]. Планирование корпусного перемещения зуба осуществляется с учетом положения центров сопротивления зуба и соответствующих соотношений момент/сила, а также осей сопротивления [11, 12]. В то же время, вопрос о приложении к зубу сосредоточенной нагрузки для его поступательного смещения, линия действия которой не проходит через центр сопротивления и не совпадает с осью сопротивления, не рассматривался. Настоящая работа посвящена определению условий приложения силы, позволяющих выполнить начальное корпусное перемещение однокоренного зуба в линейно упругой периодонтальной связке постоянной толщины.

Математическая модель. Внешняя поверхность корня зуба и прилегающая к нему внутренняя поверхность периодонтальной связки (считаем, что корень зуба является абсолютно твердым телом) описывается уравнением кругового гиперboloида

$$F(x, y, z) = y - \frac{h}{\sqrt{1+p^2}-p} \left(\sqrt{(1-e^2)\left(\frac{x}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2} + p^2 - p \right) = 0, \quad (1)$$

где h – высота корня зуба; $e = \sqrt{1-(b/a)^2}$ – эксцентриситет эллипса в поперечном сечении зуба на уровне альвеолярного гребня; a, b – полуоси эллипса в сечения корня зуба на уровне альвеолярного гребня; p – параметр, характеризующий закругление вершины корня зуба.

Внешняя поверхность периодонтальной связки, прилегающая к костной ткани зубной альвеолы, смещена по нормали по отношению к поверхности корня зуба на величину δ (толщина периодонтальной связки постоянна). Ее уравнение имеет вид:

$$F_1(x, y, z) = y + n_y \delta - \frac{h}{\sqrt{1+p^2}-p} \times \left(\sqrt{(1-e^2)\left(\frac{1}{b}(x+n_x\delta)\right)^2 + \left(\frac{1}{b}(z+n_z\delta)\right)^2} + p^2 - p \right) = 0, \quad (2)$$

Здесь n_x, n_y, n_z – компоненты единичного вектора нормали к поверхности (1), $i = \overline{1, 3}$, которые с учетом уравнения (1) определяются следующим образом:

$$n_x = -\frac{1}{\Delta} \frac{h(1-e^2)x}{A}, n_y = \frac{1}{\Delta}, n_z = -\frac{1}{\Delta} \frac{hz}{A}, A = b \left(\sqrt{1+p^2}-p \right) \sqrt{(1-e^2)x^2 + z^2 + (bp)^2}, \quad (3)$$

$$\Delta = \sqrt{1 + \frac{h^2 \left((1-e^2)x^2 + z^2 \right)}{b^2 \left(\sqrt{1+p^2}-p \right) \left((bp)^2 + (1-e^2)x^2 + z^2 \right)}}.$$

При действии на зуб сосредоточенной силы $\vec{f} = (f_x, f_y, f_z)$, точки периодонта, прилегающие к поверхности корня (1) зуба, получают перемещения, равные перемещению корня. Внешняя поверхность периодонтальной связки (2) является жестко закрепленной. Отметим, что согласно результатам работы [13] не выявлено существенных различий между результатами расчета моделей, учитывающих костную ткань и жесткую заделку внешней поверхности периодонтальной связки, а также указано, что при расчете начальных перемещений зубов в периодонте зубы и костная ткань могут задаваться как абсолютно твердые тела.

В соответствии с работами [14, 15], будем считать периодонт несжимаемым материалом с коэффициентом Пуассона равным 0,49. Это означает, что при смещении корня зуба к стенке зубной альвеолы, периодонт начинает растекаться вокруг поверхности корня зуба [14]. Поэтому компоненты тензора деформаций в системе координат, связанной с нормалью, образующей и направляющей к внешней поверхности корня зуба, можно представить в следующем виде [14, 15]:

$$\varepsilon_{nn} = -\frac{u_n}{\delta}, \varepsilon_{tt} = \varepsilon_{\theta\theta} = 0, \gamma_{n\theta} = -\frac{u_\theta}{\delta}, \gamma_{nt} = -\frac{u_t}{\delta}, \gamma_{t\theta} = 0, \quad (4)$$

где u_n, u_t, u_θ – перемещения точек периодонта вдоль нормали, образующей и направляющей к поверхности корня зуба; δ – ширина периодонтальной связки в направлении нормали к поверхности (1). Нормаль, образующая и направляющая к поверхности корня зуба, а также его геометрические размеры показаны на рисунке 1.

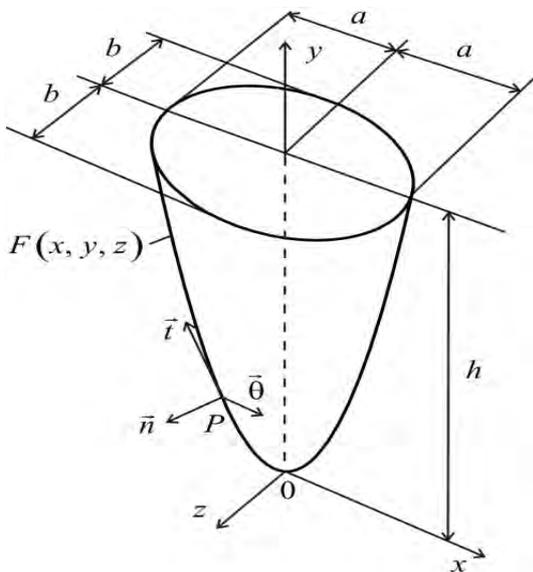


Рисунок 1. – Корень зуба в форме кругового гиперболоида: \vec{n} – нормаль, \vec{t} – образующая, $\vec{\theta}$ – направляющая к поверхности кругового гиперболоида в точке P

Условия равновесия корня зуба (равенство нулю главного вектора и главного момента сил, действующих на зуб) представим в виде:

$$\iint_F (\vec{n} \cdot \sigma) dF - \vec{P} = 0, \iint_F \vec{r} \times (\vec{n} \cdot \sigma) dF - \vec{m} = 0, \quad (5)$$

где $\vec{m} = (m_x, m_y, m_z)$ – главный момент внешних сил, $\vec{f} = (f_x, f_y, f_z)$ – главный вектор внешних сил, \vec{r} – радиус-вектор, $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ – единичный вектор нормали к поверхности $F(x, y, z) = 0$, σ – тензор напряжений.

На основании закона Гука для однородной изотропной среды компоненты тензора напряжений σ представим в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left((1-\nu)\varepsilon_{xx} + \nu(\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \right), \tau_{xy} = \frac{E\varepsilon_{xy}}{1+\nu}, \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left((1-\nu)\varepsilon_{yy} + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}) \right), \tau_{xz} = \frac{E\varepsilon_{xz}}{1+\nu}, \\ \sigma_{zz} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left((1-\nu)\varepsilon_{zz} + \nu(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \right), \tau_{yz} = \frac{E\varepsilon_{yz}}{1+\nu}, \end{aligned} \quad (6)$$

где E – модуль упругости тканей периодонтальной связки; ν – коэффициент Пуассона.

Моделирование периодонтальной ткани линейно упругой изотропной средой обусловлено тем, что линейно упругие свойства периодонта отражают те же жесткости, что и возникают на начальной стадии деформирования нелинейного периодонта [17]. К тому же тип движения зубов в периодонтальной связке не зависит от материальной нелинейности тканей периодонта [22].

Компоненты тензора деформаций в декартовой системе координат (x, y, z) выразим через компоненты тензора деформаций в системе координат (n, t, θ) следующим образом [20]:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = T_2 \cdot T_1 \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_{mn} & \varepsilon_m & \varepsilon_{\theta n} \\ \varepsilon_m & 0 & 0 \\ \varepsilon_{\theta n} & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot T_1^T \cdot T_2^T, \quad (7)$$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} \gamma_m, \quad \varepsilon_{\theta n} = \frac{1}{2} \gamma_{\theta n}.$$

Выполним преобразование вектора перемещения (u_n, u_θ, u_t) точки P , находящейся на внешней поверхности корня зуба (внутренней поверхности периодонтальной связки) из системы координат (n, t, θ) в систему координат (x, y, z) :

$$\begin{pmatrix} u_n \\ u_t \\ u_\theta \end{pmatrix} = T_1^T \cdot T_2^T \cdot \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}, \quad T_1 = \begin{pmatrix} \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ -\cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} H & 0 & -G \\ 0 & 1 & 0 \\ G & 0 & H \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$H = \frac{x(1-e^2)}{\sqrt{x^2(1-e^2)^2 + z^2}}, \quad G = \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}.$$

где T_1 – матрица поворота относительно направляющей $\bar{\theta}$ на угол α ; T_2 – матрица поворота относительно оси Oz на угол φ ; T_1^T, T_2^T – транспонированные матрицы T_1 и T_2 соответственно. В матрице T_1 угол α между образующей к поверхности корня зуба t и плоскостью, параллельной плоскости xOz и проходящей через точку P , такой, что

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{h\sqrt{(1-e^2)^2 x^2 + z^2}}{b(\sqrt{1+p^2} - p)\sqrt{(bp)^2 + (1-e^2)x^2 + z^2}}.$$

Последовательно подставляя в выражение (7) соотношения (4) и (8), получим

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{H(G^2 + H^2)u_x \sin(\alpha)}{\delta}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{u_y \cos(\alpha)}{\delta}, \quad \varepsilon_{zz} = -\frac{G(G^2 + H^2)u_z \sin(\alpha)}{\delta},$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{(G^2 + H^2)u_x \cos(\alpha) - Hu_y \sin(\alpha)}{2\delta}, \quad \varepsilon_{yz} = \frac{(G^2 + H^2)u_z \cos(\alpha) - Gu_y \sin(\alpha)}{2\delta}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{xz} = -\frac{(G^2 + H^2)(u_z H + Gu_x) \sin(\alpha)}{2\delta}.$$

Любое перемещение корня зуба может быть описано посредством комбинации поступательных перемещений u_{0x}, u_{0y} и u_{0z} вдоль соответствующих координатных осей и углами поворота вершины корня θ_x, θ_y и θ_z относительно этих же осей. Поскольку толщина периодонта очень мала (0,2 – 0,3 мм [1]), углы поворота очень малы. Это позволяет использовать следующие линеаризованные формулы [15]

$$u_x = u_{0x} + z\theta_y - y\theta_z, \quad u_y = u_{0y} - z\theta_x + x\theta_z, \quad u_z = u_{0z} + y\theta_x - x\theta_y. \quad (10)$$

Подставим выражения (3), (6), (9) и (10) в уравнения равновесия (5). В результате получим систему однородных алгебраических уравнений относительно поступательных перемещений и углов поворота корня зуба следующего вида

$$\begin{aligned} c_x u_{0x} + c_{\theta_y} \theta_y + c_{\theta_z} \theta_z &= f_x, \quad c_y u_{0y} = f_y, \quad c_z u_{0z} + c_{\theta_x} \theta_x = f_z, \\ c_{\theta_x} u_{0x} + \mu_x \theta_x &= y_f f_z - z_f f_y, \quad \mu_y \theta_y = z_f f_x - x_f f_z, \\ c_{\theta_z} u_{0z} + \mu_z \theta_z &= x_f f_y - y_f f_x, \end{aligned} \quad (11)$$

где c_x, c_y, c_z – жесткости периодонтальной связки при поступательном перемещении корня зуба вдоль координатных осей; $c_{\theta_x}, c_{\theta_y}, c_{\theta_z}$ – статические моменты жесткостей; $c_{\theta_x}, c_{\theta_z}$ – жесткости периодонта при повороте корня зуба относительно оси Ox, Oz при действии силы вдоль этой коор-

динатной оси; μ_x, μ_y, μ_z – жесткости периодонта при поворотах корня зуба относительно координатных осей $0x, 0y, 0z$ соответственно; (x_f, y_f, z_f) – координаты точки приложения нагрузки.

Условия поступательного перемещения. Определим координаты точки $P_1(0, y_1, 0)$ приложения сосредоточенной нагрузки, действующей параллельно оси $0x$ таким образом, что зуб перемещается поступательно. В этом случае углы поворота относительно координатных осей $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$, поступательные перемещения корня $u_{0y} = u_{0z} = 0$, составляющая нагрузки $f_y = f_z = 0$ и система уравнений равновесия (11) принимает вид:

$$c_x u_{0x} = f_x, c_{\theta x} u_{0x} = -y_1 f_x.$$

Отсюда

$$y_1 = -c_{\theta x} / c_x. \quad (12)$$

Аналогично найдем координаты точки $P_2(0, y_2, 0)$, через которую проходит линия действия силы, обеспечивающая поступательное перемещение зуба вдоль оси $0z$. При этом в системе (11) следует задать равными нулю углы поворота $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$, поступательные перемещения $u_{0x} = u_{0y} = 0$, а также составляющие нагрузки $f_x = f_y = 0$. В результате получим

$$y_2 = -c_{\theta z} / c_z. \quad (13)$$

Формулы (12), (13) определяют положение центров сопротивления корня зуба в виде эллиптического гиперboloида при корпусном перемещении вдоль осей $0x$ и $0z$ соответственно. Выполним расчет координат y_1 и y_2 для корня зуба, высота которого составляет $h = 13$ мм, большая полуось $b = 3,9$ мм [14, 15]. Параметр, характеризующий закругление вершины корня примем равным $p = 0,4$. Упругие свойства периодонтальной связки описываются константами $E = 680$ кПа, $\nu = 0,49$ [5, 14, 15], толщина периодонта равна $\delta = 0,229$ мм [14, 15]. На рисунке 2 показана зависимость координат y_1 и y_2 центров сопротивления от эксцентриситета e , который принимает дискретные значения от 0 до 0,6 с шагом 0,1.

Из рисунка 2 видно, что при увеличении эксцентриситета (при уменьшении длины полуоси a) значение координаты y_1 возрастает, и центр сопротивления смещается от апекса (вершины корня) в сторону альвеолярного гребня. Координата y_2 центра сопротивления P_2 с возрастанием эксцентриситета увеличивается незначительно. При равенстве полуосей эллипса в поперечном сечении корня ($e = 0$) центры сопротивления P_1 и P_2 совпадают.

Определим угол α_1 между линией действия нагрузки, расположенной в плоскости $x0y$, и осью $0x$ из условия поступательного движения корня зуба вдоль координатной оси $0x$. Будем считать, что сила с составляющими $(f_{x1}, f_{y1}, 0)$ приложена в точке с координатами $(x_1, y_1, 0)$. С учетом этого, при $\theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$ и отсутствии поступательного перемещения вдоль оси $0z$ из системы (11) получим

$$c_x u_{0x} = f_{x1}, c_y u_{0y} = f_{y1}, c_{\theta x} u_{0x} = f_{x1} y_1 - f_{y1} x_1. \quad (14)$$

Из системы уравнений (14) следует, что линия действия силы, которая приводит к корпусному перемещению корня, расположена под углом α_1 к оси $0x$ таким, что

$$\operatorname{tg}(\alpha_1) = \frac{c_{\theta x} + c_x y_1}{c_x x_1}. \quad (15)$$

Аналогично можно найти угол α_2 , под которым следует расположить сосредоточенную нагрузку в плоскости $y0z$ по отношению к оси координат $0z$, чтобы обеспечить поступательное смещение корня зуба. В этом случае будем считать, что точка приложения нагрузки с составляющими $(0, f_{y2}, f_{z2})$ имеет координаты $(0, y_2, z_2)$. Из системы (11) при равенстве нулю углов поворота и поступательного перемещения u_{0x} , получим

$$c_y u_{0y} = f_{y2}, c_z u_{0z} = f_{z2}, c_{\theta z} u_{0z} = f_{z2} y_2 - f_{y2} x_2.$$

Отсюда следует

$$\operatorname{tg}(\alpha_2) = \frac{c_z y_2 - c_{0z}}{c_z z_2}. \quad (16)$$

Выполним построение зависимостей углов α_1 и α_2 от эксцентриситета e для корня зуба с геометрическими размерами $h = 13$ мм, $b = 3,9$ мм [13, 14], $p = 0,4$. Упругие свойства периодонтальной связки и ее толщина прежние. Для определенности будем считать, что нагрузка прикладывается на уровне альвеолярного гребня и $x_1 = \frac{b}{\sqrt{1-e^2}}$, $y_1 = y_2 = h$, $z_2 = b$. На рисунке 3 представлены зависимости α_1 и α_2 , полученные при изменении e от 0 до 0,6 с шагом 0,1.

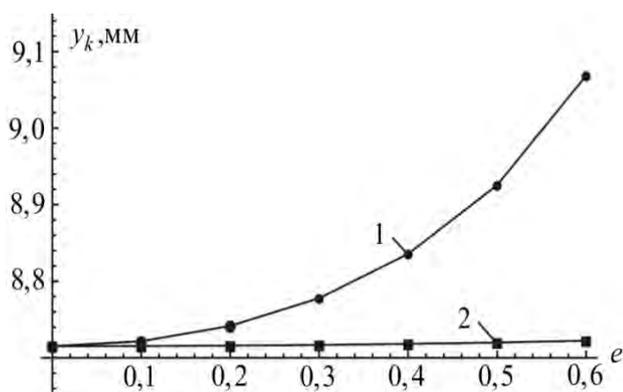


Рисунок 2. – Зависимость координат центров сопротивления от эксцентриситета эллипса в поперечном сечении зуба на уровне альвеолярного гребня: 1 – y_1 ; 2 – y_2

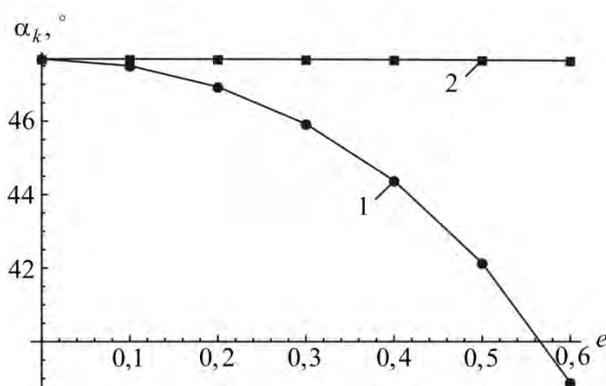


Рисунок 3. – Зависимости углов ориентации сосредоточенной силы по отношению к координатным осям: 1 – угол α_1 между линией действия нагрузки в плоскости xOy и осью Ox при поступательном перемещении вдоль оси Ox ; 2 – угол α_2 между линией действия нагрузки в плоскости yOz и осью Oz при поступательном перемещении вдоль оси Oz

Из рисунка 3 видно, что при увеличении эксцентриситета (что соответствует увеличению полуоси a) угол α_1 наклона линии действия силы к оси Ox уменьшается. Это можно объяснить существенным смещением центра сопротивления P_1 по отношению к положению, соответствующему $e = 0$, при возрастании эксцентриситета. Незначительным отклонением центра сопротивления P_2 при изменении эксцентриситета также обусловлено незначительное уменьшение угла α_2 при увеличении e .

Заключение. Постановка задачи о корпусном перемещении корня зуба при действии сосредоточенной нагрузки, линия действия которой расположена под углом к координатным плоскостям и определение такого угла наклона для корня зуба в форме эллиптического гиперboloида выполнены впервые. Рассмотренная геометрическая форма корня зуба имеет преимущество по сравнению с формой в виде параболоида вращения. В дополнение к анализу влияния размеров поперечного сечения и высоты корня, на основании предложенной модели, она позволяет выполнить исследование влияния закругления корня на начальные перемещения. В частности, анализ зависимостей координат центров сопротивления от закругления корня, показывает, что при приближении формы корня к конусу центры сопротивления начинают снижаться к апексу. Отметим, что полученные результаты указывают на отсутствие единого центра сопротивления у симметричного корня, что дополняет аналогичные выводы конечно-элементного исследования [12] о различных центрах сопротивления.

РЕЗЮМЕ

В работе проведен анализ условий корпусного перемещения однокоренных зубов. Внешняя поверхность корня описывается уравнением эллиптического гиперboloида. Корень зуба является абсолютно твердым телом. Внутренняя поверхность периодонтальной связки совпадает с внешней поверхностью корня зуба. Внешняя поверхность периодонта жестко зашцеplена и удалена от поверхности корня зуба по нормали на постоянную величину, равную толщине связки. Условия корпусного перемещения зуба формулируются на основании уравнений равновесия корня в перио-

донтальной связке при действии на зуб сосредоточенной нагрузки. При этом предполагается, что углы поворота корня равны нулю, корень зуба перемещается только поступательно вдоль одной из координатных осей. Показано, что не существует единого центра сопротивления для случая симметричного корня. Проведен анализ влияния эксцентриситета эллипса в поперечном сечении корня и закругления корня зуба на положение центров сопротивления корня, а также на ориентацию сосредоточенных сил, действие которых приводит к поступательному смещению зуба.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cronau, M. Biomechanical features of the periodontium: An experimental pilot study in vivo/ M. Cronau [et al.] // *Am. J. Orthod. Dentofacial Orthop.*–2006.–Vol. 129.–P. 599.e13–599.e21.
2. Ren, Y. Optimum force magnitude for orthodontic tooth movement: a systematic literature review / Y. Ren, C. Jaap, A. Kuijpers-Jagtman // *Angle Orthod.*–2003.–Vol. 73.–P. 86–92.
3. Middleton, J. The role of the periodontal ligament in bone modeling: the initial development of a time dependent finite element model / J. Middleton, M. Jones, A. Wilson // *Am. J. Orthod. Dentofacial Orthop.*–1996.–Vol. 109.–P. 155–162.
4. De Pauw, G. The value of the centre of rotation in initial and longitudinal tooth and bone displacement / G. De Pauw, L. Dermaut, H. De Bruyn // *Eur. J. Orthodont.*–2003.–Vol. 25.–P. 285–291.
5. Tanne, K. Patterns of initial tooth displacements associated with various root lengths and alveolar bone heights / K. Tanne [et al.] // *Am. J. Orthod. Dentofacial Orthop.*–1991.–Vol. 100.–P. 66–71.
6. Ziegler A. Numerical simulation of the biomechanical behaviour of multi-rooted teeth / A. Ziegler [et al.] // *Eur. J. Orthodont.*–2005.–Vol. 27.–P. 333–339.
7. Bourauel, C. Simulation of orthodontic tooth movements – a comparison of numerical models / C. Bourauel [et al.] // *J. Orofacial Orthoped.*–1999.–Vol. 60.–P. 136–151.
8. Nägerl H. Discussion: A FEM study for the biomechanical comparison of labial and palatal force application on the upper incisors / H. Nägerl, D. Kubein-Meesenburg // *Fortschritte der Kieferorthopädie.*–1993.–Vol. 54.–P. 229–230.
9. Nikolai, R. J. Investigation of Root-Periodontium Interface Stresses and Displacements for Orthodontic Application / R. J. Nikolai, J. W. Schweiker // *Experimental Mechanics.*–1972.–P. 406–413.
10. Аболмасов, Н. Г. Ортодонтия / Н. Г. Аболмасов, Н. Н. Аболмасов. М.: МЕДпресс-информ, 2008.–424 с.
11. Cattaneo, P. M., Dalstra M., Melsen B. Moment-to-force ratio, center of rotation, and force level: a finite element study predicting their interdependency for simulated orthodontic loading regimens / P. M. Cattaneo, M. Dalstra, B. Melsen // *Am. J. Orthod. Dentofacial Orthop.*–2008.–Vol. 133.–P. 681–689.
12. Viecilli R. F., Budiman A., Burstone C. J. Axes of resistance for tooth movement: Does the center of resistance exist in 3-dimensional space? / R. F. Viecilli, A. Budiman, C. J. Burstone // *Am. J. Orthod. Dentofacial Orthop.*–2013.–Vol. 143.–P. 163–172.
13. Hohmann, A. Influence of different modeling strategies for the periodontal ligament on finite element simulation results / A. Hohmann [et al.] // *Am. J. Orthod. Dentofacial Orthop.*–2011.–Vol. 139.–P. 775–783.
14. Provatidis, C. G. An analytical model for stress analysis of a tooth in translation / C. G. Provatidis // *Int. J. Eng. Sci.*–2001.–Vol. 39.–P. 1361–1381.
15. Van Schepdael, A. Analytical determination of stress patterns in the periodontal ligament during orthodontic tooth movement / A. Van Schepdael, L. Geris, J. Vander Sloten // *Med. Eng. Phys.*–2013.–Vol. 35.–P. 403–410.

SUMMARY

In present paper the conditions of single-root teeth translation were analysed. The outer surface of the root is described by an elliptical hyperboloid. Root of the tooth is solid. The inner surface of the periodontal ligament coincides with the outer surface of the tooth root. The outer surface of periodontal fixed and removed from the surface of the tooth root is normal in an constant amount equal to the thickness of ligaments. Conditions of tooth translation are formulated on the basis of the equilibrium equations of the root in the periodontal ligament under a concentrated load. The angles of rotation equal to zero, and the root of the tooth only moves along one of the axes is assumed. It is shown that there is no single centre of resistance to the symmetric root of the tooth. Effect of ellipse eccentricity in cross section of the tooth root and rounding to the position of the centres of resistance of the root were analysed. The impact of rounding eccentricity and rounding on the orientation of the concentrated forces for translation of the tooth examined.

Поступила в редакцию 02.09.2013