*УДК 624.131+539.215*

# ОБ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ КОНСОЛИДАЦИИ СОЛЕНЫХ ГРУНТОВ

к. ф.-м. н. **Алтынбеков Ш.А.**

*Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, г. Шымкент*

**Введение.** В строительстве промышленных, гражданских и гидротехнических сооружений, как известно, возникают задачи о прочности и увеличения срока эксплуатации этих сооружений. Решение этих задач во многом зависит от правильной оценки и определений осадки грунтовых оснований во времени, обусловленной консолидацией грунтов.

В настоящее время теория фильтрационной консолидации многокомпонентных грунтов, основанная на модели К.Терцаги-В.А.Флорина, признана достаточно разработанной. Однако, несмотря на это, в этой области исследования достаточно много нерешенных вопросов. Один из них, процесс осадки соленых грунтов недостаточно изучен. А ведь некоторые области Молдавии, России, Украины, Средней Азии и Казахстана состоят из соленых грунтов. Этот вопрос в свое время поднял академик НАН РК Ш.М.Айталиев.

В данной работе приводится решение поставленной проблемы. Получено основное уравнение и сформулирована математическая постановка начально-краевой задачи консолидации соленых грунтов, исследованы свойства и решение этой задачи.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим процесс уплотнения соленых грунтов в виде параллелепипеда под действием распределенной нагрузки q, приложенной к части наружной площади (рисунок 1).

Для изучения этого процесса допустим:

- Соленый грунт состоит из твердой, жидкой и газообразной фаз.
- Движение жидкости, заполняющей поры грунта, достаточно хорошо согласуется с обобщенным законом Дарси-Герсеванова.
- Растворимость газа подчинена закону Генри.
- Растворенная соль (солевой раствор) движется с водой, а пена газа и нерастворенная соль движется с твердой фазой.
- НДС скелета соленого грунта описывается уравнением вида [1]

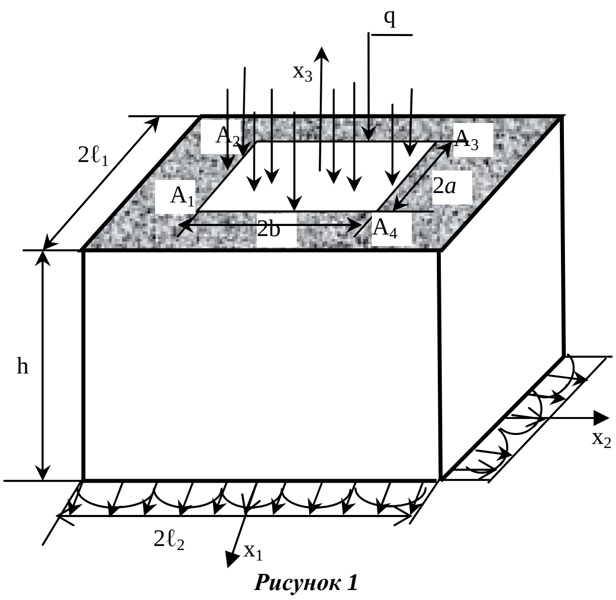


***Рисунок 1***

$$\varepsilon(t)=\alpha_1-\frac{1}{1+(n-1)\alpha_2 e^{-\alpha_3 x_3}}\times$$

$$\times\left\{(\alpha_4+\alpha_5 e^{-\alpha_6 x_3})a_0(t+\rho(x),\theta(t))\theta(t)-\int_{\tau_1}^{t}\theta(\tau)K(t+\rho(x),\tau+\rho(x),x,\theta(\tau))d\tau\right\}, \qquad (1)$$

$$K(t+\rho(x),\tau+\rho(x),x,\theta(\tau))=(\alpha_4+\alpha_5 e^{-\alpha_6 x_3})\cdot\frac{\partial a_0(\tau+\rho(x),\theta(\tau))}{\partial\tau}+$$

$$+(\alpha_{12}+\alpha_{13}e^{-\alpha_{14}x_3})\cdot\frac{f(\tau+\rho(x),\theta(\tau))}{\theta(\tau)}\cdot\frac{\partial C(t+\rho(x),\tau+\rho(x),\theta(\tau))}{\partial\tau}. \qquad (2)$$

Здесь $a_0(t,x,\rho(x),\theta(t))$, $f(\tau+\rho(x),\theta(\tau))$ и $C(t+\rho(x),\tau+\rho(x),\theta(\tau))$ – функции, характеризующие физико-механические свойства грунта.

Функция $\rho(x)$, характеризующая закон изменения возраста материала в зависимости от координат, аппроксимирована в виде [2]

$$\rho(x)=\rho(x_n)=\tau_1(x_n(\tau))-\tau_1(0)=\frac{\alpha_{39}}{h\dfrac{\tau_{\max}-\tau}{\tau_{\max}-\tau_{\min}}-\alpha_{40}}+\frac{\alpha_{39}}{\alpha_{40}}; \qquad (3)$$

$$x_n(\tau) = h\frac{\tau_{\max} - \tau}{\tau_{\max} - \tau_{\min}} = \begin{cases} 0 \text{ при } \quad \tau = \tau_{\max}, \\ h \text{ при } \quad \tau = \tau_{\min}, \end{cases}$$

$$\rho(x_n) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad \tau = \tau_{\max}, \\ \dfrac{\alpha_{39}}{h - \alpha_{40}} + \dfrac{\alpha_{39}}{\alpha_{40}} & \text{при} \quad \tau = \tau_{\min}, \quad \alpha_{39} \geq 1, \quad 0 < \alpha_{40} < h; \end{cases}$$

$$\rho(x) = \rho(x_n) = \tau_1(x_n(\tau)) - \tau_1(0) = \frac{\alpha_{39}}{h\dfrac{e^{\tau_{\max}} - e^{\tau}}{e^{\tau_{\max}} - e^{\tau_{\min}}} - \alpha_{40}} + \frac{\alpha_{39}}{\alpha_{40}}; \tag{4}$$

$$x_n(\tau) = h\frac{e^{\tau_{\max}} - e^{\tau}}{e^{\tau_{\max}} - e^{\tau_{\min}}} = \begin{cases} 0 \text{ при } \quad \tau = \tau_{\max}, \\ h \text{ при } \quad \tau = \tau_{\min}, \quad \alpha_{40} \geq 1, \; 0 < \alpha_{43} < h. \end{cases}$$

- Соленые грунты по водопроницаемости являются анизотропной средой. При этом коэффициент фильтрации может быть аппроксимирован функцией вида [3]

$$K(\varepsilon(t)) = K_0\left(\frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_k}{\varepsilon_0 - \varepsilon_k}\right)^{n_k}, \quad n_k \geq 1, \tag{5}$$

где $K_0, \varepsilon_0, \varepsilon_k$ и $n_k$ – опытные данные.

- Процесс уплотнения соленых грунтов подчинен модели К.Терцаги - В.А.Флорина [4,5].
- Во всех поверхностях консолидируемого слоя грунта (рисунок 1) происходит свободный водообмен с окружающей средой.

Тогда, присоединяя к (1) основное уравнение консолидации соленых грунтов [6]

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \beta_v(\varepsilon, H)(3 + \varepsilon - \eta^* - \mu_1)\gamma\frac{\partial H}{\partial t} =$$
$$(3 + \varepsilon - \eta^* - \mu_1)\cdot\left\{\frac{\partial}{\partial x_1}\left(K_1\frac{\partial H}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(K_2\frac{\partial H}{\partial x_2}\right) + \frac{\partial}{\partial x_3}\left(K_3\frac{\partial H}{\partial x_3}\right)\right\}$$

и гипотезы В.А.Флорина [5]

$$\theta(t) = n\gamma\left\{\left(\frac{\theta^*}{n\gamma} + H^*\right) - H\right\},$$

нетрудно задать начально-краевую задачу в виде

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_{vn}(x, t + \rho(x), \theta^*, H^*, H)L(H) - C_{1n}(x, t + \rho(x), \theta^*, H^*, H)\times$$
$$\times\left\{\int_{\tau_1}^{t} f(\tau + \rho(x), \theta^*, H^*, H)\cdot K_1(x, t + \rho(x), \tau + \rho(x), \theta^*, H^*, H)d\tau + \right.$$
$$\left. + f(t + \rho(x), \theta^*, H^*, H)\cdot K_2(x, t + \rho(x), t + \rho(x), \theta^*, H^*, H)\right\} +$$
$$+ C_{2n}(x, t + \rho(x), \theta^*, H^*, H) = -\tilde{L}(H); \tag{6}$$

$$H(x, \tau_1) = H_0(x), \quad x \in D; \tag{7}$$

$$\pm\chi_S^{(\alpha)}\frac{\partial H}{\partial n} + \chi_S^{(\alpha+1)}H\Big|_\Gamma = \psi(x,t)\Big|_\Gamma, \quad (x,t) \in D\times[\tau, T], \tag{8}$$

Где

$$K_1(x, t + \rho(x), \tau + \rho(x), \theta^*, H^*, H) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial C(x, t + \rho(x), \tau + \rho(x), \theta^*, H^*, H)}{\partial\tau}\right), \tag{9}$$

$$K_2(x, t + \rho(x), t + \rho(x), \theta^*, H^*, H) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial C(x, t + \rho(x), \tau + \rho(x), \theta^*, H^*, H)}{\partial\tau}\right)\tau = t, \tag{10}$$

$$L(H) = \sum_{S=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_S}\left(K_{\Phi S}(x, t + \rho(x), \theta^*, H^*, H)\frac{\partial H}{\partial x_S}\right). \tag{11}$$

Вид функций $C_{vn}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $C_{1n}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $f(t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $C_{2n}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $C(x,t+\rho(x),\tau+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $K_{\Phi S}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$ в (6), (9), (10) и (11) обусловлен зависимостями (1), (2),…(4) и коэффициента объемной сжимаемости [6]

$$\beta_v(\varepsilon,H)=\frac{2-\eta^*-\mu_1+\mu\varepsilon}{3+\varepsilon-\eta^*-\mu_1}\cdot\frac{1}{\gamma(H-x_3-H_0)}\ .$$

Здесь: $\theta_0^*$ и $H_0^*$ обозначают сумму главных напряжений в скелете грунта и напоров поровой жидкости, соответствующие граничным значениям непосредственно после приложения нагрузки в предположении мгновенной стабилизации; $\mu$ – растворимость газа; $\eta^*$ – коэффициент водонасыщенности уплотняемой среды ($\eta^*=1$, $\mu_1=1$, $\mu=0$); $\mu_1$ – коэффициент растворимости соли ($0\le\mu_1\le1$); $\gamma$ – удельный вес жидкой солевой смеси; $\varepsilon$ – коэффициент пористости, которая определена уравнением (1).

Коэффициенты водоотдачи $\chi_S^{(\alpha)},\chi_S^{(\alpha+1)}$ ($\alpha=1{,}2{,}3;\ s=1{,}2{,}3$) в (8) удовлетворяют условиям: $\chi_S^{(\alpha)}\ge0,\ \chi_S^{(\alpha+1)}\ge0;\ \left(\chi_S^{(\alpha)}\right)^2+\left(\chi_S^{(\alpha+1)}\right)\ne0$, $\psi(x,t)$– известная функция, характеризующая напор некоторого водоносного слоя, примыкающий к рассматриваемому участку.

## 2. Вопросы существования и единственности

**Теорема 1.** Пусть $C_{vn}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $C_{1n}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $C_{2n}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$, $K_{\Phi S}(x,t+\rho(x),\theta^*,H^*,H)$– функции класса $C^2(x\in D,\ 0\le\tau_1\le t\le T<\infty)\bigcap C(Ц_T)$ и положительны, функция $H(x,t)$ удовлетворяет (6) в $Ц$ и $\tilde{L}(H)\ge0$ ($\tilde{L}(H)\le0$) в $Ц$, а функция $H_0=H(x,\tau_1)$ содержится в области определения оператора $L$. Тогда существует единственное решение задачи (6)-(8).

Доказательство теоремы приводится по той же схеме, что и доказательство теоремы 1 в [8].

## 3. Методы решения

**3.1 Метод итерации.** Изложим в виде теоремы метод итерации для решения краевой задачи (12)-(14).

**Теорема 2.** Пусть выполняются условия теоремы 1 и $H(x,t)$ есть решение краевой задачи (6)-(8), а $H_k(x,t)$ ($k=1,2,\dots$) – решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial H_k}{\partial t}=C_{vn}(x,t+\rho(x),H_{k-1})L(H_k)-C_{1n}(x,t+\rho(x),H_{k-1})\times$$

$$\times\left\{\int_{\tau_1}^{t}f(\tau+\rho(x),H_{k-1})K_1(t+\rho(x),\tau+\rho(x),H_{k-1})d\tau+f(t+\rho(x),H_{k-1})K_1(t+\rho(x),\tau+\rho(x),H_{k-1})d\tau\right\}+$$

$$+C_{2n}(x,t+\rho(x),H_{k-1})\ ,\quad k=1,2,\dots,$$

удовлетворяющее начально-краевым условиям (7), (8), причем $H>H_1$. Тогда последовательность $\{H_k\}$ ($k=1,2,\dots$) сходится к единственному решению $H(x,t)$ задачи (6)-(8) при $k\to\infty$.

Доказательство теоремы основано на принципе максимума и теоремы сравнения и проводится так же, как и в [9].

**3.2 Локально-одномерный метод.** Пользуясь идеями этого метода [10] и метода итерации [9] к задаче (6)-(8), ставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу ($n=3$):

$$\frac{1}{n}\frac{Y^{j+\alpha/3}-Y^{j+(\alpha-1)/3}}{\Delta t}=C_{vn}^{j+\alpha/3}\Lambda_\alpha Y^{j+\alpha/3}+$$

$$+n\gamma\Big\{C_{1n}^{j+\alpha/3}\Big\{\frac{\Delta t_\alpha}{2}\Big[\beta_1^{j+(\alpha-1)/3}Y^{j+(\alpha-1)/3}K_1^{j+(\alpha-1)/3}+\beta_1^{j+(\alpha-1)/3}Y^{j+\alpha/3}K_1^{j+\alpha/3}\Big]+$$

$$+\beta_1^{j+\alpha/3}Y^{j+\alpha/3}K_2^{j+\alpha/3}\Big\}\Big\}_\alpha+\varphi_{3n\alpha}^{j+\alpha/3}\quad,\ x\in\omega_n,\ \alpha=1,2,3. \qquad (12)$$

$$Y_{i_1}^0=H_0, \qquad (13)$$

$$\left.\begin{aligned} Y_{-N_1}^{j+1/3} &= \mu_1^{(1)} Y_{-N_1+1}^{j+1/3} + \nu_{11}^{(1)},\ x \in \gamma_{h,\alpha},\\ Y_{N_1}^{j+1/3} &= \mu_1^{(2)} Y_{N_1-1}^{j+1/3} + \nu_{11}^{(2)},\ x \in \gamma_{h,\alpha},\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} Y_{-N_2}^{j+2/3} &= \mu_2^{(1)} Y_{-N_2+1}^{j+2/3} + \nu_{22}^{(1)},\ x \in \gamma_{h,\alpha},\\ Y_{N_2}^{j+2/3} &= \mu_2^{(2)} Y_{N_2-1}^{j+2/3} + \nu_{22}^{(2)},\ x \in \gamma_{h,\alpha},\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\left.\begin{aligned} Y_0^{j\neq 1} &= \mu_3^{(1)} Y_1^{j+1} + \nu_{33}^{(1)},\ x \in \gamma_{h,\alpha},\\ Y_{N_3}^{j+1} &= \mu_3^{(2)} Y_{N_3-1}^{j+1} + \nu_{33}^{(2)},\ x \in \gamma_{h,\alpha},\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

где $\varphi_{3n\alpha}^{j+\alpha/3}$, $\mu_\alpha^{(1)}, \mu_\alpha^{(2)}, \nu_{\alpha\alpha}^{(1)}, \nu_{\alpha\alpha}^{(2)}$ ($\alpha = 1,2,3$) – известные функции и величины $\Delta t_\alpha = \dfrac{\Delta t}{3}$. Здесь разностный оператор имеет вид

$$\Lambda_\alpha Y_{(\alpha)} = \left(a_\alpha\left(x, \bar{t}, 0{,}5\left(Y_{(\alpha-1)} + Y_{(\alpha-1)}^{(-1_\alpha)}\right)Y_{\bar{x}_\alpha}\right)_{x_\alpha}\right),\ \ \bar{t} = t_{j+1*2}\,.$$

**Теорема 3.** Пусть выполняются условия теоремы 1 и 2, и существуют в *Ц* непрерывные и ограниченные производные

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \frac{\partial^4 H}{\partial x_\alpha^2 \partial x_\beta^2}, \frac{\partial^3 H}{\partial t \partial x_\alpha^2},\ \ 1 \le \alpha,\ \beta \le n,\ \ \frac{\partial^2 K_S}{\partial H^2}, \frac{\partial^2 K_S}{\partial x_\alpha \partial H}, \frac{\partial^2 K_S}{\partial x_\alpha^2}\,.$$

Тогда справедливы следующие утверждения относительно задачи (12)-(16).

1°. Локально-одномерная схема (12) обладает суммарной аппроксимацией $O(\Delta t + (h)^2)$ в регулярных узлах сетки $\omega_n$.

2°. Если $\varphi_{3n\alpha}(U_\alpha) \le 0$ ($\varphi_{3n\alpha}(U_\alpha) \ge 0$), то при

$$\Delta t < \frac{1}{n\gamma \dfrac{\Delta t_\alpha}{2} C_{1ni_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1i_\alpha}^{j+(\alpha-1)/n} \cdot \left|K_{1i_\alpha}^{j+(\alpha-1)/n}\right|} \tag{17}$$

сеточная функция $Y(U_\alpha)$, заданная на Ω, отличная от константы, не может принимать наибольшее положительное (наименьшее отрицательное) значение во внутренних узлах $U_\alpha \in \Omega$.

3°. Локально-одномерная схема (12) равномерна в метрике, устойчива по начальным и граничным данным (13)-(16) и по правой части, так что для решения задачи (12)-(16) при любых $h$ и $\Delta t$, удовлетворяющих (17), справедлива оценка

$$\left\|Y^j\right\|_C \le \left\|\frac{1}{\omega_0}\left(\frac{\theta_0^*}{n\gamma} + H_0^*\right)\right\|_C + \max_{0<\tau_1\le t'\le j\Delta t}\left\|\hat{U}(x,t')\right\|_{C_r} + \max_{0<\tau_1\le t'\le j\Delta t} h^2 \frac{\left\|\varphi_{3n\alpha}^{*\,j+\alpha/n}\right\|_{C^*}}{\left\|C_{1ni_\alpha}^{j+\alpha/n} K_{Si_\alpha}^{j+\alpha/n}\right\|_{C^*}} +$$

$$+ \sum_{j=0}^{j_0-1}\sum_{\alpha=1}^{n}\left\|\frac{\dfrac{1}{n} + \gamma\dfrac{(\Delta t)^2}{2} C_{1\nu i_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1\alpha}^{j+(\alpha-1)/n} K_{1\alpha}^{j+(\alpha-1)/n}}{\dfrac{1}{n} - \gamma C_{1\nu i_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1\alpha}^{j+\alpha/n} \cdot \dfrac{(\Delta t)^2}{2} \cdot K_{1\alpha}^{j+\alpha/n} + \Delta t K_{2\alpha}^{j+\alpha/n}}\right\|_C +$$

$$+ \sum_{j=0}^{j_0-1}\sum_{\alpha=1}^{n}\left\|\frac{\varphi K_{3\nu\alpha}^{j+\alpha/n}}{\dfrac{1}{n} - \gamma C_{1\nu i_\alpha}^{j+\alpha/n} \beta_{1\alpha}^{j+\alpha/n} \cdot \dfrac{(\Delta t)^2}{2} \cdot K_{1\alpha}^{j+\alpha/n} + \Delta t K_{2\alpha}^{j+\alpha/n}}\right\|_C .$$

где $h = \max\limits_{t\le\alpha\le n} h_\alpha$, $\|Y\|_C = \max\limits_{x\in\omega_h}|Y|$, $\|Y\|_{C_\gamma} = \max\limits_{x\in\gamma_h}|Y|$, $\|\varphi\|_{C^*} = \max\limits_{x\in\omega_h}|\varphi|$, $\|\varphi\|_C = \max\limits_{x\in\omega_h}|\varphi|$, $K_{Si_2}^{j+\alpha/n} = \min\limits_\alpha\left(K_{Si_2 i_{\alpha+1}}^{j+\alpha/n} K_{Si_2 i_\alpha}^{j+\alpha/n}\right)$, $t' = t_{j+\alpha/n}$.

4°. Схема (12)-(16) равномерно сходится со скоростью $O(h^2 + \Delta t)$, так что

$$\left\|Y^j - H_k^j\right\|_C \le M(h^2 + \Delta t),\ \ j = 1,2,\ldots,$$

где $M = const > 0$ не зависит от $\Delta t$ и $h$.

Доказательство теоремы приводится также как и в [11].

**3.3 Метод прогонки.** Применяя метод правой прогонки к задаче (12)-(16), имеем

$$\overset{(\rightarrow)}{\alpha}{}^{j+\alpha/3}_{i_\alpha+1} = \frac{B^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}}{C^{j+\alpha/3}_{i_\alpha} - A^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}\alpha^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}}, \tag{18}$$

$$\alpha^{j+1/3}_{-N_1+1} = \mu^{(1)}_1, \ \alpha^{j+2/3}_{-N_2+1} = \mu^{(1)}_2, \ \alpha^{j+1}_1 = \mu^{(1)}_3, \ \overset{(\rightarrow)}{\beta}{}^{j+\alpha/3}_{i_\alpha+1} = \frac{A^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}\beta^{j+\alpha/3}_{i_\alpha} + F^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}}{C^{j+\alpha/3}_{i_\alpha} - A^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}\alpha^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}}; \tag{19}$$

$$\beta^{j+1/3}_{-N_1+1} = \nu^{(1)}_{11}, \ \beta^{j+2/3}_{-N_2+1} = \nu^{(1)}_{22}, \ \beta^{j+1}_1 = \nu^{(1)}_{33}, \ i_\alpha = \pm1, \pm2, \ldots, \pm(N_\alpha - 1);$$

$$(\alpha = 1, 2), \ i_3 = 1, 2, 3, \ldots, N_3 - 1, \ Y^{j+\alpha/3}_{N_\alpha} = \frac{\nu^{(2)}_{\alpha\alpha} + \mu^{(2)}_\alpha \beta^{j+\alpha/3}_{N_\alpha}}{1 - \mu^{(2)}_\alpha \alpha^{j+\alpha/3}_{N_\alpha}}, \ (\alpha = 1, 2, 3),$$

$$\overset{(\leftarrow)}{Y}{}^{j+\alpha/3}_{N_\alpha} = \alpha^{j+\alpha/3}_{i_\alpha+1} Y^{j+\alpha/3}_{i_\alpha+1} + \beta^{j+\alpha/3}_{i_\alpha+1},$$

$$i_\alpha = \pm(N_\alpha - 1), \pm(N_\alpha - 2), \ldots, \pm1, 0, \ (\alpha = 1, 2), \ i_3 = N_3 - 1; N_2 - 1; \ldots; 1, 0,$$

где $A^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}, B^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}, C^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}, F^{j+\alpha/3}_{i_\alpha}$ – известные величины.

Здесь стрелки наверху указывают направление счета $(\rightarrow)$ – от $i_\alpha$ к $i_\alpha + 1$; $(\leftarrow)$ – от $i_\alpha + 1$ к $i_\alpha$.

**Теорема 4.** Пусть выполняются условия теоремы 3. Тогда справедливы следующие утверждения относительно задачи (12)-(16).

1°. При выполнении условия (17) или при выполнении условий:

$$\left|C^{j+\alpha/n}_{i_\alpha}\right| \geq \left|A^{j+\alpha/n}_{i_\alpha}\right| + \left|B^{j+\alpha/n}_{i_\alpha}\right|,$$

$$i_\alpha = \pm1, \pm2, \ldots, \pm(N_\alpha - 1), \ \alpha = 1, 2, \ i_3 = 1, 2, 3, \ldots, N_3 - 1,$$

$$\left|\mu^{(1)}_\alpha\right| \leq 1, \ \left|\mu^{(1)}_\alpha\right| + \left|\mu^{(2)}_\alpha\right| < 2, \ \alpha = 1, 2, 3$$

задача (12)-(16) имеет единственное решение, определяемое по формулам (18), (19).

2°. Если выполнены условия

$$\left|A^{j+\alpha/n}_{i_\alpha}\right| > 0, \ \left|C^{j+\alpha/n}_{i_\alpha}\right| \geq \left|A^{j+\alpha/n}_{i_\alpha}\right| + \left|B^{j+\alpha/n}_{i_\alpha}\right|,$$

то при $\chi^{(1)}_1 = \chi^{(3)}_1 = \chi^{(1)}_2 = \chi^{(3)}_2 = \chi^{(1)}_3 = \chi^{(3)}_1 = 0$ для решения задачи (12)-(16) справедлива оценка

$$\left\|Y_{i_\alpha}\right\| \leq \max\left(\left|\beta_{-N_\alpha+1}\right|, \left|Y_{N_\alpha}\right|\right) + \sum_{i_\alpha=1}^{N_\alpha-1} \frac{1}{\left|B_{i_\alpha}\right|} \sum_{k=1}^{i_\alpha} \left|F_{k_\alpha}\right|, \ (-N_3 = 0).$$

Доказательство теоремы проводится так же, как и в [11].

**4. Результаты предварительных расчетов**

Предварительные расчеты показали:

- осадок слоя соленых грунтов в зависимости от растворимостей солей существенно (не существенно) отличаются от осадки несоленых грунтов (рисунок 2);

- при незначительном модуле мгновенной деформации вертикальное перемещение верхней поверхности уплотняемого массива не зависит от времени;

- учет неоднородности соленых грунтов, неоднородность которых обусловлена переменностью возраста их скелета в зависимости от пространственных координат, достаточно заметно влияет на характер осадки грунтовых оснований во времени. Это влияние может быть незначительным только при $\alpha_{39} \rightarrow 0$.

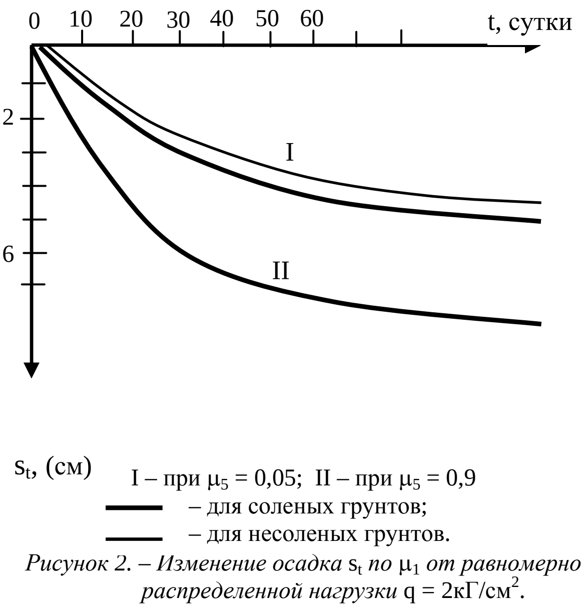


*Рисунок 2. – Изменение осадка* $s_t$ *по* $\mu_1$ *от равномерно распределенной нагрузки* $q = 2$кГ/см$^2$.

**РЕЗЮМЕ**

Сформулировано математическая постановка начально-краевой задачи консолидации соленых грунтов. Исследованы вопросы существования и единственности для нее. Обоснованы методы ее решения. Пользуясь идеями метода суммарной аппроксимации и метода итерации, она сведена к конечно-разностной краевой задаче, и для нее исследованы погрешность аппроксимации, устойчивость и сходимость локально-одномерной схемы (ЛОС). Даны априорные оценки и ее решение. Приведены результаты предварительных расчетов.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Алтынбеков Ш. Нелинейное определяющее уравнения состояния грунта и методика определения его параметров /Ш. Алтынбеков //PROCEEDINGS The international scientific-technical conference dedicated to the 20-th anniversary of National Engineering Academy of Republic of Kazakhstan. Part I.-Aktobe, 2010.-С.24-29.
2. Алтынбеков Ш. О некоторых современных вопросах фильтрационной теории консолидации неоднородных грунтов / Ш. Алтынбеков //Механика и моделирование процессов технологии.- Тараз: Изд. ТарГУ, 2006, №2.- С.328-329.
3. Цытович И.А. Прогноз скорости осадок оснований сооружений / И.А.Цытович, Ю.К. Зарецкий, М.В.Малышев, М.Ю.Абелеев, З.Г.Тер-Мартиросян - М.: Стройиздат, 1967.- 238 с.
4. Терцаги К. Механика грунтов в инженерной практике /К.Терцаги, Р.Пак.-М.: Гос. изд-во лит. по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1958.- 607 с.
5. Флорин В.А. Основы механики грунтов /В.А.Флорин.- М.: Стройиздат, 1961.- Т.2.- 543 с.
6. Алтынбеков Ш. Основное уравнение консолидации засаленных земляных сред / Ш.Алтынбеков// Теоретическая и прикладная механика. Выпуск 28: Международный научно-технический сборник /Под ред. А.В.Чигарева.-Минск: БНТУ, 2013.- С.234-236.
7. Алтынбеков Ш. К решению задачи фильтрационной теории консолидации анизотропных по водопроницаемости неоднородных грунтов при деформации ползучести, зависящим от НДС среды / Ш. Алтынбеков // Извести НАН РК. Серия физико - математическая.- Алматы, 2008, №1 (257).- С.21-25.
8. Алтынбеков Ш. Вопросы существования, единственности и корректности для нелинейной краевой задачи механики уплотняемых сред /Ш.Алтынбеков//Деп. в ВИНИТИ, №3297.- М.,1985.- 16 с.
9. Алтынбеков Ш. Об одном итерационном методе нелинейных краевых задач консолидации грунтов // Ш. Алтынбеков, Т.Ш. Ширинкулов //ДАН РУз., Математика. Технические науки. Естествознание.- Ташкент, 1996, №1-2.–С.25-27.
10. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем /А.А. Самарский.-М.: Наука, 1971.- 550 с.
11. Алтынбеков Ш. О применении локально-одномерного метода к решению краевой задачи механики уплотняемых сред / Ш. Алтынбеков//Деп. в ВИНИТИ, №3298.-М, 1985.

**SUMMARY**

*Formulated mathematical formulation of the initial boundary value problem of consolidation of salty soils ground. Research of many questions of developing existence and uniqueness for her. Basically method of its solutions. Using the ideas of summary approximation method and the method of iteration, it is introduced to finite - difference boundary value problem, and she studied the error of approximation, stability and convergence locally a one-dimensional scheme (LOC). Given a priori estimates on the solution. The given out to results of the pre accountants.*

Поступила в редакцию 12.10.2013