Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра естественно-научных дисциплин

ФИЗИКА

Пособие

В 4 частях

Часть 3

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Под редакцией Т.И. Развиной

Минск
БНТУ
2011

УДК 543(075.4)
ББК 22.3я7
Ф 50

Издается с 2007 г.

Авторы:
*Т.И. Развина, Л.И. Драпезо, О.В. Коваленкова,
Ю.В. Развин, М.И. Чертина*

Рецензенты:
А.И. Сатиков, И.А. Хорунжий

Развина, Т.И.
Ф 50 Физика: пособие: в 4 ч. / Т.И. Развина [и др.]; под ред. Т.И. Развиной. – Минск: БНТУ, 2011. – Ч. 3: Электродинамика. – 391 с.

ISBN 978-985-525-707-4 (Ч. 3).

Пособие предназначено для слушателей факультетов довузовской подготовки учреждений высшего образования, а также учащихся старших классов школ, лицеев и гимназий.

Пособие включает краткие теоретические сведения, примеры решения задач, задачи для самостоятельного решения, тестовые задания.

Часть 2 «Газы, жидкости, твердые тела» издана в 2009 г. в БНТУ.

УДК 543(075.4)
ББК 22.3я7

ISBN 978-985-525-707-4 (Ч. 3)
ISBN 978-985-479-715-1

ВВЕДЕНИЕ

Электродинамика – это наука о свойствах и закономерностях, проявляющихся как при создании электромагнитных полей, так и при взаимодействиях посредством этих полей между заряженными телами или частицами.

Электромагнитное взаимодействие – одно из четырех типов фундаментальных взаимодействий в природе, имеющее сферу действия от атомного ядра и элементарных частиц до космоса. Интенсивность электромагнитного взаимодействия превосходит интенсивность гравитационного взаимодействия $\sim$в 10^{39} раз. Электромагнитные взаимодействия определяют структуру материи и физические процессы на расстоянии от 10^{-15} до 10^5 м.

Данное пособие является одной из составных частей разрабатываемого пособия по физике для поступающих в высшие учебные заведения, содержит 4 главы: электростатика, законы постоянного тока, электрический ток в различных средах и магнетизм. Каждая глава включает краткие теоретические сведения (учащиеся должны научиться формулировать физические законы, определять физические величины, знать формулы); примеры решения задач (решения ряда задач даны подробно, чтобы учащийся смог самостоятельно в них разобраться); задачи для самостоятельного решения (дают возможность преподавателю и учащимся разбирать их решения в аудитории и прорабатывать самостоятельно, тем самым развивать творческое мышление учащихся); тестовые задания (позволяют учащимся проверить уровень подготовки, понять насколько успешно усвоены основные методы и приемы решения задач данной темы). Ко всем задачам и тестовым заданиям даны ответы.

Большое количество подобранных задач поможет учащимся и абитуриентам систематизировать знания и суметь применить их при решении задач любого уровня сложности.

Предлагаемое пособие создавалось авторами с учетом опыта работы в общеобразовательных и физико-математических классах школ и лицеев, на подготовительном отделении БНТУ.

Глава 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. Теория

Электростатика – раздел электродинамики, в котором изучаются электрические поля, создаваемые неподвижными в инерциальных системах отсчета электрически заряженными телами или частицами, и взаимодействия этих тел или частиц посредством электрических полей.

Электрический заряд
q $=1$ Êë $=1$ Àñ

скалярная (алгебраическая) физическая величина, характеризующая способность тел или частиц вступать в электромагнитные взаимодействия и определяющая интенсивность (модуль силы, энергию) таких взаимодействий.

Основные свойства электрических зарядов

Существует два вида электрических зарядов – положительные и отрицательные (на стекле, потертом кожей, – положительные; на янтаре, потертом шерстью, – отрицательные).

Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.

Наименьший заряд, который может иметь тело или частица, – элементарный электрический заряд

$$e = \pm 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Электрический заряд любого заряженного тела дискретен, т. е. равен целому числу элементарных зарядов:

$$q = \pm Ne.$$

Электрический заряд аддитивен, т. е. полный электрический заряд q системы тел (частиц) равен алгебраической сумме электрических зарядов всех тел (частиц), входящих в систему:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_n.$$

Электрический заряд создает вокруг себя электрическое поле, которое действует на любой другой заряд, помещенный в это поле.

Электрический заряд – величина релятивистки инвариантная, т. е. его величина не зависит от системы отсчета, в которой заряд находится, и от скорости, с которой заряд движется.

Электрически нейтральное тело (незаряженное тело) $q = 0$	полный заряд которого равен нулю, т. е. тело содержит равное количество элементарных зарядов противоположного знака, распределенных равномерно по всему объему (электрически нейтральны неионизованные атомы и молекулы).
Электризация тел	процесс создания на телах избытка или недостатка элементарных положительных или отрицательных зарядов. При этом тело называется заряженным. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов над протонами, положительный – недостатком электронов. Осуществляется электризация различными способами: трением, соприкосновением, под действием внешнего электрического поля.
Точечный заряд	заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями до других заряженных тел, с ним взаимодействующих. В других случаях заряд называется распределенным.
Линейная плотность заряда $[\tau] = 1$ Кл/м	заряд, приходящийся на единицу длины заряженной тонкой длинной нити. Для равномерно заряженной по всей длине l нити: $$\tau = \frac{q}{l}.$$
Поверхностная плотность заряда $[\sigma] = 1$ Кл/м^2	заряд, приходящийся на единицу площади поверхности тела. Для равномерно заряженного по всей поверхности площадью S тела: $$\sigma = \frac{q}{S}.$$
Объемная плотность заряда $[\rho] = 1$ Кл/м^3	заряд, приходящийся на единицу объема тела. Для равномерно заряженного по всему объему V тела: $$\rho = \frac{q}{V}.$$
Закон сохранения электрического заряда $q_1 + q_2 + \ldots + q_n = \text{const}$	в замкнутой (изолированной) системе заряженных тел при любых взаимодействиях тел алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной.

Изолированная (замкнутая) система	система, в которую не вводят извне и не выводят из нее электрические заряды.
Закон Кулона (1785 г.) $F = k\dfrac{\lvert q_1\rvert \lvert q_2\rvert}{r^2}$	два неподвижных точечных заряда в вакууме взаимодействуют с силой прямо пропорциональной произведению модулей зарядов, обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними и направленной вдоль прямой, соединяющей эти заряды.
Коэффициент пропорциональности в СИ	$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\,\text{Hì}\ ^2/\,\text{Êë}^2$
Электрическая постоянная.	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{Êë}^2/\,(\text{Í ì}\ ^2)$
Принцип суперпозиции (сложения) сил $\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} .. \vec{F}_{1n}$	результирующая сила взаимодействия одного точечного заряда q_1 с несколькими точечными зарядами (q_2, q_3, ..., q_n) равна векторной сумме сил взаимодействия заряда q_1 с каждым из зарядов q_2, q_3, ... q_n.
Электрическое поле	вид материи, посредством которого осуществляются взаимодействия электрических зарядов.
Основные свойства электрического поля	– создается как покоящимися, так и движущимися зарядами и действует как на покоящиеся, так и движущиеся заряды; – создается изменяющимся во времени магнитным полем; – обладает энергией; – электрические поля, создаваемые системой точечных зарядов, не влияют друг на друга.
Электростатическое поле	электрическое поле, создаваемое неподвижными зарядами. Исследуется с помощью пробного заряда.
Пробный заряд q_0	положительный заряд такой величины, что его собственное поле не влияет и не искажает исследуемое поле.

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$E\ = 1\ \text{Н}/\text{Кл} = 1\ \text{В}/\text{м}$$

векторная физическая величина, являющаяся силовой характеристикой поля, равная отношению силы, действующей на положительный пробный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда.

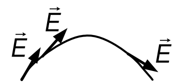
Однородное поле

$$\vec{A} = \mathrm{const}$$

поле, вектор напряженности $\vec{E}$ которого во всех точках пространства одинаков как по величине, так и по направлению.

Линии напряженности электростатического поля (силовые линии)

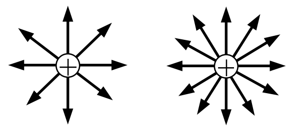
линии в пространстве, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с вектором напряженности электростатического поля в этой точке.



Графическое изображение электростатических полей

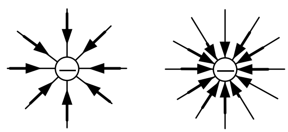
а) силовые линии точечных зарядов:

а



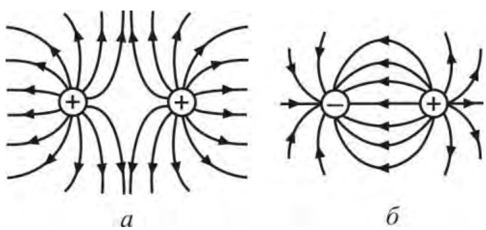
$q > 0$

б

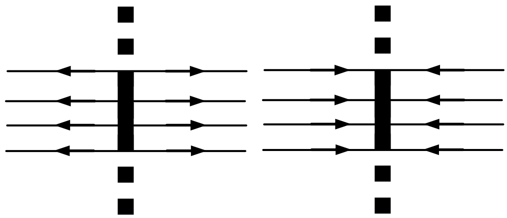


$q < 0$

б) силовые линии двух одинаковых точечных зарядов:

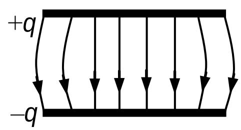


в) силовые линии равномерно заряженной бесконечной металлической пластины – электростатическое поле однородное:



$\sigma > 0$ $\sigma < 0$

г) силовые линии двух пластин, заряды которых равны по модулю и противоположны по знаку – вдали от краев пластин электростатическое поле однородно.

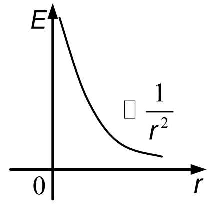


Свойства силовых линий электростатического поля

– силовые линии незамкнутые: начинаются на положительных зарядах, а оканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность;
– силовые линии не прерываются и не пересекаются друг с другом, т. е. через каждую точку электростатического поля можно провести только одну силовую линию;
– число силовых линий, приходящихся на поверхность единичной площади, расположенной перпендикулярно к силовым линиям, (густота линий) пропорционально модулю напряженности электрического поля;
– силовые линии однородного электрического поля параллельны друг другу и имеют одинаковую густоту;
– силовые линии уединенного точечного заряда или уединенного равномерно заряженного шара распределены в пространстве симметрично относительно центра заряда и направлены радиально.

Напряженность электростатического поля точечного заряда

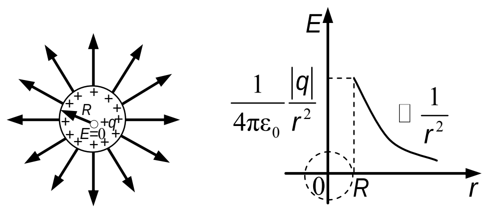
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2}$$



• равномерно заряженной сферической поверхности радиуса R в вакууме

$$E = $$

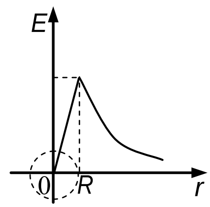
$$= \begin{cases} 0 \;\text{ï ðè}\; r < R \\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2} \;\text{ï ðè}\; r \geq R \end{cases}$$



• объемно заряженного шара радиусом R в вакууме

$$E = \begin{cases} \frac{|q|\,r}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \;\text{ï ðè}\; r < R \\ \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \;\text{ï ðè}\; r \geq R \end{cases}$$

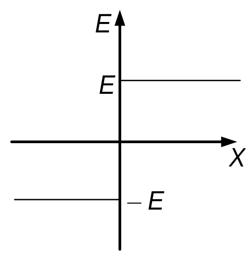
$$q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$



• равномерно заряженной бесконечной плоскости в вакууме

$$E = \frac{|q|}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

(однородное электростатическое поле)



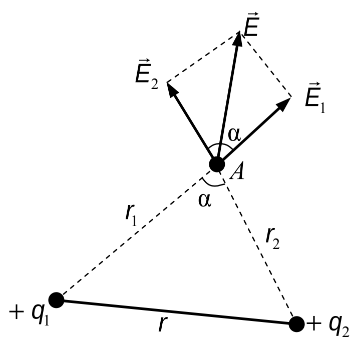
Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей

напряженность результирующего поля, создаваемого системой точечных зарядов в некоторой точке пространства, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Напряженность электростатического поля, создаваемого в точке *A* системой двух зарядов

а) одноименных положительных

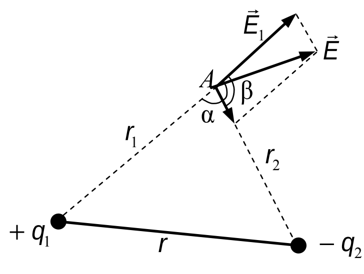


$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E \cos\alpha}$$

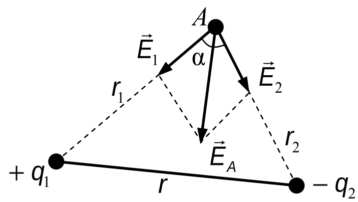
$$\left(\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r^2}{2 r_1 r_2} \right)$$

б) разноименных



$$\vec{E}_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\beta} =$$
$$= \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\beta}$$

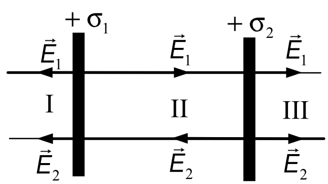
в) одноименных отрицательных



$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$

Электростатическое поле двух бесконечных параллельных равномерно заряженных пластин

а) пластины заряжены одноименными зарядами



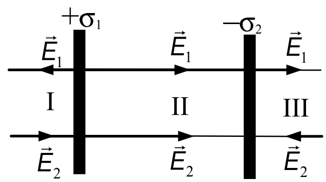
Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Для каждой из представленных областей (I, II, III) модуль напряженности результирующего поля:

$$E_i = E_{\text{III}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\varepsilon_0}$$

$$E_{\text{II}} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2\varepsilon_0}$$

(Если $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, то $E_1 = E_{\text{III}} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_{\text{II}} = 0$).

б) пластины заряжены разноименными зарядами:



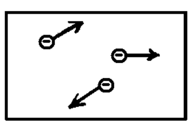
$$E_{\mathrm{I}} = E_{\mathrm{III}} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2\varepsilon_0}$$

$$E_{\mathrm{II}} = \frac{\sigma_1 + |\sigma_2|}{2\varepsilon_0}$$

(Если $\sigma_1 = |\sigma_2| = \sigma$, то $E_{\mathrm{I}} = E_{\mathrm{II}} = 0$, $E_{\mathrm{II}} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$).

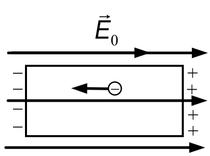
Примечание. Любую систему заряженных тел конечных размеров можно свести к совокупности элементов точечных зарядов, а затем, определив силу взаимодействия всех этих точечных зарядов друг с другом, рассчитать результирующую силу взаимодействия. Аналогично рассчитывается напряженность поля, создаваемого каждым из элементов, представляющих точечный заряд.

Проводники



вещества, имеющие свободные носители заряда: в металлах – свободные электроны, в электролитах – положительные и отрицательные ионы, в ионизированных газах – свободные электроны и ионы (глава 3).

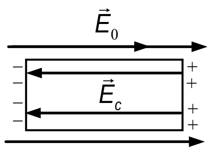
В отсутствие электрического поля свободные электроны в металлических проводниках движутся хаотически.



При внесении проводника в однородное электрическое поле напряженностью $\vec{E}_0$ свободные электроны упорядоченно перемещаются в направлении, противоположном направлению $\vec{E}_0$, образуя избыточный отрицательный заряд на одной стороне, что приводит к образованию положительного заряда на другой. В целом проводник остается незаряженным.

Индуцированные (наведенные) заряды — некомпенсированные разноименные заряды, появляющиеся на проводнике под действием внешнего электрического поля.

Электростатическая индукция — один из видов электризации, представляет собой явление перераспределения зарядов в проводнике под действием внешнего электрического поля.

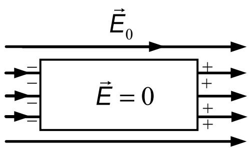


нескомпенсированные электрические заряды на противоположных частях проводника приводят к появлению собственного электрического поля напряженностью $\vec{E}_c$.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_c$$

согласно принципу суперпозиции напряженность результирующего поля $\vec{E}$ равна векторной сумме напряженностей внешнего поля $\vec{E}_0$ и собственного поля проводника $\vec{E}_c$.

$$\vec{E} = 0$$

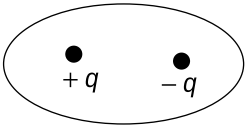


условие электростатического равновесия свободных зарядов в проводнике, т. е. внутри проводника поле отсутствует и весь нескомпенсированный заряд находится на поверхности проводника. Это явление используется при создании электростатической защиты.

Электростатическая защита — способ устранения влияния внешних электрических полей на чувствительные приборы: приборы помещают в заземленные металлические корпуса.

Диэлектрики — вещества, в которых отсутствуют свободные носители зарядов. Существуют три типа диэлектриков: полярные, неполярные и сегнетоэлектрики.

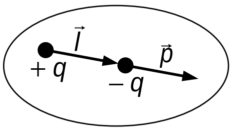
Полярные диэлектрики



вещества, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов в молекулах не совпадают. Такие молекулы рассматривают как электрические диполи, т. е. системы из двух равных по модулю и противоположных по знаку точечных электрических зарядов, расстояние между которыми очень мало по сравнению с расстоянием до точек, где оцениваются действие этих зарядов. В целом эти молекулы нейтральны и имеют несимметричное строение (вода, спирты, нитробензол и др.).

Дипольный момент

$$\vec{p} = q\vec{l}$$



произведение модуля заряда диполя q на плечо диполя l (l – расстояние от отрицательного заряда до положительного).

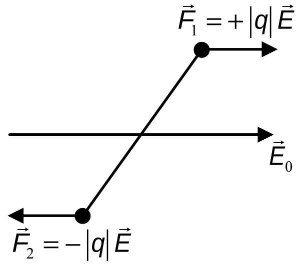
Неполярные диэлектрики

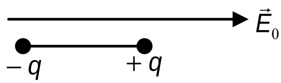
вещества, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов в молекулах совпадают. В отсутствие внешнего поля эти молекулы не обладают дипольным моментом. Во внешнем электрическом поле заряды неполярных молекул смещаются: положительные – по полю, отрицательные – против поля, – и молекулы приобретают дипольный момент, становясь диполями.

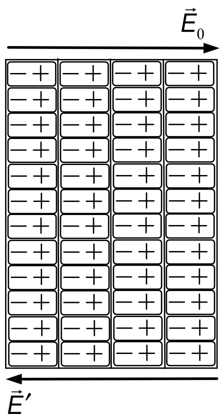
В отсутствие электрического поля суммарный дипольный момент молекул всех типов диэлектриков равен нулю. Внесение диэлектриков (полярных и неполярных) во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего дипольного момента, т. е. к поляризации диэлектрика.

Поляризация диэлектрика

процесс ориентации диполей под действием внешнего электрического поля, диполи ориентируются по полю.







$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

вследствие процесса поляризации на границах диэлектрика возникают связанные заряды. В целом диэлектрик нейтральный. Связанные поверхностные заряды создают собственное электрическое поле напряженностью $\vec{E}'$, направленной против напряженности внешнего поля $\vec{E}_0$. Результирующее поле внутри диэлектрика $E = E_0 - E'$, т. е. модуль напряженности результирующего поля в диэлектрике меньше модуля напряженности внешнего поля: $E < E_0$.

Диэлектрическая проницаемость среды ε

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}$$

скалярная физическая величина, характеризующая способность диэлектрика поляризоваться в электрическом поле. Определяется отношением модуля напряженности E_0 внешнего однородного электрического поля в вакууме к модулю напряженности E электрического поля в диэлектрике, внесенном в это внешнее поле (для вакуума $\varepsilon = 1$, для воздуха $\varepsilon \approx 1$).

Напряженность результирующего поля в диэлектрике

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

Сегнетоэлектрики $\varepsilon \gg 1$

диэлектрики, имеющие в определенном интервале температур области спонтанной (самопроизвольной) поляризованности в отсутствии внешнего электрического поля. Эти области, называемые доменами, обладают высокой диэлектрической проницаемостью. В целом результирующий дипольный момент сегнетоэлектрика равен нулю. Во внешнем электрическом поле происходит переориентация дипольных моментов доменов по полю, при этом суммарное электрическое поле доменов будет ориентировано и после прекращения действия электрического поля.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{\varepsilon r^2}$$

напряженность электростатического поля точечного заряда или равномерно заряженной сферы при $r \geq R$ в среде с диэлектрической проницаемостью ε.

$$E = \frac{|q|}{2\varepsilon_0\varepsilon S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

напряженность однородного электростатического поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью в среде с диэлектрической проницаемостью ε.

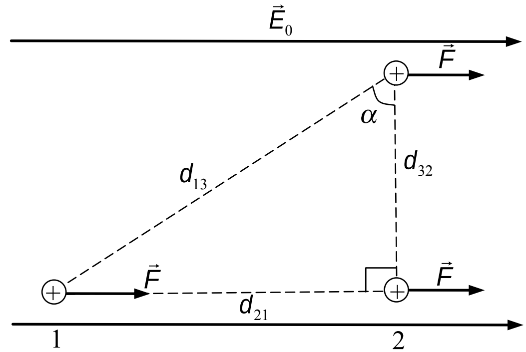
$$E = \frac{|q|}{\varepsilon_0\varepsilon S} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

напряженность поля между двумя бесконечными параллельными плоскостями, равномерно заряженными разноименными одинаковыми по модулю зарядами в среде.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$$

сила кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов в однородной изотропной безграничной среде с диэлектрической проницаемостью ε.

Работа электростатического поля при перемещении заряда



Работа постоянной силы равна
$A = Fs\cos\alpha$,

где s – модуль перемещения, α – угол между направлениями силы и перемещения, $\vec{F} = q\vec{E}$ – сила, действующая на заряд в электрическом поле.

Работа поля по перемещению положительного заряда на участках

1–2: $A_{12} = qEd_{21}\cos 0° = qEd_{21}$;

2–3: $A_{23} = qEd_{32} = \cos 90° = 0$;

3–1: $A_{31} = qEd_{13} = \cos(90° + \alpha) =$

$= -qEd_{13}\sin\alpha = -qEd_{21}$.

Работа A по замкнутой траектории 1–2–3–1 равна:

$$A = A_{21} + A_{32} + A_{13} = 0.$$

Работа на участке 1–3:

$$A_{13} = qEd_{31} = \cos(90° - \alpha) =$$

$$= qEd_{31}\sin\alpha = qEd_{21},$$

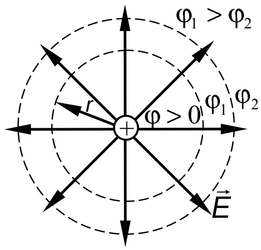
или $A_{13} = A_{12} + A_{23}$, т. е. работа сил электростатического поля по перемещению заряда не зависит от формы траектории, а зависит только от начального и конечного положений заряда и его величины.

Консервативные силы	силы, работа которых не зависит от формы траектории или работа которых по замкнутой траектории равна нулю.
Потенциальное поле	поле, содаваемое консервативными силами.
Электростатическое поле	потенциальное.
Электростатические силы $A = \Delta W_{\text{П}} =$ $-(W_{\text{П}2} - W_{\text{П}1}) =$ $W_{\text{П}1} - W_{\text{П}2}$	консервативные. Из механики (ч. 1, гравитационные силы) работа консервативных сил равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком. $W_{\text{П}1}$ и $W_{\text{П}2}$ – потенциальная энергия заряда в начальном и конечном положениях соответственно.
Потенциал электростатического поля $\varphi = \frac{W_{\text{Ï}}}{q}$ $\varphi = 1\frac{\text{Äæ}}{\text{Êë}} = 1\ \text{Â}$	скалярная физическая величина, являющаяся энергетической характеристикой поля, равная отношению потенциальной энергии $W_{\text{П}}$ заряда в данной точке поля к величине заряда, помещенного в эту точку поля.
$A = W_{\text{П}1} - W_{\text{П}2} =$ $= q(\square_1 - \square_2)$	работа электростатического поля, совершаемая при перемещении заряда из одной точки поля в другую, равна произвдению величины перемещаемого заряда и разности потенциалов между начальной и конечной точками перемещения. Под действием сил электрического поля положительно заряженное тело перемещается из точки с большим потенциалом в точку с меньшим потенциалом, отрицательно заряженное тело – из точки с меньшим потенциалом в точку с большим потенциалом.

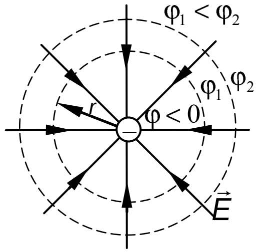
Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками поля $$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{\text{ÝË}}}{q}$$ $$\Delta\varphi = U =$$ $$= 1\ \frac{\text{Äæ}}{\text{Êë}} = 1\ \text{В}$$	скалярная физическая величина, равная работе электростатических (кулоновских) сил по перемещению единичного положительного заряда из одной точки поля в другую (сторонние силы отсутствуют, глава 2) Численное значение и знак потенциала электрического поля зависят от выбора нулевого уровня. При этом разность потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$ не зависит от выбора нулевого уровня.
Нулевой уровень потенциала	точка в пространстве, в которой потенциальная энергия заряда и потенциал поля полагаются равными нулю. За нулевой уровень потенциала в любых электрических полях принимается потенциал поля точки, расположенной на бесконечности: $W_\infty = 0,\ \varphi_\infty = 0.$ В электро- и радиотехнике для тел вблизи поверхности Земли за нулевой уровень отсчета выбирается потенциал поверхности Земли или проводника, соединенного с Землей.
Связь между напряжением U и напряженностью E для однородного электростатического поля $$E = \frac{U}{d}$$	Работа сил электростатического поля $$A = -\Delta W_n = W_{n1} - W_{n2} =$$ $$= q(\varphi_1 - \varphi_2) = qEd = qU.$$ Отсюда для однородного электростатического поля $Ed = U \to E = \dfrac{U}{d}$, где d – расстояние между точками поля.
Потенциал электростатического поля точечного заряда $$\varphi = \frac{A_{1\to\infty}}{q}$$	скалярная физическая величина, равная отношению работы, которую совершают силы поля при перемещении положительного заряда q из данной точки поля в бесконечность, к величине этого заряда.
Эквипотенциальная поверхность	поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал.

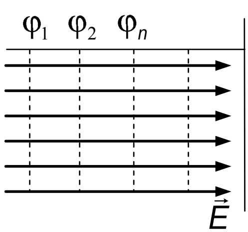
Свойства эквипотенциальных поверхностей

– в каждой точке эквипотенциальной поверхности вектор напряженности перпендикулярен этой поверхности и направлен в сторону убывания потенциала;
– работа по перемещению заряда по эквипотенциальной поверхности, или из одной ее точки в другую, равна нулю.



Эквипотенциальные поверхности точечного заряда или равномерно заряженной сферической поверхности являются сферы, в центре которых расположен точечный заряд или расположен центр сферы (т. е. бесконечное множество концентрических поверхностей).

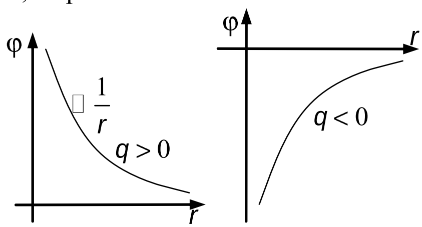




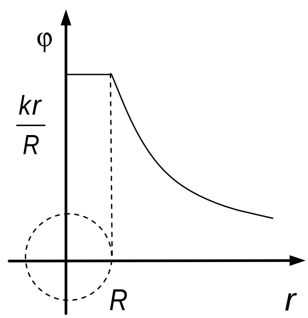
Эквипотенциальные поверхности однородного электрического поля представляют собой бесконечное множество плоскостей, перпендикулярных линиям напряженности.

Принцип суперпозиции потенциалов поля $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n = \sum\limits_{i=0}^{n} \varphi_i$ — потенциал электрического поля, создаваемого системой зарядов, равен алгоритмической сумме потенциалов полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности. (Нулевой уровень потенциала – общий для всех зарядов).

Потенциал поля точечного заряда q на расстоянии r от заряда
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R} = k\frac{q}{\varepsilon R}$$
— зависимость потенциала, создаваемого точечным зарядом, от расстояния



Потенциал поля уединенной сферы радиуса R с зарядом q, равномерно распределенным по всей поверхности
$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{kq}{\varepsilon R} \text{ при } r \le R;$$
$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{kq}{\varepsilon r} \text{ при } r > R$$



Потенциал поля бесконечной равномерно заряженной плоскости
$$\varphi = \frac{\sigma r}{2\varepsilon_0\varepsilon},$$
где $\sigma = \frac{q}{S}$ – поверхностная плотность заряда на плоскости, r – расстояние от плоскости до точки поля.

Потенциальная энергия заряда в электростатическом поле

$$W = q\varphi$$

потенциальная энергия точечного заряда, находящегося в электростатическом поле в точке с потенциалом □.

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r}$$

потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 расположенных на расстоянии r в среде с диэлектрической проницаемостью ε.

$$W = \frac{1}{2}q_1\varphi_{q_2} + \frac{1}{2}q_2\varphi_{q_1} = \frac{1}{2}q_1 k\frac{q_1}{\varepsilon r} + \\ + \frac{1}{2}q_2 k\frac{q_2}{\varepsilon r} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r},$$

где φ_{q_1} и φ_{q_2} – потенциалы точек полей, создаваемые зарядами q_1 и q_2 на расстоянии r соответственно.

Потенциальная энергия системы из n точечных зарядов

равна полусумме произведений величины каждого заряда на потенциал той точки, в которой этот заряд находится, т. е. потенциал, создаваемый оставшимися зарядами.

Электроемкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

$$C = 1\ \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = 1\ \text{Ф}$$

Ф – фарада

скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрические заряды, определяемая отношением величины заряда на проводнике к его потенциалу.
Электроемкость проводника не зависит от заряда и потенциала проводника, а зависит от размеров и формы проводника, а также среды, в которой он находится.

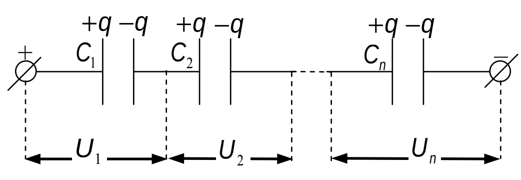
Электроемкость уединенного сферического проводника в вакууме

$$\tilde{N}_{\varnothing} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

$$\tilde{N}_{\varnothing} = \frac{q}{k\frac{q}{R}} = \frac{R}{k} = 4\pi\varepsilon_0 R,$$

где R – радиус шара.

$\tilde{N}_{\O} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$	в среде с диэлектрической проницаемостью ε электроемкость шара увеличивается по сравнению с электроемкостью в вакууме в ε раз.
Конденсатор	система двух проводников (обкладок), разделенных тонким слоем диэлектрика, с зарядами равными по модулю, но противоположными по знаку. Служит для накопления электрической энергии. По виду обкладок различают плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы.
Заряд конденсатора q	соответствует значению заряда q любой из его обкладок.
Электроемкость конденсатора $C = \dfrac{q}{U} = \dfrac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$	скалярная физическая величина, равная отношению заряда q конденсатора к разности потенциалов (напряжению) U между его обкладками.
Электроемкость плоского конденсатора $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$	Электрическое поле между обкладками плоского конденсатора однородное: $$q = \sigma S$$ $$U = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d,\ C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S \varepsilon\varepsilon_0}{\sigma d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$ где σ – поверхностная плотность заряда на пластине площадью S; d – расстояние между пластинами; ε – диэлектрическая проницаемость среды между пластинками (обкладками).
Соединение конденсаторов	а) закономерности последовательного соединения:



– при последовательном соединении конденсаторов обкладки соседних конденсаторов заряжаются равными по модулю, противоположными по знаку зарядами $\pm q$;

– на каждом из последовательно соединенных конденсаторов одинаковый заряд q, равный общему заряду на батарее конденсаторов:

$$q_1 = q_2 = \ldots = q_n = q\ ;$$

– напряжение на батарее конденсаторов равно сумме напряжений на каждом конденсаторе:

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n;$$

$$\frac{1}{\tilde{N}_{\text{î áù}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \cdots + \frac{1}{C_n}$$

– общая емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов

$$\tilde{N}_{\text{î áù}} = \frac{q}{U} \text{ или } \frac{1}{\tilde{N}_{\text{î áù}}} = \frac{U}{q} = \frac{U_1 + U_2 + U_n}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\ ;$$

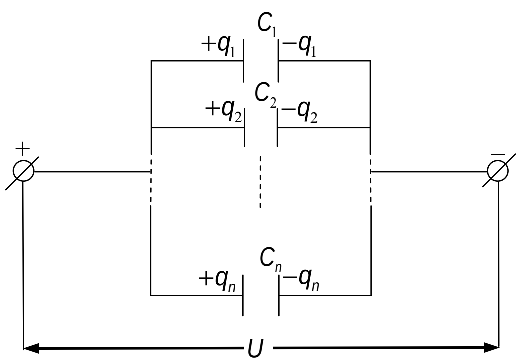
$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

– общая емкость двух последовательно соединенных конденсаторов;

$$C_{\text{общ}} = \frac{C}{n}$$

– общая емкость n последовательно соединенных конденсаторов одинаковой емкости $C = C_1 = C_2 = \ldots = C_n$;

б) закономерности параллельного соединения



– при параллельном соединении конденсаторов, соединяются отдельно положительно заряженные обкладки и отдельно отрицательно заряженные;

– общий заряд батареи параллельно соединенных конденсаторов равен сумме зарядов на обкладках одного знака всех конденсаторов

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n\,;$$

– напряжение между обкладками всех конденсаторов равно напряжению на клеммах батареи

$$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n\,;$$

$C_{\text{общ}} = C_1 + {}$
${}+ C_2 + \ldots + C_n$

– общая емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов

$$C_{\text{общ}} = \frac{q}{U} = \frac{q_1 + q_2 + \ldots + q_n}{U} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n\,;$$

$C_{\text{общ}} = nC$

– общая емкость параллельно соединенных конденсаторов одинаковой емкости

$$C = C_1 = C_2 = \ldots = C_n\,.$$

Примечание

$U = \frac{q_1}{C_1} =$
$= \frac{q_2}{C_2} = \ldots = \text{const}$

1. Если конденсатор или батарея конденсаторов все время подключена к источнику напряжения U, то, чтобы ни делали с конденсаторами (изменяли расстояние между обкладками, площадь поверхности обкладок, среду между обкладками, т. е. диэлектрическую проницаемость ε), напряжение на конденсаторе или всей батарее будет оставаться постоянным $U = \text{const}$.

$q = C_1U_1 = C_2U_2 =$
$= \ldots = \text{const}$

2. Если конденсатор или батарею конденсаторов заряжают и отключают от источника тока, то, чтобы мы ни делали с конденсаторами (см. пункт 1), общий заряд на обкладках остается постоянным

$q_{\text{îáù}} = \text{const}\,.$

3. При соединении двух заряженных до напряжений U_1 и U_2 конденсаторов с электроемкостями C_1 и C_2 параллельно, общая емкость $C_{\text{общ}}$ полученной батареи $C_{\text{общ}} = C_1 + C_2$, общий заряд батареи в случае соединения одноименнозаря-

женных обкладок $q_{\text{общ}} = q_1 + q_2$, в случае соединения разноименнозаряженных обкладок $q_{\text{общ}} =$ $= |q_1 - q_2|$.

Напряжение на обкладках после соединения становится одинаковым, равным

$$U = \frac{q_{\text{oáù}}}{\tilde{N}_{\text{îáù}}} = U_1' = U_2'.$$

Тогда заряды на конденсаторах после соединения

а) одноименными обкладками

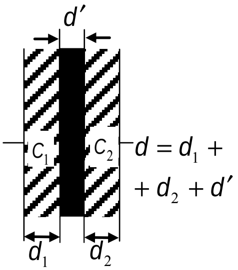
$$q_1' = C_1 U = C_1 \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}(C_1 U_1 + C_2 U_2);$$

$$q_2' = C_2 U = C_2 \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}(C_1 U_1 + C_2 U_2);$$

б) разноименными обкладками

$$|q_1'| = C_1 U = C_1 \frac{|q_1 - q_2|}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}|C_1 U_1 + C_2 U_2|;$$

$$|q_2'| = C_2 U = C_2 \frac{|q_1 + q_2|}{C_1 + C_2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}|C_1 U_1 + C_2 U_2|;$$



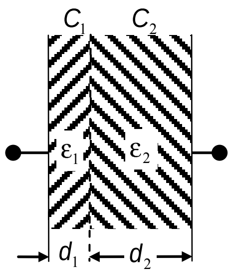
4. При помещении между обкладками плоского конденсатора металлической пластины площадью S, равной площади пластины у конденсатора, полученную систему можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора.

$C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ – емкость конденсатора до внесения металлической пластины толщиной d'.

После внесения пластины $C_1 = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_1} = \dfrac{Cd}{d_1}$;

$$C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 s}{d_2} = \frac{cd}{d_2} \to C_{\text{oáù}} = \frac{\tilde{N}_1 \tilde{N}_2}{\tilde{N}_1 + \tilde{N}_2} =$$

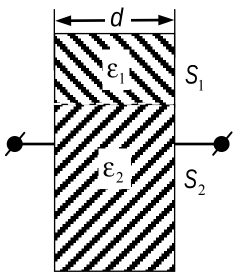
$$= \frac{\tilde{N}d}{d_1 + d_2} = \frac{Cd}{d - d'}.$$



5. Если в плоский воздушный конденсатор вносят параллельно обкладкам два слоя диэлектриков толщинами d_1 и d_2 (так, что общая толщина слоев диэлектриков $d = d_1 + d_2$) с различными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2, то полученную систему рассматривают как два последовательно соединенных конденсатора с электроемкостями

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d_1};\; C_2 = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{d_2};$$

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1}.$$



6. Если в плоский конденсатор вносят два слоя диэлектрика одинаковой толщины, равной расстоянию между обкладками, но площадью поверхности такой, что площадь обкладки конденсатора $S = S_1 + S_2$, то полученную систему рассматривают как два параллельно соединенных конденсатора с электроемкостями

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S_1}{d};\; C_2 = \frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S_2}{d};$$

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0}{d}(\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2).$$

Энергия заряженного проводника

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2},$$

где q – заряд проводника;
φ – потенциал проводника;
C – электроемкость уединенного проводника.

Энергия заряженного плоского конденсатора

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

Это справедливо при определении электрической энергии конденсаторов произвольной формы.
Электрическое поле внутри плоского конденсатора однородное

Энергия электрического поля $W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V$	$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S E^2 d^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V$
Объемная плотность энергии $w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ $w = 1\ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$	энергия электрического поля как однородного, так и произвольного, даже изменяющегося со временем, заключенная в единичном объеме поля.

1.2. Примеры решения задач

1.2.1. Два одинаковых медных шарика радиусом R = 1 см расположены в вакууме на расстоянии r = 1 м друг от друга. Определить, какой будет сила взаимодействия шариков, если у каждого атома одного шарика удалить по одному электрону и перенести их на другой шарик. Относительная атомная масса меди $A_{\text{отн}}$ = 64 а. е. м., плотность ρ = 8,900 г/см^3, заряд электрона $|e|$ = 1,6 · 10^{-19} Кл. Силой гравитационного взаимодействия пренебречь.

Решение:

В медном шарике радиусом R содержится N атомов меди, если из каждого атома удалить по одному электрону, то первый шарик приобретает положительный заряд q_1, а тот, на который эти электроны будут перенесены приобретет отрицательный заряд q_2.

$| q_1 | = | q_2 | = N \mid e \mid$.

Между шариками возникнет сила кулоновского притяжения равная

$$F = \frac{| q_1 || q_2 |}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{N^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ . \qquad (1)$$

Число атомов меди в каждом из шариков $N = \frac{m}{M} N_A$,

где $m = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$ – масса шарика; M = А$_{\text{отн}}$ · 10^{-3} кг/моль – молярная масса меди, N_A = 6,02 · 10^{23} моль$^{-1}$ – число Авогадро.

Выражение (1) запишем в виде $F = \dfrac{4\pi\rho^2 N_A^2 e^2 \cdot R^6}{9 \cdot 10^{-6} \varepsilon_0 A^2_{\text{îòí}}\, r^2}$ = 2,9 · 10^{19} (Н).

Ответ: 2,9 · 10^{19} Н.

1.2.2. Два точечных заряда расположены в вакууме на расстоянии r = 3 м друг от друга. Определить величину каждого заряда q_1 и q_2, если их алгебраическая сумма Q = 400 мкКл, а сила кулоновского отталкивания F = 20 Н.

Решение:

Точечные заряды отталкиваются, следовательно, они одноименные, положительные ($Q > 0$).

Из условия задачи сумма зарядов $q_1 + q_2 = Q$, сила отталкивания согласно закону Кулона $F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}$,

где ε = 1 – диэлектрическая проницаемость вакуума, k = 1/(4πε$_0$) = = 9 · 10^9 Нм^2/Кл^2 – коэффициент пропорциональности, ε_0 = 8,85 · 10^{-12} Ф/м – электрическая постоянная.

Решим систему уравнений $q_1 + q_2 = Q$; $q_1 q_2 = \dfrac{Fr^2}{k}$.

Воспользуемся теоремой Виета, составим квадратное уравнение, корнями которого будут заряды q_1 и q_2:

$$q^2 - Qq + \frac{Fr^2}{k} = 0 \rightarrow$$

$$q_{1,2} = \frac{Q}{2} \pm \sqrt{\frac{Q^2}{4} - \frac{Fr^2}{k}} = 2 \cdot 10^{-4} \pm \sqrt{4 \cdot 10^{-8} - \frac{20 \cdot 9}{9 \cdot 10^9}} \rightarrow$$

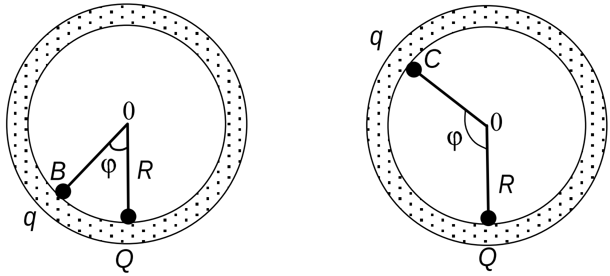
$\rightarrow q_1$ = 341 мкКл; q_2 = 59 мкКл.

Ответ: 341 мкКл; 59 мкКл.

1.2.3. Внутри гладкой непроводящей сферы радиуса R находится маленький шарик массой m и зарядом q. В нижней точке сферы закреплен заряд Q. Определить величину заряда Q, если:

а) шарик покоится, находясь в точке *B*, как показано на рис. *а*;

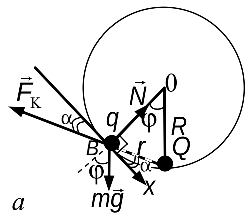
б) шарик покоится, находясь в точке *C*, как показано на рис. *б*.



а *б*

Решение:

а) На шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила кулоновского отталкивания $\vec{F}_{\text{К}}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Поверхность внутри сферы гладкая – сила трения отсутствует (рис. *а*). В условиях равновесия $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{К}} + \vec{N} = 0$.



а

Рассмотрим проекции этих сил на ось *Ox*, проведенную перпендикулярно силе реакции опоры $\vec{N}$ (т. е. радиусу сферы)

$$mg\cos(90° - \varphi) - F_{\text{К}}\cos\alpha = 0. \qquad (1)$$

Из закона Кулона сила взаимодействия шарика и закрепленного заряда равна

$$F_{\text{Ê}} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \qquad (2)$$

где

$$r = 2R\sin\frac{\varphi}{2} \; – \qquad (3)$$

расстояние между шариками. Как видно из рисунка, угол

$$\alpha = 90° - \frac{180° - \varphi}{2} = \frac{\varphi}{2}. \qquad (4)$$

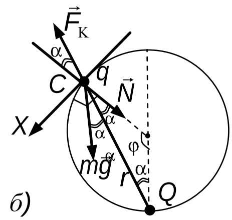
Тогда (1) с учетом (2) – (4) примет вид:

$$mg\sin\varphi = \frac{qQ\cos\frac{\varphi}{2}}{4\pi\varepsilon_0 4R^2\sin^2\frac{\varphi}{2}} \left(\sin\varphi = 2\cos\frac{\varphi}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\right).$$

Отсюда величина заряда

$$Q = \frac{32\pi\varepsilon_0 mgR^2 \sin^3 \frac{\varphi}{2}}{q}.$$

б) На рисунке обозначены силы, действующие на заряженный шарик, помещенный в точку *C*. Аналогично случаю (*а*) векторная сумма сил тяжести $m\vec{g}$, Кулона $F_К$ и реакции опоры $\vec{N}$ равна нулю при сохранении равновесия в системе зарядов q и Q (рис. *б*).



б)

Выбрав ось Ox перпендикулярно направлению $\vec{N}$, запишем проекцию этих сил на ось Ox:

$mg \sin 2\alpha - F_К \sin \alpha = 0$ или $2\, mg \cos \alpha = F_К$.

Сила Кулона $F_К = \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, r – расстояние между зарядами, равное $r = 2R \cos \alpha$.

$$2\, mg \cos \alpha = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 (2R\cos\alpha)^2} \Rightarrow Q = \frac{32\pi\varepsilon_0 mgR^2 \cos^3 \alpha}{q}.$$

Из рисунка угол $\alpha = \dfrac{180° - \varphi}{2}$, тогда $\cos\left(\dfrac{180° - \varphi}{2}\right) = \sin\dfrac{\varphi}{2}$.

Величина закрепленного заряда $Q = \dfrac{32\pi\varepsilon_0 mgR^2 \sin^3 \frac{\varphi}{2}}{q}$.

Таким образом, величина заряда Q, закрепленного в нижней точке сферы, зависит от величины угла φ. Поэтому при $\varphi = 180°$ величина заряда Q должна быть $Q > \dfrac{32\pi\varepsilon_0 mgR^2}{q}$.

Ответ: $\dfrac{32\pi\varepsilon_0 mgR^2 \sin^3 \frac{\varphi}{2}}{q}$.

1.2.4. а) Два одинаковых шарика массой m и зарядом q каждый подвешены на непроводящих нитях одинаковой длины и помещены в керосин. Определить плотность материала шарика, если угол расхождения нитей в воздухе и в керосине одинаковый.

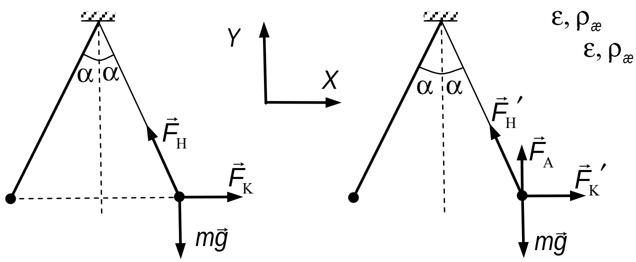
б) Около вертикальной равномерно заряженной бесконечной плоскости на невесомой непроводящей нити, закрепленной одним своим концом на этой плоскости, висит под некоторым углом к плоскости шарик, заряженный одноименно с плоскостью. При заполнении окружающего пространства керосином положение шарика не изменилось. Определить плотность материала шарика.

Решение:

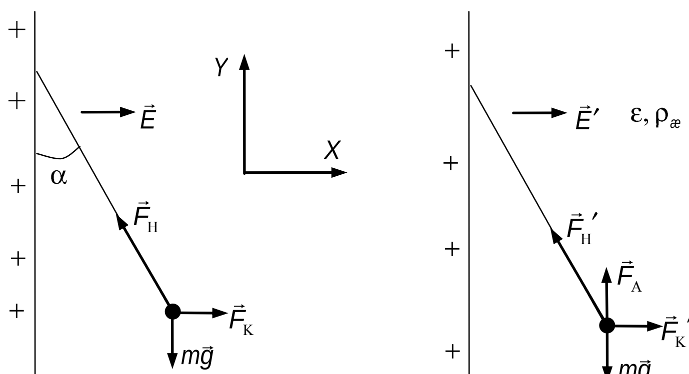
Обе задачи, несмотря на кажущееся различие в условии, имеют одинаковое решение.

Сделаем рисунки к обеим задачам.

а



б



Алгоритм решения задач таков. На тело в воздухе действуют силы тяжести $m\vec{g}$, натяжения нити $\vec{F}_{\text{Н}}$ и сила кулоновского отталкивания $\vec{F}_{\text{К}}$. В керосине силы тяжести $m\vec{g}$, натяжения $\vec{F}_{\text{Н}}^1$, кулоновская $\vec{F}_{\text{К}}^1$ и Архимеда $\vec{F}_{\text{А}}$.

В состоянии равновесия векторные суммы этих сил равны нулю, их проекции на оси:

Ox: $F_{\text{Н}} \sin\alpha = F_{\text{К}}$; (1) *Ox*: $\vec{F}_{\text{Н}}^1 \sin\alpha = \vec{F}_{\text{К}}^1$. (3)

из Oy: $F_{\text{Н}} \cos\alpha = mg$; (2) из Oy: $\vec{F}^{1}_{\text{Н}} \cos\alpha = mg - F_{\text{A}}$. (4)

Поделив почленно (1) на (2) и (3) на (4) получаем:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_{\text{Ê}}}{mg} \ (5) \Rightarrow \ \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F'_{\text{Ê}}}{mg - F_{\text{A}}} \qquad (6).$$

Левые части выражений (5) и (6) равны, следовательно, равны правые части

$$\frac{F_{\text{К}}}{mg} = \frac{F'_{\text{К}}}{mg - F_A} \qquad (7).$$

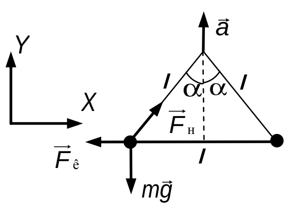
Так как масса шарика $m = \rho_{\text{ш}}V$; $F'_{\text{К}} = \dfrac{F_{\text{К}}}{\varepsilon}$; $F_{\text{А}} = \rho_{\text{ж}}gV$, где $\rho_{\text{ш}}$ и $\rho_{\text{ж}}$ – плотности материала шарика и керосина, V – объем шарика, ε – диэлектрическая проницаемость керосина, то (7) примет вид

$\dfrac{F_{\text{К}}}{\rho_{\text{ø}} Vg} = \dfrac{F_{\text{К}}}{\varepsilon(\rho_{\text{ø}} Vg - \rho_{\text{æ}} V)} \Rightarrow \rho_{\text{ш}} = \varepsilon\rho_{\text{ш}} - \varepsilon\rho_{\text{ж}}$. Отсюда плотность материала шарика $\rho_{\text{ш}} = \dfrac{\varepsilon\rho_{\text{æ}}}{\varepsilon - 1}$.

Ответ: $\rho_{\text{ш}} = \dfrac{\varepsilon\rho_{\text{æ}}}{\varepsilon - 1}$.

1.2.5. Два шарика с одинаковыми зарядами и массами $m = 0{,}1$ г соединены двумя нитями, одна из которых ($l = 10$ см) в два раза короче другой. Когда систему потянули вертикально вверх за середину длинной нити с ускорением $a = 0{,}3$ м/с^2, натяжение в короткой нити практически исчезло. Определить заряд q каждого шарика.

Решение:



Ox: $F_{\text{н}} \sin\alpha - F_{\text{к}} = 0$;

Oy: $F_{\text{н}} \cos\alpha - mg = ma$.

$$\left.\begin{aligned} F_{\text{i}} \sin\alpha &= F_{\text{ê}} \\ F_{\text{i}} \cos\alpha &= m(g+a) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ tg\alpha = \frac{F_{\text{ê}}}{m(g+a)} = \frac{kq^2}{l^2 m(g+a)} \Rightarrow$$

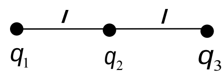
$$\Rightarrow q = \sqrt{\frac{l^2 m(g+a)}{k}\,\mathrm{tg}\,\alpha}\,.$$

Т. к. $\alpha = 30°$, то

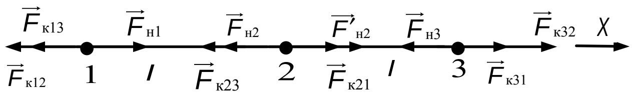
$q = 25{,}7 \cdot 10^{-9}$ (Кл) = 25,7 нКл.

Ответ: 25,7 нКл.

1.2.6. Три одноименных заряда q_1, q_2 и q_3 связаны друг с другом двумя нитями. Длина каждой из нитей – l (см. рисунок). Определить силы натяжения нитей, связывающих заряды q_1 и q_2, q_2 и q_3, если система находится в равновесии.



Решение:



На каждый из точечных зарядов, представленных на рисунке действуют силы кулоновского отталкивания со стороны двух других, а также силы натяжения нитей, связывающих эти заряды. На первый заряд – сонаправленные силы Кулона $\vec{F}_{к12}$ и $\vec{F}_{к13}$ и сила натяжения $\vec{F}_{н1}$ нити; на второй заряд – противоположно направленные силы Кулона $\vec{F}_{к21}$, $\vec{F}_{\hat{e}23}$ и силы натяжения $\vec{F}_{н2}$ и $\vec{F}'_{н2}$; на третий заряд – сонаправленные силы Кулона $\vec{F}_{к31}$ и $\vec{F}_{к32}$ и и сила натяжения $\vec{F}_{н3}$.

Согласно третьему закону Ньютона

$\vec{F}_{к13} = -\vec{F}_{к31}$; $\vec{F}_{к12} = -\vec{F}_{к21}$; $\vec{F}_{к23} = -\vec{F}_{к32}$;

$\vec{F}_{н1} = -\vec{F}_{н2}$; $\vec{F}'_{н2} = -\vec{F}_{н3}$ или

$$F_{к13} = F_{к31} = \frac{kq_1q_3}{(2l)^2};\ F_{к12} = F_{к21} = \frac{kq_1q_2}{l^2};$$

$$F_{к23} = F_{к32} = \frac{kq_2q_3}{l^2};\ F_{н_1} = F_{н_2} = F_{н},$$

$$F'_{н_2} = F_{н_3} = F'_{н}.$$

Так как система находится в равновесии, то векторная сумма сил, действующих на каждый точечный заряд, должна быть равна 0, т. е.

$$\vec{F}_{к12} + \vec{F}_{к13} + \vec{F}_{н_1} = 0; \quad (1)$$

$$\vec{F}_{к21} + \vec{F}_{к23} + \vec{F}_{н_2} = 0; \quad (2)$$

$$\vec{F}_{к31} + \vec{F}_{к32} + \vec{F}_{н_3} = 0. \quad (3)$$

Из уравнения (1) в проекции на ось *Ox* определим силу натяжения нити, связывающей первый и второй заряды:

$$F_{\text{н}} = F_{\text{к}12} + F_{\text{к}13} = k\frac{q_1q_2}{l^2} + k\frac{q_1q_3}{4l^2} = \frac{kq_1(4q_2+q_3)}{4l^2}.$$

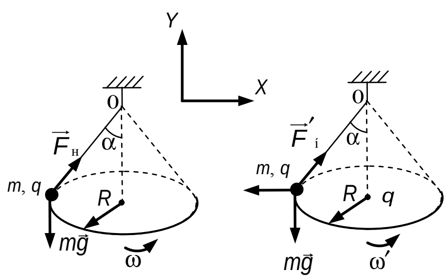
Из уравнения (3) в проекции на ось *Ox* определим силу натяжения нити, связывающей второй и третий заряды:

$$F'_{\text{н}} = F_{\text{к}31} + F_{\text{к}32} = \frac{kq_3q_1}{4l^2} + \frac{kq_3q_2}{l^2} = \frac{kq_3(q_1+4q_2)}{4l^2}.$$

Ответ: $\dfrac{kq_1(4q_2+q_3)}{4l^2}$; $\dfrac{kq_3(q_1+4q_2)}{4l^2}$.

1.2.7. Шарик массой m = 2,0 г, имеющий заряд q = 2,5 нКл, подвешен на нити и движется по окружности радиусом R = 3 см в горизонтальной плоскости так, что нить вращается с угловой скоростью ω = 2 рад/с, образуя конус. В центре окружности поместили шарик с таким же зарядом. Какой должна стать угловая скорость вращения нити, чтобы радиус окружности, по которой движется шарик, не изменился?

Решение:



а *б*

Угол α отклонения нитей от вертикали в обоих случаях одинаков, так как длина нити і радиус окружности, по которой вращается шарик, одинаковы.

На рисунке *а* изображен заряженный шарик, подвешенный на нити и вращающийся в горизонтальной плоскости по окружности радиуса R с угловой скоростью ω. На шарик действуют две силы: тяжести – $m\vec{g}$ и натяжения нити – $\vec{F}_{\text{н}}$, которые сообщают шарику центростремительное ускорение $\vec{a}_{\text{ц}}$. Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{н}} = m\vec{a}_{\text{ц}}.$$

Рассмотрим проекции сил на выбранные оси:

Ox: $F_{\text{н}} \sin\alpha = ma_{\text{ц}}$ (1)

Oy: $F_{\text{н}} \cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow F_{\text{н}} \cos\alpha = mg.$ (2)

Так как центростремительное ускорение $a_{\text{ц}} = \omega^2 R$ (3), то поделив (1) на (2), с учетом (3) получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2 R}{g}. \tag{4}$$

На рисунке *б* изображен этот же заряженный шарик, вращающийся в электростатическом поле такого же заряженного неподвижного шарика, закрепленного в центре окружности, по которой шарик вращается. На шарик действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, натяжения нити – $\vec{F}'_{\text{н}}$, сила кулоновского отталкивания – $\vec{F}_{\text{к}}$. Векторная сумма этих сил согласно второму закону Ньютона равна

$m\vec{g} + \vec{F}'_{\text{н}} + \vec{F}_{\text{к}} = m\vec{a}'_{\text{ö}}$, где $\vec{a}'_{\text{ö}}$ – центростремительное ускорение, которое сообщают эти силы заряженному шарику в данном случае. Аналогично случаю *а* проекции сил на оси имеют вид:

Ox: $F'_{\text{н}} \sin\alpha - F_{\text{к}} = ma'_{\text{ц}} \Rightarrow F'_{\text{н}} \sin\alpha = F_{\text{к}} + ma'_{\text{ц}}$ (1′)

Oy: $F'_{\text{н}} \cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow F'_{\text{н}} \cos\alpha = mg.$ (2′)

Центростремительное ускорение $a' = \omega'^2 R$ (3′), где ω' – угловая скорость вращения шарика, необходимая для того, чтобы радиус вращения R не изменился в данных условиях.

Поделив (1′) на (2′) с учетом (3′), получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{\hat{e}} + m\omega'^2 R}{mg}. \tag{4′}$$

Приравняем правые части выражений (4) и (4′)

$$\frac{\omega^2 R}{g} = \frac{F_{\hat{e}} + m\omega'^2 R}{mg} \Rightarrow m\omega^2 R = F_{\hat{e}} + m\omega'^2 R \Rightarrow \omega' = \sqrt{\frac{m\omega^2 R - F_{\hat{e}}}{mR}}.$$

Так как модуль силы кулоновского взаимодействия остается во время движения постоянным и равным $F_{\hat{e}} = k\dfrac{q^2}{R^2}$, то угловая скорость вращающегося шарика

$$\omega' = \sqrt{\frac{m\omega^2 R - k\dfrac{q^2}{R^2}}{mR}} = \sqrt{\omega^2 - k\frac{q^2}{mR^3}}\ .$$

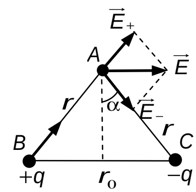
Подставим числовые значения величин, получим:

$$\omega' = \sqrt{4 - \frac{9\cdot 10^9\cdot 6{,}25\cdot 10^{-18}}{2\cdot 10^{-3}\cdot 27\cdot 10^{-6}}} = \sqrt{4 - 1{,}04}\ \approx 1{,}73\ \text{рад/с}.$$

Ответ: 1,73 рад/с.

1.2.8. Два разноименных точечных заряда величиной q = 60 нКл каждый расположены в вакууме на расстоянии r_0 = 1,5 см друг от друга. Определить напряженность электрического поля E в точке, удаленной от каждого заряда на расстояние r = 3,0 см.

Решение:



Согласно принципу суперпозиции электрических полей напряженность результирующего поля $\vec{E}$ в точке A, равноудаленной от зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$, создаваемых двумя точечными разноименными зарядами: $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$.

Векторы $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ направлены, как показано на рисунке, и равны по модулю

$$E_+ = E_- = \frac{k\,|\,q\,|}{r^2}, \tag{1}$$

где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\ \dfrac{\text{Í}\ \cdot\text{ì}^{\ 2}}{\text{Êë}^2}$.

Вектор $\vec{E}$ результирующего поля параллелен линии BC, соединяющей заряды.

Напряженность E результирующего поля определим следующим образом. Треугольник ΔABC подобен ΔAEE_-.

Тогда

$$\frac{E}{r_0} = \frac{E_-}{r} \Rightarrow E = E_-\frac{r_0}{r}\ . \tag{2}$$

Подставим (1) в (2):

$$E = k\frac{|\,q\,|\,r_0}{r^3}\ = 3\ \cdot\ 10^5\ \text{В/м} = 300\ \text{кВ/м}.$$

Ответ: 300 кВ/м.

1.2.9. Три одинаковых точечных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = q = 8{,}5 \cdot 10^{-7}$ Кл расположены в вершинах воображаемого треугольника. Определить положение и величину точечного заряда q_0, чтобы вся система находилась в равновесии.

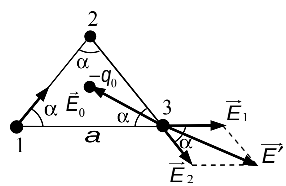
Решение:

1-й способ:

Чтобы система зарядов находилась в равновесии напряженность результирующего электрического поля, создаваемого всеми зарядами в месте расположения любого из них должна равняться нулю.

А это значит, что заряд, который необходимо использовать для равновесия, должен создавать поле, направленное противоположно результирующему полю $\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, создаваемому зарядами в положении 1 и 2. Следовательно, заряд q_0 должен находиться в центре равностороннего треугольника, на пересечении его высот, и быть отрицательным (см. рис.).

$\vec{E}_0 + \vec{E}' = 0$ или $E_0 = E'$.



Напряженность поля точечного заряда q_0 равна $E_0 = \dfrac{k|-q_0|}{r^2}$, где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, ε_0 = $= 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ ф/м – электрическая постоянная, $r = \dfrac{2}{3}h = \dfrac{2}{3}\grave{a}\cos 30^\circ$, a – сторона равностороннего треугольника, h – его высота, на $\dfrac{2}{3}h$ находится точка пересечения высот треугольника. Тогда

$$E_0 = 3\frac{k\,|-q_0\,|}{a^2}; \qquad (1)$$

$$E_1 = \frac{k\,|\,q\,|}{a^2},\ E_2 = \frac{k\,|\,q\,|}{a^2}.$$

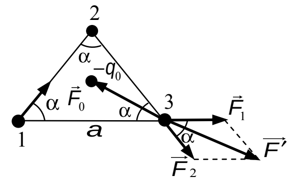
$E' = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$, т. к. $E_1 = E_2$, $\alpha = 60^\circ$,

то $$E' = E_1\,\sqrt{3} = \frac{k\,|\,q\,|\sqrt{3}}{a^2}. \qquad (2)$$

Приравняем правые части (1) и (2):

$3\frac{k\,|-q_0\,|}{a^2} = \frac{k\,|\,q\,|\sqrt{3}}{a^2}$ $\Rightarrow$ заряд, помещенный в центр равностороннего треугольника $q_0 = -\frac{q}{\sqrt{3}}$.

2-й способ:



Чтобы система зарядов находилась в равновесии, векторная сумма сил, действующих на каждый заряд должна быть равна нулю. Рассмотрим силы, действующие со стороны первого и второго зарядов на третий. Это силы отталкивания $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, результирующая которых $\vec{F}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ или по модулю $F' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$.

Из закона Кулона $F_1 = k\frac{q^2}{a^2}$; $F_2 = k\frac{q^2}{a^2}$, т. е. $F_1 = F_2$, тогда

$$F' = F_1\sqrt{3} = k\frac{q^2}{a^2}\sqrt{3} . \qquad (1)$$

Из рисунка очевидно, что со стороны заряда, помещенного в центре треугольника, должна действовать сила $\vec{F}_0$, направленная в сторону, противоположную направлению $\vec{F}'$. Следовательно заряд, помещаемый в центр треугольника, должен быть противоположного знака – отрицательный. Сила притяжения

$$F_0 = k\frac{|\,q\,||-q_0\,|}{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = 3k\frac{|\,q\,||-q_0\,|}{a^2} . \qquad (2)$$

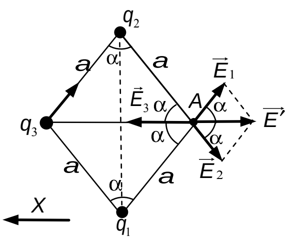
Приравняв правые части (1) и (2) $k\frac{q^2}{a^2}\sqrt{3} = 3k\frac{|\,q\,||-q_0\,|}{a^2}$, получим $q_0 = -\frac{q}{\sqrt{3}}$.

Ответ: $-\frac{q}{\sqrt{3}}$.

1.2.10. Два равносторонних треугольника образуют ромб со стороной a = 20 см. В вершинах при острых углах ромба закреплены одинаковые положительные заряды $q_1 = q_2 = q = 6$ мкКл каждый. В вершине одного из тупых углов закреплен отрицательный заряд $q_3 = -8$ мкКл. Определить напряженность и потенциал электрического поля в четвертой вершине.

Решение:

Согласно принципу суперпозиции напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в некоторой точке пространства, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Векторы напряженности полей $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_3$, создаваемых зарядами q_1, q_2 и q_3 в четвертой вершине, направлены так, как показано на рисунке. Искомая напряженность поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$. Так как заряды q_1 и q_2 равны, и расстояния от них до точки поля также равны, то и модули напряженностей $E_1 = E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$. Угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ равен $2\alpha = 120°$. Тогда их результирующий вектор $E' = E_1$ (можно определить также $E' = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 120°} = E_1$).



Вектор напряженности поля, создаваемого третьим зарядом, направлен в сторону, противоположную вектору $\vec{E}'$ и равен по величине $E_3 = \dfrac{|q_3|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$.

Тогда проекция результирующей напряженности на ось Ox, направленная горизонтально влево, равна

$$E_x = E_3 - E' = \frac{|q_3|}{4\pi\varepsilon_0 a^2} - \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon_0 a^2} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a^2}(|q_3| - |q_1|) = 4{,}5 \cdot 10^5 \text{ В/м} = 450 \text{ кВ/м}.$$

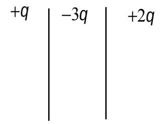
Результирующая напряженность электрического поля в вершине тупого угла ромба направлена в сторону заряда q_3.

Потенциал электрического поля в четвертой вершине ромба, также определим из принципа суперпозиции полей. Потенциал φ определяется алгебраической суммой потенциалов $\varphi_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a}$, $\varphi_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$, $\varphi_3 = -\dfrac{|q_3|}{4\pi\varepsilon_0 a}$, создаваемых каждым зарядом в отдельности, т. е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{|q_3|}{4\pi\varepsilon_0 a} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a}(q_1 + q_2 - |q_3|) = 180 \cdot 10^3 \text{ В} = 180 \text{ кВ}.$$

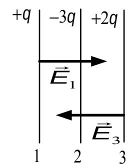
Ответ: 450 кВ/м, 180 кВ.



1.2.11. Три тонкие металлические пластины, имеющие заряды $+q$, $-3q$ и $+2q$, расположены параллельно друг другу так, как показано на рисунке. Площадь каждой пластины – S, электрическое поле, создаваемое каждой пластиной – однородное. Определить силу, действующую на среднюю пластину.

Решение:

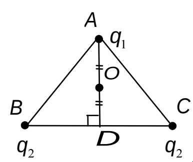
На пластину с зарядом $-3q$ будет действовать сила $\vec{F} = |-3q|\,\vec{E}$, где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, в котором находится средняя пластина, которое создается двумя другими, окружающими ее. Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_3$, где $\vec{E}_1$ – напряженность электрического поля, создаваемого левой пластиной, $\vec{E}_3$ – правой пластиной. Направления полей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_3$ указаны на рисунке.



Величины $E_1 = \dfrac{|q|}{2\varepsilon_0 S}$, $E_3 = \dfrac{|2q|}{2\varepsilon_0 S}$.

Величина результирующего поля $E = |E_3 - E_1| = \dfrac{|q|}{2\varepsilon_0 S}$ и направлена в сторону большей напряженности поля. Тогда сила, действующая на среднюю пластину, будет равна $F = \dfrac{3q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ и направлена в сторону, противоположную результирующему полю $\vec{E}$, т. е. вправо.

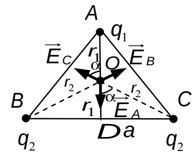
Примечание. Эта сила не изменится по величине, если средняя пластина будет положительной или если все пластины будут отрицательными, изменяются только направления векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_3$.



1.2.12. В вершинах равностороннего треугольника расположены положительные заряды: в вершине A заряд q_1, в вершинах B и C по заряду q_2. Определить отношение $k = q_2/q_1$, если напряженность электрического поля, создаваемого всеми зарядами в точке O, расположенной на середине высоты AD, равна нулю.

Решение:

Согласно принципу суперпозиции напряженность электрического поля, создаваемого системой зарядов в какой-либо точке пространства, равна векторной сумме напряженностей послей, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Поэтому в точке O напряженность результирующего поля $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C = 0$ (см. рис.).



Напряженность поля, создаваемого зарядом q_1, расположенным в точке A, $E_A = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}$, где r_1 – расстояние от точки A до точки O, равное

$r_1 = \frac{AD}{2} = \frac{a\cos 30°}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ (a – сторона равностороннего треугольника).

Напряженности полей, создаваемых зарядами q_2, расположенными в точках B и C, $E_B = E_C = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$,

где $r_2 = BO = CO = \sqrt{\left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left(\frac{AD}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{16}} = \frac{a}{4}\sqrt{7}$.

Из рисунка видно, что результирующее поле равно нулю при условии

$$E_A = 2E_B \cos\alpha = 2E_B \frac{r_1}{r_2} \text{ или } \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} = 2\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{a\sqrt{7}}{4}\right)^2} \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{7}}{4}}.$$

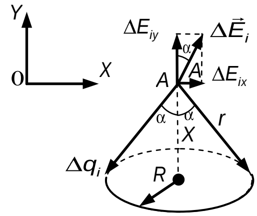
Отсюда искомое отношение равно $\frac{q_2}{q_1} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}} = 1,78$.

Ответ: 1,78.

1.2.13. По тонкому проволочному кольцу радиусом R равномерно распределен положительный заряд q. Определить зависимость напряженности и потенциала электрического поля на оси кольца на расстоянии x от центра кольца.

Решение:

Разобъем кольцо на бесконечное множество точечных зарядов величиной Δq каждый. Согласно принципу суперпозиции напряженность электрического поля в точке *A* определится как $\vec{E}_A = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta\vec{E}_i$.



Разложим вектор $\Delta\vec{E}_i$ на две составляющие: вертикальную ΔE_{iy} и горизонтальную ΔE_{ix}. Сумма горизонтальных составляющих $\sum \Delta E_{ix} = 0$, т. к. на каждый i-й участок найдется симметричный ему участок кольца. Тогда напряженность поля

$$E = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta E_{iy} = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta E_i \cos\alpha . \qquad (1)$$

Напряженность поля точечного заряда $\Delta E_i = \dfrac{\Delta q_i}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. (2)

Выразим $r^2 = R^2 + x^2$, (3)

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x}} . \qquad (4)$$

Результирующая напряженность

$$E = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta q_i x}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \sum_{i=1}^{\infty} \Delta q_i = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} .$$

Потенциал электрического поля в точке *A* определится как алгебраическая сумма потенциалов, создаваемых всеми точечными зарядами Δq_i в точке *A* на расстоянии r:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\Delta q_i}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{R^2 + x^2}} .$$

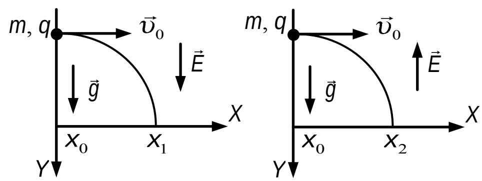
Ответ: $\dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$; $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{R^2 + x^2}}$.

1.2.14. Шарик массой m = 10 г и зарядом q = 0,8 мкКл бросают горизонтально в вакуумной камере с высоты h = 64 см над основанием камеры. В камере создается вертикальное однородное электрическое поле напряженностью E = 100 кВ/м. Определить скорость υ_0 броска шарика, если при перемене направления поля на противоположное, дальность полета шарика по горизонтали увеличивается на Δx = 53 см.

Решение:

Тело брошено горизонтально так, что $\vec{\upsilon}_0 \perp \vec{g}$ и $\vec{\upsilon}_0 \perp \vec{E}$. Это значит, что горизонтальная составляющая скорости $\upsilon_x = \upsilon_0 = \text{const}$ в любой момент времени. Уравнения движения заряженного тела по оси Ox в обоих случаях имеют вид $x_1 = x_0 + \upsilon_0 t_1$, $x_2 = x_0 + \upsilon_0 t_2$.

Отсюда $\Delta x = x_2 - x_1 = \upsilon_0(t_2 - t_1)$. (1)



Очевидно, что $t_2 > t_1$. Из уравнений перемещения тела по вертикали для двух случаев $h = \frac{a_1 t_1^2}{2}$ и $h = \frac{a_2 t_2^2}{2}$ определим время падения тела. Когда поле $\vec{E}$ сонаправлено с ускорением свободного падения

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_1}}, \quad (2)$$

когда поле $\vec{E}$ противоположно направлению ускорения $\vec{g}$, то

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{a_2}}, \quad (3)$$

$(t_2 > t_1,\ a_2 < a_1)$.

Для нахождения ускорений тела a_1 и a_2 воспользуемся вторым законом Ньютона в проекции на ось Oy (на тело действуют в каждом случае силы тяжести $m\vec{g}$ и электрическая $q\vec{E}$):

$$ma_1 = mg + qE \Rightarrow a_1 = g + \frac{qE}{m}; \quad (4)$$

$$ma_2 = mg - qE \Rightarrow a_2 = g - \frac{qE}{m}. \quad (5)$$

Воспользуемся выражениями (2)–(5) и приведем (1) к виду

$$\Delta x = \upsilon_0 \left(\sqrt{\frac{2h}{g - \frac{qE}{m}}} - \sqrt{\frac{2h}{g + \frac{qE}{m}}} \right).$$

Отсюда искомая начальная скорость заряженного тела равна

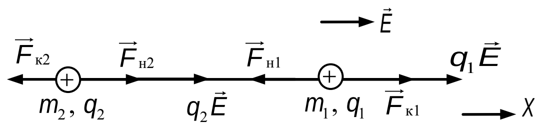
$$\upsilon_0 = \frac{\Delta x}{\sqrt{\dfrac{2h}{g - \dfrac{qE}{m}}} - \sqrt{\dfrac{2h}{g + \dfrac{qE}{m}}}} = 1 \text{м/с}.$$

Ответ: 1 м/с.

1.2.15. Вдоль силовой линии однородного электрического поля с напряженностью E = 70 кВ/м движутся два заряженных шарика, связанные непроводящей нитью. Массы шариков m_1 = 500 г, m_2 = 200 г, заряды шариков q_1 = 2 мкКл, q_2 = 5 мкКл соответственно. Определить силу натяжения нити, если ее длина l = 30 см.

Решение:

а) Выберем направление электрического поля слева направо, рассмотрим силы, действующие на каждый заряд, – это силы натяжения $\vec{F}_{\text{н}}$, кулоновского отталкивания $\vec{F}_{\text{к}}$ и со стороны электрического поля $q\vec{E}$.



Следует отметить: по третьему закону Ньютона равны по модулю силы натяжения $F_{\text{н}1} = F_{\text{н}2} = F_{\text{н}}$ и силы кулоновского отталкивания между одноименно заряженными шариками $F_{\text{к}1} = F_{\text{к}2} = F_{\text{к}} = k\dfrac{|q_1||q_2|}{l^2}$,

где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл². Расчет показывает, что сила Кулона $F_{\text{к}}$ = 1 Н.

Запишем второй закон Ньютона для каждого шарика отдельно для проекций сил на ось Ox:

$F_{\text{к}} - F_{\text{н}} + q_1E = m_1a;$ (1)

$-F_{\text{к}} + F_{\text{н}} + q_2E = m_2a.$ (2)

Сложив (1) и (2), определим ускорение $\vec{a}$, с которым движутся шарики:

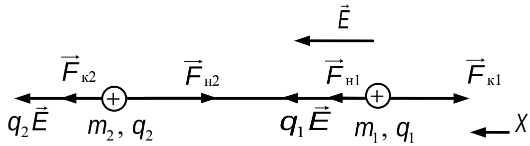
$$(q_1 + q_2)E = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{q_1 + q_2}{m_1 + m_2}E = 0{,}7 \text{ м/с}^2.$$

Вычитая из (1) (2):

$2F_{\text{к}} - 2F_{\text{н}} + (q_1 - q_2)E = (m_1 - m_2)a,$

выразим силу натяжения $F_{\text{н}} = \dfrac{2F_к + (q_1 - q_2)E - (m_1 - m_2)a}{2} = 0{,}79$ Н.

б) Поменяем направление поля.



Воспользовавшись теми же рассуждениями, запишем второй закон Ньютона в проекции на ось *Ox*:

$$F_{\text{í}} - F_{\text{ê}} + q_1E = m_1a \qquad (1)$$

$$-F_{\text{í}} + F_{\text{ê}} + q_2E = m_2a \qquad (2)$$

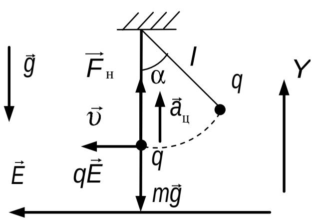
$$\Rightarrow a = \frac{q_1 + q_2}{m_1 + m_2} = 0{,}7 \text{ ì /ñ}^2.$$

Вычтем (2) из (1): $2F_{\text{н}} - 2F_{\text{к}} + (q_1 - q_2)E = (m_1 - m_2)a$. Тогда искомая сила натяжения в данном случае $F_{\text{н}} = \dfrac{2F_к - (q_1 - q_2)E + (m_1 - m_2)a}{2} = 1$ Н.

Ответ: 0,79 Н, 1 Н.

1.2.16. Шар массой m = 1 кг и зарядом $q = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл подвешен на изолирующей нити в однородном электрическом поле напряженностью $E = 3 \cdot 10^4$ В/м, причем вектор напряженности $\vec{E}$ перпендикулярен силе тяжести и направлен влево. Шарик отвели вправо так, что нить отклонилась на угол $\alpha = 30°$ от вертикали. Определить силу натяжения нити при прохождении ею вертикального положения ($g = 10$ м/с^2).

Решение:



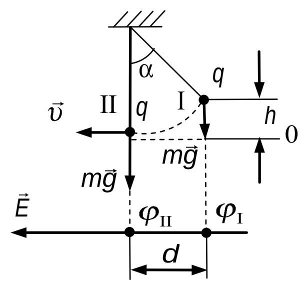
При прохождении нитью вертикального положения на тело действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, натяжения нити $\vec{F}_{\text{н}}$ и электрическая сила $q\vec{E}$, которые согласно второму закону Ньютона сообщают телу центростремительное ускорение $a_{\text{ö}} = \dfrac{\upsilon^2}{l}$,

где υ – скорость шара в момент прохождения нитью вертикального положения, l – длина нити, равная в данном случае радиусу кривизны траектории движения шара:

$m\vec{g} + \vec{F}_н + q\vec{E} = m\vec{a}_ц \Rightarrow$ в проекции на вертикальную ось Oy:

$$F_н - mg = \frac{m\upsilon^2}{l} \Rightarrow F_н = m\left(g + \frac{\upsilon^2}{l}\right). \qquad (1)$$

Так как работа сил электростатического поля и поля гравитации (сил тяжести) не зависит от формы траектории, а определяется начальным и конечным положениями тела, то скорость шара при прохождении положения равновесия определим из закона сохранения энергии.



Примем положение вертикального расположения нити II за нулевой уровень потенциальной энергии гравитационного взаимодействия, тогда в положении I на высоте $h = l\,(1 - \cos\alpha)$ шар обладал энергией $W_I = mgh + q\varphi_I$, где φ_I – потенциал электрического поля в положении I, $q\varphi_I$ – потенциальная энергия электростатического взаимодействия.

В положении II: $W_{II} = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + q\varphi_{II}$,

где $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ – кинетическая энергия шара, $q\varphi_{II}$ – электростатическая энергия.

С учетом, что $W_I = W_{II}$ или $mgh + q\varphi_I = = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + q\varphi_{II}$, получим:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = mgh + q(\varphi_I - \varphi_{II}), \qquad (2)$$

где выражение $q(\varphi_I - \varphi_{II}) = A_{эл}$ – работа сил однородного электростатического поля по перемещению шара зарядом q. Разность потенциалов $\varphi_I - \varphi_{II} = U$ – напряжение, связанное с напряженностью $\vec{E}$ однородного поля соотношением $U = Ed$, где $d = l\sin\alpha$ – расстояние между точками поля с потенциалами φ_I и φ_{II}.

Выражение (2) примет вид

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = mgl\,(1 - \cos\alpha) + qEl\sin\alpha \Rightarrow m\upsilon^2 = 2l\,(mg\,(1 - \cos\alpha) + qE\sin\alpha). \qquad (3)$$

Подставив (3) в (1), получим

$F_н = mg + 2mg\,(1 - \cos\alpha) + 2qE\sin\alpha = mg\,(3 - 2\cos\alpha) + 2qE\sin\alpha$.

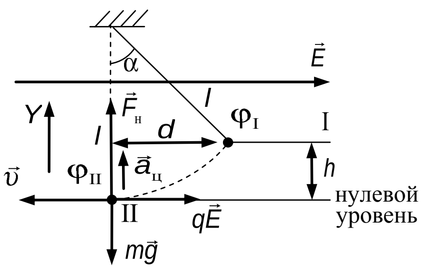
Решая полученное уравнение, находим:

$$F_н = 1 \cdot 10\left(3 - 2\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{4} \cdot 0{,}5 = 18{,}7 \text{ Н}.$$

Ответ: 18,7 Н.

1.2.17. Шарик массой m = 1 кг и зарядом q = 0,2 мКл подвешен на изолирующей нити в однородном электрическом поле напряженностью E = 30 кВ/м, причем вектор $\vec{E} \perp \vec{g}$. Шарик отводят вправо так, что нить отклоняется от вертикали на угол α = 30°. Определить силу натяжения нити при прохождении ею вертикального положения, если вектор напряженности поля $\vec{E}$ направлен вправо.

Решение:



На шарик при прохождении нитью вертикального положения действуют силы: тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, натяжения (упругости) нити $\vec{F}_{\text{í}}$, направленная вертикально вверх, электрическая $q\vec{E}$, направленная вдоль поля вправо. Согласно второму закону Ньютона результирующая этих сил сообщает шарику центростремительное ускорение: $m\vec{g} + \vec{F}_н + q\vec{E} = m\vec{a}_ц$. Рассмотрев проекции этих сил на вертикальную ось Oy: $-mg + F_н = ma_ц$, получаем

$$F_н = m(a_ц + g) = m\left(\frac{\upsilon^2}{l} + g\right), \tag{1}$$

где $\dfrac{\upsilon^2}{l} = a_ц$ – центростремительное ускорение.

Необходимо определить скорость υ шарика, который находится в потенциальных полях (гравитационном и электростатическом). В таких полях выполняется закон сохранения энергии $W_1 = W_2$. В начальном состоянии энергия

$$W_1 = mgh + q\varphi_1, \tag{2}$$

где $h = l\,(1 - \cos\alpha)$ – высота, на которой находится шарик относительно нулевого уровня, mgh – потенциальная энергия гравитационного взаимодействия шарика; $q\varphi_1$ – потенциальная электрическая энергия.

В положении II шарик обладает энергией

$$W_2 = \frac{m\upsilon^2}{2} + q\varphi_2, \qquad (3)$$

где $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ – кинетическая энергия шарика при вертикальном положении нити, $q\varphi_2$ – потенциальная электрическая энергия. В направлении противоположном направлению поля $\vec{E}$ потенциал поля увеличивается ($\varphi_2 > \varphi_1$).

Приравняем правые части (2) и (3): $mgl\,(1 - \cos\alpha) + q\varphi_1 = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + q\varphi_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m\upsilon^2 = 2mgl\,(1 - \cos\alpha) + 2q(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (4)$$

Разность потенциалов для однородного электростатического поля

$$\varphi_2 - \varphi_1 = Ed = El\sin\alpha. \qquad (5)$$

Выражение (4) с учетом (5) примет вид

$$\frac{m\upsilon^2}{l} = 2mg(1 - \cos\alpha) - 2qE\sin\alpha. \qquad (6)$$

Тогда сила натяжения из (1) с учетом (6) равна

$F_н = 2mg(1 - \cos\alpha) - 2qE\sin\alpha + mg = mg(3 - 2\cos\alpha) - 2qE\sin\alpha$.

$F_н = 6{,}7$ Н.

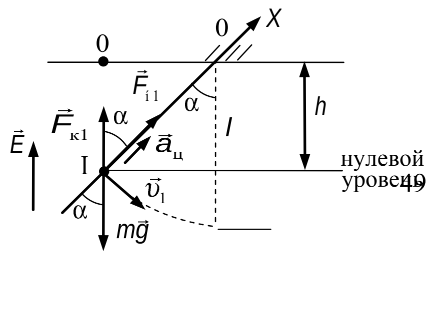
Ответ: 6,7 Н.

1.2.18. Тело массой m = 3 г и зарядом q = 10 мкКл подвешено на невесомой непроводящей нити в однородном электростатическом поле напряженностью E = 1 кВ/м, направленном вертикально вверх. Тело с нитью отклонили от вертикали на угол $\varphi = 90°$ и отпустили. Определить силу натяжения нити в моменты, когда нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 60°$ и когда нить направлена строго вертикально.

Решение:

Рассмотрим положение тела, когда нить с вертикалью составляет угол $\alpha = 60°$.

Силы, действующие на тело, указаны на рисунке: $m\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{F}_{к1} = q\vec{E}$ – сила, дей-



ствующая на заряженное тело в вертикальном поле напряженностью $\vec{E}$, $\vec{F}_{\text{н}1}$ – искомая сила натяжения нити.

Второй закон Ньютона (или основное уравнение динамики) для данного тела имеет вид

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{н}1} + \vec{F}_{\text{к}} = m\vec{a}_{\text{ц}1}, \qquad (1)$$

где $a_{\text{ö}1} = \dfrac{\upsilon_1^2}{l}$ – центростремительное ускорение, направленное к центру кривизны, радиус кривизны l – длина нити.

Выберем ось Ox вдоль нити и запишем проекции сил на выделенную ось:

Ox: $F_{\text{к}1} \cos\alpha + F_{\text{н}1} - mg\cos\alpha = \dfrac{m\upsilon_1^2}{l}$ $\Rightarrow$ сила натяжения нити в этом положении $F_{\text{н}1} = \dfrac{m\upsilon_1^2}{l} + (mg - qE)\cos\alpha.$ $\qquad$ (3)

Задача сводится к нахождению выражения $m\upsilon^2$. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии в состояниях 0 и I (этот закон применим, так как все действующие на заряженное тело силы – консервантивные, поля потенциальные).

$$mgh + q\varphi_0 = \frac{m\upsilon^2}{2} + q\varphi_1 \Rightarrow m\upsilon^2 = 2mgh + 2q(\varphi_0 - \varphi_{\text{I}}), \qquad (4)$$

где $q\varphi_0$ и $q\varphi_1$ – потенциальные электрические энергии заряда, $h = l\cos\alpha$ – тело находится на данной высоте относительно нулевого уровня (см. рис.), mgh – потенциальная гравитационная энергия тела.

$q(\varphi_0 - \varphi_{\text{I}}) = -qEh = -qEl\cos\alpha$,

где $\varphi_0 < \varphi_{\text{I}}$ – потенциалы поля в начальном и конечном положениях.

Тогда $m\upsilon^2 = 2mgl\cos\alpha - 2qEl\cos\alpha = 2(mg - qE)l\cos\alpha \Rightarrow \dfrac{m\upsilon^2}{l} =$ $= 2(mg - qE)\cos\alpha$.

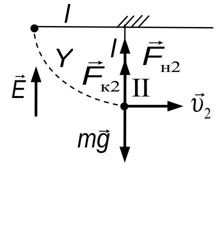
Подставим это выражение в (3), получим

$F_{\text{н}1} = 2(mg - qE)\cos\alpha + (mg - qE)\cos\alpha =$

$= 3(mg - qE)\cos\alpha = 30 \cdot 10^{-3}$ Н $= 30$ мН.

Рассмотрим случай, когда нить примет вертикальное положение (II).

Изобразим на рисунке силы, действующие на тело: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Кулона $\vec{F}_{\text{ê}2} = q\vec{E}$ и сила натяжения $\vec{F}_{\text{í}2}$,



которая не только изменила направление, но и величину. Аналогично предыдущему случаю воспользуемся вторым законом Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{F}_{н2} + \vec{F}_{к2} = m\vec{a}_{ц2}.$$

Ось Oy направим вертикально вверх. Проекции сил на эту ось:

$$Oy: -mg + F_{ê2} + F_{ì2} = \frac{m\upsilon_2^2}{l} \Rightarrow F_{н2} = \frac{m\upsilon_2^2}{l} + mg - F_{к2}.$$

Вновь из закона сохранения энергии $mgl + q\varphi_0 = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + q\varphi_2$ определим

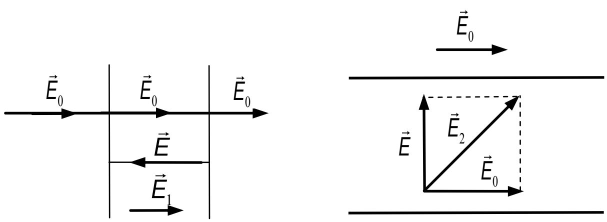
$$m\upsilon^2 = 2mgl + 2q(\varphi_0 - \varphi_2) = 2mgl - 2qEl = 2l(mg - qE) \Rightarrow$$

$\Rightarrow \dfrac{m\upsilon^2}{l} = 2(mg - qE)$. Сила натяжения нити при прохождении ею вертикального положения

$$F_{н2} = 2(mg - qE) + (mg - qE) = 3(mg - qE) = 60 \cdot 10^{-3}\ \text{Н} = 60\ \text{мН}.$$

Ответ: 30 мН; 60 мН.

1.2.19. В однородном электрическом поле напряженностью E_0 перпендикулярно его направлению расположен заряженный плоский конденсатор, напряженность поля между обкладками которого равна E (рис. *а*). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы расположить пластины конденсатора параллельно внешнему полю (рис. *б*)? Площадь каждой обкладки конденсатора равна S, расстояние между ними d.



а *б*

Решение:

Электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора. Сам конденсатор не вносит никаких изменений в окружающее пространство. Поэтому, как бы конденсатор ни располагался во внешнем электрическом поле напряженностью $\vec{E}_0$, энергия окружающего пространства не меняется, а энергия внутри конденсатора будет различной.

Работа в данном случае определится как разность энергий конденсатора после и до его разворота.

В случае *а*: объемная плотность энергии конденсатора

$$w_1 = \frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 (E_0 - E)^2}{2} \Rightarrow$$

энергия конденсатора $W_1 = w_1 V = \frac{\varepsilon_0 (E_0 - E)^2}{2} Sd$ ($\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}$ или $E_1 = E_0 - E$ – напряженность результирующего поля в конденсаторе).

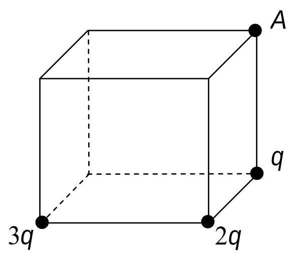
В случае *б*: $E_2^2 = E_0^2 + E^2$ ($\vec{E}_2 = \vec{E}_0 + \vec{E}$ или $E_2^2 = E_0^2 + E^2$ – напряженность результирующего поля в конденсаторе), тогда

$$W_2 = w_2 V = \frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2} V = \frac{\varepsilon_0 (E_0^2 + E^2)}{2} Sd;$$

$$A = W_2 — W_1 = \frac{\varepsilon_0 Sd}{2} (E_0^2 + E^2 - E_0^2 - E^2 + 2E_0 E) = \varepsilon_0 S d E_0 E.$$

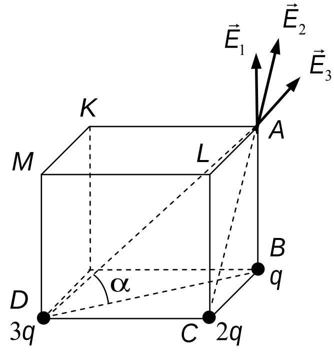
Ответ: $\varepsilon_0 S d E_0 E$.

1.2.20. Три точечных одноименных заряда помещены в вершинах куба, длина ребра которого равна *a*. Определить напряженность электрического поля в точке *A*.



Решение:

Напряженность электростатического поля, создаваемого системой точечных зарядов q, $2q$ и $3q$ в одной из вершин куба – точке *A*, определится согласно принципу суперпозиции векторной суммой напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности $\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$, где $\vec{E}_1$ – напряженность поля, создаваемого в точке *A* зарядом q, расположенным в вершине *B* куба, вектор $\vec{E}_1$ направлен вдоль ребра *AB*; $\vec{E}_2$ – напряженность поля, создаваемого в точке *A* зарядом $2q$, расположенным в вершине *C* куба, вектор



$\vec{E}_2$ направлен вдоль диагонали *CA* грани куба; $\vec{E}_3$ – напряженность поля, создаваемого в точке *A* зарядом $3q$, расположенным в вершине D куба, вектор $\vec{E}_3$ направлен вдоль диагонали DA куба. Как видно из рисунка, все три вектора исходят из точки *A* и ориентированы в пространстве в различных плоскостях. Поэтому для нахождения результирующего вектора $\vec{E}$ напряженности электрического поля определим его проекции на оси выбранной декартовой системы координат с началом в точке *A* и направлениями осей вдоль ребер куба, как показано на рисунке. Проекции вектора $\vec{E}$

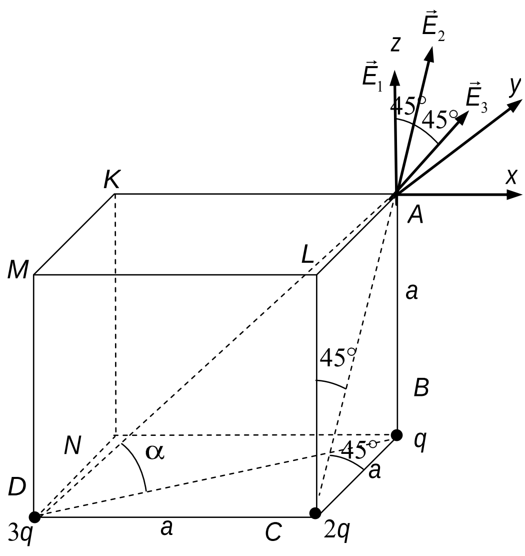
на ось X: $E_x = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x}$; (1)

на ось Y: $E_y = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y}$; (2)

на ось Z: $E_z = E_{1z} + E_{2z} + E_{3z}$, (3)

позволят определить модуль вектора $\vec{E}$

$$E = \sqrt{(E_{1x} + E_{2x} + E_{3x})^2 + (E_{1y} + E_{2y} + E_{3y})^2 + (E_{1z} + E_{2z} + E_{3z})^2}\ . \qquad (4)$$



Рассмотрим все составляющие вектора $\vec{E}$. Как видно из рисунка напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого зарядом q, имеет проекции E_{1x} =

0, $E_{1y} = 0$ и $E_{1z} = \dfrac{kq}{a^2}$. Вектор напряженности $\vec{E}_2$ поля, создаваемого зарядом $2q$ лежит в плоскости yAz и имеет составляющие $E_{2x} = 0$,

$$E_{2y} = E_2 \cos 45° = \frac{k2q}{(\sqrt{2}a)^2} \cos 45° = k\frac{q}{\sqrt{2}a^2},$$

аналогично $E_{2z} = E_2 \sin 45° = \dfrac{k2q}{(\sqrt{2}a)^2} \sin 45° = k\dfrac{q}{\sqrt{2}a^2}$,

где $\sqrt{2}a = CA$ – расстояние от заряда $2q$ до точки A, равное диагонали грани куба $ALCB$. Напряженность $\vec{E}_3$ поля, создаваемое зарядом $3q$, расположенным в вершине D, имеет все три составляющие E_{3x}, E_{3y}, E_{3z}, причем точка A находится от заряда $3q$ (точки D) на расстоянии, равном диагонали куба

$$DA = \sqrt{|AB|^2 + |DB|^2} = \sqrt{|AB|^2 + (|BC|^2 + |DC|^2)} =$$

$= \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$, которая составляет с плоскостью $BCDN$ угол α,

$\cos\alpha = \dfrac{DB}{DA} = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$, $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{3}}$. Направление вектора $\vec{E}_3$ составляет с плоскостью xAy угол α, тогда проекции $\vec{E}_3$ на оси равны:

$$E_{3x} = E_3 \cos\alpha \cdot \cos 45° = \frac{k3q}{(\sqrt{3}a)^2} \cos\alpha \cdot \cos 45° = \frac{kq}{\sqrt{3}a^2};$$

$$E_{3y} = \frac{k3q}{(\sqrt{3}a)^2} \cos\alpha \cdot \sin 45° = k\frac{q}{\sqrt{3}a^2};$$

$$E_{3z} = \frac{k3q}{(\sqrt{3}a)^2} \sin\alpha = \frac{kq}{\sqrt{3}a^2}.$$

Воспользуемся выражениями (1)–(3), получим

$$E_x = E_{3x} = k\frac{q}{\sqrt{3}a^2}; \qquad (1')$$

$$E_y = E_{2y} + E_{3y} = k\frac{q}{\sqrt{2}a^2} + k\frac{q}{\sqrt{3}a^2} = \frac{kq}{a^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right); \qquad (2')$$

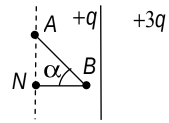
$$E_z = E_{1z} + E_{2z} + E_{3z} = \frac{kq}{a^2} + \frac{kq}{\sqrt{2}a} + \frac{kq}{\sqrt{3}a} = \frac{kq}{a^2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right). \qquad (3')$$

С учетом выражений (1′)–(3′) и (4) получаем модуль напряженности электрического поля в точке A:

$$E=\sqrt{\left(\frac{kq}{\sqrt{3}a^2}\right)^2+\left(\frac{kq}{a^2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)^2+\left(\frac{kq}{a^2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)^2}=$$

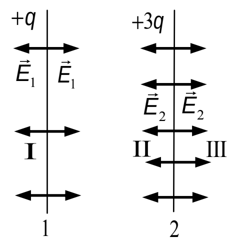
$$=\frac{kq}{a^2}\sqrt{\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}.$$

Ответ: $\frac{kq}{a^2}\sqrt{\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$.



1.2.21. Две параллельные одинаковые пластины находятся на расстоянии d друг от друга и имеют площадь S каждая. На одной пластине равномерно распределен заряд $+q$, на другой – $+3q$. Определить силу взаимодействия пластин; напряженность электрического поля, создаваемого системой пластин, работу по перемещению заряда q_0 в электрическом поле пластин из точки A в точку B, если $AB = l$ и угол между AB и нормалью к пластинам α (см. рис.).

Решение:



а) Каждая равномерно заряженная пластина создает по обе стороны однородное поле, модуль напряженности первого поля $E_1=\frac{q}{2\varepsilon_0 S}$, второго – $E_2=\frac{3q}{2\varepsilon_0 S}$ (ε_0 = 8,85 · 10^{-12} ф/м – электрическая постоянная).

Таким образом, распределенный на первой пластине заряд q оказывается в электрическом поле другого $\vec{E}_2$ и наоборот заряд $3q$ находится в электрическом поле $\vec{E}_1$. Если разбить заряд каждой пластины на бесконечное множество точечных зарядов Δq_i, то на каждый такой заряд будет действовать сила $F_i = \Delta q_i E_2$.

На заряд всей пластины будет действовать сила

$$F_{\text{ê}1} = \sum_{i=1}^{\infty} \Delta q_i E_2 = E_2 \sum_{i=1}^{\infty} \Delta q_i = E_2 q = \frac{3q}{2\varepsilon_0 S} q = \frac{3q^2}{2\varepsilon_0 S}.$$

Аналогично поступим со второй пластиной, разбив ее заряд на бесконечное множество точечных зарядов Δq_j. Тогда

$$F_{\text{ê}2} = \sum_{j=1}^{\infty} \Delta q_j E_1 = E_1 \sum_{j=1}^{\infty} \Delta q_j = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} 3q = \frac{3q^2}{2\varepsilon_0 S}.$$

По третьему закону Ньютона $F_{к1} = F_{к2}$. Между пластинами действует сила отталкивания $F_{\text{ê}} = \dfrac{3q^2}{2\varepsilon_0 S}$.

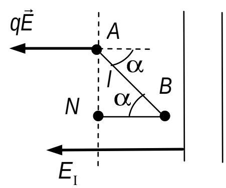
б) Согласно принципу суперпозиции электрических полей напряженность результирующего поля в любой точке пространства $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

Для точек поля слева от пластины 1:

$$E_{\mathrm{I}} = E_1 + E_2 = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{3q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{2q}{\varepsilon_0 S};$$

между пластинами $E_{\mathrm{II}} = |E_1 - E_2| = \left| \dfrac{q}{2\varepsilon_0 S} - \dfrac{3q}{2\varepsilon_0 S} \right| = \dfrac{q}{\varepsilon_0 S}$;

справа от пластины 2: $E_{\mathrm{III}} = E_1 + E_2 = \dfrac{2q}{\varepsilon_0 S}$.



в) Работа электростатического поля по перемещению заряда q_0 из точки A в точку B зависит только от начального и конечного положений заряда, т. е. $A_{эл} = q_0(\varphi_A - \varphi_N)$. Точки A и N поля являются точками равного потенциала $\varphi_A = \varphi_B$, тогда

$A_{эл} = q_0(\varphi_N - \varphi_B)$. (1)

Потенциал электростатического поля убывает в направлении силовых линий поля: $\varphi_N < \varphi_B$. Разность потенциалов

$\varphi_B - \varphi_N = E_{\mathrm{I}} \cdot |NB| = E_{\mathrm{I}} l \cos\alpha$. (2)

С учетом (2) выражение (1) примет вид

$$A_{эл} = -q_0 E_{\mathrm{I}} l \cos\alpha = -\frac{2q_0 q}{\varepsilon_0 S} l \cos\alpha.$$

Если заряды q и q_0 одного знака, то $A_{эл} < 0$, следовательно при перемещении заряда из точки A в точку B необходимо совершать работу против сил электростатического поля $A = -A_{эл} = \dfrac{2q_0 q}{\varepsilon_0 S}$.

1.2.22. $N = 1\,000$ маленьких проводящих сферических капелек с потенциалом $\varphi_1 = 3{,}0$ В каждая при слиянии образовали большую сферическую каплю. Определить ее потенциал.

Решение:

Заряды в проводниках распределяются по поверхности. В данном случае распределение заряда будет равномерным по поверхности и маленьких, и больших капель.

Потенциал одной маленькой капли $\varphi_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$, (1)

где q_1 – заряд, сосредоточенный на поверхности капли радиусом r. Потенциал большой капли

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}, \qquad (2)$$

где $q = Nq_1$ – (3)

заряд большой капли, R – ее радиус.

Радиус определим из условия, что объем V большой капли равен сумме объемов V_1 маленьких капель NV_1:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = N\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{N}\,r. \qquad (4)$$

Запишем (2) с учетом (3) и (4):

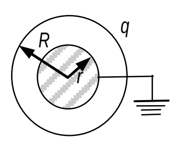
$$\varphi = \frac{Nq_1}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt[3]{N}\,r} = \frac{\sqrt[3]{N^2}\,q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (5)$$

Сравнив (1) и (5), получим

$$\varphi = \sqrt[3]{N^2}\,\varphi_1 = 300 \text{ В}.$$

Ответ: 300 В.

1.2.23. Металлический шар радиусом $r = 10$ см окружен тонкостенной металлической сферической оболочкой радиусом $R = 20$ см, имеющей общий центр с шаром. Шар через отверстие в оболочке заземлен.



Определить потенциал φ_0 оболочки, если ей сообщен и по ней равномерно распределен заряд q_0 = 10 н Кл.

Решение:

Поскольку шар заземлен, его потенциал равен нулю или, согласно принципу суперпозиции полей, алгебраической сумме потенциалов шара и сферы:

$$\varphi_{ø} = \frac{q_{ø}}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0 .$$

Отсюда следует, что на шаре сосредоточен заряд $q_{\text{ш}} = -q_0 \dfrac{r}{R}$.

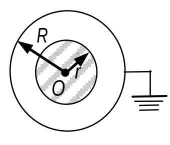
Используя принцип суперпозиции, определим потенциал сферической оболочки

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 - q_0 \dfrac{r}{R}}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 (R - r)}{R^2} = 225 \text{ В}.$$

Ответ: 225 В.

1.2.24. Металлический шар радиусом r = 10 см, имеющий заряд $q_{\text{ш}}$ = 1 нКл, окружен тонкостенной сферической проводящей оболочкой радиуса R = 20 см. Определить, каким станет потенциал шара $\varphi_{\text{ш}}$, если оболочку заземлить.

Решение:



Поскольку оболочка заземлена, ее потенциал равен нулю или складывается из потенциалов полей, создаваемых заряженным шаром и зарядом заземленной сферы:

$$\varphi_0 = k\frac{q_{ø}}{R} + k\frac{q_0}{R} = 0 ,$$

где $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

Отсюда видно, что заряд на оболочке $q_0 = -\, q_{\text{ш}}$.

Потенциал шара $\varphi_{\text{ш}}$ согласно принципу суперпозиции равен алгебраической сумме потенциалов на самом шаре и на поверхности сферы:

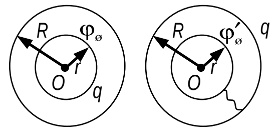
$$\varphi_{ø} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_{ø}}{r} - \frac{q_{ø}}{R}\right) = \frac{q_{ø}(R - r)}{4\pi\varepsilon_0 rR} = 45 \text{ В}.$$

Ответ: 45 В.

1.2.25. Металлический шар радиусом r = 10 см, заряженный до потенциала $\varphi_{\text{ш}}$ = 100 В, окружен незаряженной сферической оболочкой радиуса R = 20 см. Определить потенциал шара $\varphi'_ш$ после того, как он будет соединен с оболочкой тонкой металлической проволокой.

Решение:

После соединения шара с оболочкой весь заряд распределится по поверхности оболочки и потенциалы шара $\varphi'_ш$ и оболочки $\varphi_{об}$ станут одинаковыми:



$$\varphi'_ш = \varphi_{об} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}. \qquad (1)$$

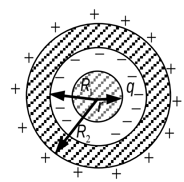
До соединения шара с оболочкой потенциал шара был равен $\varphi_ш = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Отсюда заряд $q = 4\pi\varepsilon_0 r\varphi_ш$.

Тогда потенциал шара и оболочки окажется равным

$$\varphi'_ш = \frac{4\pi\varepsilon_0 r\varphi_ш}{4\pi\varepsilon_0 R} = \varphi_ш \frac{r}{R} = 50 \text{ В}.$$

Ответ: 50 В.

1.2.26. Металлический шарик радиусом r, имеющий заряд q, помещен в центр незаряженного сферического слоя, внутренний и внешний радиусы которого R_1 и R_2. Определить напряженность и потенциал электрического поля, создаваемого системой, если а) слой металлический; б) металлический слой заземлен; в) слой из диэлектрика.



Решение:

а) В металлическом сферическом слое под действием электрического поля, создаваемого заряженным шариком, произойдет перераспределение зарядов, и на поверхностях слоя появятся индуцированные заряды. Перераспределение зарядов будет происходить до тех пор, пока результирующее поле внутри металлического слоя не станет равным нулю. На рисунке показано: на внутренней сфере индуцируется заряд $-q_1$, на внешней – заряд противоположного знака $+q_1$. В результате следует рассматривать три концентрические сферы радиусами r, R_1 и R_2 с зарядами q, $-q_1$ и $+q_1$.

Сразу же отметим, что напряженность электрического поля между второй и третьей сферами равна нулю, поэтому на расстоянии $R_1 \le x \le R_2$ от общего центра согласно принципу суперпозиции полей и формулы для напряженности поля, создаваемого сферической заряженной поверхностью на расстоянии x от ее центра

$$k\frac{|q|}{x^2}-k\frac{|-q_1|}{x^2}=0, \text{ где } k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.$$

Отсюда $|-q_1| = |q|$. Мы учли, что вторая сфера радиусом R_1 создает снаружи такое поле, как если бы заряд $-q_1$ находился в центре сферы радиуса x, а поле третьей сферы радиуса R_2 в ее внутренней области отсутствует.

Заряд на поверхности сферического слоя найден, определим напряженность и потенциал электрического поля в различных точках пространства:

1) $0 \le x \le r$ (внутри шарика).

Заряды сосредоточены на поверхности сфер, внутри шарика заряда нет, поэтому напряженность электрического поля $E = 0$.

Потенциал внутри шарика равен алгебраической сумме потенциалов поверхностей всех заряженных концентрических сфер

$$\varphi=k\frac{q}{r}-\frac{kq}{R_1}-\frac{kq}{R_2}=kq\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

2) $r \le x \le R_1$ (между шариком и металлическим слоем).

$$E=k\frac{q}{x^2},\ \varphi=k\frac{q}{x}-k\frac{q}{R_1}+k\frac{q}{R_2}.$$

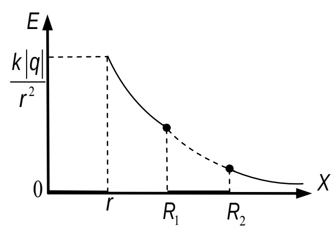
3) $R_1 \le x \le R_2$ (внутри сферического слоя).

$$E=0,\ \varphi=k\frac{q}{x}-k\frac{q}{x}+k\frac{q}{R_2}=k\frac{q}{R_2}.$$

4) $R_2 \le x \le \infty$ (за пределами системы).

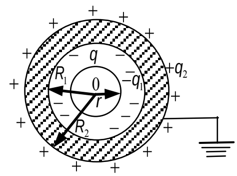
$$E=k\frac{q}{x^2},\ \varphi=k\frac{q}{x}.$$

График зависимости $E = f(x)$.



б) Металлический слой заземлен.

Потенциал любой заземленной проводящей поверхности равен нулю.



Напряженность электрического поля в металлическом слое также равна нулю, но заряды на поверхностях сфер радиусами R_1 и R_2 будут неодинаковыми. В отличие от случая (а) заряды могут стекать с оболочки или набегать на нее. Предположим, что на внутренней поверхности слоя появится заряд $-q_1$, а на внешней – заряд $+q_2$. Учитывая то, что потенциал заземленной поверхности слоя радиуса $R_2(x = R_2)$ равен нулю, т. е.

$$\frac{kq}{R_2} - \frac{kq_1}{R_2} + \frac{kq_2}{R_2} = 0 \text{, то } q = q_1 - q_2. \qquad (1)$$

И тот факт, что напряженность поля внутри слоя также равна нулю, то

$$\frac{k\,|\,q\,|}{x^2} - \frac{k\,|\,q_1\,|}{x^2} = 0 \text{, а модуль заряда } q_1 = q. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), приходим к выводу, что $q_2 = 0$, т. е. на внешней поверхности заземленного слоя заряд отсутствует, а на внутренней поверхности распределен заряд $q_1 = -q$.

Таким образом, задача сводится к нахождению результирующего поля двух заряженных концентрических сфер, радиусы которых r и R_1, с зарядами $+q$ и $-q$ соответственно. Итак,

1) $0 \le x \le r$ (внутри шарика).

$$E = 0,\ \varphi = kq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right).$$

2) $r \le x \le R$ (между шариком и слоем).

$$E = \frac{kq}{x^2},\ \varphi = kq\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R_1}\right).$$

3) $R_1 \le x \le \infty$ (за пределами внутренней поверхности слоя).

$E = 0$, $\varphi = 0$ – поле отсутствует.

в) Слой из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε.

При внесении в поле заряженного шарика сферического слоя диэлектрика происходит поляризация слоя, и на внутренней и внешней поверхностях слоя появляются связанные заряды $-q_{св}$ и $+q_{св}$. Определить эти заряды можно, рассчитав напряженность поля внутри диэлектрика. С одной стороны, электрическое поле, создаваемое заряженным шариком, в диэлектрике ослаблено в ε раз и равно на расстоянии x от центра шарика

$$E = k\frac{q}{\varepsilon x^2}, \qquad (1)$$

а с другой стороны, согласно принципу суперпозиции электрических полей напряженность можно найти как результат наложения поля шарика и поля связанных зарядов внутренней поверхности слоя:

$$E = \frac{kq}{x^2} - \frac{kq_{\text{св}}}{x^2}. \qquad (2)$$

Приравняв (1) и (2): $\dfrac{kq}{\varepsilon x^2} = \dfrac{kq}{x^2} - \dfrac{kq_{\text{ñâ}}}{x^2}$, получим $q_{\text{ñâ}} = \dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q$.

Теперь задача сводится к нахождению напряженности и потенциала электрического поля, создаваемого тремя концентрическими сферами радиусам r, R_1 и R_2 с зарядами q, $-\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon}q$ и $+\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon}q$ соответственно.

1) $0 \le x \le r$

$$E = 0,\ \varphi = kq\left(\frac{1}{r} - \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\right).$$

2) $r \le x \le R_1$

$$E = k\frac{q}{x^2},\ \varphi = kq\left(\frac{1}{x} - \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\right).$$

3) $R_1 \le x \le R_2$

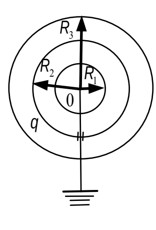
$$E = k\frac{q}{\varepsilon x^2},\ \varphi = kq\left(\frac{1}{x} - \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\right).$$

4) $R_2 \le x \le \infty$.

$$E = k\frac{q}{x^2},\ \varphi = k\frac{q}{x}.$$

1.2.27. Три концентрические тонкие проводящие сферы расположены в вакууме. Внутренняя и внешняя сферы заземлены, средней сообщен заряд q. Радиусы сфер – R_1, R_2 и R_3. Определить напряженность и потенциал электрического поля в зависимости от расстояния от центра сфер.

Решение:



При сообщении средней сфере заряда q на поверхностях внутренней и внешней сфер индуцируются заряды q_1 и q_3. Заземление сфер приводит к тому, что на них устанавливается потенциал равный нулю. Исходя из принципа суперпозиции для потенциала на поверхности внутренней заземленной сферы, ее потенциал

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R_1} + \frac{kq}{R_2} + \frac{kq_3}{R_3} = 0; \tag{1}$$

потенциал внешней зазмеленной сферы

$$\varphi_3 = \frac{k(q_1 + q + q_3)}{R_3} = 0. \tag{2}$$

Из (1) и (2) имеем систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\frac{q_1}{R_1} + \frac{q}{R_2} + \frac{q_3}{R_3} = 0 \\ &q_1 + q + q_3 = 0 \end{aligned}\right\}.$$

Решение этой системы относительно q_1 и q_3 позволяет определить заряд на внутренней сфере $q_1 = q\dfrac{R_1(R_2 - R_3)}{R_2(R_3 - R_1)}$; $q_3 = q\dfrac{R_3(R_1 - R_2)}{R_2(R_3 - R_1)}$ (т. к. $R_2 < R_3$, $R_1 < R_2$, то $q_1 < 0$ и $q_3 < 0$) .

Потенциал внутри сферы равен потенциалу на ее поверхности, а вне сферы изменяется подобно потенциалу точечного заряда, помещенного в центр сферы.

При $0 < r < R_1$ (внутри первой сферы)

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R_1} + \frac{kq}{R_2} + \frac{kq_3}{R_3} = 0 \text{ (сфера заземлена);}$$

при $R_1 \le r < R_2$ (между первой и второй сферами)

$$\varphi_2 = \frac{kq_1}{r} + \frac{kq}{R_2} + \frac{kq_3}{R_3} = \frac{kqR_1(R_2 - R_3)}{R_2(R_3 - R_1)} + \frac{kq}{R_2} + \frac{kqR_3(R_1 - R_2)}{R_3R_2(R_3 - R_1)} =$$

$$= \frac{kq(r - R_1)(R_3 - R_2)}{rR_2(R_3 - R_1)};$$

при $R_2 \le r < R_3$ (между второй и третьей сферами)

$$\varphi_3 = \frac{kq_1}{r} + \frac{kq}{r_2} + \frac{kq_3}{R_3} = \frac{q(R_3 - r)(R_2 - R_1)}{rR_2(R_3 - R_1)};$$

при $r \ge R_3$ (за пределами сфер)

$$\varphi_4 = \frac{k(q_1 + q + q_3)}{r} = \frac{kq(R_1(R_2 - R_3) + R_2(R_3 - R_1) + R_3(R_1 - R_2))}{r} = 0 .$$

Напряженности электрического поля, создаваемого сферами на различных расстояниях от их центра, будут иметь следующие значения:

при $0 \le r < R_1$: $E_1 = 0$;

при $R_1 \le r < R_2$: $E_2 = \dfrac{kq_1}{r^2} = \dfrac{kqR_1(R_2 - R_3)}{r^2 R_2(R_3 - R_1)}$;

при $R_2 \le r < R_3$: $E_3 = \dfrac{k(-|q_1| + |q_2|)}{r^2} = \dfrac{kqR_3(R_2 - R_1)}{r^2 R_2(R_3 - R_1)}$;

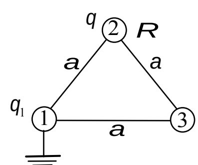
при $r \ge R_3$:

$$E_4 = \frac{k(q_1 + q + q_3)}{r^2} = \frac{kq(R_1(R_2 - R_3) + R_2(R_3 - R_1) + R_3(R_1 - R_2))}{r^2 R_2(R_3 - R_1)} = 0 .$$

1.2.28. Три проводящих шара радиуса R расположены в воздухе так, что их центры совпадают с вершинами равностороннего треугольника со стороной a, причем $a >> R$. Каждый шар поочередно на некоторое время заземляли. Определить заряды, оставшиеся после этого на шарах, если первоначально каждый шар имел заряд q.

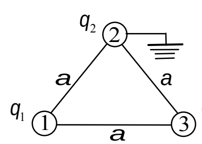
Решение:

После заземления первого шара его потенциал становится равным нулю. Этот потенциал равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым шариком в отдельности: заземленным шаром $\left(\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R}\right)$ и двумя оставшимися $\left(\dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a}\right)$.



$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 a} = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{-2qR}{a} .$$

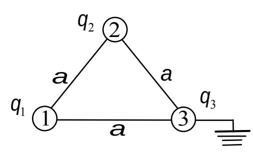
Заземлив второй шар, аналогично получаем



$$\varphi_2 = -\frac{2qR}{4\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = 0 \Rightarrow$$

$$q_2 = \frac{2qR^2}{a^2} - \frac{qR}{a} .$$

После заземления третьего заряда



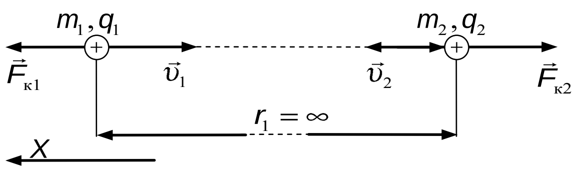
$$\varphi_3 = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{2qR}{4\pi\varepsilon_0 a^2} + \frac{2qR^2}{4\pi\varepsilon_0 a^3} - \frac{qR}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = 0 .$$

Тогда $q_3 = \dfrac{3qR^2}{a^2} - \dfrac{2qR^3}{a^3}$.

Ответ: $-2qR/a$; $2qR^2/a^2 - qR/a$; $3qR^3/a^2 - 2qR^3/a^3$.

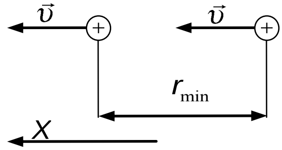
1.2.29. Две одноименно заряженные частицы массами m_1 = 10 мг и m_2 = 20 мг начинают двигаться из бесконечности навстречу друг другу со скоростями υ_1 = 5 км/с и υ_2 = 4 км/с соответственно. Определить минимальное расстояние между частицами в процессе их движения, если заряды частиц q_1 = 20 мкКл, q_2 = 30 мкКл.

Решение:



а

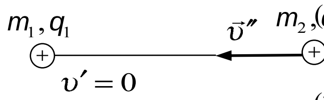
Минимальное расстояние, на котором окажутся частицы, будет тогда, когда относительная скорость движения частиц станет равной нулю, т. е. в момент наибольшего сближения частицы будут иметь одинаковые скорости (рис. *а*). Опишем процесс движения частиц. Силы кулоновского отталкивания меняются с изменением расстояния между частицами, но в каждый момент времени они равны по модулю и противоположно направлены ($\vec{F}_{к1} = -\vec{F}_{к2}$) (см. рис. *а*). Эти силы препятствуют движению частиц. Из второго закона Ньютона частица, у которой масса меньше, имеет большее по модулю ускорение. Так как $m_1 < m_2$, то скорость первой частицы в какой-то момент становится равной нулю (см. рис. *б*), и она начинает движение в противоположную сторону. В момент, когда скорости частиц станут одинаковыми, достигается наибольшее сближение частиц (рис. *в*).



б

Так как система двух частиц замкнутая, воспользуемся законами сохранения импульса в проекции на ось Ox:

$-m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon$ (1)



в

и энергии

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + \frac{kq_1q_2}{r_{\min}}. \qquad (2)$$

Из (1) скорость частиц в момент наибольшего сближения

$$\upsilon = \frac{m_2\upsilon_2 - m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}. \qquad (3)$$

Подставив в (2) (3), получим

$$\frac{kq_1q_2}{r_{\min}} = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} - \frac{(m_2\upsilon_2 - m_1\upsilon_1)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

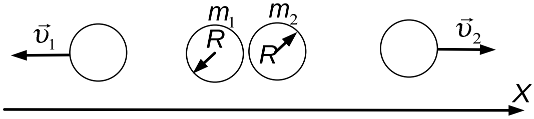
Отсюда минимальное расстояние $r_{\min}$ между частицами окажется равным $r_{\min} = \dfrac{2kq_1q_2(m_1 + m_2)}{m_1m_2(\upsilon_1 + \upsilon_2)^2} = 20 \cdot 10^{-3}$ м = 2,0 см.

Ответ: 2 см.

1.2.30. Два диэлектрических шара равномерно заряжены одинаковым зарядом 3 мкКл. Масса первого шара 6 г, второго 12 г, радиус каждого шара 1 см. Вначале шары удерживают так, что они касаются друг друга, а затем отпускают. Определить конечные скорости шаров.

Решение:

Система замкнутая.



Используем законы сохранения импульса (ЗСИ) и энергии (ЗСЭ):

ЗСИ, Ox: $0 = -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2$, т. е. импульсы шаров равны $P_1 = P_2 = P$;

ЗСЭ: $\dfrac{kq^2}{2R} = \dfrac{P^2}{2m_1} + \dfrac{P^2}{2m_2}$, где $\dfrac{P^2}{2m_1}$ и $\dfrac{P^2}{2m_2}$ – кинетические энергии шаров.

$$\frac{kq^2}{2R} = \frac{P^2(m_1 + m_2)}{2m_1 m_2} \Rightarrow P = \sqrt{\frac{kq^2 m_1 m_2}{R(m_1 + m_2)}} = m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon\ .$$

Тогда скорость первого шара

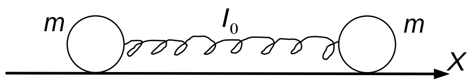
$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{kq^2 m_2}{R(m_1 + m_2)m_1}} = 30 \text{ м/с};$$

скорость второго $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{kq^2 m_1}{R(m_1 + m_2)m_2}} = 15$ м/с.

Ответ: 30 м/с; 15 м/с.

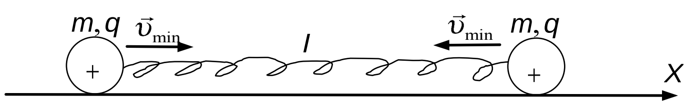
1.2.31. Два маленьких шарика массой $m_1 = m_2 = m = 150$ г, лежащие на гладкой горизонтальной плоскости, соединены недеформированной пружиной длиной 40 см и жесткостью 10 Н/м. После сообщения шарикам одинаковых зарядов длина пружины стала равна 80 см. Определить минимальную одинаковую скорость, которую необходимо сообщить шарикам навстречу друг другу, чтобы они сблизились до прежнего расстояния.

Решение:



1) После сообщения шарикам одинаковых зарядов, они расходятся до тех пор, пока $|\vec{F}_\text{к}|$ не станет равной $|\vec{F}_\text{упр}|$:

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2} = k(l - l_0) \Rightarrow \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} = kl^2(l - l_0). \tag{1}$$



2) Силы, действующие на заряженные шарики консервативные, следовательно, можно воспользоваться законом сохранения энергии:

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + 2\frac{m\upsilon_\text{min}^2}{2} + \frac{k(l - l_0)^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l_0}\ . \tag{2}$$

С учетом (1) выражение (2) примет вид

$$\frac{kl^2(l-l_0)}{l}+m\upsilon_{\min}^2+\frac{k(l-l_0)^2}{2}=\frac{kl^2(l-l_0)}{l_0}. \tag{3}$$

3) Из (3) $m\upsilon^2_{\min}=\dfrac{kl^2(l-l_0)}{l_0}-\dfrac{k(l-l_0)^2}{2}-kl(l-l_0)$.

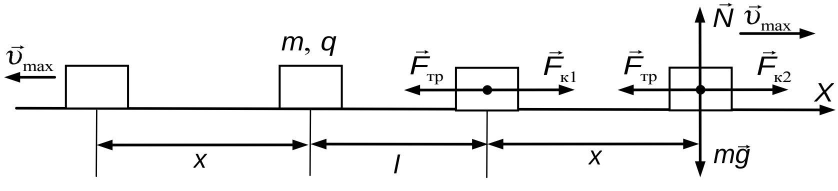
4) $\upsilon_{\min}=\sqrt{\dfrac{kl^2(l-l_0)}{l_0 m}-\dfrac{k(l-l_0)^2}{2m}-\dfrac{kl(l-l_0)}{m}}=4$ м/с.

Ответ: 4 м/с.

1.2.32. На горизонтальной поверхности на расстоянии l = 10 см друг от друга удерживаются два одинаковых маленьких бруска массой m = 10 г и зарядом q = 1 мкКл каждый. Коэффициент трения брусков о поверхность μ = 0,01. Определить максимальную скорость, которую разовьют бруски, и расстояние, которое пройдет каждый брусок до остановки, если их освободить.

Решение:

Как только бруски освободили, они начинают удаляться друг от друга, причем вдоль горизонтальной оси *Ox* на каждый брусок действует сила трения скольжения $F_{\text{тр}}=\mu N=\mu mg$ и уменьшающаяся по величине в процессе движения сила кулоновского отталкивания, начальное значение которой $F_{\text{ê}1}=\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}$. Пока сила кулоновского отталкивания $F_{\text{к}}$ не станет равной силе трения $F_{\text{тр}}$, бруски будут двигаться ускоренно. В момент, когда $F_{\text{к}}$ станет равной $F_{\text{тр}}$, ускорение станет равным нулю, бруски достигнут максимальной скорости. Изменение энергии $\Delta W=W_2-W_1$ системы двух брусков равно работе силы трения $\Delta W=W_2-W_1=A_{\text{тр}}$.



Энергия в начальный момент времени $W_1 = \frac{kq^2}{l}$, в момент максимальной скорости брусков $W_2 = 2\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} + \frac{kq^2}{l+2x}$, работа силы трения $A_{тр} = -2F_{тр}x = -2\mu mgx$, где x – расстояние, которое проходит каждый брусок, увеличивая свою скорость до максимального значения $\upsilon_{\max}$. Таким образом

$$2\frac{m\upsilon_{\max}^2}{2} + \frac{kq^2}{l+2x} - \frac{kq^2}{l} = -2\mu mgx\,. \tag{1}$$

Расстояние x определим из условия, что силы трения и кулоновского взаимодействия в момент, когда скорости брусков максимальны, равны $F_{к2} = F_{тр}$ или

$$\frac{kq^2}{(l+2x)^2} = \mu mg \Rightarrow l + 2x = \sqrt{\frac{kq^2}{\mu mg}}\;; \tag{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{kq^2}{4\mu mg}} - \frac{l}{2}\,. \tag{3}$$

Из выражения (1) с учетом (2) и (3) получим

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{kq^2}{lm} - \frac{kq^2}{\sqrt{\frac{kq^2}{\mu mg}}} - 2\mu g\left(\sqrt{\frac{kq^2}{4\mu mg}} - \frac{l}{2}\right)} = 2{,}9 \text{ м/с.}$$

Расстояние S, которое пройдет каждое тело до остановки (конечная скорость $\upsilon_к = 0$), определим из условия, что изменение полной энергии системы равно работе силы трения, действующей на тела системы:

$\Delta W' = W_2' - W_1' = A_{тр}'$ или

$$\frac{kq^2}{l+2S} - \frac{kq^2}{l} = -2\mu mgS\,.$$

Отсюда

$$-\frac{kq^2 2S}{l(l+2S)} = -2\mu mgS \Rightarrow l + 2S = \frac{kq^2}{\mu mgl}\,.$$

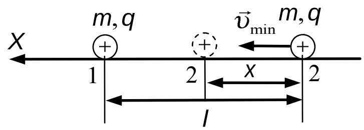
Расстояние, пройденное брусками до остановки

$$S = \frac{kq^2}{\mu mgl} - \frac{l}{2} = 45 \text{ м.}$$

Ответ: 2,9 м/с; 45 м.

1.2.33. Два небольших тела массой $m_1 = m_2 = m = 5$ г каждое, заряженные одинаковым зарядом $q_1 = q_2 = q = 10$ мкКл, находятся на горизонтальной плоскости на расстоянии $l = 10$ м друг от друга. Коэффициент трения тел о плоскость равен $\mu = 0,5$. Определить минимальную начальную скорость, которую следует сообщить одному из тел, чтобы сдвинуть с места второе тело.

Решение:



$F_{тр} = \mu mg$; $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \, \dfrac{\text{Í} \cdot \text{ì}^2}{\text{Êë}^2}$.

1) $\dfrac{kq^2}{l-x} - \dfrac{kq^2}{l} - \dfrac{m\upsilon_{\min}^2}{2} = -\mu mgx$

2) $F_к = F_{тр}$ или

$$\frac{kq^2}{(l-x)^2} = \mu mgx \Rightarrow l - x = \sqrt{\frac{kq^2}{\mu mg}}; \; x = l - \sqrt{\frac{kq^2}{\mu mg}}; \; x = 4 \text{ м}; \; l - x = 6 \text{ м.}$$

3) $\dfrac{m\upsilon_{\min}^2}{2} = \dfrac{kq^2}{\sqrt{\dfrac{kq^2}{\mu mg}}} - \dfrac{kq^2}{l} + \mu mg\left(l - \sqrt{\dfrac{kq^2}{\mu mg}}\right) = 0,16$ (Дж).

4) $\upsilon_{\min} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 0,16}{5 \cdot 10^{-3}}} = 8$ м/с.

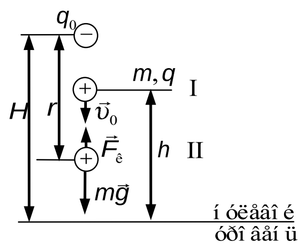
Ответ: 8 м/с.

1.2.34. На высоте $H = 3$ м над землей закреплен заряд $q_0 = -4$ мкКл, а под ним на высоте $h = 2,2$ м находится частица массой $m_1 = 0,9$ г с зарядом $q = 1$ мкКл. Определить скорость, которую необходимо сообщить частице вертикально вниз, чтобы она достигла поверхности земли.

Решение:

Рассчитав силу тяжести $mg = 9 \cdot 10^{-3}$ Н и силу Кулона в положении I

$F_{\hat{e}I} = \dfrac{|q_0||q|}{4\pi\varepsilon_0(H-h)^2} = 56{,}25$ Н, видим, что частице необходимо сообщить скорость, с которой она смогла бы достичь такого положения II, в котором $mg \geq F_к$ или



$$mg \geq \frac{|q_0||q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow r \geq \sqrt{\frac{|q_0||q|}{4\pi\varepsilon_0 mg}} = 2 \text{ м}.$$

Преодолев эту точку на расстоянии r от заряда q_0 (положение II) частица достигнет Земли. Закон сохранения энергии для данной системы, находящейся в поле консервативных сил ($m\vec{g}$ и $\vec{F}_{\hat{e}}$), справедлив и имеет вид:

$$-\frac{|q_0|q}{4\pi\varepsilon_0(H-h)} + \frac{m\upsilon_0^2}{2} + mgh = -\frac{|q_0|q}{4\pi\varepsilon_0 r} + mg(H-r).$$

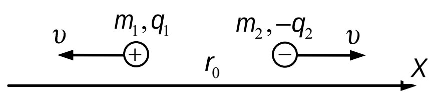
Отсюда $\upsilon_0 = \sqrt{2g(H-r-h) - \dfrac{2|q_0|q}{m4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{2}{m}\dfrac{|q_0||q|}{4\pi\varepsilon_0(H-h)}} = 6$ м/с.

Ответ: 6 м/с.

1.2.35. Две частицы, имеющие массы m_1 = 2 г и m_2 = 3 г и заряды q_1 = 3 мкКл и q_2 = –12 мкКл, удаляются друг от друга. В некоторый момент они находятся на расстоянии r_0 = 10 м и имеют одинаковые скорости υ = 3 м/с. Определить наибольшее расстояние между частицами в процессе движения.

Решение:

Максимальное расстояние, на котором могут оказаться разноименные частицы, будет тогда, когда относительная скорость частиц будет равна нулю, а это значит, что частицы будут двигаться в одном направлении с одинаковой скоростью *u*.



Система частиц – замкнутая. Законы сохранения импульса в проекции на ось *Ox*:

$$-m_1\upsilon + m_2\upsilon = (m_1 + m_2)u_x; \qquad (1)$$

энергии: $$-\frac{kq_1q_2}{r_0} + \frac{m_1\upsilon^2}{2} + \frac{m_1\upsilon_2^2}{2} = \frac{(m_1+m_2)u_x^2}{2} - \frac{kq_1q_2}{r_{max}}. \qquad (2)$$

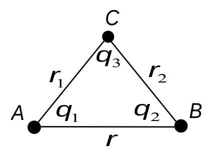
Из (1): $u_x = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon = 0{,}6$ м/с.

Из (2): $\dfrac{kq_1q_2}{r_{\max}} = \dfrac{(m_1+m_2)u_x^2}{2} + \dfrac{kq_1q_2}{r_0} - \dfrac{(m_1+m_2)\upsilon^2}{2} = 10{,}8$ Дж $\Rightarrow r_{\max} = 30$ м.

Ответ: 30 м.

1.2.36. Два точечных заряда $q_1 = 0{,}3$ мКл и $q_2 = 0{,}4$ мКл закреплены в вершинах треугольника *A* и *B* соответственно, а третий точечный заряд $q_3 = 0{,}2$ мКл массой $m = 26$ г удерживают в вершине *C*. Определить скорость, развиваемую этим зарядом, если его отпустить $AC = 5$ см; $AB = 7$ см, $BC = 6$ см. Силу тяжести не учитывать.

Решение:



Все три заряда располагаются в электростатических полях, создаваемых каждым из них. Электростатическое поле потенциально, воспользуемся законом сохранения энергии.

Начальная энергия системы W_1 включает сумму потенциальных энергий электрических взаимодействий зарядов:

$$W_1 = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{q_1q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_2}.$$

Когда третий заряд отпускают, его скорость на бесконечности достигает определенного значения. Энергия системы останется неизменной и равной

$$W_2 = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ – кинетическая энергия заряда q_3 в бесконечности.

Тогда $\dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{q_1q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \dfrac{q_2q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \dfrac{m\upsilon^2}{2} + \dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{q_1q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_2} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{q_3}{2\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)}.$$

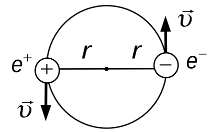
Если учесть, что $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ (Н · м^2)/Кл^2, то

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2kq_3}{m}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right)} = 1\,340 \text{ м/с}.$$

Ответ: 1 340 м/с.

1.2.37. Электрон и позитрон движутся по окружности вокруг своего неподвижного центра масс. Определитб отношение потенциальной и кинетической энергий частиц. Электрон и позитрон отличаются только знаком своего заряда (e^- – электрон, e^+ – позитрон).

Решение:



Массы и скорости электрона и позитрона равны, поэтому суммарная кинетическая энергия этих частиц $W_{\text{к}} = m\upsilon^2$, потенциальная энергия их взаимодействия

$W_{\text{ï}} = -\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0(2r)}$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ ф/м – электрическая постоянная, e – заряд электрона, r – радиус окружности, по которой частицы движутся, $2r$ – расстояние между частицами.

Таким образом

$$\frac{W_{\text{ï}}}{W_{\text{ê}}} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r m\upsilon^2}.$$

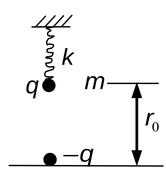
На каждую частицу действует сила кулоновского притяжения

$F_{\text{ê}} = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0(2r)^2} = \dfrac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 r^2}$. Так как частицы движутся по окружности, то эта сила сообщает частице центростремительное ускорение $a_{\text{ц}} = m\upsilon^2/r$.

Тогда $\dfrac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{m\upsilon^2}{r}$. Учитывая это, соотношение $\dfrac{W_{\text{п}}}{W_{\text{к}}} = -2$.

Ответ: –2.

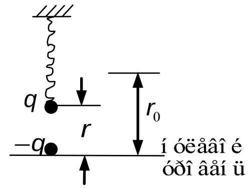
1.2.38. Маленький шарик массой m и зарядом q подвешен на проводящей пружине жесткостью k. Шарик удерживают так, что пружина не деформирована. Под шариком на расстоянии r_0 на непроводящей поверхности лежит такой же шарик с зарядом – q. Верхний шарик отпускают. Определить минимальное значение q, при котором нижний шарик подпрыгнет.



Решение:

Нижний шарик подпрыгнет, когда сила тяжести $m\vec{g}$, действующая на него, станет равна силе кулоновского притяжения к шарику на деформированной пружине

$F_{\hat{e}} = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, где r – наименьшее расстояние между шариками, после того, как верхний отпустили.



Силы, действующие на оба шарика, консервативные. Поэтому воспользуемся законом сохранения энергии. Первоначальная энергия системы

$W_1 = mgr_0 - \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$.

В момент подпрыгивания нижнего шарика энергия

$W_2 = mgr - \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{k(r_0 - r)^2}{2}$, где mgr_0 и mgr – потенциальные гравитационные энергии верхнего шарика до и в момент подпрыгивания нижнего; $-k\dfrac{q^2}{r_0}$ и $-k\dfrac{q^2}{r}$ – потенциальные энергии кулоновского взаимодействия, $\dfrac{k(r_0 - r)^2}{2}$ – потенциальная энергия упругой деформации пружины. Так как $W_1 = W_2$, то

$$mgr_0 - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0} = mgr - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{k(r_0 - r)^2}{2}. \qquad (1)$$

С учетом условия подпрыгивания $mg = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (2)

или $mgr = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$, выражение (1) примет вид

$$mgr_0 - mg\frac{r^2}{r_0} = mgr - mgr + \frac{k(r_0 - r)^2}{2} \Rightarrow$$

$$2mgr_0^2 - 2mgr^2 = (kr_0^2 - 2kr_0 r + kr^2)r_0.$$

Решим квадратное уравнение

$$(kr_0 + 2mg)r^2 - 2kr_0^2 r + r_0^2(kr_0 - 2mg) = 0$$

относительно r:

$$r_{1,2}=\frac{2kr_0^2\pm\sqrt{4k^2r_0^4-4r_0^2(kr_0+2mg)(kr_0-2mg)}}{2(kr_0+2mg)}=$$

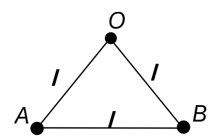
$$=\frac{2kr_0^2\pm r_0\sqrt{16m^2g^2}}{2(kr_0+2mg)}=\frac{2kr_0\pm 4mg}{2(kr_0+2mg)}=\frac{kr_0\pm 2mg}{kr_0+2mg}r_0 .$$

Условию минимального значения заряда удовлетворяет $r=\dfrac{kr_0-2mg}{kr_0+2mg}r_0$.

Тогда из (2) $q_{\min}=\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mg\dfrac{kr_0-2mg}{kr_0+2mg}}r_0$.

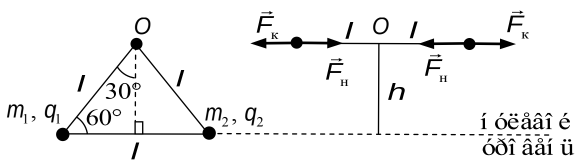
Ответ: $\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mg\dfrac{kr_0-2mg}{kr_0+2mg}}r_0$.

1.2.39. Два маленьких заряженных шарика массой m = 200 г каждый подвешены в точке O на двух нерастяжимых невесомых нитях длиной l каждая и связаны нитью AB такой же длины l. Нити сделаны из изолирующего материала. После пережигания натянутой нити AB шарики поднимаются на максимальную высоту, при которой нити подвеса оказываются горизонтальными. Определить натяжение нитей в горизонтальном положении.



Решение:

Сделаем два рисунка и покажем состояния шариков до и после пережигания нити.



На каждый шарик действуют силы тяжести $m\vec{g}$, натяжения $\vec{F}_\text{н}$ и кулоновского отталкивания $\vec{F}_\text{к}$.

По мере подъема шариков меняются значения сил натяжения и кулоновского отталкивания, но в горизонтальном положении эти силы становятся равными $F_\text{н}=F_\text{к}$ или

$$F_{\text{i}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 (2l)^2} = \frac{q_1 q_2}{16\pi\varepsilon_0 l^2}. \tag{1}$$

Так как все силы, действующие на шарики, консервативные (потенциальные), то для нахождения зарядов q_1 и q_2 шариков и длины l нитей в формуле (1) воспользуемся законом сохранения энергии. За нуль отсчета гравитационной потенциальной энергии выберем исходное положение нити AB. В этом положении шарики обладают только электростатической потенциальной энергией равной

$$W_{\text{I}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}. \tag{2}$$

Когда шарики поднимутся на высоту

$$h = l\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}l}{2}, \tag{3}$$

кинетическая энергия шариков становится равной нулю, они обладают только потенциальной энергией: гравитационной и электростатической, –

$$W_{\text{II}} = 2mgh + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 2l}. \tag{4}$$

$W_{\text{I}} = W_{\text{II}}$ или с учетом (2)–(4):

$$\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 l} = \sqrt{3}mgl + \frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 l} = \sqrt{3}mgl \text{ или}$$

$$\frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 l^2} = \sqrt{3}mg. \tag{5}$$

Отсюда сила натяжения нити в горизонтальном положении из (1):

$$F_{\text{н}} = \frac{\sqrt{3}}{2}mg = \sqrt{3} \text{ Н.}$$

Ответ: $\sqrt{3}$ Н.

1.2.40. В вершинах правильного многоугольника со стороной a закреплены одинаковые точечные заряды. Сначала освобождают один шарик, через достаточно большой промежуток времени – второй шарик, соседний с первым освобожденным. Определить заряд q каждого шарика, если кинетические энергии двух освобожденных шариков на бесконечности отличаются на ΔW.

Решение:

Заряды находятся в электростатических полях друг друга, эти поля потенциальны, поэтому воспользуемся законом сохранения энергии и определим кинетическую энергию первого освобожденного шарика на бесконечности.

Представим энергию начального состояния системы W_I как сумму потенциальных энергий кулоновского взаимодействия первого шарика со всеми шариками системы $W_{1-2,\ \dots,\ N}$ и энергию W_{N-1} взаимодействия оставшихся шариков друг с другом в количестве (N – 1).

Тогда $W_{1-2,\,\dots,\,N}+W_{N-1}=\dfrac{m\upsilon_1^2}{2}+W_{N-1}$, т. е. кинетическая энергия первого освобожденного шарика на бесконечности равна сумме потенциальных энергий взаимодействия первого шарика со всеми остальными шариками

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a_{12}}+\frac{1}{a_{13}}+\ldots+\frac{1}{a_{1N}}\right), \tag{1}$$

где a_{12}, a_{13}, ..., a_{1N} – расстояния от первого шарика до остальных шариков по кругу. Отметим, что $a_{12}=a_{1N}=a$.

При освобождении второго (соседнего) шарика пренебрегаем влиянием первого шарика. Запишем теперь начальную энергию системы как сумму энергии кулоновского взаимодействия второго шарика с оставшимися $W_{2-3,\,\dots,\,N}$ и энергии W_{N-2} оставшихся шариков в количестве (N – 2):

$W_{2-3,\,\dots,\,N}+W_{N-2}=\dfrac{m\upsilon_2^2}{2}+W_{N-2}$, т. е. кинетическая энергия второго освобожденного шарика на бесконечности окажется равной сумме потенциальных энергий взаимодействия второго шарика с остальными (N – 2) шариками:

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a_{23}}+\frac{1}{a_{24}}+\ldots+\frac{1}{a_{2N}}\right), \tag{2}$$

где a_{23}, a_{24}, ..., a_{2N} – расстояния от второго шарика до остальных по кругу. Отметим, что $a_{24}=a_{2N}=a$.

Сравнивая выражения (1) и (2) легко заметить, что отличаются кинетические энергии шариков на величину, равную энергии взаимодействия соседних (первого и второго) шариков.

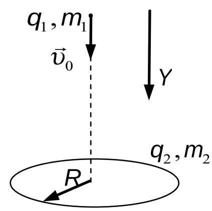
$$\Delta W = \frac{m\upsilon_1^2}{2} - \frac{m\upsilon_2^2}{2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

Отсюда заряд каждого шарика $q = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 a\Delta W}$.

Ответ: $\sqrt{4\pi\varepsilon_0 a\Delta W}$.

1.2.41. Точечный заряд q_1 = 10 мкКл массой m_1 = 10 кг движется по оси одноименно с ним заряженного кольца. Определить наименьшую скорость, которую должен иметь точечный заряд на очень большом расстоянии от кольца, чтобы пролететь сквозь него? Масса кольца m_2 = 20 мг, его радиус R = 5,0 см, а величина заряда q_2 = 30 мкКл. Кольцо не закреплено и первоначально покоится.

Решение:



Система «точечный заряд – кольцо» – замкнутая. Воспользуемся законами сохранения импульса и энергии.

Закон сохранения импульса в проекции на выбранную ось *Oy* имеет вид:

$$m_1\upsilon_{\min} = m_1\upsilon + m_2\upsilon, \qquad (1)$$

где $\upsilon_{\min}$ – минимальная скорость, которую будет иметь точечный заряд, чтобы пролететь сквозь центр одноименно-заряженного кольца, υ – скорости кольца и точечного заряда в момент, когда он окажется в центре кольца. Условие минимальности скорости заряда означает, что в момент достижения кольца скорости кольца и заряда одинаковы, т. е. их относительная скорость равна 0.

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1\upsilon_{\min}^2}{2} = \frac{(m_1+m_2)\upsilon^2}{2} + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}, \qquad (2)$$

где $\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}$ – потенциальная энергия электрического взаимодействия точечного заряда и равномерно заряженного кольца.

Из (1) и (2) получаем:

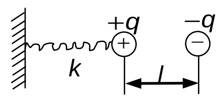
$$\frac{m_1\upsilon_{\min}^2}{2} = \frac{m_1^2\upsilon_{\min}^2}{2(m_1+m_2)} + \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow \upsilon_{\min} = \sqrt{\frac{q_1q_2(m_1+m_2)}{2\pi\varepsilon_0 Rm_1m_2}} = 4\cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Ответ: 4 км/с.

1.2.42. Маленький шарик с зарядом $+q$ закреплен на пружине жесткостью k. На расстоянии l от него удерживают такой же шарик с зарядом $-q$. Определить работу A, которую необходимо совершить, чтобы, равномерно отодвигая второй шарик от первого, увеличить расстояние между шариками в 2 раза. Действием силы тяжести пренебречь.

Решение:

Силы, действующие на шарики (упругости пружины $F_{\text{упр}}$, кулоновского притяжения шариков $F_{\text{к}}$) в процессе, – потенциальные. Работа A по раздвижению зарядов определится разностью энергий конечного W_2 и начального W_1 состояний системы:



$A = W_2 - W_1$. (1)

Каждая из этих энергий равна сумме потенциальных энергий упругой деформации пружины $\left(\dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{F_{\text{упр}}^2}{2k}\right)$ и кулоновского взаимодействия заряженных шариков $\left(-\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)$:

$$W_1 = \frac{F_{\text{óï ð}1}^2}{2k} - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}; \quad (2)$$

$$W_2 = \frac{F_{\text{óï ð}2}^2}{2k} - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 2l}. \quad (3)$$

Из условия равновесия заряда $+q$ следует, что силы упругости пружины и кулоновского притяжения, действующие на шарик, равны соответственно

$$F_{\text{óï ð}1} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}; \quad (4)$$

$$F_{\text{óï ð}2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2l)^2}. \quad (5)$$

Тогда (2) и (3) с учетом (4) и (5) будут иметь вид

$$W_1 = \frac{1}{2k}\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\right)^2 - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}; \quad (6)$$

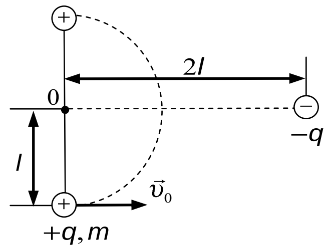
$$W_2 = \frac{1}{2k}\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2l)^2}\right)^2 - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 2l}. \quad (7)$$

Подставим (6) и (7) в (1), получим:

$$A=\frac{1}{2k}\left(\frac{q^4}{16^2\pi^2\varepsilon_0^2 l^4}-\frac{q^4}{4^2\pi^2\varepsilon_0^2 l^4}\right)+\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}-\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 l}\right)=$$

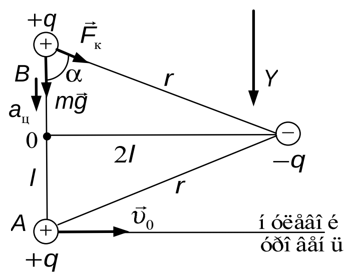
$$=-\frac{15q^4}{16^2\pi^2\varepsilon_0^2 l^4\cdot 2k}+\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 l}=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 l}\left(1-\frac{15q^2}{64\pi\varepsilon_0 k l^3}\right)$$ – **ответ**.

1.2.43. Заряженный шарик подвешен на нерастяжимой изолирующей нити длиной l. Масса шарика m, заряд $+q$. На одной высоте с точкой подвеса на расстоянии $2l$ от нее закреплен шарик с зарядом $-q$. Определить минимальную скорость υ_0, которую надо сообщить шарику в нижней точке, чтобы он двигаясь по окружности, смог достичь верхней точки. Размерами шариков пренебречь.



Решение:

Поскольку все силы, действующие на заряд $+q$ (тяжести, упругости нити, кулоновского притяжения со стороны заряда $-q$) – консервативные, воспользуемся законом сохранения энергии: $W_A = W_B$. Энергия заряда $+q$ в нижней точке траектории W_A равна сумме кинетической энергии шарика $\left(\frac{m\upsilon_0^2}{2}\right)$ и его потенциальной энергии кулоновского взаимодействия с зарядом $-q$ на расстоянии r: $-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Энергия шарика в верхней точке траектории W_B равна сумме энергий: кинетической $\frac{m\upsilon^2}{2}$, потенциальной гравитационной $mg2l$ и потенциальной энергии кулоновского взаимодействия с зарядом $-q$ на расстоянии $-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$.



Если эти энергии приравнять, то в результате получим:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2}=\frac{m\upsilon^2}{2}+mg2l. \qquad (1)$$

При нахождении минимальной скорости υ_0 задача сводится к нахождению величины $m\upsilon_0$. Учитывая, что υ_0 должна быть минимальной, в верхней точке траектории на тело должны действовать только силы тяжести и Кулона, сила натяжения нити должна отсутствовать. Воспользуемся вторым законом Ньютона в проекции на вертикальную ось Oy, направленную вниз, как показано на рисунке:

$mg + F_к \cos\alpha = ma_ц$, где $F_ê=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 5l^2}$ – сила кулоновского взаимодействия зарядов, r – расстояние между зарядами

$r=\sqrt{4l^2+l^2}=\sqrt{5l^2}=l\sqrt{5}$, $\cos\alpha=\frac{l}{r}=\frac{1}{\sqrt{5}}$, $a_ц=\frac{\upsilon^2}{l}$ – центростремительное ускорение, которое сообщают шарику силы $m\vec{g}$ и $\vec{F}_к$ при движении по окружности радиуса l.

Таким образом $mg+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 5l^2\sqrt{5}}=\frac{m\upsilon^2}{l}$.

Из этого выражения

$$m\upsilon^2=mgl+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 5\sqrt{5}l}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1) и получим

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2}=\frac{mgl}{2}+\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 5\sqrt{5}l}+2mgl.$$

Минимальная скорость, сообщаемая заряду в нижней точке траектории, равна

$$\upsilon_0=\sqrt{5gl+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 5\sqrt{5}l}}$$ – **ответ**.

1.2.44. Три точечных заряда q_1 = 10 мкКл, Q = 100 мкКл и q_2 = 25 мкКл расположены вдоль одной прямой, как показано на рисунке. Расстояние между зарядами q_1 и Q равно r_1 = 3 см, а между зарядами Q и q_2 – r_2 = 5 см.

Определить минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы поменять местами заряды q_1 и q_2.

Решение:

Три заряда находятся в электростатических полях, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Электростатическое поле потенциально.

Минимальная работа, которую необходимо совершить, чтобы поменять местами заряды q_1 и q_2, равна разности потенциальной энергии конечного W_{II} и начального W_I состояний системы:

$$A_{\min} = W_{II} - W_I. \tag{1}$$

Потенциальные энергии системы зарядов соответственно равны:

$$W_I = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 Q}{r_1} + \frac{Q q_2}{r_2} + \frac{q_1 q_2}{r_1 + r_2}\right); \tag{2}$$

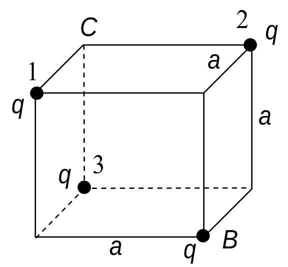
$$W_{II} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 Q}{r_2} + \frac{Q q_2}{r_1} + \frac{q_1 q_2}{r_1 + r_2}\right). \tag{3}$$

Тогда минимальная работа $A_{\min}$ (1) равна разности (3) и (2):

$$A_{\min} = \Delta W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q(q_2 - q_1)(r_2 - r_1)}{r_1 r_2} = 180 \text{ Дж}.$$

Ответ: 180 Дж.

1.2.45. Четыре одинаковых заряда q помещены в вершинах куба так, как показано на рисунке. Определить работу A, которую необходимо совершить, чтобы перенести заряд из точки B в точку C. Длина ребра куба a.



Решение:

Работа A по переносу заряда определяется разностью потенциальных энергий взаимодействия зарядов в начальном W_I и конечном W_{II} состояниях системы: $A = W_{II} - W_I$. Потенциальная энергия $W_I = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3q^2}{a\sqrt{2}}$; (1)

$$W_{II} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3q^2}{a}, \tag{2}$$

где $a\sqrt{2}$ – первоначальное расстояние от заряда q, расположенного в точке B, до зарядов, расположенных в точках 1, 2 и 3; a – расстояние, которое станет между перемещенным из точки B в точку C зарядом q и зарядами в точках 1, 2, 3, которые своего местоположения не меняют.

Работа $A = \Delta W = \dfrac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} - \dfrac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} = \dfrac{3q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}(2-\sqrt{2})$.

Ответ: $\dfrac{3q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}(2-\sqrt{2})$.

1.2.46. Определить работу A, которую необходимо совершить, чтобы разбить на N одинаковых мелких капель заряженную зарядом q каплю ртути радиуса R. Мелкие капли при этом разведены на расстояние, многократно превышающее их размеры. Коэффициент поверхностного натяжения ртути σ.

Решение:

Работа – мера изменения энергии системы (в данном случае «капля – N мелких капель»). При разбиении заряженной капли на N капель можно говорить об изменениях потенциальной поверхностной энергии $\Delta W_{п}$ и электрической энергии $\Delta W_{эл}$ капель:

$A = \Delta W_{п} + \Delta W_{эл}$.

Потенциальная поверхностная энергия прямо пропорциональна площади поверхности жидкости. Поэтому начальная энергия $W_{п1} = \sigma S$, где $S = 4\pi R^2$ – площадь поверхности капли радиусом R. При разбиении капли на N маленьких капель радиус r каждой капельки находится из соображения, что объем капель должен оставаться постоянным, это значит, что

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = N\frac{3}{4}\pi r^3,$$

где $\dfrac{4}{3}\pi R^3$ – объем одной большой капли; $\dfrac{4}{3}\pi r^3$ – объем одной маленькой капли.

Тогда $r = \dfrac{R}{\sqrt[3]{N}} = RN^{-1/3}$. Поверхностая энергия N мелких капель

$W_{п2} = \sigma N 4\pi r^2 = \sigma N 4\pi N^{-2/3} R^2 = 4\pi\sigma N^{1/3} R^2$.

Изменение поверхностной энергии

$\Delta W_{п} = W_{п2} - W_{п1} = 4\pi\sigma N^{1/3}R^2 - 4\pi\sigma R^2 = 4\pi R^2(N^{1/3} - 1)$. (1)

Рассмотрим изменение электрической энергии капель.

Начальная электрическая энергия капли $W_{\text{ýë1}} = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$,

где $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ – электроемкость заряженной сферической капли радиусом R; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ ф/м – электрическая постоянная.

Из закона сохранения электрического заряда $q = Nq_1$, где q_1 – заряд одной капельки, равный $q_1 = q/N$. Электрическая энергия этих капелек:

$$W_{\text{эл2}} = N\frac{q_1^2}{2C_1} = N\frac{q^2}{2N^2 4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q^2}{8\pi N\varepsilon_0 N^{-1/3} R} = \frac{q^2}{8\pi N^{2/3}\varepsilon_0 R}.$$

Изменение электрической энергии

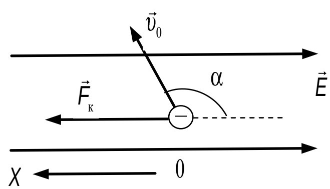
$$\Delta W_{\text{эл}} = W_{\text{эл2}} - W_{\text{эл1}} = = \frac{q^2}{8\pi N^{2/3}\varepsilon_0 R} - \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{1}{N^{2/3}} - 1\right). \qquad (2)$$

В результате искомая работа

$A = 4\pi\sigma R^2(N^{1/3} - 1) + \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}(N^{-2/3} - 1)$ – **ответ**.

1.2.47. Частица массой m = 1 нг и зарядом q = –20 пКл влетает в однородное электростатическое поле напряженностью E = 40 В/м под углом $\alpha = 120°$ к направлению силовых линий поля со скоростью υ_0 = 240 м/с. Определить время t, в течение которого частица сместится на расстояние s = 4 м вдоль силовой линии.

Решение:



На отрицательную частицу со стороны электрического поля действует кулоновская сила $\vec{F}_к$, направленная против вектора напряженности поля $\vec{E}$, как показано на рисунке. Сила $\vec{F}_к = q\vec{E}$, согласно второму закону Ньютона, сообщает частице ускорение, модуль которого $a = \dfrac{|q|E}{m}$. (1)

Рассмотрим движение частицы вдоль выбранной оси *Ox*: начальная скорость частицы

$\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos(180° - \alpha)$. (2)

Уравнение перемещения частицы вдоль оси *Ox* с учетом (1) и (2) имеет вид:

$$s = \upsilon_0 t \cos 60° + \frac{|q|Et^2}{2m}. \qquad (3)$$

Преобразуем уравнение перемещения к виду

$|q|Et^2 + (2m\upsilon_0 \cos 60°)\, t - 2ms = 0,$

решим это квадратное уравнение относительно параметра t:

$$t_{1,2} = \frac{-2m\upsilon_0 \cos 60° \pm \sqrt{(2m\upsilon_0 \cos 60°)^2 + 8|q|Ems}}{2|q|E}.$$

Время t может быть только положительным, поэтому решением квадратного уравнения может быть $t = 0{,}03$ с = 30 мс.

Примечание. Для решения этой задачи можно было воспользоваться соотношением

$$s_x = \frac{\upsilon_x^2 - \upsilon_{0x}^2}{2a_x}, \text{ где } \upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos(180° - \alpha);$$

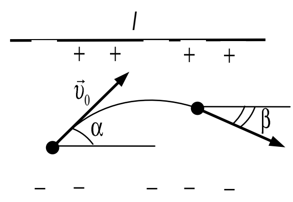
из уравнения скорости $\upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x t$ – скорость частицы через время t.

Тогда $s_x = \dfrac{2a_x\upsilon_{0x}t + a_x^2t^2}{2a_x}$.

Приходим к уравнению (3).

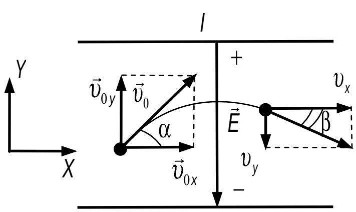
Ответ: 30 м/с.

1.2.48. Частица массой m и зарядом q влетает в плоский конденсатор, длина пластин которого l, под углом α к плоскости пластин, а вылетает под углом β. Определить начальную скорость частицы, если напряженность электрического поля конденсатора E.



Решение:

Движение частицы, влетающей в электрическое поле под углом к направлению линий напряженности поля, – сложное: равномерное со скоростью υ_{0x} вдоль оси Ox, равноускоренное с начальной скоростью υ_{0y} по оси Oy (показано на рисунке).



Уравнения скорости будут иметь вид:

$\upsilon_x = \upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha = \text{const}$, (1)

$\upsilon_y = \upsilon_{0y} + a_y t,$ (2)

уравнение перемещения по оси Ox:

$l = \upsilon_0\, t \cos\alpha.$ (3)

Ускорение частицы $a_y = -\dfrac{qE}{m}$. (4)

Время t движения частицы в конденсаторе $t = \dfrac{l}{\upsilon_0 \cos\alpha}$. (5)

Поскольку необходимо определить начальную скорость υ_0 частицы, выразим составляющие скорости через υ_0:

$\upsilon_y = \upsilon_x \operatorname{tg}\beta = -\upsilon_0 \cos\alpha \operatorname{tg}\beta,$ (6)

$\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha.$ (7)

Подставим формулы (4)–(7) в (2), получим

$$-\upsilon_0 \cos\alpha \operatorname{tg}\beta = \upsilon_0 \sin\alpha - \frac{qEl}{m\upsilon_0 \cos\alpha}.$$

Освободимся от знаменателя: $-m\upsilon_0^2 \cos^2\alpha \operatorname{tg}\beta = m\upsilon_0^2 \cos\alpha \sin\alpha - qEl$.

Отсюда

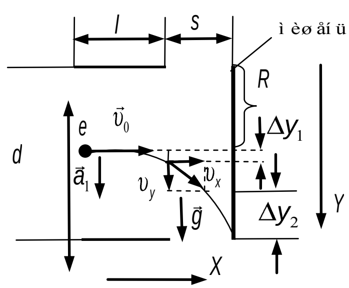
$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{qEl}{m\cos\alpha(\sin\alpha + \operatorname{tg}\beta\cos\alpha)}} = \sqrt{\frac{qEl}{m\cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)}}.$$

Ответ: $\sqrt{\dfrac{qEl}{m\cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)}}$.

1.2.49. Расстояние между пластинами плоского конденсатора равно d, их длина l, напряжение между пластинами U. В конденсатор влетает электрон. Его начальная скорость параллельна пластинам конденсатора и лежит на прямой, проходящей через центр круглой мишени радиуса R, расположенной на расстоянии s от конденсатора. Определить минимальную скорость электрона υ_0, при которой он попадет в мишень.

Решение:

При минимальной скорости $\vec{\upsilon}_0$ электрон должен за время полета сместиться на расстояние $R = \Delta y_1 + \Delta y_2$ (см. рис.)



$\upsilon_x = \upsilon_0 = \text{const},$

$$\Delta y_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2},\ a_1 = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{dm},\ t_1 = \frac{l}{\upsilon_0}.\ \text{Тогда}\ \Delta y_1 = \frac{qUl^2}{2dm\upsilon_0^2}.$$

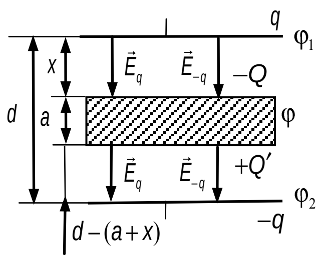
$$\Delta y_2 = \upsilon_y t_2 + \frac{gt_2^2}{2},\ \upsilon_y = a_1 t_1,\ t_2 = \frac{s}{\upsilon_0}.$$

Тогда $\Delta y_2 = a_1 t_1 t_2 + \dfrac{gs^2}{2\upsilon_0^2} = \dfrac{qUls}{dm\upsilon_0\upsilon_0} + \dfrac{gs^2}{2\upsilon_0^2} = \dfrac{qUls}{dm\upsilon_0^2} + \dfrac{qs^2}{2\upsilon_0^2}$.

$$R = \frac{qUl^2}{2dm\upsilon_0^2} + \frac{qUls}{dm\upsilon_0^2} + \frac{gs^2}{2\upsilon_0^2} = \frac{qUl^2 + 2gUls + gs^2}{2dm\upsilon_0^2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\dfrac{qUl(l+2s)+gs^2}{2dmR}}$ – **ответ**.

1.2.50. Между обкладками плоского воздушного конденсатора параллельно его пластинам помещается металлическая пластинка толщиной a. Размеры пластинки совпадают с размерами обкладок, площадь которых равна S, а расстояние между ними – d. Определить емкость получившегося конденсатора.



Решение:

Заряды q и $-q$ на обкладках конденсатора будут индуцировать на сторонах незаряженной металлической пластинки заряды $-Q$ и $+Q'$, равные по величине и противоположные по знаку (см. рис.).

Пластинку разместим на расстоянии x от верхней обкладки, тогда расстояние до нижней обкладки станет равным $(d-(x+a))$.

Напряженность электрического поля в зазоре толщиной x будет равна векторной сумме напряженностей, создаваемых зарядами q, $-q$, $-Q$ и $+Q'$:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_q + \vec{E}_{-q} + \vec{E}_Q + \vec{E}_{Q'}.$$

Так как $Q = -Q'$, то $\vec{E}_Q = -\vec{E}_{Q'}$, тогда $\vec{E}_1 = \vec{E}_q + \vec{E}_{-q}$.

Эти векторы направлены в одну сторону, следовательно

$$E_1 = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}.$$

Так как поле в конденсаторе однородно, то разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi = E_1 x = \frac{qx}{\varepsilon_0 S}, \tag{1}$$

где φ – потенциал металлической пластины.

Рассмотрим второй воздушный зазор толщиной $(d - (x + a))$:

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_q + \vec{E}_{-q} + \vec{E}_Q + \vec{E}_{Q'} = \vec{E}_q + \vec{E}_{-q} \text{ или } E_2 = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{q}{\varepsilon_0 S}.$$

Разность потенциалов

$$\varphi - \varphi_1 = E_2(d - (x + a)) = \frac{q(d-(x+a))}{\varepsilon_0 S}. \tag{2}$$

Разность потенциалов между обкладками такого конденсатора $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, получим, складывая (1) и (2):

$$\Delta\varphi = \frac{q}{\varepsilon_0 S}(x + d - (x + a)) = \frac{q(d-a)}{\varepsilon_0 S}.$$

Емкость получившегося конденсатора

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q\varepsilon_0 S}{q(d-a)} = \frac{\varepsilon_0 S}{d-a}. \tag{3}$$

Из соотношения (3) видно, что емкость получившегося конденсатора не зависит от места расположения металлической пластины.

Ее можно расположить даже непосредственно на одной из пластин, тогда создается новый конденсатор с расстоянием между обкладками $(d - a)$.

Если учесть, что электрическое поле внутри металлической пластины, внесенной в поле плоского конденсатора, отсутствует, то систему можно представить в виде двух конденсаторов, соединенных последовательно. Емкости этих конденсаторов

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{x} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{q\varepsilon_0 S}{d-(x+a)}.$$

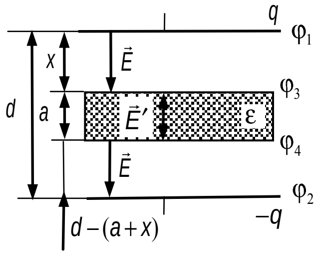
Общая емкость $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d-a}$. Следовательно, металлическая пластина, внесенная между обкладками плоского конденсатора, создает систему двух последовательно соединенных конденсаторов.

Это справедливо и для случаев внесения между обкладками нескольких металлических пластин.

Если металлическая пластина очень тонкая, тогда на емкость конденсатора она не влияет, где бы она ни была расположена в конденсаторе.

Ответ: $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d-a}$.

1.2.51. Между обкладками плоского воздушного конденсатора параллельно его пластинам помещается диэлектрическая пластинка толщиной *a* и проницаемостью ε. Размеры пластинки совпадают с размерами обкладок, площадь которых равна S, а расстояние между ними – d. Определить емкость получившегося конденсатора.



Решение:

На обкладках плоского конденсатора находятся разноименные заряды, равные по величине $\pm q$ (см. рис.). В воздушном зазоре появляется электрическое поле напряженностью $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{-q}$ или $E = E_q + E_{-q} = \dfrac{q}{\varepsilon_0 S}$. Поле в диэлектрике создается за счет связанных зарядов, образуемых на границе диэлектрика при помещении его в электрическое поле. Внутри диэлектрика это поле будет ослаблено в ε раз, т. е. $E' = \dfrac{E}{\varepsilon}$.

Так как расстояния между пластинами мало, то все поля между обкладками можно считать однородными. Тогда разность потенциалов

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = (\varphi_1 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4) + (\varphi_4 - \varphi_2)$,

где разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_3 = E \cdot x$, $\varphi_3 - \varphi_4 = E'a$,

$\varphi_4 - \varphi_2 = E(d - (x + a))$.

Отсюда

$$\Delta\varphi = Ex + \frac{Ea}{\varepsilon} + E(d-(x+a)) =$$

$$= E\left(\frac{\varepsilon x + \varepsilon(d-(x+a)) + a}{\varepsilon}\right) = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S}(\varepsilon(d-a)+a).$$

Емкость конденсатора определим, как отношение заряда на обкладках к разности потенциалов между ними:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\varepsilon(d-a)+a}.$$

Как видно из полученной формулы, емкость конденсатора не зависит от положения диэлектрической пластины в нем, а определяется лишь ее толщиной a и проницаемостью ε. Поэтому расположив пластину на поверхности одной из обкладок, получим систему двух последовательно соединенных конденсаторов емкостями

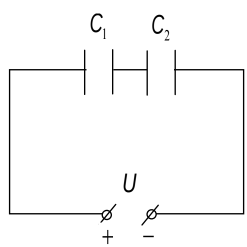
$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d-a} \text{ и } C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{a},$$

где C_1 – емкость конденсатора с воздушным зазором толщиной $(d – a)$, C_2 – емкость конденсатора, заполненного диэлектриком проницаемостью ε и толщиной a. Общая емкость такой системы

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\varepsilon(d-a)+a}.$$

Таким образом, конденсатор с внесенным между его обкладками диэлектриком можно рассматривать как систему двух последовательно соединенных конденсаторов. Этот же вывод можно использовать в случае, когда в конденсатор вносится несколько диэлектрических пластин.

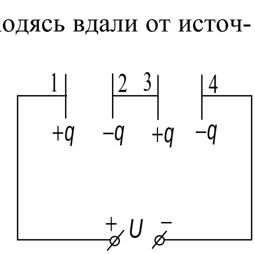
Ответ: $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\varepsilon(d-a)+a}$.



1.2.52. Два конденсатора емкостью C_1 = 5 мкФ и C_2 = 4 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения U = 90 В. Определить заряды на обкладках конденсаторов и напряжения U_1 и U_2 на каждом из них.

Решение:

При подключении двух последовательно соединенных конденсаторов к источнику напряжения U (см. рис.) на обкладке 1 возникает заряд $+q$, на обкладке 2 в результате электростатической индукции возникает заряд $– q$. Обкладки 2 и 3, находясь вдали от источника, изолированы от него, и как одно целое электрически нейтральны. Поэтому появление на обкладке 2 заряда $-q$ приводит к появлению заряда $+q$ на обкладке 3, что, в свою очередь, приведет к появлению заряда $-q$ на обкладке 4. Таким образов, в последовательной цепи конденсаторов независимо от их количества заряды на обкладках равны по величине.



Напряжение, подводимое к батарее последовательно соединенных конденсаторов, равно сумме напряжений на каждом конденсаторе. В данном случае $U = U_1 + U_2$ (1),
где U_1 и U_2 – напряжения на конденсаторах емкостью C_1 и C_2 соответственно.

Емкости конденсаторов равны $C_1 = \dfrac{q}{U_1}$, (2)

$$C_2 = \frac{q}{U_2} \qquad (3)$$

и общая емкость батареи двух конденсаторов $C_0 = \dfrac{q}{U}$. (4)

Формулу (1) преобразуем с учетом (2)–(4):

$$\frac{q}{C_0} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Общая емкость батареи $C_0 = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Величина заряда на конденсаторах $q = C_0 U = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot U$.

Напряжение на первом конденсаторе $U_1 = \dfrac{q}{C_1} = \dfrac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U$,

на втором конденсаторе – $U_2 = \dfrac{q}{C_2} = \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U$.

Расчет показывает

$$q = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 10^{-6}} \cdot 90 = 200 \cdot 10^{-6} \text{ В} = 200 \text{ мкКл};$$

$$U_1 = \frac{4 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-6}} \cdot 90 = 40 \text{ В};$$

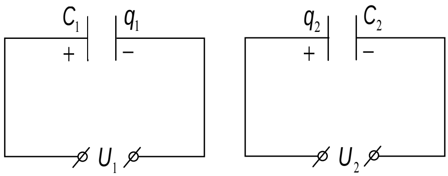
$$U_2 = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-6}} \cdot 90 = 50 \text{ В}.$$

Ответ: 200 мкКл; 40 В; 50 В.

1.2.53. Разности потенциалов на конденсаторах с емкостями C_1 = 4 мкФ и C_2 = 6 мкФ равны U_1 = 350 В и U_2 = 150 В соответственно. Конденсаторы соединяют между собой разноименно заряженными обкладками.

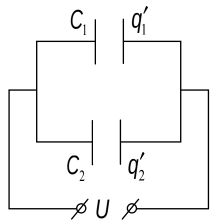
Определить энергию, которая выделяется при перезарядке конденсаторов.

Решение:



При соединении разноименных обкладок алгебраическая сумма зарядов на них остается неизменной, т. е.

$q = |q_1 - q_2| = q_1' + q_2' = \text{const}.$ (1)



Общая емкость C при параллельном соединении конденсаторов равна сумме их емкостей

$C = C_1 + C_2.$ (2)

Выражение (1) запишем в виде

$(C_1 + C_2)\,U = |C_1U_1 - C_2U_2|,$ (3)

где U – напряжение на параллельно соединенных конденсаторах.

Выделившаяся энергия ΔW будет равна разности энергий конденсаторов до соединения $W_1 = \dfrac{C_1U_1^2}{2} + \dfrac{C_1U_2^2}{2}$ и после соединения $W_2 = \dfrac{(C_1 + C_2)U^2}{2}$.

С учетом (3) энергия $W_2 = \dfrac{(C_1U_1 - C_2U_2)^2}{2(C_1 + C_2)}$.

Тогда

$$\Delta W = \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_1U_2^2}{2} - \frac{(C_1U_1 - C_2U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} =$$

$$= \frac{C_1C_2(U_1 + U_2)^2}{2(C_1 + C_2)} = 300 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж} = 300\ \text{мДж}.$$

Ответ: 300 мДж.

1.2.54. Плоский воздушный конденсатор, имеющий емкость C = 40 мкФ, заряжен до напряжения U = 100 В и отключен от источника. Определить работу, которую совершит внешняя сила при равномерном уменьшении расстояния между обкладками вдвое.

Решение:

Работа *A* – есть мера изменения энергии системы (конденсатора). Работа внешней силы $A = \Delta W = W_2 - W_1$, где W_1 и W_2 – энергии начального и конечного состояний системы.

После того, как конденсатор зарядили от источника, заряд на конденсаторе стал $q = CU$. После отключения конденсатора от источника, заряд на нем будет оставаться постоянным. Первоначальная энергия конденсатора $W_1 = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{CU^2}{2}$, где $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$ – емкость плоского воздушного конденсатора. После уменьшения расстояния между обкладками в n раз, емкость конденсатора станет $C' = \dfrac{n\varepsilon_0 S}{d} = nC$, т. е. емкость в n раз увеличится. Энергия конденсатора станет равной

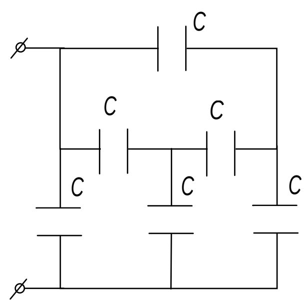
$$W_2 = \frac{q^2}{2C'} = \frac{C^2U^2}{2nC} = \frac{CU^2}{2n}.$$

Работа внешней силы

$$A = \frac{CU^2}{2n} - \frac{CU^2}{2} = \frac{CU^2}{2n}(1-n) = -\frac{CU^2}{4} = -0{,}1 \text{ Дж}.$$

Ответ: – 0,1 Дж.

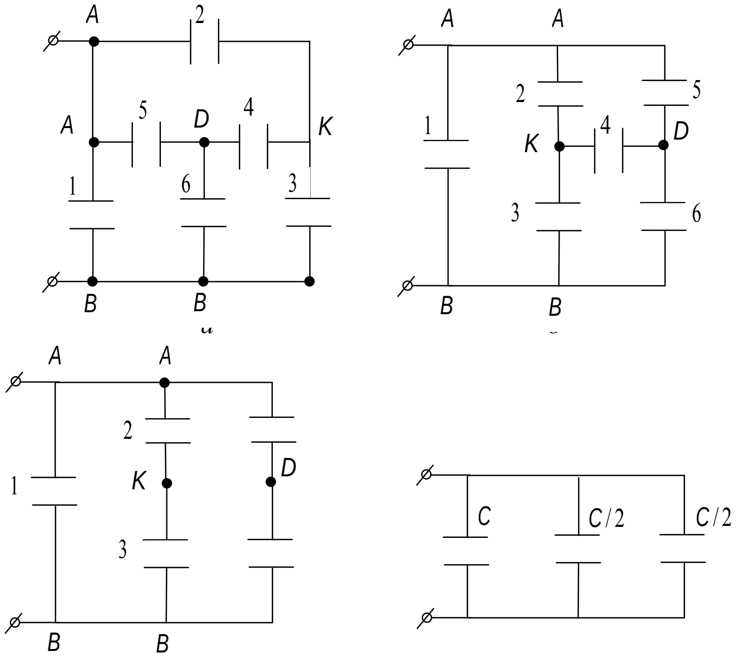
1.2.55. Определить емкость батареи одинаковых конденсаторов, схема соединения которых представлена на рисунке.



Решение:

Пронумеруем конденсаторы и обозначим узлы *A, B, D, K* в схеме рис. *а*.

Составим эквивалентную схему, по которой сможем указать типы соединения конденсаторов (рис. *б*). Из схемы рис. *б* видно, что при равенстве емкостей конденсаторов потенциалы точек *K* и *D* равны, следовательно конденсатор 4 не заряжен, его емкость в расчете не учитывается.



в *г*

Схема преобразуется в схему *в*, состоящую из трех параллельных ветвей. Две ветви ADB и AKB содержат два последовательно соединенных конденсатора каждая, общая емкость которых $C/2$ (рис. *г*).

Таким образов емкость батареи конденсаторов

$$C_0 = C + \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = 2C .$$

Ответ: $2C$.

1.2.56. Плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого d = 0,6 см, присоединен к источнику питания. Пространство между пластинами конденсатора полностью заполнено слюдой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 6$.

Как следует изменить расстояние между пластинами, чтобы энергия конденсатора осталась без изменения, если:

а) слюда удаляется из конденсатора, а конденсатор присоединен к источнику питания;

б) слюда удаляется из конденсатора, после чего конденсатор отключается от источника питания;

в) конденсатор отключается от источника питания, а затем слюда удаляется.

Решение:

а) Энергия плоского конденсатора, присоединенного к источнику (U = const), равна

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{U^2}{2}, \tag{1}$$

где S – площадь пластин конденсатора.

При удалении диэлектрика из конденсатора его емкость уменьшается в ε раз. Чтобы энергия не изменилась, расстояние между пластинами нужно уменьшить в ε раз, т. е. до 0,1 см.

б) После удаления диэлектрика из кондненсатора его энергия уменьшается в ε раз. Однако теперь изменение расстояния между пластинами будет происходить при постоянном заряде на конденсаторе $q = C_1 U = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} U$.

Тогда энергия определится

$$W' = \frac{q^2}{2C_2} = \frac{(C_1 U)^2}{2C_2} = \frac{\varepsilon_0^2 S^2 U^2 d'}{2d^2 \varepsilon_0 S} = \frac{\varepsilon_0 S U^2 d'}{2d^2}.$$

Эта энергия после изменения расстояния между пластинами должна остаться равной W (1):

$\frac{\varepsilon_0 S U^2 d'}{2d^2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} \Rightarrow$ чтобы энергия не изменилась расстояние между пластинами должно стать $d' = \varepsilon d$, т. е. $d' = 6 \cdot 0{,}6 = 3{,}6$ см.

в) Энергия слюдяного конденсатора $W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S U^2}{2d}$. После отключения конденсатора от источника заряд на конденсаторе остается постоянным $q = CU$, энергия $W = \frac{q^2}{2C}$ увеличивается при удалении диэлектрика в ε раз: $W' = \frac{q^2}{2C'} = \frac{q^2 \varepsilon}{2C}$.

Для того чтобы энергия стала равной первоначальной энергии при неизменном заряде на конденсаторе, необходимо емкость увеличить в ε раз, т. е. уменьшить расстояние между пластинами конденсатора в ε раз: $d' = d/\varepsilon = 0{,}1$ см.

1.3. Задачи для самостоятельного решения

Электрический заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона

1. Нейтральная водяная капля разделилась на две одинаковые капли. Первая из них обладает зарядом q = 1,5 нКл. Определить заряд второй капли. (– 1,5 нКл)

2. От водяной капли с зарядом $q_1 = 1$нКл отделилась капля с зарядом $q_2 = -1$нКл. Определить заряд оставшейся капли. (+2 нКл)

3. Какой заряд приобретет один моль вещества, если у каждой десятой молекулы удалить по одному электрону? (960 Кл)

4. Два одинаковых проводящих шарика, заряды которых $q_1 = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл и $q_2 = -3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл приводят в соприкосновение. Сколько электронов переходит с одного шарика на другой? (2)

5. Определить заряд медной пластинки (М = 0,064 кг/моль) массой m = 1г, если из каждого атома меди удалить по одному электрону. (q = 1500 Кл)

6. Металлический шар диаметром d = 20 см имеет заряд $q = 3{,}14 \cdot 10^{-7}$ Кл. Определить поверхностную плотность зарядов σ. (2,5 мкКл/м^2)

7. Поверхностная плотность зарядов шарика $\sigma = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ Кл/м^2. Определить заряд шарика, если его радиус R =4 см. (1 мкКл)

8. Определить силу взаимодействия F протона и электрона, находящихся на расстоянии $l = 10^{-8}$ см друг от друга. (23 нН)

9. Каково отношение электрической и гравитационной сил, с которыми два протона действуют друг на друга? ($1,24 \cdot 10^{36}$)

10. Определить, во сколько раз сила гравитационного притяжения двух электронов меньше силы кулоновского отталкивания. ($4,2 \cdot 10^{42}$)

11. Расстояние между двумя зарядами увеличили на 50 %. Во сколько раз изменилась сила взаимодействия между ними? (в 2,25 раз)

12. Одинаковые металлические шарики с зарядами $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = 4$ мкКл находятся на расстоянии $r_0 = 1$ м друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. Определить расстояние r, на которое надо развести шарики, что бы сила их кулоновского взаимодействия осталась прежней. (1,25 м)

13. Два точечных заряда по 50 нКл каждый, разделены расстоянием 10 см. С какой силой заряды действую друг на друга? Сколько элементарных зарядов содержит каждый из них? ($2,25 \cdot 10^{-3}$ Н; $3,125 \cdot 10^{11}$)

14. Определить, во сколько раз и как изменится сила кулоновского притяжения двух маленьких шариков с равными по модулю зарядами, если, не изменяя расстояния между ними, перенести половину заряда с одного шарика на другой. (уменьшится в 4 раза)

15. Суммарная величина двух зарядов q_1 и q_2 равна 6 мкКл. Разнесенные на расстояние $r = 3$ м они взаимодействуют с силой $F = 8$ мН. Определить величину каждого заряда, если они: одноименные; разноименные. (4 мкКл и 2 мкКл; 7,12 мкКл и -1,12 мкКл)

16. Два заряда $q_1 = 40$ нКл и $q_2 = 100$ нКл расположены на расстоянии $r = 2$ см друг от друга. На сколько изменится сила, действующая на второй заряд, если знак первого изменить на противоположный? (0,18 Н)

17. Точечный заряд $q = 10$ мкКл находится в точке (0,0) прямоугольной системы координат xOy, где x и y заданы в метрах. Определить проекцию на ось Ox силы кулоновского отталкивания, действующей со стороны этого заряда на равный ему заряд, помещенный в точку (1,0). (0,9 Н)

18. Точечный заряд $q_1 = 1$ мкКл находится в точке (0,3) прямоугольной системы координат xOy, где x и у заданы в метрах. Точечный заряд $q_2 = 2$ мкКл находится в точке (4,0). Определить силу их взаимодействия. (3,6 мН)

19. Два шарика, имеющие одинаковые заряды, находятся в сосуде со льдом при температуре $t_1 = -18$ °С на расстоянии $r_1 = 20$ см друг от друга. Определить диэлектрическую проницаемость ε_1 льда, если при образовании в сосуде воды при $t_2 = 0$ °С шарики пришлось сблизить до $r_2 = 3{,}8$ см, чтобы сила их взаимодействия осталась прежней. Диэлектрическая проницаемость воды при 0 °С $\varepsilon_2 = 88$. (3,2)

20. Шарик массой $m = 150$ мг, подвешенный на непроводящей нити, имеет заряд $q = 10$ нКл. На расстоянии $r = 32$ см от него снизу помещается второй маленький шарик. Определить, каким должен быть заряд этого шарика, чтобы сила натяжения нити увеличилась в 2 раза. ($1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Кл)

21. Два одинаковых маленьких шарика подвешены в одной точке в воздухе на нитях длиной $l = 20$ см каждая. После того, как каждому шарику сообщили одинаковые заряды $q = 400$ нКл, нити разошлись на угол $\alpha = 60^\circ$. Определить массу m каждого шарика. (6 г)

22. Вокруг точечного заряда $q_0 = 3$ нКл по окружности радиусом $r = 2$ см с постоянной угловой скоростью $\omega = 3$ рад/с движется заряженный шарик. Определить удельный заряд $\dfrac{q}{m}$ этого шарика. (2,7 мКл/кг)

23. Два разноименных точечных заряда q и $-4q$ закреплены на расстоянии r друг от друга. Определить, каким должен быть заряд q_0 и где его следует расположить, чтобы вся система находилась в равновесии. ($-4q$ на расстоянии $2r$ от заряда $-4q$)

24. Три одинаковых точечных заряда $q = 9$ нКл каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд q_0 нужно поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии? ($-5{,}2$ нКл)

25. В вершинах квадрата находятся четыре одинаковых заряда q. Какой заряд q_0 нужно поместить в центр квадрата, чтобы система находилась в равновесии? ($-\frac{q}{4}(1+2\sqrt{2})$)

26. Три электрических заряда $q_1 = 25$ нКл, $q_2 = 20$нКл и $q_3 = -15$нКл расположены в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом $a = 2$ м, причем отрицательный заряд расположен в вершине прямого угла. Какая сила действует на заряд q_2? ($4{,}85 \cdot 10^{-7}$ Н)

27. Три заряда расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 5$ см, причем заряды $q_1 = q_3 = 3$ нКл находятся в противоположных вершинах квадрата, а заряд $q_2 = -3$ нКл – в вершине между ними. Определить силу, действующую на положительный заряд $q_4 = -3$ нКл, помещенный в четвертую вершину квадрата. (29,6 мкН)

28. В вершинах правильного шестиугольника со стороной a расположены точечные заряды q, $2q$, $3q$, $4q$, $5q$, $6q$. Определить силу, действующую на точечный заряд q_0, лежащий на пересечении диагоналей шестиугольника. ($\frac{6kqq_0}{a^2}$)

Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции

29. В некоторой точке поля на заряд $q = 100$ нКл действует сила $F = 4 \cdot 10^{-3}$ Н. Определить напряженность поля E в этой точке и заряд q_0, создающий это поле, если точка удалена от него на расстояние $r = 0{,}3$ м. (40 кВ/м; 400 нКл)

30. В однородном электрическом поле электрон движется с ускорением $a = 9{,}1 \cdot 10^{13}$ м/с^2. Определить напряженность поля E, если масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, заряд $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. (182 В/м)

31. В однородном электрическом поле напряженностью $E = 800$ В/м вдоль силовой линии с постоянной скоростью движется заряд $q = 0{,}37$ Кл. Определить модуль силы сопротивления движению. (296 Н)

32. В однородном электрическом поле с напряженностью $E = 50$ В/м находится в равновесии капелька с зарядом $q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл. Определить массу m капельки. (1 мг)

33. Капля масла массой $m = 4 \cdot 10^{-14}$ кг имеет электрический заряд $q = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл. Какова напряженность электрического поля E, если капля находится в равновесии в поле тяжести Земли? (833 кВ/м)

34. На конце невесомой, вертикально расположенной пружины с коэффициентом жесткости $k = 0{,}04$ Н/м, подвешен шарик массой $m = 30$ мг и зарядом $q = 1$ мкКл. Определить величину деформации этой пружины, если систему поместить в однородное электрическое поле напряженностью $E = 400$ В/м, направленное горизонтально. (1,25 см)

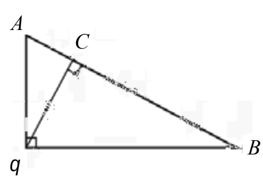
35. Определить угол α, на который отклонится от вертикали маленький шарик с зарядом $q = 400$ мкКл и массой $m = 4$ г, подвешенный на шелковой нити, если его поместить в горизонтальное однородное поле с напряженностью $E = 100$ В/м. (45°)

36. Пылинка массой $m = 1$ мг падает в воздухе с постоянной скоростью $\upsilon_1 = 0{,}2$ м/с. Ее помещают в однородное электрическое поле с напряженностью $E = 10$ кВ/м и сообщают заряд $q = 1{,}2$ нКл. Определить установившуюся скорость υ_2, с которой будет подниматься пылинка. Сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна скорости. (4 см/с)

37. Протон, движущийся со скоростью $\upsilon = 100$ км/с, влетает в электрическое поле с напряженностью $E = 50$ В/м в направлении, противоположном направлению силовых линий поля. Определить время движения протона до остановки, если его удельный заряд $q/m = 10^8$ Кл/кг. (20 мкс)

38. Определить напряженность электрического поля E в точке, находящейся посередине между точечными зарядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -6$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 10$ см. (50 кВ/м)

39. Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом q в точках A и B, равна соответственно $E_A = 36$ В/м и $E_B = 9$ В/м. Определить напряженность поля E_C в точке C, лежащей посередине между точками A и B. (16 В/м)



40. Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом q в точках A и B равна $E_A = 0{,}2$ кВ/м и $E_B = 0{,}1$ кВ/м. Определить напряженность электрического поля в точке C (см. рисунок). (0,3 В/м)

41. Одноименные точечные заряды, один из которых по модулю в $n = 4$ раза больше другого, находятся на расстоянии r друг от друга. На каком расстоянии от меньшего заряда находится точка, в которой напряженность поля $E = 0$? ($r/3$)

42. Разноименные точечные заряды, один из которых по модулю в $n = 4$ раза больше другого, находятся на расстоянии r друг от друга. На каком расстоянии от меньшего заряда находится точка, в которой напряженность поля $E = 0$? (r)

43. Разноименные точечные равные по модулю $q_1 = |-q_2| = 0{,}1$ мкКл, расположены на расстоянии $r_0 = 6$ см друг от друга. Определить напряженность электрического поля E_0 в точке, удаленной от каждого заряда на расстояние $r = 5$ см. (432 кВ/м)

44. Два точечных заряда величиной $q = 0{,}1$ мкКл каждый, находятся на расстоянии $r_0 = 6$ см друг от друга. Определить напряженность электрического поля E_0 в точке, удаленной от каждого на расстояние $r = 5$ см. (576 кВ/м)

45. В однородном электрическом поле напряженностью $E = 40$ кВ/м находится заряд $q = 27$ нКл. Определить напряженность E_0 результирующего поля на расстоянии $r_1 = 9$ см от заряда в точке, лежащей на силовой линии однородного поля, проходящей через заряд. (70 кВ/м; 10 кВ/м)

46. В однородном электрическом поле напряженностью $E = 40$ кВ/м находится заряд $q = 27$ нКл. Определить напряженность E_0 результирующего поля на расстоянии $r_1 = 9$ см от заряда в точке, лежащей на силовой линии однородного поля, перпендикулярно силовым линиям поля точечтного заряда. (50 кВ/м)

47. В вершинах острых углов прямоугольного равнобедренного треугольника расположены одинаковые заряды $q = 20$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 0{,}6$ м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого в вершине прямого угла. (1,4 кВ/м)

48. Положительный точечный заряд $q = 130$ нКл расположен в некоторой точке C плоскости xOy. При этом в точке A с координатами (2, –3) напряженность электрического поля $E_A = 32{,}5$ В/м, а в точке B с координатами (–3, 2) – $E_B = 45$ В/м. Определить координаты точки C, где расположен точечный заряд. ((2, 3) или (–4, –3))

49. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $q_1 = 30$ нКл и $q_2 = -10$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 20$ см. Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 15$ см от первого и $r_2 = 10$ см от второго зарядов. (16,7 кВ/м)

50. В вершинах острых углов ромба со стороной $a = 1$ м находятся одинаковые положительные заряды $q_1 = q_2 = q = 1$ нКл, а в вершине одного из тупых углов – положительный заряд $q_0 = 5$ нКл. Определить напряженность E электрического поля в четвертой вершине ромба, если меньшая диагональ ромба равна его стороне. (54 В/м)

51. В двух вершинах правильного треугольника со стороной $a = 20$ см находятся точечные заряды по $q = 14$ пКл каждый, а в третьей вершине – точечный заряд $q_0 = -2$ пКл. Определить напряженность электрического поля E в середине стороны, соединяющей разноименные заряды. (15 В/м)

52. В двух вершинах правильного треугольника со стороной $a = 30$ см находятся разноименные заряды одинаковой величины $q = 25$ пКл, а в третьей вершине – заряд $q_0 = 55$ пКл. Определить напряженность поля E в центре треугольника. (21 В/м)

53. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см поочередно расположены заряды $q_1 = +5$ нКл и $q_2 = -5$ нКл. Определить напряженность электрического поля, создаваемого всеми зарядами в центре шестиугольника. (0)

54. В трех смежных вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см расположены заряды $q_1 = +5$ нКл каждый, а в трех других –

заряды $q_2 = –5$ нКл каждый. Определить напряженность поля, создаваемого всеми зарядами в центре шестиугольника. (18 кВ/м)

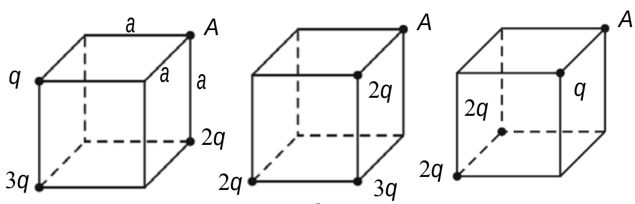
55. Тонкое проволочное кольцо радиусом R имеет заряд q. Определить напряженность поля на оси кольца на расстоянии l от его центра. ($E = \dfrac{kql}{(R^2 + l^2)^{3/2}}$)

56. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 1$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = –3$ нКл/м^2. Определить напряженность поля *E*: а) между пластинами; б) вне пластин. (0,23 кВ/м; 113 В/м)

57. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с одинаковой поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2{,}65$ мкКл/м^2 каждая. Определить напряженность поля *E*: а) между пластинами; б) вне пластин. (0; 0,3 мВ/м)

58. Расстояние между зарядами диполя $l = 1{,}0$ мкм. Определить модуль зарядов диполя, если напряженность электрического поля в точке, удаленной от обоих зарядов на $r = 2$ см, равна $E_0 = 1{,}8$ В/м. (1,6 нКл)

59. В вершинах куба с длиной ребра a расположены одноименные точечные заряды. Определить напряженность электрического поля в точке *A*, создаваемого этими зарядами. Относительное расположение зарядов и их величина приведены на рисунках *а*, *б* и *в*.



а *б* *в*

(а) $E = \dfrac{kq}{a^2}\sqrt{2\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(2 + \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$;

б) $E = \dfrac{kq}{a^2}\sqrt{\dfrac{4}{27} + \left(2 + \dfrac{3}{2\sqrt{2}} + \dfrac{2}{3\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\dfrac{3}{2\sqrt{2}} + \dfrac{2}{3\sqrt{3}}\right)^2}$;

в) $E=\frac{kq}{a^2}\sqrt{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(1+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}$)

Работа сил электрического поля.
Потенциал. Разность потенциалов

60. Определить работу, совершаемую электрическим полем при перемещении заряда q = 20 нКл из точки с потенциалом φ_1 = 700 В в точку с потенциалом φ_2 = 200 В. (10 мкДж)

61. Поле образовано зарядом q_0 = 17 нКл. Какую работу надо совершить, чтобы заряд $q=4\cdot10^{-9}$ Кл перенести из точки, удаленной от заряда q_0 на расстояние r_1 = 0,5 м, в точку, удаленную от этого же заряда на расстояние r_2 = 0,05 м? (110 кДж)

62. Какую максимальную работу может совершить сила, действующая на заряд q = 10 мКл со стороны однородного электрического поля с напряженностью E = 15 кВ/м, при перемещении этого зарда на расстояние r = 4 см под углом 60° к силовым линиям этого поля? (3 Дж)

63. Протон массой m = 1,67 · 10^{-27} кг и электрическим зарядом q = 1,6 · 10^{-19} Кл начинает двигаться в однородном электрическом поле с напряженностью E = 5 В/м. Какова скорость υ протона после прохождения им в этом поле расстояния d = 4 см? ($6{,}19\cdot10^3$ м/с)

64. Какую разность потенциалов должен пройти первоначально покоящийся электрон, чтобы приобрести кинетическую энергию $W_{\text{К}}$ = 150 эВ? (150 В)

65. Однородное электрическое поле направлено противоположно оси Ox. Координаты точек A и B равны: x_A= 2 м; x_B= 6 м. Положительна или отрицательна разность потенциалов $\varphi_B-\varphi_A$? Если разность потенциалов между точками A и B составляет $\Delta\varphi$ = 10^5 В, то чему равно значение напряженности поля? (положительна; 25 кВ/м)

66. Чему равно отношение скоростей протона и α-частицы, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов. Масса α-частицы в 4 раза больше массы протона, а ее заряд – в 2 раза больше. (1,41)

67. Электрон летит по направлению силовой линии поля. В точке поля, потенциал которой $\varphi_0 = 600$ В, скорость электорна $\upsilon_0 = 1{,}2 \cdot 10^7$ м/с. Определить потенциал точки поля, в которой скорость электрона станет равной нулю. (190 В)

68. Точка A находится на расстоянии $r_1 = 2$ м, а точка B – на расстоянии $r_2 = 1$ м от точечного заряда $q = 10^{-7}$ Кл. Чему равна разность потенциалов ($\varphi_A - \varphi_B$) между этими точками? (– 450 В)

69. Силовые линии однородного электрического поля напряженностью $E = 3\,000$ В/м направлены вдоль оси Ox прямоугольной системы координат xOy. Определить работу по перемещению заряда $q = 1$ мкКл из точки с координатами (2; 1) в точку с координатами (3; 8). (3 мДж)

70. Электрическое поле в вакууме образовано точечным зарядом $q = 1{,}5$ нКл. На каком расстоянии r друг от друга расположены две эквипотенциальные поверхности, потенциалы которых $\varphi_1 = 45$ В и $\varphi_2 = 30$ В. (15 см)

71. В трех вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 27$ см находятся заряды $q_1 = 2$ нКл. Определить потенциал в центре шестиугольника. (300 В).

72. Потенциалы электрического поля в точках A и B $\varphi_A = 30$ В, $\varphi_B = 20$ В. Определить потенциал поля в точке C, лежащей посередине между точками A и B. (24 В)

73. В трех вершинах правильного тетраэдра с ребром $a = 30$ см находятся точечные заряды $q_1 = 3$ нКл, $q_2 = 5$ нКл и $q_3 = -2$ нКл. Определить потенциал электрического поля в четвертой вершине. (180 В)

74. Расстояние между точечными зарядами $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -1$ нКл равно $r = 1{,}1$ м. Определить напряженность электрического поля в точ-

ке, расположенной на прямой, соединяющей заряды, в которой потенциал равен нулю. (990 В/м)

75. По тонкому кольцу радиусом R = 6 см распределен заряд q = 4 нКл. Определить потенциал поля кольца в точке, лежащей на оси кольца на расстоянии l = 8 см от его центра. (360 В)

76. Два параллельных тонких кольца, радиусы которых одинаковы и равны R, имеют общую ось. Расстояние между их центрами равно d. На первом кольце равномерно распределен заряд q_1, на втором – заряд – q_2. Определить разность потенциалов между центрами колец. Кольца находятся в вакууме. ($k(|q_1|+|q_2|)(\frac{1}{r}-\frac{1}{\sqrt{r^2+d^2}})$)

77. Сто одинаковых заряженных капелек при слиянии образовали одну каплю. Каков потенциал φ_0 этой капли, если потенциал каждой капельки φ_1 =3 В? (65 В)

78. Между горизонтальными пластинами плоского конденсатора на пластмассовой пружине подвешен заряженный шарик. Когда конденсатор присоединяют к источнику напряжения с ЭДС E = 500 В, пружина растягивается на x = 1 см. Определить заряд шарика, если жесткость пружины k = 10 Н/м, а расстояние между пластинами конденсатора d = 20 см. (40 мкКл)

79. Отрицательно заряженная пылинка находится во взвешенном состоянии между горизонтальными равномерно заряженными пластинами, расстояние между которыми d = 1 см, а разность потенциалов U_1 = 100 В. Под действием ультрафиолетового излучения пылинка частично теряет заряд и выходит из состояния равновесия. Сколько электронов N потеряет пылинка, если для восстановления равновесия потребовалось увеличить разность потенциалов на ΔU = 50 В? Масса пылинки m = 4,9 пг. (10)

80. В плоский воздушный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $\upsilon_0 = 3 \cdot 10^7$ м/с влетает электрон. При вылете из конденсатора он смещается по направлению к одной из пластин на Δy = 1,77 мм. Определить отношение модуля заряда электрона к его массе, если напря-

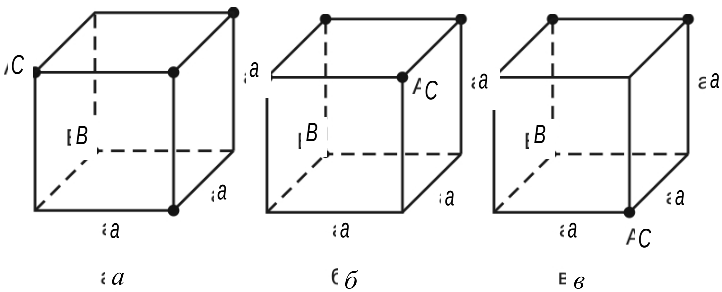
жение между пластинами U = 400 В, длина пластин конденсатора l = 3 см, расстояние между ними d = 2 см. ($1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг)

81. В плоский конденсатор с длиной пластин l = 10 см и расстоянием между ними d = 1 см под углом 15° к пластинам влетает электрон с кинетической энергией $W = 8 \cdot 10^{-11}$ Дж. Определить напряжение между пластинами U, если электрон на выходе из конденсатора движется параллельно пластинам? Заряд электрона $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. (2,5 кВ)

82. Электрон, движущийся со скоростью $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^6$ м/с влетает в однородное электрическое поле, напряженность которого E = 400 Н/Кл. Вектор скорости направлен перпендикулярно силовым линиям поля. Определить ускорение электрона при движении в поле, время, за которое электрон переместится на расстояние s = 10 см вдоль своей первоначальной скорости и смещение электрона от первоначального направления движения. ($7{,}0 \cdot 10^{13}$ м/с^2; $5 \cdot 10^{-8}$ с; 8,8 см)

83. В плоский конденсатор влетает электрон со скоростью $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^7$ м/с, направленной параллельно обкладкам конденсатора. На какое расстояние Δy от своего первоначального направления сместится электрон по вылете из конденсатора, если расстояние между пластинами d = 2 см, их длина l = 5 см, разность потенциалов между ними U = 200 В? Отношение заряда электрона к его массе $e/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. (0,55 см)

84. Четыре одинаковых точечных заряда q расположены в вершинах куба с длиной ребра *a*, как показано на рисунках. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы перенести заряд из точки *C* в точку *B* во всех трех случаях (*а*, *б*, *в*).



(а) ($\frac{kq^2}{a}(\frac{\sqrt{3}}{3}-1)$; б) $\frac{kq^2}{a}(\frac{\sqrt{2}}{3}-1)$; в) $\frac{kq^2}{a}(1-\frac{\sqrt{3}}{3})$)

85. В трех вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника закреплены одинаковые точечные заряды $q = 20$ нКл каждый. Посередине гипотенузы помещают заряженную частицу массой $m = 3$ мг, зарядом q_0 =40 нКл и отпускают. Какую скорость υ приобретет частица на большом расстоянии от зарядов? Гипотенуза треугольника $a = 5$ см. (24 м/с)

Энергия взаимодействия системы электрических зарядов

86. Определить потенциал электрического поля φ, создаваемого протоном с электрическим зарядом $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, на расстоянии $r = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м от него и потенциальную энергию взаимодействия протона и электрона на этом расстоянии. (27,2 В; –27,2 эВ = $-4,35 \cdot 10^{-18}$ Дж)

87. Определить энергию взаимодействия двух точечных зарядов $q_1 = 2$ мкКл и $q_2 = 4$ мкКл, находящихся на расстоянии $r = 30$ см друг от друга. (240 Дж)

88. Определить энергию взаимодействия трех одинаковых положительных зарядов q, находящихся в вершинах равностороннего треугольника со стороной a. ($3kq^2 / a$)

89. Четыре одинаковых точечных заряда q каждый находятся на одинаковом расстоянии a друг от друга. Какую работу надо совершить,

чтобы переместить их в вершины квадрата со стороной $a/2$? ($kq^2(72\sqrt{2}-13)/(3a)$)

90. Три одинаковых точечных заряда q каждый связаны нитями и находятся на одной прямой на расстоянии a друг от друга. Нити пережигают. Определить максимальную скорость υ зарядов в процессе их дальнейшего движения. ($q\sqrt{\dfrac{5k}{2ma}}$ и 0)

91. Четыре одинаковых точечных заряда $q = 2$ мкКл каждый расположены на прямой линии. Расстояние между соседними зарядами $a = 60$ см. Какую надо совершить работу, чтобы разместить эти заряды в вершинах правильного тетраэдра с ребром a = 60 см? (630 мДж)

92. Четыре одинаковых точечных заряда q каждый расположены в вершинах квадрата со стороной a и связаны нитями. Определить максимальную скорость υ каждого из зарядов в процессе их движения после пережигания нити. ($q\sqrt{\dfrac{k}{am}(2+\dfrac{\sqrt{2}}{2})}$)

93. В вершинах острых углов ромба со стороной a = 3 см закреплены заряды $q_0 = 7$ нКл, а в вершинах тупых углов находятся две частицы массой $m = 2$ мг и зарядом $q = 2$ нКл каждая. Частицы одновременно отпускают, и они приходят в движение. Определить скорость υ, которую приобретают частицы на большом расстоянии от ромба. Острый угол ромба $\alpha = 60°$. (3 м/с)

94. Два электрона, находящиеся на бесконечно большом расстоянии друг от друга, начинают двигаться навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $\upsilon = 10^6$ м/с. Определить наименьшее расстояние r между электронами в процессе их движения. (225 пм)

95. Два электрона находятся на бесконечно большом расстоянии друг от друга, причем один из них покоится, а другой движется со скоростью υ по направлению к первому. Определить минимальное расстояние r между электронами в процессе их движения. ($4ke^2/(m\upsilon^2)$)

96. Две частицы массами $m_1 = 2$ г и $m_2 = 3$ г и зарядами $q_1 = 3$ мкКл и $q_2 = -12$ мкКл удаляются друг от друга. В некоторый момент, находясь на расстоянии $r = 10$ м, они имеют одинаковые скорости $\upsilon = 3$ м/с. Определить наибольшее расстояние r_0 между частицами в процессе движения. (30 м)

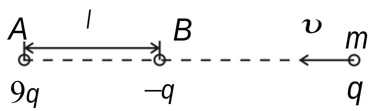
97. Определить минимальную кинетическую энергию α-частиц, способных издалека приблизиться к первоначально покоившемуся ядру атома азота на расстояние $r = 5 \cdot 10^{-15}$ м. (α-частицы представляют собой двукратно ионизированные атомы гелия. Относительные атомные массы гелия $A_{He} = 4$, азота $A_N = 14$). ($8{,}32 \cdot 10^{-13}$ Дж)

98. Две частицы массами $m_1 = 4$ г и $m_2 = 5$ г и зарядами $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = -1$ мкКл находятся на расстоянии $r = 10$ см друг от друга. В начальный момент времени первая частица неподвижна, а вторая начинает удаляться от нее со скоростью υ. При каком минимальном значении υ она не столкнется с первой частицей? (9 м/с)

99. Два одинаковых шарика, имеющие одинаковый заряд q, соединены пружиной. Шарики колеблются так, что расстояние между ними меняется от l до $4l$. Определить жесткость пружины k, если ее длина в недеформированном состоянии $2l$. ($q^2/(8\pi\varepsilon_0 l^3)$)

100. Два небольших тела массой m = 100 г и зарядом $q = 10$ мкКл каждое удерживают на горизонтальной плоскости на расстоянии $r = 1$ м друг от друга. Коэффициент трения тел о плоскость $\mu = 0{,}1$. Тела одновременно освобождают. Определить максимальную скорость тела υ в процессе движения. (2 м/с)

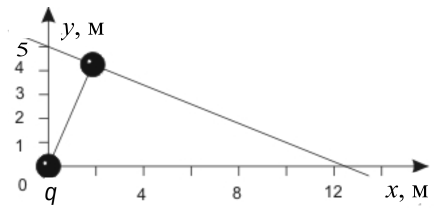
101. В точках A и B на расстоянии $AB = l$ закреплены заряды $q_1 = +9q$ и $q_2 = -q$. Вдоль прямой AB к ним движется частица массой m, имеющая за-



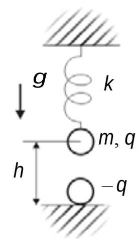
ряд $+q$. Определить наименьшую скорость, которую должна иметь эта частица на очень большом расстоянии, чтобы достигнуть точки B. ($\sqrt{8kq^2/(ml)}$)

102. На высоте $h_1 = 3$ м над землей закреплен заряд $q_0 = -4$ мкКл, а под ним на высоте $h_2 = 2{,}2$ м находится частица массой $m = 0{,}9$ г с зарядом $q = 1$ мкКл. Какую скорость υ надо сообщить частице вертикально вниз, чтобы она достигла поверхности земли? (6 м/с)

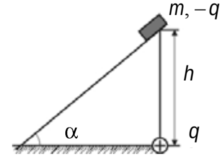
103. В горизонтальной плоскости xOy находятся два одинаково заряженных шарика. Один закреплен в начале координат, второй может без трения двигаться по прямому непроводящему стержню. В начальный момент второй шарик находится в положении неустойчивого равновесия. Определить отношение скоростей, которые может приобрести второй шарик в точках пересечения стержня с осями координат при смещении его влево или вправо из положения равновесия. (2,83)



104. Маленький шарик массой m подвешен на пружине жесткостью k и имеет заряд q. В начальный момент шарик удерживают так, что пружина не деформирована. Под шариком на некотором расстоянии лежит такой же шарик с зарядом $-q$. Верхний шарик отпускают. При каком минимальном значении q нижний шарик подпрыгнет? ($q_{\min} = \sqrt{\frac{mg}{k} \cdot h \frac{kh-2mg}{kh+2mg}}$)



105. По гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту α с высоты h начинает скользить тело массой m, имеющее заряд $-q$. Положительный заряд $+q$ помещен в вершине прямого угла. Определить скорость тела υ в момент перехода на горизонтальную плоскость. ($\upsilon = \sqrt{2gh + \frac{kq^2(1-\operatorname{ctg}\alpha)}{2mh\operatorname{ctg}\alpha}}$)



106. Из бесконечности в центр равномерно заряженного кольца вдоль его оси начинает двигаться электрон. Какую скорость приобретает электрон, пролетая центр кольца, если линейная плотность заряда кольца $+\tau$. ($e\tau/(\varepsilon_0 m)$)

107. Электрон начинает двигаться вдоль оси отрицательно заряженного кольца из его центра. Радиус кольца R, линейная плотность заряда $-\tau$. Определить скорость υ электрона на расстоянии $2R$ от плоскости кольца. ($\sqrt{(\sqrt{5}-1)e\varepsilon/(\sqrt{5}\varepsilon_0 m)}$)

108. Два диэлектрических шара равномерно заряжены по объему, первый – зарядом q_1 = 1 мкКл, второй – зарядом q_2 = 0,6 мкКл. Масса первого шара m_1 = 6 г, второго – m_2 = 4 г, радиус каждого шара r = 1 см. Вначале первый шар покоится, а второй издалека приближается к нему со скоростью υ. При каком минимальном значении υ шары коснуться друг друга? (15 м/с)

109. Два диэлектрических шара радиусом R = 1 см каждый равномерно заряжены одинаковым зарядом q = 0,4 мкКл. В начальный момент один из шаров массой m_1 = 16 г покоится, а второй массой m_2 = 8 г издалека приближается к нему со скоростью υ = 6 м/с. Определить скорость первоначально покоящегося шара υ_1 сразу после их соударения, считая соударение абсолютно упругим. (3 м/с)

Проводники и диэлектрики в электрическом поле

110. Около поверхности Земли существует электрическое поле с напряженностью E = 100 В/м, направленное вертикально вниз. Если учесть, что это поле обусловлено сферически симметричным распределением заряда в Земле, Определить величину этого заряда. Радиус земли R = 6 400 км. ($-4{,}55\cdot 10^5$ Кл)

111. Заряд металлического шара радиусом R = 0,5 м, равен q = 50 мкКл. На сколько изменится модуль напряженности электрического поля на расстоянии r_1 =30 см от центра шара при увеличении заряда шара? (0)

112. На сфере радиусом $R = 6$ см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma = 9$ нКл/м^2. Какова напряженность поля в точках, отстоящих от центра сферы на расстоянии:

а) 2 см; б) 5,9 см; в) 6,1 см; г) 10 см? (0; 0; 984 В/м; 366 В/м)

113. Сфера радиусом $R = 3$ м с центром в начале координат имеет поверхностную плотность заряда $\sigma = 3$ нКл/м^2. Точечный заряд $q_0 = 250$ нКл расположен на оси Oy на расстоянии 2 м от начала координат. Какова напряженность электрического поля E в точке с координатами (2;0)? (281 В/м)

114. На расстоянии $r_1 = 1$ м от центра заряженного металлического шара радиусом $R = 3$ м потенциал электрического поля $\varphi_1 = 3$ В. Определить потенциал электрического поля φ_2 на расстоянии $r_2 = 2$ м от центра шара. (3 В)

115. Определить потенциал φ_0 уединенного заряженного шара, радиус которого $R = 10$ см, если на расстоянии $l = 1$ м от его поверхности потенциал $\varphi_r = 20$ В. (220 В)

116. Определить потенциал шара, если известно, что на расстоянии $l = 10$ м от его поверхности потенциал электрического поля $\varphi = 20$ В. Радиус шара $R = 0{,}1$ м. (2 020 В)

117. Напряженность электрического поля шара радиусом $R = 20$ см на расстоянии $l = 10$ см от его поверхности $E_1 = 400$ В/м. Определить напряженность электрического поля шара E_2 на расстоянии $l = 20$ см от его поверхности. (225 В/м)

118. Три концентрические сферы радиусами R, $2R$ и $3R$ имеют заряды q, $2q$ и $-3q$ соответственно. Определить потенциалы φ каждой сферы. ($\frac{kq}{R}$; $\frac{kq}{2R}$; 0)

119. Две концентрические металлические сферы несут равные по величине разноименные заряды q. Радиус внутренней сферы a, внешней – b. Заряд внутренней сферы положителен. Определить разность потенциалов $\varphi_a - \varphi_b$. ($kq(b-a)/(ab)$)

120. На расстоянии $r = 16$ см от центра равномерно заряженной сферы радиусом $R = 11$ мм напряженность электрического поля $E = 77$ В/м. Определить потенциал сферы и поверхностную плотность заряда на ней. (179 В; 144 нКл/м^2)

121. Металлическая сфера радиусом $R = 5$ см имеет заряд $q = 2,5 \cdot 10^{-9}$ Кл, равномерно распределенный по поверхности. Определить разность потенциалов точек, расположенных на расстоянии $r_1 = 1$ см и $r_2 = 10$ см от центра сферы. (225 В)

122. На расстоянии r от центра изолированного незаряженного шара поместили точечный заряд q. Определить потенциал шара. ($\dfrac{kq}{r}$)

123. Две концентрические сферы радиусами R и $2R$ заряжены равномерно по поверхности зарядами $q_1 = 0,1$ мкКл и $q_2 = 0,2$ мкКл соответственно. На равном расстоянии от каждой из этих сфер потенциал $\varphi = 3$ кВ. Определить радиус первой сферы. (0,5 м)

124. Положительный заряд равномерно распределен по поверхности шара радиусом $R = 1$ см. Поверхностная плотность заряда $\sigma = 10^{-9}$ Кл/м^2. Какую работу надо совершить, чтобы перенести положительный заряд $q = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл из бесконечности на поверхность шара? (1,13 нДж)

125. Две концентрические проводящие сферы имеют радиусы $R_1 = 2$ см и $R_2 = 12$ см. Внутренняя сфера заряжена, заряд внешней равен нулю. Во сколько раз уменьшится потенциал внутренней сферы, если ее соединить с внешней сферой тонкой металлической проволокой? (6)

126. Две концентрические проводящие сферы имеют радиусы $R_1 = 19$ см и $R_2 = 20$ см. Внутренняя сфера заряжена, заряд внешней равен нулю. Во сколько раз уменьшится потенциал внутренней сферы, если внешнюю сферу заземлить? (20)

127. Внутрь тонкой металлической сферы радиусом $R = 0,2$ м концентрически помещен шар радиусом $r = 0,1$ м. Шар через малое отвер-

стие в сфере соединен с землей длинным тонким проводником. Сфере сообщили заряд $q = 10^{-8}$ Кл. Определить потенциал сферы. (225 В)

128. Металлические шары, заряженные одинаковым зарядом, имеют потенциалы $\varphi_1 = 20$ В и $\varphi_2 = 30$ В. Определить потенциал этих шаров, если их соединить проволокой, емкостью которой можно пренебречь. Расстояние между шарами велико по сравнению с их радиусами. (24 В)

129. Точечный заряд $+q$ находится на расстоянии r от бесконечно большой проводящей пластины. С какой силой F действует пластина на заряд? ($F = kq^2/(4r^2)$)

130. Точечный заряд $q = 100$ мкКл находится на расстоянии $r = 1{,}5$ см от проводящей плоскости. Какую работу A надо совершить против сил электростатического взаимодействия, чтобы медленно удалить этот заряд на бесконечно большое расстояние? (0,3 Дж)

131. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии $r_0 = 20$ см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой F. На каком расстоянии r друг от друга нужно поместить эти заряды в масле, диэлектрическая проницаемость которого $\varepsilon = 5$, чтобы эти заряды взаимодействовали с той же силой? (8,9 см)

132. В керосине ($\varepsilon = 2$) на расстоянии $r = 5$ см друг от друга находятся два точечных заряда $q_1 = 20$ пКл и $q_2 = 30$ пКл. Определить напряженность E и потенциал φ поля в точке, лежащей на перпендикуляре, восстановленном к середине прямой, соединяющей эти заряды, на расстоянии, равном половине расстояния между зарядами. (130 В/м; 6,4 В)

133. Два одинаковых заряженных шарика, подвешенных в одной точке на нитях одинаковой длины, опускают в жидкость. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей не изменился? Диэлектрическая проницаемость жидкости $\varepsilon = 3$, ее плотность $\rho = 0{,}8$ г/см^3. (1 200 кг/м^3)

134. На расстоянии $r = 3$ см от заряда $q = 4$ нКл, находящегося в жидком диэлектрике, напряженность поля $E = 20$ кВ/м. Определить диэлектрическую проницаемость жидкости. (2)

135. Заряженный шарик погрузили в керосин ($\varepsilon = 2$). На каком расстоянии от шарика напряженность поля будет такая же, какая была до погружения в керосин на расстоянии $r = 29$ см? (20 см)

136. Определить силу натяжения нити $F_н$, соединяющей два одинаковых шарика радиусом R, массой m и зарядом q каждый, если один из шариков плавает, наполовину погруженный в жидкость, а второй – внутри жидкости. Расстояние между центрами шаров l, диэлектрическая проницаемость жидкости ε. ($\frac{kq^2}{\varepsilon l^2} - \frac{mg}{3}$)

Электроемкость конденсатора. Соединение конденсаторов

137. Какой радиус имеет проводящий шар, если в вакууме его емкость $C = 1$ Ф? ($9 \cdot 10^6$ км)

138. Определить потенциал металлического шара емкостью $C = 4{,}5$ пФ, которому сообщен заряд $q = 180$ нКл. (40 кВ)

139. Определить толщину слоя d диэлектрика в конденсаторе, емкостью $C = 1\,400$ пФ, если площадь его пластин $S = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^2, а диэлектрическая проницаемость среди $\varepsilon = 6$. (53 мкм)

140. Плоский воздушный конденсатор образован двумя квадратными пластинами, расстояние между которыми $d = 1$ мм. Какой должна быть длина a каждой из этих пластин, чтобы емкость конденсатора была равной $C = 1$ Ф? (10,6 км)

141. На точечный заряд, находящийся внутри плоского конденсатора, заряженного зарядом q, действует сила F. На какую величину ΔF изменится эта сила, если конденсатор в течение времени t заряжать током силы I? ($(It/q)F$)

142. Конденсатор заряжают и отключают от источника, расстояние между пластинами увеличивают в 3 раза. Как при этом изменится его: а) емкость; б) заряд; в) поверхностная плотность заряда; г) напряжение; д) напряженность? (а – уменьшится в 3 раза; б, в – не изменятся; г – увеличится в 3 раза; д – не изменится)

143. Плоский конденсатор, заряжают от источника питания с напряжением $U_0 = 200$ В и отключают. Каким станет напряжение U между пластинами, если расстояние между ними увеличить от первоначального $d_0 = 0{,}2$ мм до $d = 0{,}7$ мм, а пространство между пластинами заполнить слюдой, диэлектрическая проницаемость которой $\varepsilon = 7$? (100 В)

144. В пространство между обкладками воздушного конденсатора, подключенного к источнику тока, внесли диэлектрик ($\varepsilon = 4$). Как при этом изменились: а) емкость; б) напряжение; в) заряд; г) поверхностная плотность заряда; д) напряженность? (а, в, г – увеличились в 4 раза; б, д – не изменились)

145. Плоский воздушный конденсатор заполнен слюдой ($\varepsilon = 6$). Расстояние между пластинами $d = 2$ мм, площадь каждой пластины $S = 6{,}2$ дм^2, заряд в конденсаторе $q = 40$ нКл. Определить силу взаимного притяжения пластин. (2,42 мН)

146. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух пластин площадью $S = 50$ см^2 каждая. Между пластинами находится слой стекла ($\varepsilon = 7$). Какой наибольший заряд можно накопить на этом конденсаторе, если при напряженности поля $E = 10$ МВ/м происходит пробой конденсатора? (3,1 мкКл)

147. В плоский воздушный конденсатор с площадью обкладок S и расстоянием между ними d вставлена параллельно обкладкам металлическая пластинка, площадь которой равна площади обкладок. Определить емкость конденсатора после внесения пластинки, если ее толщина намного меньше d и расположена она на расстоянии l от одной из обкладок конденсатора. (Емкость не изменится; $C = \varepsilon_0\varepsilon / d$)

148. Расстояние между обкладками плоского заряженного конденсатора $d = 4$ мм. Параллельно обкладками вносится металлическая пластина толщиной $l = 1$ мм, площадь которой равна площади обкладок конденсатора. Определить изменение напряжения ΔU на конденсаторе. (20 В)

149. Плоский конденсатор с расстоянием $d = 4$ мм между обкладками подключен к источнику напряжения $U = 5$ В. Определить изменение заряда Δq на конденсаторе при внесении параллельно его пластинам металлической пластины толщиной $d_0 = 1$ мм, площадь которой равна площади пластин конденсатора. (3,7 пКл)

150. Два конденсатора емкостью $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 5$ мкФ соединены параллельно. Определить заряд на втором конденсаторе q_2, если заряд на первом конденсаторе оказался равным $q_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл. (5 мкКл)

151. Конденсатор емкостью C_1 зарядили до напряжения $U_1 = 500$ В. При параллельном подключении этого конденсатора к незаряженному конденсатору емкостью $C_2 = 4$ мкФ вольтметр показал напряжение $U = 100$ В. Определить емкость конденсатора C_1. (1 мкФ)

152. Конденсатор емкостью $C_1 = 4$ мкФ, заряженный до напряжения $U_1 = 26$ В, соединяют параллельно с конденсатором емкостью $C_2 = 6$ мкФ, заряженным до напряжения $U_2 = 16$ В, одноименно заряженными обкладками. Определить напряжение U на конденсаторах после их соединения. (20 В)

153. Два плоских конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ каждый зарядили до напряжений $U_1 = 20$ В и $U_2 = 120$ В и соединили разноименно заряженными обкладками. Определить установившееся напряжение U на конденсаторах. (50 В)

154. Плоский воздушный конденсатор имеет емкость $C_1 = 2$ мкФ. Определить емкость этого же конденсатора C_2, если его наполовину погрузить в трансформаторное масло ($\varepsilon = 2{,}2$) так, что пластины будут перпендикулярны поверхности масла. (3,2 мкФ)

155. Напряжение на двух одинаковых плоских конденсаторах, соединенных параллельно, $U_0 = 6$ В. После отключения конденсаторов от источника тока у одного из них уменьшили расстояние между пластинами вдвое. Определить напряжение U на конденсаторах в этом случае. (4 В)

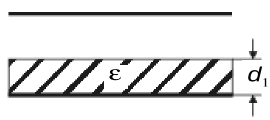
156. К воздушному конденсатору, напряжение на котором $U_1 = 210$ В, присоединили параллельно такой же незаряженный конденсатор, заполненный диэлектриком из стекла. Какова диэлектрическая проницаемость ε стекла, если напряжение на зажимах батареи стало $U = 30$ В? (6)

157. Конденсатор емкостью $C_1 = 1{,}2$ мкФ заряжают до напряжения $U_1 = 135$ В и соединяют параллельно с конденсатором емкостью $C_2 = 0{,}8$ мкФ, напряжение на котором $U_2 = 110$ В. Какой заряд пройдет по соединительным проводам? (12 мкКл)

158. Конденсатор емкостью $C_1 = 4$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U_1 = 10$ В. Какой заряд станет на обкладках этого конденсатора, если к нему подключить параллельно другой конденсатор емкостью $C_2 = 6$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_2 = 20$ В? Конденсаторы соединялись разноименно заряженными обкладками. (32 мкКл)

159. Конденсатор емкостью $C_1 = 1$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В. Другой конденсатор емкостью $C_2 = 2$ мкФ также заряжен, но разность потенциалов U_2 на его обкладках неизвестна. Определить U_2, если известно, что при соединении разноименных обкладок напряжение на пластинах оказалось равным $U = 200$ В. (350 В)

160. Два конденсатора, емкость которых отличается в 4 раза, соединили последовательно и подключили к источнику напряжения с $U = 75$ В. Затем заряженные конденсаторы отключили от источника и друг от друга и соединили параллельно. Чему будет равно после этого напряжение на конденсаторах? (3 В)



161. Пространство между обкладками конденсатора частично заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 3$). Площадь пластин конденсатора $S = 70$ см^2, расстояние между ними $d = 3$ мм. Толщина слоя диэлектрика $d_1 = 1$ мм, площадь слоя равна площади пластин. Определить емкость получившегося конденсатора. (26,6 пФ)

162. Два последовательно соединенных конденсатора емкостями $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 4$ мкФ присоединены к источнику постоянного напряжения $U = 120$ В. Определить напряжение на каждом конденсаторе. (80 В; 40 В)

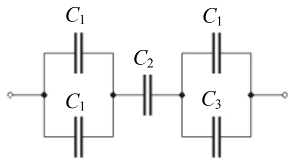
163. Два одинаковых воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к батарее с постоянной ЭДС. Один из них заполняют диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$. Во сколько раз изменится напряженность электрического поля в этом конденсаторе? (уменьшится в 2,5 раза)

164. Два одинаковых воздушных конденсатора соединили последовательно и подключили к источнику постоянного напряжения. Затем их отключили от источника и один из них залили жидким диэлектриком

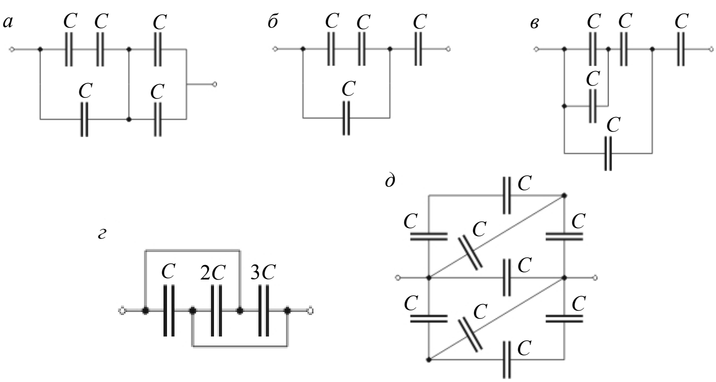
(ε = 9). Во сколько раз изменится напряженность электрического поля в этом конденсаторе? (уменьшится в 9 раз)

165. Три последовательно соединенных конденсатора подключили к источнику напряжения $U = 32$ В. Емкости конденсаторов $C_1 = 0{,}1$ мкФ, $C_2 = 0{,}25$ мкФ и $C_3 = 0{,}5$ мкФ. Определить напряжения U_1, U_2 и U_3 на каждом конденсаторе. (20 В; 8 В; 4 В)

166. Определить емкость батареи конденсаторов, соединенных по схеме, представленной на рисунке, если $C_1 = 4$ мкФ, $C_2 = 10$ мкФ и $C_3 = 2$ мкФ. (2,5 мкФ)



167. Определить емкость батарей конденсаторов, представленных на рисунках.



($\frac{6}{7}C$; $\frac{3C}{5}$; $\frac{5C}{8}$; 6С; 2,2С)

Энергия электрического поля

168. Напряженность электрического поля плоского воздушного конденсатора емкостью $C = 4$ мкФ равна $E = 1000$ В/м. Расстояние между обкладками конденсатора $d = 1$ мм. Определить энергию электрического поля конденсатора. (2 мкДж)

169. Плоский воздушный конденсатор заряжается от источника питания с напряжением $U = 100$ В, отключается от него и погружается в

жидкий диэлектрик (ε = 2,5). Определить, на сколько при этом изменится энергия конденсатора, если площадь его пластин S = 80 см^2, расстояние между ними d = 1,5 мм. (уменьшилась на 0,14 мкДж)

170. Конденсатор емкостью C_1 = 0,6 мкФ, заряженный до напряжения U_1 = 200 В, соединяют параллельно с конденсатором емкостью C_2 = 0,4 мкФ, заряженным до напряжения U_2 = 300 В. Определить энергию, запасенную батареей конденсаторов. (30 мДж)

171. Конденсаторы емкостью C_1 = 3 мкФ и C_2 = 5 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику питания с постоянным напряжением U = 30 В. Затем параллельно первому конденсатору подсоединяется конденсатор емкостью C_3 = 7 мкФ. Определить напряжение на конденсаторе C_3 и его энергию W_3. (10 В; $3{,}5\cdot 10^{-4}$ Дж)

172. Конденсатор емкостью C_1 = 6 мкФ заряжен до напряжения U_1 = 300 В, а конденсатор емкостью C_2 = 4 мкФ заряжен до напряжения U_2 = 200 В. Какое количество теплоты Q выделится в результате соединения конденсаторов разноименно заряженными обкладками? (300 мДж)

173. Проводящий шар емкостью C_1 = 10 мкФ заряжен до потенциала φ_1 = 6 кВ, а проводящий шар емкостью C_2 = 20 мкФ – до потенциала φ_2 = 12 кВ. Какое количество теплоты Q выделится при соединении этих шаров тонкой проволокой? Расстояние между шарами велико по сравнению с их размерами. (1,2 мкДж)

174. Плоский воздушный конденсатор емкостью C = 6 мкФ заряжен до напряжения U = 200 В и отключен от источника. Пластины медленно раздвигают, увеличивая расстояние между ними в 4 раза. Определить совершаемую при этом работу? (360 мДж)

175. Плоский воздушный конденсатор заполнили керосином (ε = 2) и зарядили, сообщив энергию W_1 = 5 Дж. Затем конденсатор отсоединили от источника, слили керосин и разрядили. Определить энергию W_2, выделившуюся при разрядке конденсатора. (10 Дж)

176. Определить изменение энергии ΔW электрического поля системы двух конденсаторов C_1 = 2 мкФ и C_2 = 0,5 мкФ, заряженных до

напряжений $U_1 = 100$ В и $U_2 = 50$ В соответственно, при соединении их одноименно заряженными обкладками. (0,5 мДж)

177. Внутри плоского конденсатора находится стеклянная пластина, толщина которой равна расстоянию между обкладками, а площадь – вдвое меньше их площади. Конденсатор заряжают до напряжения $U = 200$ В и отключают от источника напряжения. Какую работу надо совершить, чтобы медленно извлечь пластину из конденсатора? Емкость конденсатора без пластины $C = 6$ мкФ, диэлектрическая проницаемость стекла $\varepsilon = 2$. (90 мДж)

178. Два одинаковых по размеру плоских конденсатора соединены параллельно, заряжены до напряжения $U = 200$ В и отключены от источника напряжения. Один из конденсаторов воздушный, а в другом находится стеклянная пластина, целиком заполняющая зазор между обкладками. Какую работу надо совершить, чтобы медленно извлечь пластину из конденсатора? Емкость воздушного конденсатора $C = 6$ мкФ, диэлектрическая проницаемость стекла $\varepsilon = 1{,}5$. (75 мДж)

1.4. Тестовые задания

Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона

1. Если частицу зарядить положительно, то ее масса:
1) увеличится; $\boxed{2)}$ уменьшится; 3) не изменится;
4) вначале уменьшится, затем увеличится;
5) вначале увеличится, затем уменьшится.

2. Если частице сообщить заряд $q = -3{,}2 \cdot 10^{-13}$ Кл, то ее масса:
1) уменьшится на $1{,}82 \cdot 10^{-24}$ кг; $\boxed{2)}$ увеличится на $1{,}82 \cdot 10^{-24}$ кг;
3) уменьшится на $9{,}1 \cdot 10^{-25}$ кг; 4) увеличится на $9{,}1 \cdot 10^{-25}$ кг;
5) не изменится.

3. Модуль силы кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов при увеличении расстояния между ними в 3 раза:
1) увеличится в 3 раза; 2) уменьшится в 3 раза;
3) не изменится; 4) увеличится в 9 раз;
$\boxed{5)}$ уменьшится в 9 раз.

4. Чтобы при уменьшении каждого из двух зарядов в 4 раза сила взаимодействия между ними не изменилась, расстояние между ними необходимо:

$\boxed{1)}$ уменьшить в 4 раза; 2) увеличить в 4 раза;
3) уменьшить в 16 раз; 4) увеличить в 16 раз;
5) уменьшить в 2 раза.

5. Два маленьких одинаковых металлических шарика заряжены отрицательными зарядами $-q$ и $-5q$ и расположены на некотором расстоянии друг от друга. Если шарики привести в соприкосновение и раздвинуть на прежнее расстояние, то сила взаимодействия шариков:

1) не изменится; 2) уменьшиться в 1,8 раза;
3) увеличится в 1,8 раза; $\boxed{4)}$ уменьшится в 1,25 раза;
5) увеличится в 1,25 раза

6. Два маленьких одинаковых металлических шарика заряжены зарядами q и $-5q$. Если шарики привести в соприкосновение и раздвинуть на прежнее расстояние, то сила кулоновского взаимодействия шариков:

$\boxed{1)}$ уменьшится в 1,25 раза; 2) увеличится в 1,25 раза;
3) не изменится; 4) уменьшится в 1,8 раза;
5) увеличится в 1,8 раза

7. Чтобы при погружении в воду ($\varepsilon = 81$) сила электрического взаимодействия зарядов при неизменном расстоянии между ними была такой же, как в вакууме, каждый из двух зарядов необходимо:

1) уменьшить в 81 раз; 2) увеличить в 81 раз;
$\boxed{3)}$ уменьшить в 9 раз; 4) увеличить в 9 раз;
5) уменьшить в 3 раза;

8. Чтобы при погружении двух точечных зарядов в воду ($\varepsilon = 81$) сила взаимодействия между ними не изменилась, расстояние между ними необходимо:

1) уменьшить в 81 раз; 2) увеличить в 81 раз;
3) уменьшить в 3 раза; $\boxed{4)}$ уменьшить в 9 раз;
5) увеличить в 3 раза.

9. Если каждый из двух зарядов уменьшить в 2 раза и перенести их из вакуума в среду с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2{,}5$, не меняя расстояния между ними, то сила их взаимодействия:

$\boxed{1)}$ уменьшится в 10 раз; 2) уменьшится в 1,6 раз;
3) увеличится в 10 раз; 4) увеличится в 1,6 раз;
5) не изменится.

10. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии $r_0 = 20$ см, взаимодействуют с некоторой силой. Чтобы они взаимодействовали с той же силой в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$, их надо поместить на расстоянии r равном:

1) 2,5 см; $\boxed{2)}$ 5 см; 3) 10 см;
4) 15 см; 5) 20 см.

11. Если маленький шарик зарядом $q = 10$ нКл находится на расстоянии $r = 3$ см от плоской металлической заземленной стенки, то сила взаимодействия его со стенкой равна:

$\boxed{1)}$ 0,25 мН; 2) 0,5 мН; 3) 1,0 мН;
4) 1,5 мН; 5) 0.

12. Металлическая пластина, расположенная вертикально, заземлена. На расстоянии $r = 10$ см от пластины помещают шарик массой $m = 0{,}1$ г, подвешенный на нити длиной $l = 12$ см. Если при сообщении шарику заряда нить отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 30°$ в направлении пластины, то сообщенный шарику заряд q равен:

1) 10 нКл; $\boxed{2)}$ 20 нКл; 3) 30 нКл;
4) 40 нКл; 5) 50 нКл.

13. Небольшой шарик висит над горизонтальной проводящей плоскостью на изолирующей упругой нити. После того, как шарику был сообщен заряд $q = 1{,}4$ мкКл, он опустился расстояние $\Delta r = 9$ мм. Если расстояние от шарика до проводящей плоскости стало $r = 10$ см, то жесткость нити k равна:

1) 25 Н/м; $\boxed{2)}$ 50 Н/м; 3) 75 Н/м;
4) 100 Н/м; 5) 110 Н/м.

14. Две проводящие пластины, подключенные к источнику постоянного напряжения, притягиваются с некоторой силой. Если пространство

между пластинами полностью заполнить диэлектриком с $\varepsilon = 3$, то сила притяжения:

1) уменьшится в 9 раз; 2) увеличится в 9 раз;

$\boxed{3)}$ уменьшится в 3 раза; 4) увеличится в 3 раза;

5) не изменится.

15. Тонкая шелковая нить, на которой в воздухе подвешен шарик массой $m = 600$ мг и зарядом $q_1 = 11$ нКл, выдерживает максимальную силу натяжения $F = 10$ мН. Снизу в направлении линии подвеса к шарику подносят другой шарик, заряд которого $q_2 = -13$ нКл. Нить разорвется, когда расстояние r между центрами шариков будет равно:

$\boxed{1)}$ 1,8 см; 2) 2,3 см; 3) 2,9 см;

4) 3,5 см; 5) 4,1 см.

16. Один из двух соприкасающихся, находящихся в воздухе, одинаковых маленьких проводящих шариков неподвижно закреплен, а другой привязан к концу вертикальной нити длиной $l = 20$ см. Масса каждого шарика $m = 900$ мг. Если после того, как шарикам сообщили одинаковые электрические заряды, нить отклонилась на угол $\alpha = 60°$ от вертикали, то заряд q, сообщенный каждому шарику, равен:

$\boxed{1)}$ 0,2 мкКл; 2) 0,4 мкКл; 3) 0,8 мкКл;

4) 0,8 мкКл; 5) 1 мкКл.

17. Два одинаковых маленьких шарика подвешены на длинных непроводящих нитях и находятся в керосине. При сообщении шарикам зарядов нити отклоняются от вертикали на одинаковые углы. Если плотность материала шариков $\rho_1 = 1\,600$ кг/м^3, а плотность керосина $\rho_2 = 800$ кг/м^3, то диэлектрическая проницаемость керосина ε равна:

1) 1; $\boxed{2)}$ 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

18. Вокруг положительного заряда $q_0 = 10$ нКл по окружности радиуса $R = 1$ см, движется отрицательный заряд $-q$. Если этот заряд совершает один оборот за время $T = 2\pi$ с, то отношение величины заряда к его массе равно:

1) $1{,}1 \cdot 10^{-9}$ Кл/кг; $\boxed{2)}$ $1{,}1 \cdot 10^{-8}$ Кл/кг; 3) $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ Кл/кг;

4) $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл/кг; 5) $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл/кг.

19. Если электрон в атоме водорода движется вокруг протона по орбите радиусом $R = 5{,}3 \cdot 10^{-9}$ м, то его скорость равна:

$\boxed{1)}$ $2{,}2 \cdot 10^{6}$ м/с; 2) $2{,}2 \cdot 10^{7}$ м/с; 3) $1{,}1 \cdot 10^{6}$ м/с;
4) $1{,}1 \cdot 10^{7}$ м/с; 5) $3{,}3 \cdot 10^{6}$ м/с.

20. Протон, удельный заряд которого $\dfrac{q}{m} = 10^{8}$ Кл/кг, влетает в электрическое поле с напряженностью E = 50 В/м и движется против силовых линий поля. Если начальная скорость протона υ_0 = 100 км/с, то время t его движения до остановки равно:

1) 0,2 мкс; 2) 2 мкс; $\boxed{3)}$ 20 мкс;
4) 200 мкс; 5) 2000 мкс.

21. Вдоль линий напряженности электрического поля движется электрон ($\dfrac{q}{m} = 1{,}8 \cdot 10^{11}$ Кл/кг). Если за время $t = 0{,}1$ мкс скорость электрона уменьшилась от 1,8 Мм/с до 0,9 Мм/с, то напряженность поля E равна:

1) 15 В/м; 2) 28 В/м; $\boxed{3)}$ 50 В/м;
4) 60 В/м; 5) 78 В/м.

22. Два шарика массой $m = 10$ г каждый соединены двумя нитями длиной l и $2l$ (l = 10 см). Если каждому шарику сообщить заряд $q = 5 \cdot 10^{-7}$ Кл и систему поднимать вверх за середину длинной нити с ускорением $a = g$, то сила натяжения короткой нити будет равна:

1) 55 мН; $\boxed{2)}$ 110 мН; 3) 165 мН;
4) 220 мН; 5) 100 мН.

23. Три одинаковых небольших шарика находятся в углах равностороннего треугольника и соединены тремя недеформированными пружинами длиной l_0 = 20 см. Если при сообщении каждому шарику заряда q = 200 нКл пружины растягиваются на Δx = 0,5 см каждая, то жесткость одной пружины k равна:

$\boxed{1)}$ 1,7 Н/м; 2) 3,4 Н/м; 3) 5,1 Н/м;
4) 5,8 Н/м; 5) 6,4 Н/м.

24. Два точечных заряда q_1 = 1 мкКл и q_2 = 4 мкКл расположены в вакууме на расстоянии r = 12 см. Напряженность электрического поля E = 0 в точке, находящейся от второго заряда на расстоянии равном:

1) 4 см; 2) 5 см; 3) 6 см;
$\boxed{4)}$ 7 см; 5) 8 см.

25. Два точечных заряда q_1 = 1 мкКл и q_2 = –4 мкКл расположены на расстоянии r = 12 см друг от друга. Напряженность электрического поля E = 0 в точке, находящейся от второго заряда на расстоянии равном:

1) 4 см; 2) 8 см; 3) 12 см;
$\boxed{4)}$ 24 см; 5) 25 см.

26. Два заряда $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ Кл находятся на расстоянии $r = 50$ см. Модуль напряженности результирующего электрического поля в точке на расстоянии $r_1 = 3$ см от первого и $r_2 = 4$ см от второго зарядов равен:

1) 420 кВ/м; 2) 520 кВ/м; $\boxed{3)}$ 920 кВ/м;
4) 1 020 кВ/м; 5) 1 120 кВ/м.

27. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 2 см находятся одинаковые заряды q = 6 нКл каждый. Модуль напряженности E на середине одной из сторон равен:

1) 1,8 кВ/м; 2) 18 кВ/м; $\boxed{3)}$ 180 кВ/м;
4) 3,6 кВ/м; 5) 36 кВ/м.

28. В двух вершинах равностороннего треугольника находятся равные отрицательные заряды, а в третьей равный им по модулю заряд $q = 1$ нКл. Если сторона треугольника $a = 3$ см, то модуль напряженности электрического поля в центре треугольника равен:

1) 1,8 кВ/м; 2) 3,6 кВ/м; 3) 18 кВ/м;
4) 36 кВ/м; $\boxed{5)}$ 180 кВ/м.

29. В трех вершинах квадрата расположены одинаковые положительные заряды $q = 5$ нКл каждый. Если сторона квадрата $a = 40$ см, то модуль напряженности электрического поля в четвертой вершине равен:

1) 235 В/м; 2) 335 В/м; 3) 435 В/м;
$\boxed{4)}$ 535 В/м; 5) 635 В/м.

30. Электрическое поле образовано четырьмя одинаковыми зарядами $q = 40$ мкКл каждый, расположенными в вершинах квадрата со стороной $a = 2$ м. Модуль напряженности электрического поля в точке, находящейся на продолжении диагонали квадрата на расстоянии $2a$ от его центра, равен:

1) 0,01 мВ/м; $\boxed{2)}$ 0,1 мВ/м; 3) 1 мВ/м;
4) 10 мВ/м; 5) 0.

31. В вершинах квадрата со стороной $a = 1$ м находятся точечные заряды $+q$, $+2q$, $+3q$, $+4q$. Если $q = 0{,}3$ нКл, то модуль напряженности электрического поля в центре квадрата равен:

1) 5 Н/Кл; 2) 10 Н/Кл; $\boxed{3)}$ 15 Н/Кл;
4) 20 Н/Кл; 5) 0.

32. Ромб составлен из двух равносторонних треугольников со стороной $a = 0{,}2$ м. В вершинах при острых углах ромба находятся одинаковые положительные заряды $q_1 = 6\ 10^{-7}$ Кл. В вершине одного из тупых углов помещен отрицательный заряд $q_2 = -8\ 10^{-7}$ Кл. Модуль напряженности электрического поля в четвертой вершине равен:

1) 4,5 Н/Кл; 2) 45 Н/Кл; 3) 450 Н/Кл;
$\boxed{4)}$ $4{,}5 \cdot 10^4$ Н/Кл; 5) 0.

33. Пылинка массой $m = 3 \cdot 10^{-11}$ г покоится между горизонтальными пластинами плоского конденсатора, заряженного до напряжения $U_0 = 480$ В. Расстояние между пластинами $d = 5{,}2$ мм. Под действием ультрафиолетового излучения пылинка начала опускаться. Если для восстановления равновесия потребовалось увеличить напряжение на $\Delta U = 25$ В, то пылинка потеряла электроны, количество которых N равно:

$\boxed{1)}$ 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

34. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор со скоростью $\upsilon_0 = 4 \cdot 10^7$ м/с параллельно его пластинам. Длина пластин конденсатора $l = 5$ см. Если напряженность электрического поля конденсатора $E = 30$ кВ/м, то при вылете из конденсатора электрон сместится на расстояние Δy, равное:

1) 1 мм; 2) 2 мм; 3) 3 мм;

$\boxed{4)}$ 4 мм; 5) 5 мм.

35. Электрон влетает в плоский горизонтальный воздушный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 4$ см, напряженность поля $E = 1$ В/см. Время t, за которое электрон попадает на одну из пластин, равно:
1) 120 нс; 2) 240 нс; 3) 360 нс;
$\boxed{4)}$ 480 нс; 5) 600 нс.

36. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью υ_0 = 10 Мм/с. Длина пластины конденсатора l =5 см, напряженность поля E = 100 В/см. Модуль и направление (угол с горизонтом) скорости $\vec{\upsilon}$ вылета электрона из конденсатора, равны:
1) $1{,}33 \cdot 10^6$ м/с; 0°; 2) $1{,}33 \cdot 10^7$ м/с; 0°;
3) $1{,}33 \cdot 10^6$ м/с; 41°; $\boxed{4)}$ $1{,}33 \cdot 10^7$ м/с; 41°;
5) $1{,}33 \cdot 10^6$ м/с; 90°.

37. Поток электронов, прошедших ускоряющую разность потенциалов U_1 = 5 кВ, влетает в середину между пластинами плоского конденсатора параллельно им. Длина пластин конденсатора l = 5 см, расстояние между ними d = 1 см. Чтобы электроны не вылетели из конденсатора, минимальное напряжение U_2, которое надо приложить к пластинам конденсатора, равно:
1) 300 В; $\boxed{2)}$ 400 В; 3) 500 В;
4) 600 В; 5) 700 В.

38. Пучок ионов хлора Cl^{35} и Cl^{37}, несущих каждый по одному элементарному заряду, влетает в середину горизонтального конденсатора параллельно его пластинам со скоростью $\upsilon_0 = 10^5$ м/с. Длина пластин l = 5 см, расстояние между пластинами d = 5 мм. По вылете из конденсатора ионы попадают на экран, расположенный на расстоянии l = 10 см от заднего края пластин конденсатора. Чтобы точки попадания ионов Cl^{35} и Cl^{37} отстояли на экране на расстоянии Δy = 0,6 мм друг от друга, к пластинам конденсатора нужно приложить напряжение U, равное:
1) 26 В; 2) 28 В; $\boxed{3)}$ 31 В; 4) 36 В; 5) 42 В.

39. В плоский конденсатор с длиной пластин $l = 5$ см влетает электрон под углом $\alpha = 15°$ к пластинам. Энергия электрона $W_0 = 1\,500$ эВ. Расстояние между пластинами $d = 1$ см. Если по вылете из конденсатора электрон движется параллельно пластинам, то напряжение на конденсаторе U равно:

1) 50 В; 2) 100 В; $\boxed{3)}$ 150 В;
4) 200 В; 5) 250 В.

40. Шарик массой $m = 1$ кг, подвешенный на нити длиной $l = 1$ м, имеет заряд $q_1 = 20$ мкКл. Под ним находится другой шарик с зарядом $q_2 = -20$ мкКл. Шарик на нити отклоняют от положения равновесия на угол $\alpha = 90°$ и отпускают. Если расстояние между зарядами в момент наибольшего отклонения $l = 2$ м, то скорость шарика υ в момент прохождения им положения равновесия равна:

1) 3,8 м/с; $\boxed{2)}$ 5,1 м/с; 3) 6,2 м/с;
4) 7,3 м/с; 5) 8 м/с.

41. Между обкладками плоского горизонтального конденсатора неподвижно висит заряженное тело. Пространство между обкладками конденсатора заполняют керосином (плотность керосина $\rho_к = 800$ кг/м^3, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$). Если равновесие тела при этом не нарушается, то плотность тела равна:

1) 400 кг/м^3; 2) 800 кг/м^3; $\boxed{3)}$ 1 600 кг/м^3;
4) 1 800 кг/м^3; 5) 2 000 кг/м^3.

42. Шар массой $m = 1$ кг и зарядом $q = 200$ мкКл висит в воздухе на нерастяжимой нити в электрическом поле напряженностью $E = 30$ кВ/м. Вектор напряженности параллелен поверхности Земли. Если шар с нитью отклонить на угол $\alpha = 30°$ от вертикали и отпустить, то максимальная сила натяжения нити равна:

$\boxed{1)}$ 18,4 Н; 2) 20,4 Н; 3) 21,6 Н;
4) 22,8 Н; 5) 24,2 Н.

43. Потенциал электростатического поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 10$ см от точечного заряда, $\varphi_1 = 30$ В. Потенциал φ_2 поля в точке, находящейся на расстоянии $r_2 = 5$ см от этого заряда, равен:

1) 15 В; 2) 20 В; 3) 30 В;
4) 40 В; $\boxed{5)}$ 60 В.

44. На поверхности шара потенциал электрического поля $\varphi = 200$ В. Если радиус шара $R = 3$ см, то потенциал φ на расстоянии $r = 1$ см от центра шара равен:

1) 67 В; 2) 100 В; $\boxed{3)}$ 200 В;
4) 300 В; 5) 400 В.

45. На поверхности шара потенциал электрического поля $\varphi = 200$ В. Если радиус шара $R = 3$ см, то потенциал φ на расстоянии $r = 6$ см от центра шара равен:

1) 67 В; $\boxed{2)}$ 100 В; 3) 200 В;
4) 300 В; 5) 400 В.

46. На расстоянии $r_1 = 4$ м от точечного положительного заряда потенциал электрического поля $\varphi_1 = 100$ В. Модуль напряженности электрического поля E_1 в точке, расположенной от заряда на расстоянии $r_2 = 3$ м, равен

1) 4 В/м; 2) 8 В/м; $\boxed{3)}$ 16 В/м;
4) 24 В/м; 5) 32 В/м.

47. Если в одной точке электрического поля потенциал точечного заряда в $n_1 = 3$ раза больше, чем в другой, то отношение модулей напряженности электрического поля в них n_2 равно:

1) 1/3; 2) 1/9; 3) 1; 4) 3; $\boxed{5)}$ 9.

48. Электрическое поле образовано точечным зарядом $q_1 = 2{,}5$ мкКл, расположенным в начале прямоугольной системы координат xOy (x и y даны в метрах). Потенциал поля в точке с координатами (3; 4) равен:

1) 1,5 кВ; 2) 3 кВ; $\boxed{3)}$ 4,5 кВ;
4) 6 кВ; 5) 9 кВ.

49. В трех вершинах квадрата со стороной $a = 4{,}5$ м находятся положительные точечные заряды $q = 0{,}1$ мкКл каждый. Потенциал поля в четвертой вершине равен:

1) 236 В; 2) 324 В; 3) 436 В;
$\boxed{4)}$ 541 В; 5) 0.

50. Два разноименных равных по модулю точечных заряда находятся на расстоянии $r_0 = 30$ см друг от друга. В точке, находящейся на таком же расстоянии от обоих зарядов, напряженность электрического поля

$E = 100$ В/м. Если точка будет находиться между зарядами на расстоянии $r_2 = r_0/3$ от положительного заряда, то потенциал φ в ней равен:
1) 30 В; $\boxed{2)}$ 45 В; 3) 60 В; 4) 90 В; 5) 0.

51. Заряженные металлические шары, радиусы которых равны R и $2R$, имеют одинаковую поверхностную плотность заряда σ. Отношение потенциала меньшего шара к потенциалу большего шара равно:
1) 1; $\boxed{2)}$ 1/2; 3) 2; 4) 4; 5) 1/4.

52. Два точечных одноименных заряда $q = 0{,}2$ нКл каждый находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1{,}0$ м. Потенциал поля в третьей вершине равен:
1) 0; 2) 1,6 В; 3) 3,1 В;
$\boxed{4)}$ 3,6 В; 5) 5,4 В.

53. Если два точечных разноименных заряда, модуль каждого $q = 0{,}2$ нКл, расположить в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1{,}0$ м, то потенциал электрического поля в третьей вершине равен:
$\boxed{1)}$ 0; 2) 1,6 В; 3) 3,2 В;
4) 3,6 В; 5) 5,4 В.

54. Проводящий шар имеет положительный заряд $+q$. Если на расстоянии вдвое большем радиуса от центра шара поместить точечный отрицательный заряд $-q$, то потенциал в центре шара:
1) уменьшится в 2 раза; 2) увеличится в 3 раза;
$\boxed{3)}$ станет равен нулю; 4) увеличится в 3 раза;
5) изменит знак на противоположный.

55. Если на расстоянии $l_1 = 5$ см от поверхности шара потенциал электрического поля $\varphi_1 = 1{,}2$ кВ, а на расстоянии $l_2 = 10$ см – потенциал $\varphi_2 = 90$ В, то потенциал φ на поверхности шара, равен:
1) 0; 2) 0,9 кВ; 3) 1,2 кВ;
$\boxed{4)}$ 1,8 кВ; 5) 2 кВ.

56. Кольцо диаметром $d = 20$ см равномерно заряжено зарядом $q = 5{,}0$ нКл. Потенциал электрического поля в центре кольца равен:
1) 0; 2) 150 В; $\boxed{3)}$ 450 В;

4) 50 В; 5) 300 В.

57. Кольцо диаметром d = 20 см равномерно заряжено зарядом q = 5,0 нКл. Потенциал электрического поля в точке, находящейся на оси, проходящей через центр кольца на расстоянии l = 10 см от центра, равен:
1) 108 В; 2) 209 В; $\boxed{3)}$ 319 В;
4) 417 В; 5) 0.

58. Точечный электрический заряд q = 20 нКл переносят из бесконечности в точку, расположенную на расстоянии l = 28 см от поверхности уединенного проводящего шара, радиус которого R = 2 см. Если потенциал шара φ = 300 В, то работа по перемещению заряда равна:
1) 0; 2) 0,2 мкДж; $\boxed{3)}$ 0,4 мкДж;
4) 0,6 мкДж; 5) 0,8 мкДж.

59. Электрон движется по направлению силовых линий однородного электрического поля, напряженность которого E = 120 В/м. Если начальная скорость электрода $\upsilon_0 = 10^6$ м/с, то до полной остановки он пролетит путь s, равный:
1) 12 мм; $\boxed{2)}$ 24 мм; 3) 30 мм;
4) 36 мм; 5) 40 мм.

60. В пространство, где одновременно действуют два взаимно перпендикулярных электрических поля, напряженность которых E_1 = 400 В/м и E_2 = 300 В/м, вдоль направления силовых линий результирующего электрического поля влетает электрон. Если на пути s = 2,7 мм скорость электрона уменьшается в n = 2 раза, не меняя направления, то начальная скорость электрона равна:
1) 200 км/с; 2) 400 км/с; 3) 600 км/с;
$\boxed{4)}$ 800 км/с; 5) 900 км/с.

61. Если напряжение между катодом и анодом электронно-лучевой трубки U = 182 В, то максимальная скорость электронов в ней равна:
1) 2 Мм/с; 2) 4 Мм/с; 3) 6 Мм/с;
$\boxed{4)}$ 8 Мм/с; 5) 10 Мм/с.

62. Протон перемещается из точки с потенциалом φ_1 = 200 В в точку с потенциалом φ_2 = 100 В. Если при этом кинетическая энергия протона изменяется в n = 4 раза, то его конечная скорость υ равна:
1) 40 км/с; 2) 80 км/с; $\boxed{3)}$ 160 км/с;

4) 200 км/с; 5) 240 км/с.

63. Заряженная частица массой $m = 1$ мг, модуль скорости которой $\upsilon_0 = 8$ м/с, разгоняется в электрическом поле. Пройдя разность потенциалов $\Delta\varphi = 30$ В, частица абсолютно упруго ударяется о неподвижную закрепленную преграду. Если модуль изменения импульса частицы за время удара $\Delta p = 2 \cdot 10^{-5}$ кг·м/с, то ее заряд q равен:

1) 2 нКл; 2) 3 нКл; 3) 4 нКл;
4) 5 нКл; $\boxed{5)}$ 6 нКл.

64. Работа A, которую совершает однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м при перемещении точечного заряда $q = 3$ мкКл на расстояние $s = 4$ см в направлении, составляющем угол $\alpha = 120°$ с направлением силовых линий поля, равна:

1) 0; 2) 6 мкДж; 3) –6 мкДж;
$\boxed{4)}$ –12 мкДж; 5) 12 мкДж.

65. Точечный заряд $q_1 = 10$ мкКл закреплен в начале прямоугольной системы координат xOy. Работа A по перемещению точечного заряда $q_2 = 1$ мкКл из точки с координатами (0; 2) в точку с координатами (2; 0) равна:

$\boxed{1)}$ 0; 2) 4,5 мДж; 3) 9 мДж;
4) 12 мДж; 5) 15 мДж.

66. Протон, летящий по направлению к ядру атома гелия, имеет скорость $\upsilon = 10$ км/с в той точке электрического поля ядра, где напряженность $E = 100$ В/см. Если масса ядра гелия в 4 раза больше массы протона, а заряд в 2 раза, то минимальное расстояние, на которое протон может приблизиться к ядру, равно:

$\boxed{1)}$ 5,5 нм; 2) 6,5 нм; 3) 7,5 нм;
4) 8,5 нм; 5) 9,5 нм.

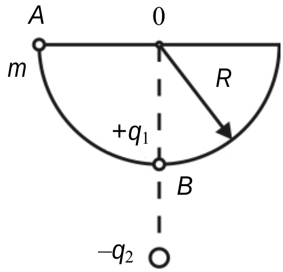
67. Тонкое закрепленное кольцо радиусом R равномерно заряжено так, что на единицу длины кольца приходится заряд $+\tau$. В вакууме на оси кольца на расстоянии l от его центра помещен маленький шарик зарядом $+q$. Если шарик освободить, то в процессе движения он приобретет максимальную кинетическую энергию, равную:

$\boxed{1)}$ $\dfrac{q\tau R}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+l^2}}$; 2) $\dfrac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+l^2}}$; 3) $\dfrac{q\tau R}{2\pi\varepsilon_0 l^2}$;

4) $\dfrac{q\tau R}{4\pi\varepsilon_0 l}$; 5) $\dfrac{q\tau l}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

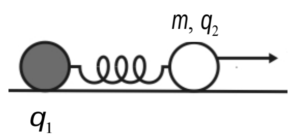
68. Две материальные точки, имеющие одинаковые массы и заряженные равными по величине, но противоположными по знаку зарядами, движутся по окружности вокруг своего неподвижного центра масс. Отношение потенциальной энергии электрического взаимодействия этих частиц к их кинетической энергии равно:

1) 2; $\boxed{2)}$ –2; 3) 4; 4) –4; 5) 1.



69. Маленький шарик массой $m = 2$ г, имеющий заряд $+q_1$, начинает скользить без начальной скорости из точки A по гладкой сферической поверхности радиусом $R = 10$ см. Ниже сферической поверхности точно под ее центром расположен отрицательный заряд $-q_2$. Потенциальная энергия взаимодействия зарядов в начальный момент времени равна $W_A = -2$ мДж. Если в точке B результирующая сила реакции со стороны сферической поверхности и кулоновского взаимодействия шариков $F = 0{,}1$ Н, то потенциальная энергия взаимодействия зарядов в точке B равна:

1) 0; 2) –2 мДж; $\boxed{3)}$ –4 мДж;
4) 4 мДж; 5) 2 мДж.



70. На гладкой горизонтальной поверхности закреплен шарик зарядом $q_1 = 2$ мкКл, к которому прикреплена непроводящая пружина, имеющая в недеформированном состоянии длину $l_0 = 30$ см. На другом конце пружины находится шарик массой $m = 20$ г и зарядом $q_2 = 4$ мкКл, который колеблется так, что минимальное расстояние между шариками $l_1 = 10$ см. В момент, когда длина пружины $l_2 = 40$ см, скорость шарика максимальная и равна:

1) 2,4 м/с; 2) 3,6 м/с; 3) 4,5 м/с;
4) 6,6 м/с; $\boxed{5)}$ 7,7 м/с.

71. Два небольших одинаковых тела массой $m = 1$ г и зарядом $q = 1$ мкКл каждое удерживаются на изолирующей горизонтальной гладкой поверхности на расстоянии $r = 10$ см друг от друга. Сначала отпускают одно тело, а затем,

когда расстояние между ними увеличится в $n = 3$ раза, – другое. Скорости тел на большом расстоянии друг от друга будут равны:

$\boxed{1)}$ 13,3 м/с; 2,3 м/с; 2) 10,3 м/с; 1,3 м/с; 3) 5,0 м/с; 4,2 м/с;
4) 3 м/с; 3 м/с; 5) 0.

72. Два шарика с одинаковыми зарядами $q = 1$ мкКл каждый прикрепили к концам недеформированной непроводящей пружины длиной $l_0 = 8$ см и отпустили. После прекращения возникших колебательных движений расстояние между шариками стало $l = 10$ см. Количество теплоты Q, выделившееся в процессе затухания колебаний, равно:

1) 100 мДж; 2) 115 мДж; $\boxed{3)}$ 135 мДж;
4) 150 мДж; 5) 160 мДж.

73. Два небольших тела массой $m = 5$ г и зарядом $q = 10$ мкКл каждое находятся на расстоянии $r = 10$ см друг от друга на горизонтальной плоскости. Если коэффициент трения тел о плоскость $\mu = 0,5$, то для того, чтобы сдвинуть с места одно из тел, другому надо сообщить начальную скорость υ, равную:

1) 2 м/с; 2) 4 м/с; 3) 6 м/с;
$\boxed{4)}$ 8 м/с; 5) 10 м/с.

74. Две частицы массами $m = 1$ г каждая заряжены разноименными зарядами модуль которых $|q| = 1$ мкКл. В момент, когда частицы находятся на расстоянии $r_0 = 3,2$ м, одна из них еще покоится, а вторая, удаляясь от нее, имеет скорость $\upsilon_0 = 3$ м/с. Наибольшее расстояние r между частицами в процессе их движения равно:

1) 4 м; 2) 8 м; $\boxed{3)}$ 16 м;
4) 20 м; 5) 24 м.

75. Два диэлектрических шара радиусами $R = 1$ см каждый равномерно заряжены одинаковыми зарядами $q = 3$ мкКл. Массы шаров $m_1 = 6$ г $m_2 = 12$ г. Шары удерживают так, что они касаются друг друга. Если шары отпустить, то конечная скорость первого шара υ станет равной:

1) 10 м/с; 2) 20 м/с; $\boxed{3)}$ 30 м/с;
4) 40 м/с; 5) 50 м/с.

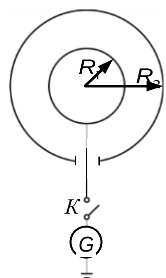
76. Три заряда $q_1 = 9$ мкКл, $q_2 = -1$ мкКл и $q_3 = 3$ мкКл расположены в вершинах правильного треугольника. Если сторона треугольника $a = 10$ см, то потенциальная энергия W взаимодействия этих зарядов равна:

1) 15 мДж; 2) 30 мДж; 3) 45 мДж;
$\boxed{4)}$ 90 мДж; 5) 35 мДж.

77. В центре каждого их четырех непроводящих шариков радиусом $R = 1$ мм, расположенных вдоль одной прямой, касаясь друг друга, находится заряд $q = 100$ нКл. Чтобы из этих шариков сложить пирамиду в виде правильного тетраэдра необходимо совершить работу, равную:
1) 20 мкДж; 2) 40 мкДж; 3) 50 мкДж;
4) 60 мкДж; $\boxed{5)}$ 70 мкДж.

78. В закрепленной металлической сфере радиусом $R = 1$ см и зарядом $q_1 = -10$ нКл, проделано очень маленькое отверстие. Точечный заряд $q_2 = 1$ нКл массой $m = 1$ мг летит по прямой, проходящей через отверстие и центр сферы. Если на очень большом расстоянии от сферы скорость заряда $\upsilon_0 = 1$ м/с, то в центре сферы его скорость υ равна:
1) 1 м/с; 2) 2 м/с; 3) 3мнс
$\boxed{4)}$ 4 м/с; 5) 5 м/с.

79. Если вне изолированной металлической незаряженной сферы радиусом $R = 5$ см на расстоянии $l = 4$ см от ее поверхности поместить точечный заряд $q = 1$ мкКл, то потенциал сферы φ станет равным
1) 0; 2) 1 кВ; 3) 10 кВ;
$\boxed{4)}$ 100 кВ; 5) 150 Кв.



80. Две тонкостенные концентрические металлические сферы имеют радиусы $R_1 = 20$ см и $R_2 = 40$ см. На внешней сфере находится заряд $q_1 = 10^{-8}$ Кл. Внутренняя сфера через ключ K соединена с Землей. Если замкнуть ключ K, то через гальванометр G протечет заряд q_2, равный:
1) 2 нКл; 2) –2 нКл; 3) 5 нКл;
$\boxed{4)}$ –5 нКл; 5) 0.

81. Три металлические сферы расположены концентрически. Первая сфера радиусом $R_1 = 2{,}0$ см заземлена, вторая сфера радиусом $R_2 = 3{,}0$ см имеет заряд $q_2 = 3{,}0$ нКл. Если третья сфера радиусом $R_3 = 6{,}0$ см имеет заряд $q_3 = 4{,}5$ нКл, то модуль напряженности E_3 электростатического поля на ее внешней поверхности равен:
1) 0,0 кВ/м; $\boxed{2)}$ 10 кВ/м; 3) 20 кВ/м;
4) 30 кВ/м; 5) 40 кВ/м.

82. Три металлические сферы расположены концентрически. Первая сфера радиусом $R_1 = 2{,}0$ см заземлена, третья сфера радиусом $R_3 = 6{,}0$ см имеет заряд $q_3 = 6{,}0$ нКл. Если вторая сфера радиусом $R_2 = 3{,}0$ см имеет заряд $q_2 = 3{,}0$ нКл, то потенциал φ_2 электростатического поля на ее поверхности равен:

1) 0,3 кВ; $\boxed{2)}$ 0,6 кВ; 3) 0,9 кВ;
4) 1,5 кВ; 5) 1,8 кВ.

83. Три металлические сферы расположены концентрически. Первая сфера радиусом $R_1 = 2{,}0$ см заземлена, третья сфера радиусом $R_3 = 6{,}0$ см имеет заряд $q_3 = 6{,}0$ нКл. Если вторая сфера радиусом $R_2 = 3{,}0$ см имеет заряд $q_2 = 3{,}0$ нКл, то модуль напряженности E_2 электростатического поля на ее внешней поверхности равен:

1) 3 кВ/м; 2) 7 кВ/м; $\boxed{3)}$ 10 кВ/м;
4) 14 кВ/м; 5) 18 кВ/м.

84. Три металлические сферы расположены концентрически. Первая сфера радиусом $R_1 = 2{,}0$ см заземлена, третья сфера радиусом $R_3 = 6{,}0$ см имеет заряд $q_3 = 7{,}5$ нКл. Если на внешней поверхности второй сферы радиусом $R_2 = 3{,}0$ см модуль напряженности электростатического поля $E_2 = 15$ кВ/м, а силовые линии поля направлены внутрь сферы, то ее заряд q_2 равен:

1) 1,0 нКл; $\boxed{2)}$ 3,0 нКл; 3) 4,5 нКл;
4) 6,0 нКл; 5) 7,5 нКл.

85. Три металлические сферы расположены концентрически. Первая сфера радиусом $R_1 = 2{,}0$ см заземлена, вторая сфера радиусом $R_2 = 3{,}0$ см имеет заряд $q_2 = 3{,}0$ нКл. Если третья сфера радиусом $R_3 = 6{,}0$ см имеет заряд $q_3 = 6{,}0$ нКл, то потенциал φ_3 электростатического поля на ее поверхности равен:

1) 0,15 кВ; 2) 0,30 кВ; 3) 0,45 кВ;
4) 0,60 кВ; $\boxed{5)}$ 0,75 кВ.

86. Три металлические сферы расположены концентрически, их радиусы равны $R_1 = 1{,}0$ см, $R_2 = 2{,}0$ см, $R_3 = 5{,}0$ см соответственно. Если заряды на второй и третьей сферах $q_2 = 2{,}0$ нКл и $q_3 = 5{,}0$ нКл, а первая сфера заземлена, то ее потенциал φ и модуль напряженности E электростатического поля на внешней поверхности равны:

$\boxed{1)}$ 0; 180 кВ/м; 2) 0,3 кВ; 90 кВ/м;
3) 0,6 кВ; 60 кВ/м; 4) 1,2 кВ; 0;
5) 1,5 кВ; 30 кВ/м.

87. Три металлические сферы расположены концентрически, их радиусы равны $R_1 = 2{,}0$ см, $R_2 = 3{,}0$ см, $R_3 = 4{,}0$ см. Первая сфера имеет заряд $q_1 = 2$ нКл, третья – $q_3 = 4$ нКл. Если вторая сфера заземлена, то потенциал φ_1 и модуль напряженности электростатического поля E_1 на поверхности первой сферы равны:

1) 0,6 кВ; 45 кВ/м; $\boxed{2)}$ 0,9 кВ; 45 кВ/м;
3) 1,2 кВ; 90 кВ/м; 4) 1,5 кВ; 120 кВ/м;
5) 1,8 кВ; 150 кВ/м.

88. Три металлические сферы расположены концентрически, их радиусы равны $R_1 = 2{,}0$ см, $R_2 = 3{,}0$ см, $R_3 = 4{,}0$ см. Первая сфера имеет заряд $q_1 = 2$ нКл, третья – $q_3 = 4$ нКл. Если вторая сфера заземлена, то потенциал φ_3 и модуль напряженности электростатического поля E_3 на поверхности третьей сферы равны:

1) 1 025 кВ; 12,4 кВ/м; 2) 1 875 кВ; 0;
$\boxed{3)}$ 2 025 кВ; 16,9 кВ/м; 4) 2 500 кВ; 21,4 кВ/м;
5) 3 000 кВ; 25,8 кВ/м.

89. Два металлических шара радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 15$ см и зарядами $q_1 = 12$ нКл и $q_2 = -40$ нКл соединяют тонкой проволокой. Если расстояние между шарами намного больше их радиусов, то по проволоке пройдет заряд Δq, равный:

1) 9 нКл; $\boxed{2)}$ 19 нКл; 3) 29 нКл;
4) 30 нКл; 5) 0.

90. Проводник зарядом $q_1 = 60$ нКл потенциалом $\varphi_1 = 6$ кВ соединяют тонкой проволокой с проводником зарядом $q_2 = 240$ нКл и потенциалом $\varphi_2 = 12$ кВ. Если расстояние между проводниками велико по сравнению с их размерами, то при соединении проводников выделится количество теплоты ΔQ, равное:

1) 0,4 мкДж; 2) 0,8 мкДж; $\boxed{3)}$ 1,2 мкДж;
4) 1,8 мкДж; 5) 0.

91. Если обьем плоского воздушного конденсатора $V = 424$ см^3, а его емкость $C = 150$ пФ, то расстояние между пластинами конденсатора d равно:

1) 1 мм; 2) 2 мм; 3) 3 мм; 4) 4 мм; $\boxed{5)}$ 5 мм.

92. Расстояние между пластинами заряженного конденсатора $d = 0{,}5$ см, его емкость $C = 0{,}02$ мкФ. Если напряженность электростатического поля внутри конденсатора $E = 320$ В/см, то заряд q на его пластинах равен:

1) 1,6 мкКл; 2) 2,4 мкКл; $\boxed{3)}$ 3,2 мкКл;
4) 4 мкКл; 5) 4,6 мкКл.

93. Два одинаковых плоских конденсатора соединены параллельно и заряжены до напряжения U_0 = 240 В. Если после отключения их от источника тока, расстояние между пластинами первого конденсатора уменьшили в n = 3 раза, то напряжение U на конденсаторах стало равным:
1) 60 В; $\boxed{2)}$ 120 В; 3) 180 В;
4) 200 В; 5) 240 В.

94. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения. Если один из конденсаторов полностью заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 4, то напряженность электростатического поля в нем:
$\boxed{1)}$ уменьшится в 2,5 раза; 2) увеличится в 2,5 раза;
3) уменьшится в 5 раз; 4) увеличится в 5 раз;
5) не изменится.

95. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения. Если один из конденсаторов полностью заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 4, то напряженность электростатического поля в воздушном конденсаторе:
1) уменьшится в 1,6 раза; $\boxed{2)}$ увеличится в 1,6 раза;
3) уменьшится в 2,5 раза; 4) увеличится в 2,5 раза;
5) не изменится.

96. Плоский воздушный конденсатор емкостью C = 1 600 пФ зарядили до разности потенциалов Δφ= 500 В и отключили от источника напряжения. При увеличении расстояния между пластинами в n = 3 раза была совершена работа A, равная:
1) 0,1 мДж; 2) 0,2 мДж; 3) 0,3 мДж;
$\boxed{4)}$ 0,4 мДж; 5) 0,5 мДж.

97. Между обкладками плоского конденсатора находится парафиновая пластинка (ε = 2). Если емкость конденсатора C = 4 мкФ, а его заряд q = 0,2 мкКл, то для того, чтобы удалить пластинку из конденсатора, нужно совершить работу A, равную:
1) 1 мДж; 2) 2 мДж; 3) 3 мДж;
4) 4 мДж; $\boxed{5)}$ 5 мДж.

98. Плоский воздушный конденсатор, заряженный до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 800$ В, соединили параллельно с таким же по размерам незаряженным конденсатором, но заполненным диэлектриком. Если после соединения разность потенциалов между пластинами конденсаторов стала $\Delta\varphi = 100$ В, то диэлектрическая проницаемость диэлектрика ε равна:

1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 6; $\boxed{5)}$ 7.

99. Конденсатор емкостью $C_1 = 4$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $\Delta\varphi_1 = 10$ В, соединен параллельно разноименным обкладками с конденсатором емкостью $C_2 = 4$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $\Delta\varphi_2 = 20$ В. После соединения заряд первого конденсатора станет равен:

1) 8 мкКл; 2) 16 мкКл; 3) 24 мкКл; $\boxed{4)}$ 32 мкКл; 5) 40 мкКл.

100. Конденсатор емкостью $C_1 = 0{,}5$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 100$ В и отключен от источника тока. К нему параллельно присоединили второй незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 0{,}4$ мкФ. Энергия W искры, возникшей при соединении конденсаторов, равна:

1) 0,8 мДж; $\boxed{2)}$ 1,1 мДж; 3) 1,3 мДж; 4) 1,5 мДж; 5) 0.

101. Механическая работа, совершенная электрическими силами при повороте ручки настройки конденсатора переменной емкости (10 мкФ $\le C \le 100$ мкФ), подключенного к источнику постоянного напряжения $U = 300$ В, равна:

1) 1 Дж; 2) 2 Дж; 3) 3 Дж; $\boxed{4)}$ 4 Дж; 5) 5 Дж.

102. Между обкладками плоского воздушного конденсатора напряженность электростатического поля $E = 12$ МВ/м. Плотность воздуха $\rho = 1{,}29$ кг/м^3, удельная теплоемкость $c = 600$ Дж/(кг $\cdot$ К). Если пренебречь потерями энергии в окружающую среду и теплоемкостью обкладок, то температура воздуха при пробое и полной разрядке конденсатора увеличится на ΔT:

$\boxed{1)}$ 0,8 К; 2) 1,1 К; 3) 1,4 К; 4) 1,8 К; 5) 2 К.

103. Плоский воздушный конденсатор с расстоянием между обкладками d = 3 см зарядили от источника постоянного напряжения U = 200 В и отключили. Затем параллельно пластинам конденсатора ввели металлическую пластинку толщиной d_0 = 1 см. Если площади каждой из обкладок и металлической пластины одинаковы и равны S = 60 см^2, то работа A, совершенная силами поля при внесении пластины, и изменение энергии ΔW конденсатора в этом процессе соответственно равны:

1) 0; 12 нДж;	2) –12 нДж; 12 нДж;
$\boxed{3)}$ 12 нДж; –12 нДж;	4) –12 нДж; 0;
5) 0; –12 нДж.	

104. Плоский воздушный конденсатор с расстоянием между обкладками d = 3 см подключен к источнику постоянного напряжения U = 400 В. Затем параллельно пластинам конденсатора ввели металлическую пластику толщиной d_0 = 1 см. Если площади каждой из обкладок и металлической пластины одинаковы и равны S = 5 см^2, то работа A, совершенная силами поля при внесении пластины, и изменение энергии ΔW конденсатора в этом процессе соответственно равны:

1) 36 нДж; 36 нДж;	$\boxed{2)}$ 36 нДж; –18 нДж;
3) 18 нДж; 36 нДж;	4) 0; 18 нДж;
5) –18 нДж; 18 нДж.	

Глава 2. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

2.1. Теория

Электрический ток	упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц. За направление электрического тока принимают направление упорядоченного движения положительно заряженных частиц. В металлах – противоположно направлению упорядоченного движения отрицательно заряженных частиц – электронов.
Действия электрического тока	наличие тока в проводнике приводит к различным явлениям: – проводники при протекании по ним электрического тока нагреваются – тепловое действие; – электрический ток изменяет химический со-

став проводника (электролита) – химическое действие тока;
– проводник с током всегда оказывает влияние (действие) на соседние токи и намагниченные тела – магнитное действие тока.

Сила тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$[I] = 1\frac{\text{Êë}}{\text{c}} = 1\text{À}$$

скалярная физическая величина, определяемая отношением заряда Δq, переносимого через поперечное сечение проводника площадью S за промежуток времени Δt, к этому промежутку времени.

Плотность тока

$$j = \frac{I}{S_\perp}$$

$$[j] = 1\frac{\text{A}}{\text{ì}^2}$$

$$\vec{j} = ne\langle\vec{\upsilon}\rangle$$

векторная физическая величина, совпадающая с направлением упорядоченного движения положительных зарядов, модуль которой равен отношению силы тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения $S_\perp$ проводника, перпендикулярного направлению тока.

Для металлического проводника:

$$j = \frac{\Delta q}{\Delta t S_\perp} = \frac{Ne}{\Delta t S_\perp} = \frac{nVe}{\Delta t S_\perp} = \frac{nlS_\perp e}{\Delta t S_\perp} = ne\langle\upsilon\rangle,$$

где N – число носителей элементарного заряда e;
n – их концентрация;
$V = lS_\perp$ – объем проводника длиной l;
$\langle\upsilon\rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике.

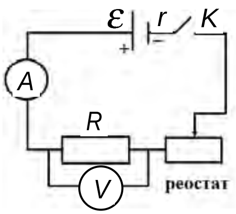
Условия существования тока в проводнике

необходимо наличие:
– свободных электрических зарядов;
– электрического поля, вызывающего и поддерживающего упорядоченное движение, т. е. наличие разности потенциалов на концах проводника;
– замкнутой электрической цепи;
– источника тока, способного производить работу против кулоновских сил притяжения по разделению отрицательных и положительных зарядов, т. е. в источнике должны действовать

	сторонние силы.
Сторонние силы	силы не электростатической природы, которые, действуя на заряженные частицы, непрерывно пространственно разделяют разноименные заряды, создавая на концах участка цепи разность потенциалов. Эти силы – не потенциальные, их работа по замкнутой траектории (контуру) не равна нулю. Сторонние силы создаются источниками тока (гальваническими элементами, аккумуляторами, индукционными генераторами и др.) Электрическое поле, приводящее к появлению в проводнике постоянного электрического тока, отличается от электростатического поля. Если ток постоянный, то распределение зарядов в различных точках проводника с течением времени не изменяется, хотя заряды при этом непрерывно движутся.
Стационарное электрическое поле	поле постоянного тока, напряженность и потенциал любой точки которого с течением времени не изменяется.
Существенные различия между стационарным и электростатическим полями	– стационарное электрическое поле существует как внутри проводника, так и вне его. Электростатическое поле, создаваемое неподвижными зарядами, находящимися на проводнике, существует только вне проводника; – потенциалы разных точек проводника с постоянным током различные в то время, как потенциалы всех точек поверхности проводника в электростатическом поле одинаковы; – линии напряженности стационарного электрического поля в проводнике параллельны оси проводника, а вне проводника – расположены наклонно к его поверхности. Линии напряженности электростатического поля перпендикулярны поверхности проводника; – для существования стационарного электриче-

ского поля в замкнутой цепи необходимо, чтобы в ней непрерывно происходило превращение неэлектрической энергии в электрическую (это достигается включением в цепь источника тока). Для существования электростатического поля необходимо только наличие покоящихся электрических зарядов;
– стационарное электрическое поле постоянного тока в проводнике неразрывно связано со стационарным магнитным полем, существующим вокруг проводника с током. Стационарное электрическое поле, как и электростатическое, является потенциальным. Линии напряженности этих полей незамкнуты.

Электрическая цепь постоянного тока



простейшая электрическая цепь постоянного тока включает источник тока $\mathcal{E}$ с внутренним сопротивлением r и внешнюю цепь, включающую внешнее сопротивление R (нагрузка или потребитель), реостат (прибор, служащий для изменения силы тока в цепи) и измерительные приборы – амперметр и вольтметр, а также ключ K, который служит для замыкания и размыкания цепи.

Работа источника тока

Под действием сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока в направлении, противоположном действию электростатического поля. Поэтому на концах внешней цепи поддерживается постоянная разность потенциалов, и в цепи протекает постоянный ток.

Электродвижущая сила (ЭДС)

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ñò}}}{\Delta q}$$

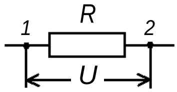
$$[\mathcal{E}] = 1\frac{\text{Äæ}}{\text{Êë}} = 1\,\text{Â}$$

скалярная физическая величина, равная работе, которую совершают сторонние силы по перемещению единичного положительного заряда вдоль данного участка цепи.
ЭДС источника равна разности потенциалов на его клеммах при разомкнутой внешней цепи.

Ток внутри источника идет от «–» к «+». Ток во внешней цепи идет от «+» к «–».

Однородный участок цепи

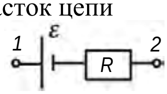
участок электрической цепи, на котором дей-



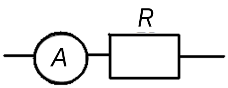
ствует только электрическое поле, т. е. отсутствует источник тока.

$U = \varphi_1 - \varphi_2$ — напряжение на однородном участке цепи равно разности потенциалов на его концах.

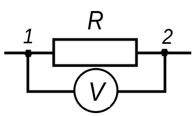
Неоднородный участок цепи — участок электрической цепи, на котором кроме кулоновских сил электрического поля действуют сторонние силы, т. е. имеется источник тока.



Амперметр — прибор, который служит для измерения силы тока в цепи, включается в цепь последовательно. Для того, чтобы амперметр оказывал меньшее влияние на измеряемую силу тока, его сопротивление должно быть минимальным ($r_A << R$). Сопротивление идеального амперметра равно нулю.



Вольтметр — прибор, который служит для измерения напряжения на участке цепи, подключается параллельно участку цепи. Для того, чтобы вольтметр не вносил существенных искажений в измеряемое напряжение, его сопротивление должно быть как можно больше. Сопротивление идеального вольтметра считается бесконечно большим.



Закон Ома для однородного участка цепи (1826 г.) $I = GU$ — сила тока в проводнике прямо пропорциональна проводимости G проводника и напряжению (разности потенциалов) на его концах (первая формулировка).

$$R = \frac{1}{G}$$

электрическое сопротивление проводника обратно пропорционально его проводимости.

$$I = \frac{U}{R}$$

сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению U на проводнике и обратно пропорциональна сопротивлению R проводника (вторая формулировка закона Ома).

Электрическое сопротивление — основная характеристика проводника, является скалярной физической величиной, характерипроводника

зующей способность проводника препятствовать протеканию тока в цепи. Из закона Ома сопротивление определяется $R = \dfrac{U}{I}$, от U и I в проводнике не зависит.

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

сопротивление проводника зависит от материала проводника (удельного сопротивления ρ), его формы и размеров (длины проводника l и площади поперечного сечения S).

Удельное сопротивление вещества

$$\rho = \frac{RS}{l}$$

$$[\rho] = 1 \frac{\text{Ом} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = 1\,\text{Ом} \cdot \text{м}$$

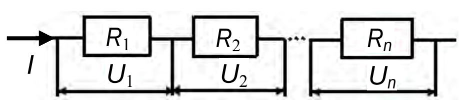
скалярная физическая величина, характеризующая способность вещества проводить электрический ток, численно равная сопротивлению цилиндрического проводника, изготовленного из данного вещества, имеющего единичную длину и единичную площадь поперечного сечения.

Удельное сопротивление проводников
$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$

зависит от температуры. ρ_0 – удельное сопротивление при температуре 0 °С, t – температура проводника по шкале Цельсия, α – температурный коэффициент сопротивления. (О проводниках и их свойствах, глава 3).

Закономерности в соединении проводников

а) последовательное соединение.



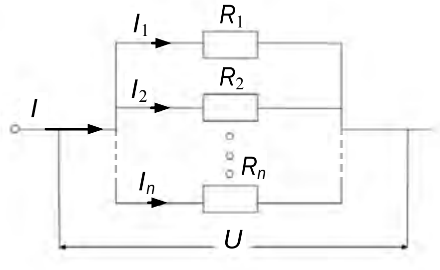
$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Сила тока во всех участках цепи одинакова
$I_1 = I_2 = \ldots = I_n = I = \text{const}$.
Напряжение на концах цепи равно сумме напряжений на каждом участке цепи
$U_1 + U_2 + \ldots + U_n = U$.
Из закона Ома для однородной цепи:

$$R_{\text{îáù}} = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2 + ... + U_n}{I} = R_1 + R_2 + ... + R_n.$$

Если, $R_1 = R_2 = \ldots = R_n = R$, то $R_{\text{общ}} = nR$.

б) параллельное соединение



$$\frac{1}{R_{\text{îáù}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

Сила тока в неразветвленной части цепи равна сумме токов, текущих в разветвлениях

$I_1 + I_2 + \ldots + I_n = I$.

Напряжение на параллельно соединенных участках цепи одинаково

$U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U = \text{const}$.

Из закона Ома для однородной цепи

$$R_{\text{îáù}} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_1 + I_2 + ... + I_n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{\text{îáù}}} = \frac{I_1 + I_2 + ... + I_n}{U} =$$

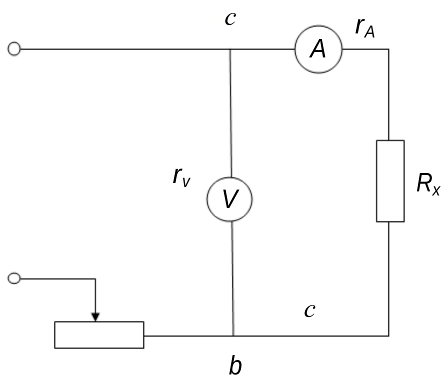
$$= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}.$$

Если $R_1 = R_2 = \ldots = R_n = R$, то $R_{\text{îáù}} = \frac{R}{n}$.

Так как $\frac{1}{R} = G$ проводимость проводника, то проводимость цепи состоящей из n параллельно соединенных проводников, равна сумме проводимостей каждого проводника по отдельности.

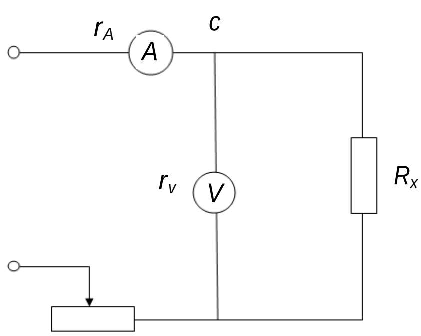
Измерение сопротивления проводника с помощью амперметра и вольтметра

а) проводник соединен последовательно с амперметром



Из закона Ома $R_x + r_A = \frac{U}{I}$, где U – напряжение на амперметре и проводнике (резисторе). Следовательно, с помощью такой схемы можно измерять сопротивления $R_x \gg r_A$.

б) проводник соединен параллельно с вольтметром

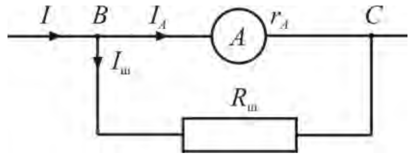


Амперметр измеряет сумму токов, текущих через вольтметр, и искомое сопротивление $I_A = I_V + I_R$.

Так как $R_{общ} < R_x$, то этой схемой следует пользоваться при измерении $R_x \ll r_V$.

Шунт

сопротивление, подключаемое параллельно к амперметру для увеличения диапазона измеряемых токов (при этом уменьшается чувствительность амперметра).



$$U_{BC} = I_A r_A = I_ш R_ш = (I - I_A) R_ш =$$

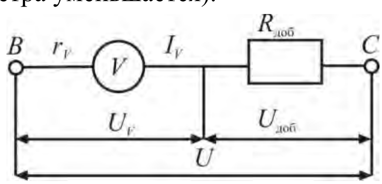
$$= I \frac{r_A R_ш}{r_A + R_ш}.$$

$$R_ш = \frac{I_A}{I - I_A} r_A.$$

Если необходимо измерить ток I в n раз больший тока I_A, на который рассчитан амперметр, то $R_ш = \frac{r_A}{n-1}$ – сопротивление шунта должно быть в (n – 1) раз меньше сопротивления амперметра.

Добавочное сопротивление

сопротивление, подключаемое последовательно к вольтметру для увеличения диапазона измеряемых напряжений (при этом чувствительность вольтметра уменьшается).



Вольтметр рассчитан на протекание через него определенного тока:

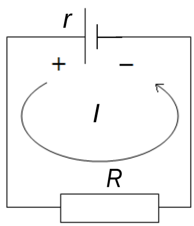
$$I_V = \frac{U_V}{r_V} = \frac{U_V + U_{\text{доб}}}{r_V + R_{\text{доб}}} = \frac{U_{\text{доб}}}{R_{\text{доб}}} = \frac{U - U_V}{R_{\text{доб}}}$$

$$R_{\text{доб}} = \frac{U - U_V}{U_V} r_V.$$

Если необходимо измерить напряжение U в n раз большее значения напряжения U_V, на которое рассчитан вольтметр $U = nU_V$, то $R_{\text{доб}} = (n - 1)\, r_V$ – добавочное сопротивление должно быть в $(n - 1)$ раз больше сопротивления вольтметра.

Закон Ома для полной (замкнутой) цепи с одним источником тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$



сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока в цепи и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи $(R + r)$.

$\mathcal{E} = IR + Ir = U_R + U_r$ – ЭДС источника тока равна сумме падений напряжений во внешней и внутренней частях цепи.

Напряжение на клеммах источника в замкнутой цепи равно падению напряжения на внешней цепи:

$$U = U_R = IR = \mathcal{E} - Ir = \mathcal{E}\left(1 - \frac{r}{R + r}\right) < \mathcal{E}$$

Короткое замыкание

явление резкого увеличения силы тока, возникающее при соединении полюсов источника пренебрежимо малым сопротивлением ($R = 0$).

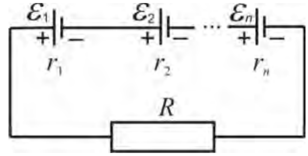
Сила тока короткого замыкания

$$I_{\text{к.з}} = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

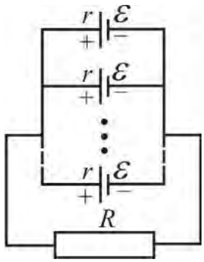
Соединение источников тока в батареи:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \ldots + \mathcal{E}_n}{r_1 + r_2 + \ldots + r_n + R}$$

а) последовательное соединение



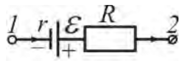
ЭДС образовавшейся батареи равна сумме ЭДС всех источников, внутреннее сопротивление – сумме внутренних сопротивлений источников.

	Если батарея образуется одинаковыми источниками $I = \dfrac{n\mathcal{E}}{nr + R}$
$I = \dfrac{\mathcal{E}}{\frac{r}{n} + R}$	б) параллельное соединение  При параллельном соединении обычно используют одинаковые источники и включают их в батарею с одной и той же полярностью. ЭДС батареи равна ЭДС одного источника, а внутреннее сопротивление батареи в n раз меньше внутреннего сопротивления источника (параллельное соединение источников с различной ЭДС обычно не используется).
Правило знаков для ЭДС	если в направлении тока в рассматриваемом участке цепи потенциал источника повышается, т. е. ток течет внутри источника от отрицательного полюса к положительному, ЭДС положительна ($\mathcal{E} > 0$); если в направлении тока в рассматриваемом участке цепи потенциал источника понижается, т. е. ток течет внутри источника от положительного полюса к отрицательному, ЭДС отрицательна ($\mathcal{E} < 0$).
Закон Ома для полной цепи с несколькими последовательно соединенными источниками тока	сила тока в замкнутой цепи прямо пропорциональна алгебраической сумме ЭДС в цепи и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи.

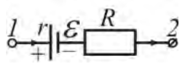
$$I = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} r_i + R}$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \mathcal{E}}{R_{\text{î áù}}}$$



$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \mathcal{E}}{R + r}$$



$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R + r}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U$$

напряжение на рассматриваемом участке цепи, φ_1 – потенциал точки, от которой течет ток, φ_2 – потенциал точки, к которой течет ток, знак $\mathcal{E}$ определяется повышением или понижением потенциала источника тока в направлении протекания тока: если потенциал повышается, $\mathcal{E}$ – положительна, если потенциал уменьшается, $\mathcal{E}$ – отрицательна.

Закон Ома для неоднородного участка цепи является общим видом записи закона Ома для цепи постоянного тока:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{\text{î áù}}} = \frac{U}{R_{\text{î áù}}}$$

а) если участок однородный, $\mathcal{E} = 0$, то получаем закон Ома для однородного участка цепи постоянного тока;

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{î áù}}}$$

б) если концы участка соединить, то в образованной замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$, получаем закон Ома для замкнутой цепи постоянного тока;

$$\mathcal{E} = \varphi_1 - \varphi_2 = U$$

в) при разомкнутой цепи $I = 0$ и ЭДС источника равна разности потенциалов между полюсами источника.

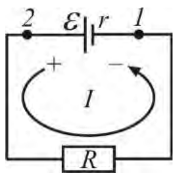
Закон Ома для неоднородного участка цепи понятен при рассмотрении процессов разрядки и зарядки аккумулятора.

Разрядка источника тока (аккумулятора)
Схема разрядки

Из закона Ома для неоднородного участка цепи 1–2:

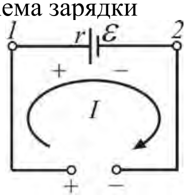
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{r} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = Ir - \mathcal{E}$$

или $\varphi_1 - \varphi_2 = U = \mathcal{E} - Ir$.



Таким образом, при разрядке источника тока напряжение на концах неоднородного участка цепи равно ЭДС источника минус падение напряжения внутри источника.

Зарядка источника тока (аккумулятора). Схема зарядки

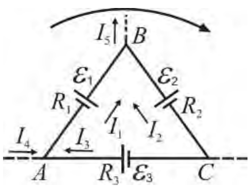


$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - \mathcal{E}}{r} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E} + Ir$$

Напряжение на клеммах аккумулятора равно ЭДС источника плюс падение напряжения внутри источника.

Правила Кирхгофа – используются при расчете сложных разветвленных электрических цепей. В основе правил лежит закон Ома для неоднородного участка цепи. В сложной электрической цепи используют понятия узла и ветви электрической цепи.

Узел электрической цепи – точка, в которой соединены между собой не менее трех проводников (в представленной схеме это точки A, B, C).



Ветвь электрической цепи – участок, расположенный между двумя соседними узлами цепи (например: $A\mathcal{E}_1B$; $A\mathcal{E}_2C$).

Первое правило Кирхгофа – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узлах, равна нулю (токи, входящие в узел, считаются положительными, а исходящие из узла – отрицательными).

для узла A: $-I_1 + I_3 + I_4 = 0$

для узла B: $I_1 + I_2 - I_5 = 0$

Второе правило Кирхгофа

$$\sum_{i=1}^{n} I_1 R_i = \sum_{k=1}^{m} \mathcal{E}_k$$

(n – число неразветвленных участков замкнутой цепи, m – число источников ЭДС в этой цепи)

алгебраическая сумма падений напряжений во всех ветвях замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре (при расчете сложных цепей следует строго придерживаться правил знаков: выбирается направление обхода любого простого контура в сложной цепи, все токи, совпадающие с этим направлением, считаются положительными, несовпадающие с ним – отрицательными; все источники тока считаются положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура).

В представленной схеме при обходе контура по часовой стрелке согласно закону Ома для неоднородных участков цепи имеем:

$I_1R_1 = \varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_1$ (1)

$-I_2R_2 = \varphi_B - \varphi_C - \mathcal{E}_2$ (2)

$I_3R_3 = \varphi_C - \varphi_A + \mathcal{E}_3$ (3)

Складывая почленно (1)–(3), получаем:

$I_1R_1 - I_2R_2 + I_3R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$.

Следует помнить: если в результате расчета какой-либо из токов окажется отрицательным, то это означает, что истинное направление тока на этом участке противоположно выбранному.

Работа и мощность тока

в источнике тока неэлектрическая энергия превращается в электрическую, а на потребителях электрической энергии, включенных во внешнюю часть цепи, энергия электрического тока может превращаться в любые другие виды энергии (механическую, химическую, тепловую, электромагнитную) в зависимости от потребителя.

Работа источника тока

$A_{ucm} = A_{cm} = q\mathcal{E} = I\mathcal{E}t$

работа, которую совершают сторонние силы по разделению разноименных зарядов в источнике тока по созданию разности потенциалов на полюсах источника и электрического поля в окружающем пространстве.

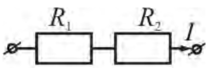
Работа источника тока (работа сторонних сил)

	называется полной работой тока. Часть этой работы затрачивается на нагревание источника тока, соединительных проводов и т. д., а часть – это полезная работа потребителя (нагрузки).
Работа тока	работа, которую совершает электрическое поле в процессе упорядоченного перемещения зарядов в электрической цепи.
Работа тока на однородном участке цепи	$A = qU = IUt = I^2Rt = \dfrac{U^2}{R}t$
Полная мощность источника тока $P_0 = \dfrac{A_{\text{èñò}}}{t} = I\mathcal{E} =$ $= I^2(R+r) = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R+r}$	мощность, развиваемая источником тока. $P_0 = P_{\text{пол}} + P_{\text{пот}}$, где $P_{\text{пол}}$ – полезная мощность тока, выделяемая на нагрузке; $P_{\text{пот}}$ – мощность, теряемая внутри источника.
Мощность, теряемая на внутреннем сопротивлении источника $P_{\text{ïîò}} = I^2r = \dfrac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2}$	$P_{\text{пот}} = P_0 - P_{\text{н}}$
Полезная мощность $P_{\text{ïîë}} = I^2R =$ $= \dfrac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2} = IU_0$	мощность тока, передаваемая источником во внешний участок цепи (т. е. нагрузке или потребителю) $P_{\text{пол}} = P_0 - P_{\text{пот}}$ Для однородного участка цепи $P_{\text{ïîë}} = IU_0 = \dfrac{U_0^2}{R}$ (U_0 – напряжение на участке цепи).
Коэффициент полезного действия (КПД) источника тока	физическая величина, характеризующая эффективность работы источника. $\eta = \dfrac{P_{\text{ïîë}}}{P_0} \cdot 100\ \% = \dfrac{U_0}{\mathcal{E}} \cdot 100\ \% = \dfrac{R}{R+r} \cdot 100\ \%.$

Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t = IUt$$

количество теплоты Q, выделяющееся в неподвижном однородном проводнике при протекании по нему электрического тока, прямо пропорционально квадрату силы тока I, сопротивлению R и времени, в течение которого в проводнике протекает постоянный ток.



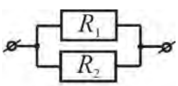
$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Для последовательно соединенных проводников с сопротивлениями R_1 и R_2

$$Q_1 = I^2R_1t;\ Q_2 = I^2R_2t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I^2R_1t}{I^2R_2t} = \frac{R_1}{R_2},$$

т. е. количество теплоты, выделяемой в участках последовательно соединенной цепи, пропорционально сопротивлениям этих участков.



$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

для параллельно соединенных проводников с сопротивлениями R_1 и R_2

$$Q_1 = \frac{U^2}{R_1}t;\ Q_2 = \frac{U^2}{R_1}t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{U^2tR_2}{R_1U^2t} = \frac{R_2}{R_1},$$

т. е. количество теплоты, выделяемой в ветвях параллельно соединенной цепи, обратно пропорционально сопротивлениям этих ветвей.

2.2. Примеры решения задач

Электрический ток. Сила тока, плотность тока. Сопротивление проводников. Соединение проводников

2.2.1. Из медного провода массой m = 11,2 т изготовлен резистор сопротивлением R = 38 Ом. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, плотность меди D = 8 900 кг/м^3. Определить длину и площадь поперечного сечения провода.

Решение:

Масса тела $m = DV = DlS$, (1)

где l – длина провода, S – площадь его поперечного сечения.

Сопротивление резистора $R = \rho \dfrac{l}{S}$. (2)

Для нахождения площади поперечного сечения поделим почленно (1) и (2):

$$\frac{m}{R} = \frac{D}{\rho} S^2 \Rightarrow S = \sqrt{\frac{m\rho}{RD}}. \quad (3)$$

При определении длины проводника перемножим почленно (1) и (2):

$$mR = \rho D l^2 \Rightarrow l = \sqrt{\frac{mR}{\rho D}}. \quad (4)$$

Из (3) рассчитаем площадь поперечного сечения проводника

$$S = \sqrt{\frac{11,2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8}}{38 \cdot 8\,900}} = 0,237 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 23,7 \text{ мм}^2.$$

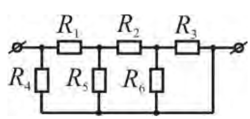
Из (4) – длину $l = \sqrt{\dfrac{11,2 \cdot 10^3 \cdot 38}{8\,900 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}}} = 5,3 \cdot 10^4$ м = 53 км.

$$[S] = \sqrt{\frac{\text{êã} \cdot \text{Î ì} \cdot \text{ì}^4}{\text{Î ì} \cdot \text{êã}}} = \text{м}^2;$$

$$[l] = \sqrt{\frac{\text{êã} \cdot \text{Î ì} \cdot \text{ì}^2}{\text{êã} \cdot \text{Î ì}}} = \text{м}.$$

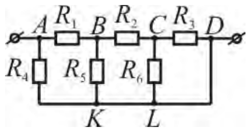
Ответ: 23,7 мм^2; 53 км.

2.2.2. Определить общее сопротивление R_0 цепи: $R_1 = \dfrac{1}{2}$ Ом, $R_2 = \dfrac{3}{2}$ Ом, $R_3 = R_4 = R_6 = 1$ Ом, $R_5 = \dfrac{2}{3}$ Ом.

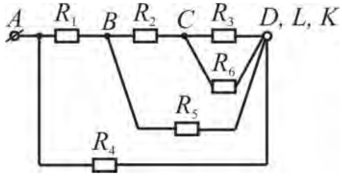


Решение:

Обозначим все узлы исходной цепи:



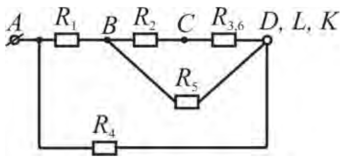
Потенциалы точек K, L и D равны ($\varphi_K = \varphi_L = \varphi_D$), следовательно, данную схему можно представить в следующем виде:



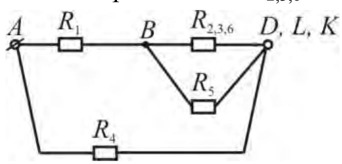
Сопротивления R_3 и R_6 соединены параллельно и их общее сопротивление равно

$$R_{3,6} = \frac{R_3 \cdot R_6}{R_3 + R_6} = 0{,}5 \text{ Ом}.$$

Схема примет вид:



Участок BCD цепи – это два сопротивления R_2 и $R_{3,6}$, соединенные последовательно, их общее сопротивление $R_{2,3,6} = R_2 + R_{3,6} = 2$ Ом.



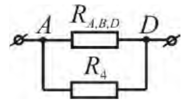
Общее сопротивление участка BD, состоящего из параллельно соединенных сопротивлений $R_{2,3,6}$ и R_5, равно

$$R_{BD} = \frac{R_{2,3,6} \cdot R_5}{R_{2,3,6} + R_5} = \frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{2 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ Ом}.$$

Участок AB с сопротивлением R_1 и участок BD соединены последовательно и их общее сопротивление $R_{ABD} = R_1 + R_{BD} = 1{,}0$ Ом.

Сопротивление R_4 подключено к участку ABD параллельно.

Общее сопротивление R_0 всей цепи AD равно



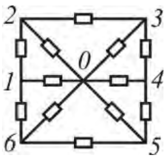
$$R_0 = \frac{R_{ABD} \cdot R_4}{R_{ABD} + R_4} = \frac{1{,}0 \cdot 1{,}0}{2} = 0{,}5 \text{ Ом}.$$

Ответ: 0,5 Ом

2.2.3. Расчет общего сопротивления сложных симметричных электрических цепей.

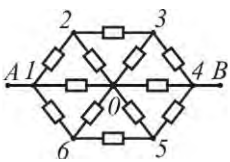
При расчете общего сопротивления цепи необходимо установить, является ли данная цепь симметричной: есть ли в схеме продольная ось симметрии (или плоскость симметрии), проходящая через точки подключения A и B, или им перпендикулярная. Далее руководствоваться правилом:

если электрическая цепь симметрична, то все узлы, симметричные оси, являются точками равного потенциала и их можно соединять или разъединять. Таким образом, сложное соединение проводников можно свести к комбинации последовательных и параллельных соединений и сравнительно просто рассчитать сопротивление.



Задача 1. Определим сопротивление цепи, образованной двенадцатью одинаковыми проводниками сопротивлением R каждый, соединенных между собой, как показано на рисунке, варьируя точки подключения схемы.

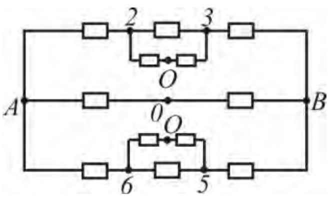
Случай а). Пусть точки подключения A и B находятся в узлах *1* и *4*. Перерисуем цепь в удобном для нас виде.



Цепь симметрична, ось симметрии – AB. Преобразуем эту цепь, разъединив узел O, эквивалентным образом в цепь, содержащую только последовательные и параллельные участки.

Как видно из рисунка, сопротивление R_{I} участка $A23B$ равно

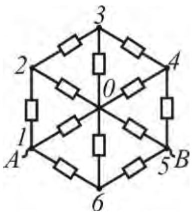
$$R_{\mathrm{I}} = 2R + \frac{2}{3}R = \frac{8}{3}R.$$



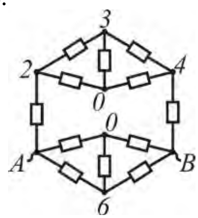
Сопротивление R_{II} участка $A65B$ равно R_{I}, а так как они соединены параллельно, то их общее сопротивление $R_{\mathrm{I,II}} = \dfrac{R_{\mathrm{I}}}{2} = \dfrac{4}{3}R$. Эти два участка параллельны участку AOB сопротивление которого $R_{\mathrm{III}} = 2R$.

Общее сопротивление цепи $R_0 = \dfrac{R_{\mathrm{I,II}} R_{\mathrm{III}}}{R_{\mathrm{I,II}} + R_{\mathrm{III}}} = \dfrac{\frac{4}{3}\cdot 2R}{\frac{4}{3}+2} = \dfrac{4}{5}R$.

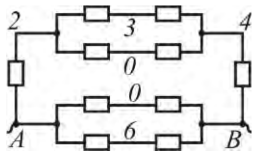
Случай б). Пусть точки подключения *A* и *B* находятся в узлах *1* и *5*. Перерисуем цепь в удобном виде.



Цепь симметрична. Разъединим центральный узел, получим схему в виде, указанном на рисунке.



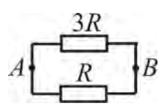
Из схемы видно, что потенциалы точек $\varphi_3 = \varphi_0$, и $\varphi_0 = \varphi_6$, и ток по участкам *3–0* и *0–6* не течет. Данная схема примет вид, указанный на рисунке.



Расчет сопротивления значительно упрощается и сводится к определению сопротивления двух параллельных участков *A24B* и *A6B*, при этом

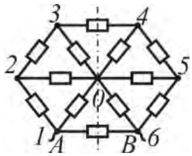
$$R_{2,3,4} = \frac{2R}{2} = R \Rightarrow R_{A234B} = 3R\,;\; R_{A6B} = R.$$

Эти два параллельно соединенных проводника, представляющих схему на рисунке, дают

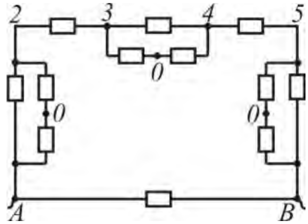


$$R_0 = \frac{3R\cdot R}{3R+R} = \frac{3}{4}R\,.$$

Случай в). Точки подключения *A* и *B* находятся в узлах *1* и *6*.



Представим исходную цепь в виде эквивалентной

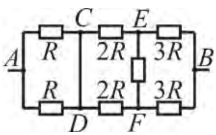


Сопротивление $R_{A2} = R_{3,4} = R_{5B} = \dfrac{2}{3}R$.

Тогда сопротивление последовательной цепи $R_{A2346B} = 3 \cdot \dfrac{2}{3}R + 2R = 4R$.

Этот участок цепи соединен с участком AB параллельно и их общее сопротивление

$$R_0 = \frac{4R \cdot R}{4R + R} = \frac{4}{5}R.$$



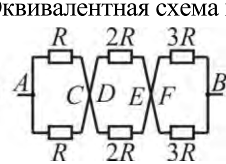
Задача 2. Электрическая цепь составлена из резисторов, как показано на рисунке. Определить сопротивление цепи, если источник напряжения подключить к точкам A и B, C и D, E и F.

Решение:

Провода, соединяющие резисторы, считаются идеальными, их сопротивлением можно пренебречь.

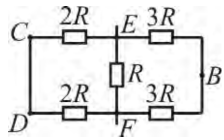
а) Если A и B точки подключения цепи к источнику напряжения, то схема обладает осью симметрии, проходящей через A и B. Все узлы симметричные оси являются точками равного потенциала ($\varphi_C = \varphi_D$, $\varphi_E = \varphi_F$), и их можно разъединять или соединять. Эквивалентная схема имеет вид

или

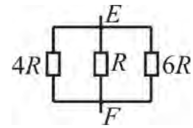


Общее сопротивление $R_{AB} = 3R$.

б) Если подключать источник к токам C и D, то возникнет короткое замыкание, т. к. проводник CD сопротивлением не обладает. Таким образом $R_{CD} = O$.

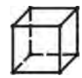


в) Если подключить источник напряжения к точкам E и F, то проводник CD является шунтом к участку контура CAD, состоящего из двух резисторов сопротивлением R каждый, ток через резисторы не будет протекать. Тогда схему можно упростить и свести контур к трем параллельно соединенным резисторам:



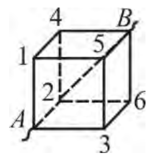
$$\frac{1}{R_{EF}} = \frac{1}{4R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{6R} = \frac{17}{12R} \Rightarrow R_{EF} = \frac{12R}{17}.$$

Ответ: $3R$; 0; $12R/17$.

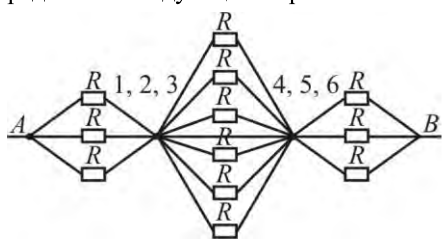


Задача 3. Определим сопротивление цепи, образованной двенадцатью проволочками, составляющими ребра куба и соединенными между собой в его вершинах. Сопротивление каждой проволочки R.

Рассмотрим различные случаи подключения цепи.



а) Точки A и B подключения цепи находятся на диагонали куба AB, являющейся осью симметрии данной цепи. Обозначим узлы куба. Данная цепь высокосимметрична. Узлы 1, 2, 3 и 4, 5, 6 являются точками равных потенциалов, их можно соединить. Цепь представим следующим образом

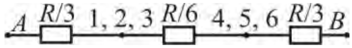


Как видно из рисунка, в цепи три участка соединенных последовательно, в каждом участке одинаковые проводники соединены параллельно. Полное сопротивление

первого участка $A1$: $R_{\text{I}} = \dfrac{R}{3}$;

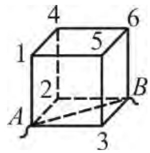
второго участка 1–4: $R_{\text{II}} = \dfrac{R}{6}$;

третьего участка 1–*B*: $R_{\text{III}} = \dfrac{R}{3}$.

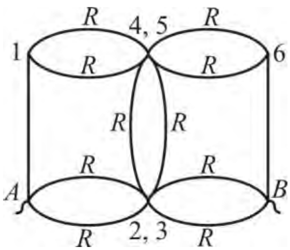


Общее сопротивление эквивалентной цепи *AB* равно:

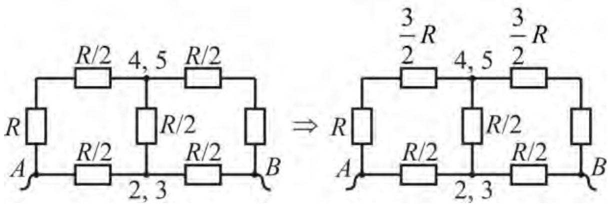
$$R_0 = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6} R .$$



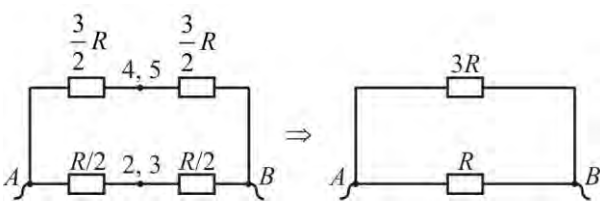
б) Точки подключения цепи *A* и *B* находятся на диагонали основания куба. Узлы, симметричные оси *AB*, являются точками равного потенциала, т. е. $\varphi_2 = \varphi_3$; $\varphi_4 = \varphi_5$, следовательно, их можно соединить. Тогда электрическая цепь будет иметь вид:



С учетом последовательного и параллельного соединения участков цепи схема примет вид

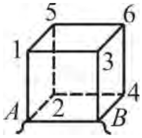


Так как полученная цепь также симметрична, ток по участку 2–4 (или 3–5) не течет, схему цепи можно изобразить следующим образом:



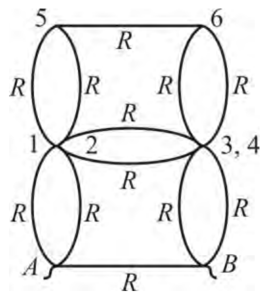
Общее сопротивление R_0 двух параллельно соединенных проводников равно

$$R_0 = \frac{3R \cdot R}{3R + R} = \frac{3}{4}R$$

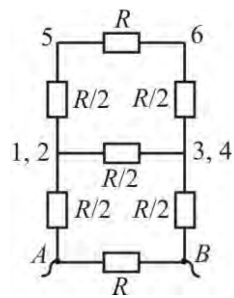


в) Точки подключения цепи A и B находятся на ребре куба. Пронумеруем оставшиеся узлы. Все узлы, симметричные AB, являются точками равного потенциала:

$\varphi_1 = \varphi_2$; $\varphi_3 = \varphi_4$, – их можно соединить:



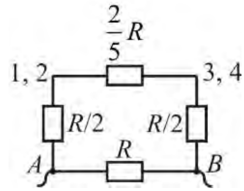
Данную схему представим в виде



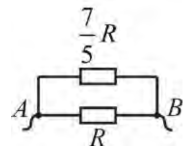
Сопротивление участка 1–5–6–3 равно $R_{\text{I}} = 2R$, и этот участок соединен параллельно с участком 1–3 (2–4). Их общее сопротивление равно

$$R_{\text{II}} = \frac{2R\dfrac{R}{2}}{2R + \dfrac{R}{2}} = \frac{2}{5}R.$$

Схема примет вид:



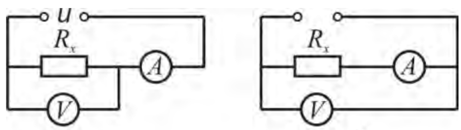
На участке $A13B$ все проводники соединены последовательно и их общее сопротивление $R_{\text{III}} = \frac{7}{5}R$. Тогда общее сопротивление эквивалентной цепи равно:



$$R_0 = \frac{\frac{7}{5}R \cdot R}{\frac{7}{5}R + R} = \frac{7}{12}R.$$

Амперметр и вольтметр в цепи постоянного тока

2.2.4. Какая из приведенных на рисунке схем (*а* или *б*) используется для определения неизвестного сопротивления R_x, если определить его по формуле $R_x = U_V / I_A$, где U_V и I_A – показания вольтметра и амперметра?



а *б*

Решение

Если приборы (вольтметр – V и амперметр – A) идеальные, то сопротивление вольтметра $r_V \to \infty$, сопротивление амперметра $r_A \to 0$. Тогда для определения R_x можно воспользоваться любой из схем, так как показания амперметра и вольтметра соответствуют току через неизвестное сопротивление и напряжению на нем.

В случае неидеальных приборов в схеме (*а*) вольтметр показывает напряжение на сопротивлении R_x, а амперметр – суммарный ток через вольтметр и сопротивление R_x. Очевидно, что ток через сопротивление R_x меньше показаний амперметра:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_V}{I_A - \dfrac{U_V}{r_V}} = \frac{U_V}{I_A} \cdot \frac{1}{1 - U_V/(I_A r_V)} . \qquad (1)$$

В схеме (*б*) амперметр показывает ток, текущий через сопротивление R_x, а вольтметр – напряжение на сопротивление R_x и амперметре. Очевидно, что напряжение на сопротивление R_x меньше показаний вольтметра.

$$R_x = \frac{U_x}{I_A} = \frac{U_V - I_A r_A}{I_A} = \frac{U_V}{I_A} - r_A . \qquad (2)$$

Если учесть, что $r_V >> r_A$, то в случае, когда неизвестное сопротивление R_x сравнимо с сопротивлением амперметра r_A ($R_x \sim r_A << r_V$), то предпочтительно использовать схему (*а*). При использовании схемы (*б*) ошибка определения R_x будет того же порядка, что и сама величина.

В случае, когда неизвестное сопротивление R_x сравнимо с сопротивлением вольтметра ($R_x \sim r_V >> r_A$), предпочтительно использовать схему (*б*). Использование схемы (*а*) приведет в этом случае к ошибке в определении R_x того же порядка, что и сама измеряемая величина.

В случае, когда R_x нельзя считать ни очень малым по сравнению с r_V, ни очень большим по сравнению с r_A, R_x можно определять, используя только точные выражения (1) и (2).

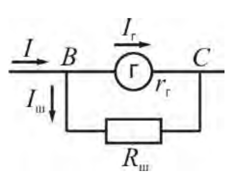
Шунт и добавочное сопротивление

2.2.5. Стрелка гальванометра отклоняется на всю шкалу при пропускании через него тока $I_г$ = 2 мА. Если сопротивление гальванометра $r_г$ = 1 200 Ом, Определить,

а) какое сопротивление и каким образом следует подключить к гальванометру, чтобы его можно было использовать в качестве амперметра с максимальным показанием шкалы I = 2,4 А;

б) какое сопротивление и каким образом следует подключить к гальванометру, чтобы его можно было использовать в качестве вольтметра с максимальным показанием шкалы U = 8 В?

Решение:



а) Для увеличения предельного значения (диапазона) измеряемых токов параллельно к гальванометру следует подключить сопротивление $R_ш$, называемое **шунтом**. Расчет сопротивления шунта проводится следующим образом. Поскольку гальванометр и шунт подключаются к точкам *B* и *C* цепи параллельно, то падение напряжения на внутреннем сопротивлении гальванометра $r_г$ и шунте $R_ш$ одинаково

$I_г r_г = I_ш R_ш$. (1)

Так как гальванометр должен стать амперметром и измерять ток до значения I, то сила тока $I_ш$, протекающего через шунт, должна быть

$I_ш = I - I_г$. (2)

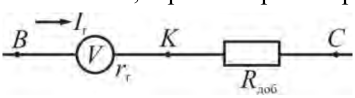
Выражение (1) с учетом (2) примет вид:

$I_г r_г = (I - I_г)\, R_ш$ (3)

$$R_ш = \frac{I_г \cdot r_г}{I - I_г} = 0{,}1 \text{ (Ом)} \quad (4)$$

б) Для увеличения предельного значения (диапазона) измеряемых напряжений к гальванометру последовательно следует подключить сопротивление, называемое **добавочным**.

Сила тока в участке DC должна быть не больше максимального значения тока, при котором стрелка гальванометра отклоняется на всю шкалу, в противном случае гальванометр выйдет из строя. Тогда из закона Ома для участков BK и KC:



$$I_г = \frac{U_г}{r_г} = \frac{U_{доб}}{r_{доб}}. \quad (5)$$

Напряжение на гальванометре ($U_г = I_г\, r_г$). (6)

Так как гальванометр должен стать вольтметром и измерять напряжение до значения U, то напряжение на добавочном сопротивлении $U_{доб}$ должно быть равно $U_{доб} = U - U_г$. (7)

Выражения (6)–(7) подставим в (5), получим:

$$\frac{U_г}{r_г} = \frac{U - U_г}{R_{доб}} = \frac{U - I_г r_г}{R_{доб}} \Rightarrow \quad (8)$$

$$\Rightarrow R_{доб} = \frac{(U - I_г r_г) r_г}{I_г r_г} = 3\,880 \text{ Ом}. \quad (9)$$

Примечание. При увеличении диапазона измеряемых токов или напряжений цена деления шкалы приборов увеличивается, следовательно чувствительность измерительных приборов уменьшается. Например, необходимо увеличить диапазон измеряемых параметров в n раз.

а) для амперметра, воспользовавшись формулой (3) $I_г r_г = (nI_г - I_г)\, R_ш$, получим сопротивление шунта

$$R_{ø} = \frac{r_{ã}}{n-1}.$$

Вся шкала полученного амперметра теперь рассчитана на ток $I = nI_{г}$. Если цена деления была равной $C_{г} = \frac{I_{ã}}{N}$ (N – число делений шкалы), то стала

$$C_A = \frac{I}{N} = \frac{nI_{ã}}{N} = nC_{ã},$$

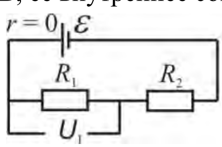
т. е. увеличилась в n раз, следовательно, чувствительность прибора понизилась в n раз.

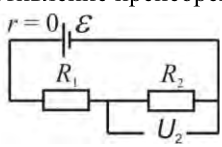
б) для вольтметра аналогично: $\frac{U_{ã}}{r_{ã}} = \frac{nU - U_{ã}}{R_{äîá}} \Rightarrow R_{доб} = (n-1)r_{г}$.

Вся шкала полученного вольтметра рассчитана на напряжение $U = nU_{г}$. Цена деления увеличивается в n раз и во столько же раз понижается его чувствительность.

Электродвижущая сила (ЭДС) источника тока. Закон Ома для полной цепи

2.2.6. Если вольтметр, имеющий конечное сопротивление, подключен параллельно резистору R_1, то он показывает напряжение U_1 = 6 В, если параллельно резистору R_2, то – напряжение U_2 = 4 В. Каковы будут напряжения U_1' и U_2' на резисторах, если вольтметр не подключать? ЭДС батареи $\mathcal{E}$ = 12 В, ее внутреннее сопротивление пренебрежимо мало.





Решение:

$$U_1 = I_1 \frac{R_1 r_V}{R_1 + r_V} = \frac{\mathcal{E}\frac{R_1 r_V}{R_1 + r_V}}{\frac{R_1 r_V}{R_1 + r_V} + R_2} = \frac{\mathcal{E} R_1 r_V}{R_1 r_V + R_1 R_2 + R_2 r_V};$$

$$U_2 = I_2 \frac{R_2 r_V}{R_2 + r_V} = \frac{\mathcal{E}\frac{R_2 r_V}{R_2 + r_V}}{\frac{R_2 r_V}{R_2 + r_V} + R_1} = \frac{\mathcal{E} R_2 r_V}{R_2 r_V + R_1 R_2 + R_1 r_V};$$

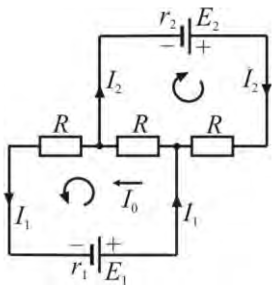
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{6}{4} = 1{,}5 \Rightarrow R_1 = 1{,}5R_2;$$

$$U_1' = \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 1{,}5 \cdot R_2}{1{,}5R_2 + R_2} = \ 7{,}2 \text{ В};$$

$$U_2' = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12R_2}{2{,}5R_2} = \ 4{,}8 \text{ В}.$$

Ответ: 7,2 В; 4,8 В.

2.2.7. В цепь включены два источника с ЭДС $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соответственно и три одинаковых резистора сопротивлением R. При какой величине R значения токов I_1 и I_2 будут равны друг другу?



Решение:

$I_1 = I_2 = I$;

$E_1 = I_1(r_1 + R) + I_0R$;

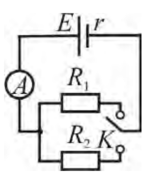
$E_2 = I_2(r_2 + R) + I_0R$.

$$I_0 = I_1 + I_2 = 2\ I_1 = 2\ I_2 \Rightarrow\ I_1 = I_2 = \frac{I_0}{2} = I.$$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= Ir_1 + 3IR \\ \mathcal{E}_2 &= Ir_2 + 3IR \end{aligned}\right\} \ \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{r_1 + 3R}{r_2 + 3R} \Rightarrow \mathcal{E}_1 r_2 + \mathcal{E}_1 3R = \mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_2 3R;$$

$$R = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{3(\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1)}.$$

2.2.8. Если к источнику ЭДС подключить резистор сопротивлением R_1 = 5,0 Ом, сила тока в цепи будет I_1 = 1,0 А, а если подключить резистор сопротивлением R_2 = 15 Ом, то I_2 = 0,50 А. Определить ЭДС $\mathcal{E}$ источника тока, его внутреннее сопротивление r и силу тока короткого замыкания.



Решение:

С помощью ключа K в цепь включаются поочередно сопротивления R_1 и R_2. Согласно закону Ома для полной цепи

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r}; \tag{1}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2 + r}\,, \qquad (2)$$

где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока, r – его внутреннее сопротивление.

Поделив почленно (1) и (2), получим:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r} \Rightarrow r = \frac{I_1R_1 - I_2R_2}{I_2 - I_1} \ (3).$$

Из выражения (1)

$$\mathcal{E} = I_1(R_1 + r) = I_1\left(R_1 + \frac{I_1R_1 - I_2R_2}{I_2 - I_1}\right) = \frac{I_1I_2(R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}\,. \qquad (4)$$

Сила тока короткого замыкания

$$I_{\hat{e}.\c{c}} = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{I_1I_2(R_1 - R_2)(I_2 - I_1)}{(I_2 - I_1)(I_1R_1 - I_2R_2)} = \frac{I_1I_2(R_1 - R_2)}{I_1R_1 - I_2R_2}\,. \qquad (5)$$

Значения искомых величин:

$$r = \frac{1 \cdot 5{,}0 - 0{,}5 \cdot 15}{0{,}5 - 1{,}0} = 5 \text{ В};$$

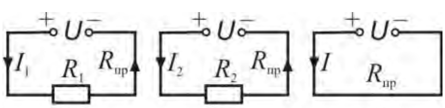
$$\mathcal{E} = \frac{1 \cdot 0{,}5(5 \cdot 15)}{0{,}5 - 1{,}0} = 10 \text{ Ом};$$

$$I_{\hat{e}.\c{c}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ А}.$$

Ответ: 5 Ом; 10 В; 2А.

2.2.9. К источнику постоянного напряжения поочередно подключают проводники сопротивления R_1 и R_2, причем $k = R_2/R_1 = 1{,}5$. В цепи протекают токи $I_1 = 1{,}0$ А и $I_2 = 0{,}8$ А соответственно. Определить силу тока I в цепи, если к источнику будут подключены только соединительные провода.

Решение:



(1) (2) (3)

Записав закон Ома для каждого случая, имеем систему уравнений:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_{\ddot{\imath}\,\eth}}\,; \qquad (1)$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2 + R_{\text{пр}}} = \frac{U}{kR_1 + R_{\text{пр}}}\ ; \qquad (2)$$

$$I = \frac{U}{R_{\text{пр}}}\ , \qquad (3)$$

где $R_{\text{пр}}$ – сопротивление соединительных проводов.

Поделив (1) на (2) почленно $\frac{I_1}{I_2} = \frac{kR_1 + R_{\text{пр}}}{R_1 + R_{\text{пр}}}$, выразим сопротивление проводника R_1 через сопротивление провода:

$$R_1 = \frac{R_{\text{пр}}(I_1 - I_2)}{kI_2 - I_1}\ . \qquad (4)$$

Поделим (1) на (3) и с учетом (4) получим:

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_{\text{пр}}}{\frac{R_{\text{пр}}(I_1 - I_2)}{kI_2 - I_1} + R_{\text{пр}}} = \frac{kI_2 - I_1}{(k-1)I_2} \Rightarrow$$

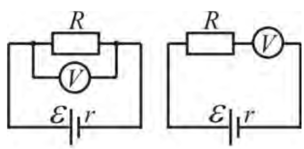
$$\Rightarrow I = \frac{(k-1)I_1 I_2}{kI_2 - I_1} = \frac{(1,5-1)0,8\cdot 1}{1,5\cdot 0,8 - 1} = 2,0 \text{ А.}$$

Ответ: 2,0 А.

2.2.10. В цепь, состоящую из источника тока и резистора сопротивлением R = 25 Ом, включают вольтметр сначала параллельно, а затем последовательно резистору. В обоих случаях показания вольтметра одинаковы. Определить внутреннее сопротивление r источника тока, если сопротивление вольтметра R_V = 625 Ом.

Решение:

При параллельном (*а*) включении резистора и вольтметра согласно закону Ома для замкнутой цепи сила тока равна



а *б*

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_V R}{R_V + R} + r}\ ,$$

при последовательном (*б*) включении

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_V + R + r}\ ,$$ где $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока.

Падение напряжения на вольтметре при параллельном соединении

$$U_1 = I_1 \cdot \frac{R_V R}{R_V + R} = \frac{\mathcal{E}}{\dfrac{R_V R}{R_V + R} + r} \cdot \frac{R_V R}{R_V + R}, \qquad (1)$$

где $\dfrac{R_V R}{R_V + R}$ – сопротивление параллельно соединенных вольтметра и резистора;

при последовательном соединении

$$U_2 = I_2 R_V = \frac{\mathcal{E} R_V}{R_V + R + r}. \qquad (2)$$

Согласно условию $U_1 = U_2$, тогда, приравняв правые части (1) и (2), получаем

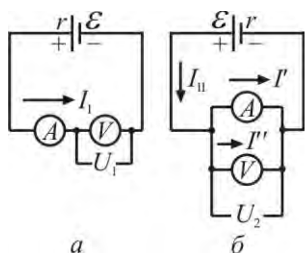
$$\frac{R_V R}{(R_V + R)\left(\dfrac{R_V R}{R_V + R} + r\right)} = \frac{R_V R}{R_V + R + r} \quad \text{или}$$

$$\frac{R}{R_V R + R_V r + Rr} = \frac{1}{R_V + R + r} \Rightarrow r = \frac{R^2}{R_V} = \text{ 1 Ом.}$$

Ответ: 1 Ом.

2.2.11. Амперметр и вольтметр, подключенные к источнику тока последовательно, показывают соответственно I_{I} = 0,16 А и U_1 = 32,0 В. Если их соединить параллельно и подключить к тому же источнику, то показания будут: амперметра – I' = 0,77 А, вольтметра – U_2 = 30,8 В. Определить ток короткого замыкания $I_{\text{к.з}}$.

Решение:



Изобразим схемы включения амперметра и вольтметра в цепь.

Для нахождения тока короткого замыкания – $I_{\text{ê.ç}} = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$ – необходимо определить ЭДС источника $\mathcal{E}$ и его внутреннее сопротивление r.

Если посмотреть на последовательное (*а*) включение вольтметра и амперметра, то воспользовавшись законом Ома для участка цепи

$$I_{\mathrm{I}} = \frac{U_1}{R_V}, \qquad (1)$$

для замкнутой цепи

$$I_{\mathrm{I}} = \frac{\varepsilon}{R_V + R_A + r}, \qquad (2)$$

где ε – ЭДС источника тока, R_V, R_A и r – сопротивления вольтметра, амперметра и источника тока соответственно, $(R_V + R_A + r)$ – полное сопротивление цепи (*а*).

При параллельном (*б*) включении амперметра и вольтметра из закона Ома для участка цепи сила тока через амперметр

$$I' = \frac{U_2}{R_A}, \qquad (3)$$

сила тока через вольтметр

$$I'' = \frac{U_2}{R_V}. \qquad (4)$$

Общий ток в цепи $I_{\mathrm{II}} = I' + I''$, (5)

из закона Ома для замкнутой цепи

$$I_{\mathrm{II}} = \frac{\varepsilon}{\frac{R_V R_A}{R_V + R_A} + r} \cdot \frac{R_V R_A}{R_V + R_A}, \qquad (6)$$

где $\frac{R_V R_A}{R_V + R_A}$ – общее сопротивление вольтметра и амперметра, включенных параллельно источнику тока, $\left(\frac{R_V R_A}{R_V + R} + r\right)$ – полное сопротивление цепи (*б*).

Ввиду громоздкости расчетных формул, произведем вычисления ряда параметров поэтапно.

Из (1) определим сопротивление вольтметра $R_V = \dfrac{U_1}{I_{\text{I}}} =$ 200 Ом; из (3) сопротивление амперметра $R_A = \dfrac{U_2}{I'} =$ 40 Ом; из (4) определим ток, текущий через вольтметр, $I'' = \dfrac{U_2}{R_V} =$ 0,15 А; из (5) ток в цепи (*б*) $I_{\text{II}} = I' + I'' = 0{,}92$ А.

С учетом полученных значений параметров цепи поделим (2) на (6) почленно: $\dfrac{I_{\text{I}}}{I_{\text{II}}} = \dfrac{R_V R_A + R_V r + R_A r}{(R_V + R_A + r) R_V R_A} \Rightarrow r = 10$ Ом.

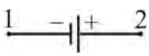
Тогда из (2) $\mathcal{E} = I_{\text{I}}(\mathrm{R}_V + R_A + r)$, и ток короткого замыкания

$$I_{\text{ê.ç}} = \frac{I_{\text{I}}(\mathrm{R}_V + R_A + r)}{r} = 4{,}0 \text{ А.}$$

Ответ: 4,0 А.

Закон Ома для неоднородного участка цепи

2.2.12. Определить разность потенциалов ($\varphi_2 - \varphi_1$), на зажимах ЭДС в нескольких случаях: а) $I_1 = 0$; б) $I_2 = 2{,}0$ А и направлен справа налево; в) $I_3 = 4{,}0$ А и направлен слева направо. ЭДС источника $\mathcal{E} = 5$ В, его внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом.



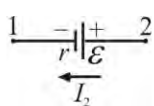
Решение:

Для неоднородного участка цепи закон Ома имеет вид:

$$I = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 \pm \sum\limits_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i}{R_0},$$

где ($\varphi_2 - \varphi_1$) – разность потенциалов на концах цепи, $\pm\sum\limits_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i$ – алгебраическая сумма ЭДС источников тока, R_0 – общее сопротивление участка цепи (в данном случае $R_0 = r$). Знак ЭДС выбирается следующим образом: если в направлении тока потенциал источника понижается перед ЭДС знак «–», если повышается – «+».

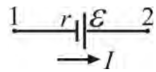
а) Если тока на участке нет ($I_1 = 0$), то разность потенциалов равна имеющемуся на участке ЭДС, т. е. ($\varphi_2 - \varphi_1$) = $\mathcal{E}$ = 5 В (это показывает и вольтметр, подключенный к клеммам источника тока).



б) Запишем закон Ома для данного случая:

$I_2 = \dfrac{\varphi_2 - \varphi_1 - E}{r} \Rightarrow \varphi_2 - \varphi_1 - \mathcal{E} + I_2 r \;\Rightarrow\; \varphi_2 - \varphi_1 = 7$ В. Данная схема включения ЭДС предполагает зарядку аккумулятора (источника тока).

в) Ток течет от большего потенциала к меньшему $\varphi_1 > \varphi_2$. Закон Ома имеет вид:



$I = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{r}$, отсюда $\varphi_2 - \varphi_1 = \mathcal{E} - I_3 r$, $\varphi_2 - \varphi_1 = 1$ В.

В данном случае включения источника ЭДС наблюдается его разрядка.

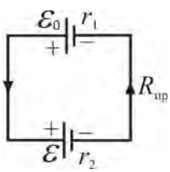
Ответ: 5 В; 7 В; 1 В.

2.2.13. К заряженному аккумулятору подсоединяют разрядившийся.

а) Какую клемму исправного аккумулятора следует подключить к клемме «+» разрядившегося, чтобы зарядить его?

б) Каков будет ток в цепи I, если $\mathcal{E}_0 = 14$ В, $\mathcal{E} = 10$ В, $r_1 = r_2 = 0{,}08$ Ом, а сопротивление соединительных проводов равно $R_{пр} = 0{,}04$ Ом?

в) Какой будет ток в цепи I_1 при неправильном соединении аккумуляторов?

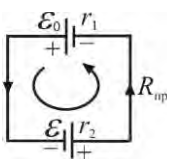


Решение:

а) При зарядке разрядившегося аккумулятора его подсоединяют к исправленному аккумулятору клеммами «+» к «+», «–» к «–».

б) Ток зарядки I_3, протекающий в цепи, согласно закону Ома для замкнутой цепи равен

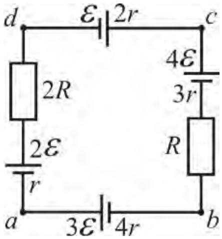
$$I_з = \frac{\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}}{r_1 + r_2 + R_{пр}} = 20 \text{ А}.$$



в) При неправильном соединении аккумуляторов сила тока I из закона Ома для замкнутой цепи равна

$$I = \frac{\mathcal{E}_0 + \mathcal{E}}{r_1 + r_2 + R_{пр}} = 120 \text{ А}.$$

Ответ: 20 А; 120 А.



2.2.14. Определить разность потенциалов между точками a и c, b и d, b и a, a и d, d и c, c и b в электрической цепи, схема которой изображена на рисунке.

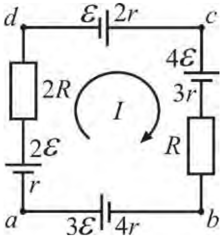
Решение:

Замкнутая цепь представляет собой последовательное соединение источников тока с различными ЭДС.

Прежде чем определить разности потенциалов на участках цепи, содержащих ЭДС, определим общую (или действующую) ЭДС его контура, в котором источник с ЭДС $4\mathcal{E}$ включен навстречу остальным:

$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E} + 2\mathcal{E} + 3\mathcal{E} - 4\mathcal{E} = 2\mathcal{E}$.

Укажем на рисунке направление тока I. Сила этого тока согласно закону Ома для замкнутой цепи



$$I = \frac{2\mathcal{E}}{3R + 10r},$$

где $(3\mathcal{E} + 10r)$ – полное сопротивление цепи.

1) Разность потенциалов на участке adc

$\varphi_a - \varphi_c = 3\mathcal{E} - I(2R + 3r) =$

$$= 3\mathcal{E} - \frac{2\mathcal{E}}{3R + 10r}(2R + 3r) = \mathcal{E} \cdot \frac{5R + 24r}{3R + 10r},$$

где $3\mathcal{E}$ – ЭДС участка adc; $(2R + 3r)$ – сопротивление этого участка; ток I для этого участка – ток разрядки, т. е. ток течет в направлении действия ЭДС; $I(2R + 3r)$ – падение напряжения внутри участка.

2) Разность потенциалов на участке bad определим аналогично.

$$\varphi_b - \varphi_d = 5\mathcal{E} - I(2R + 5r) = \mathcal{E} \cdot \frac{11R + 40r}{3R + 10r},$$

где $5\mathcal{E}$ – ЭДС участка bad, $(2R + 5r)$ – сопротивление этого участка, ток I для этого участка – ток разрядки, $I(2R + 5r)$ – падение напряжения внутри участка.

Рассмотрим поочередно участки цепи.

3) $\varphi_a - \varphi_d = 2\mathcal{E} - I(r + 2R) = 2\mathcal{E} - \dfrac{2\mathcal{E}}{3R + 10r}(r + 2R) = \mathcal{E}\,\dfrac{2R + 18r}{3R + 10r}$,

4) $\varphi_b - \varphi_a = 3\mathcal{E} - I \cdot 4r = 3\mathcal{E} - \dfrac{2\mathcal{E} \cdot 4r}{3R + 10r} = \mathcal{E}\,\dfrac{9R + 22r}{3R + 10r}$,

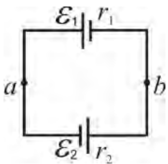
5) $\varphi_d - \varphi_c = \mathcal{E} - I \cdot 2r = \mathcal{E} - \dfrac{2\mathcal{E} \cdot 2r}{3R + 10r} = \mathcal{E}\,\dfrac{3R + 6r}{3R + 10r}$,

6) $\varphi_b - \varphi_c = 4\mathcal{E} + I(3r + R) = 4\mathcal{E} + \dfrac{2\mathcal{E}(3r + R)}{3R + 10r} = \mathcal{E}\,\dfrac{14R + 46r}{3R + 10r}$.

Примечание. Если объединить (φ_a – φ_d) и (φ_b – φ_a), то получим $\varphi_b - \varphi_d = \mathcal{E}\dfrac{11R+40r}{3R+10r}$ (см. выражение (2)). Если объединить (φ_d – φ_c) и (φ_b – φ_c), то получим тот же ответ $\varphi_b - \varphi_d = \mathcal{E}\dfrac{11R+40r}{3R+10r}$.

Таким же способом проверим: ($\varphi_a - \varphi_c$), объединив ($\varphi_a - \varphi_d$) и ($\varphi_d - \varphi_c$):

$\varphi_a - \varphi_c = \mathcal{E}\dfrac{5R+24r}{3R+10r}$ (см. выражение (1)).

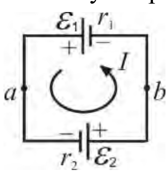


2.2.15. Два источника с ЭДС, равными $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены, как показано на рисунке.

Определить разность потенциалов между точками a и b. Какой станет эта разность при изменении полярности включения второго источника?

Решение:

Согласно закону Ома для полной цепи сила тока в цепи прямопропорциональна алгебраической сумме ЭДС и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи.



а) Выберем направление тока в цепи против часовой стрелки. Если в направлении тока потенциал источника повышается – $\mathcal{E} > 0$, если понижается – $\mathcal{E} < 0$. Таким образом, для данной цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2}$. (1)

Так как оба источника работают в режиме разрядки, т. е. расходуют свою энергию, то можно определить разность потенциалов двумя путями:

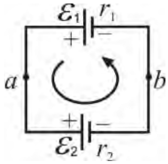
1) $\varphi_a - \varphi_b = E_1 - Ir_1 = \mathcal{E}_1 - \dfrac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} r = \dfrac{|\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1|}{r_1 + r_2}$. (2)

$$\varphi_b - \varphi_a = \mathcal{E}_2 - Ir_2 = \mathcal{E}_2 - \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} r_2 = \frac{|\mathcal{E}_2 r_1 - \mathcal{E}_1 r_2|}{r_1 + r_2}$$

или $\varphi_a - \varphi_b = \dfrac{|\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1|}{r_1 + r_2}$. (3)

Как видно из соотношений (2) и (3), эта разность потенциалов одинакова.

б) Поменяем полярность включения второго источника.



Оставим направление тока прежним. Тогда с учетом тех же правил $I' = \dfrac{|\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2|}{r_1 + r_2}$. Следует отметить, что в данном случае первый источник тока работает в режиме разрядки, а второй – в режиме зарядки. Тогда

$$\varphi_a - \varphi_b = \mathcal{E}_1 - I'r_1 = \mathcal{E}_2 + I'r_2,$$

$$\varphi_a - \varphi_b = \mathcal{E}_1 - \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} r_1 = \frac{\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2} \text{ или}$$

$$\varphi_a - \varphi_b = \mathcal{E}_2 - \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} r_2 = \frac{\mathcal{E}_2 r_1 + \mathcal{E}_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Ответ: $\dfrac{|\mathcal{E}_1 r_2 - \mathcal{E}_2 r_1|}{r_1 + r_2}$; $\dfrac{\mathcal{E}_2 r_1 - \mathcal{E}_1 r_2}{r_1 + r_2}$.

Соединение источников тока

2.2.16. Батарея составлена из 12 источников тока, имеющих ЭДС $E = 2$ В и внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом каждый. Источники образуют 4 группы, соединенные последовательно, по 3 элемента в каждой группе, соединенных параллельно. Определить силу тока в каждом источнике, если полученную батарею замкнуть резистором с сопротивлением $R = 10$ Ом.

Решение:

Одна группа из трех параллельно соединенных одинаковых источников имеет $\mathcal{E}_{\text{I}} = \mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление $r_{\text{I}} = \dfrac{r}{3}$, где $\mathcal{E}$ – ЭДС одного источника, r – его внутреннее сопротивление.

Тогда полная ЭДС четырех последовательных групп равна $\mathcal{E}_{\text{II}} = 4\mathcal{E}_{\text{I}} = 4\mathcal{E}$, внутреннее сопротивление $r_{\text{II}} = 4r_{\text{I}} = \dfrac{4}{3} r$.

Сила тока в неразветвленной цепи из закона Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{II}}}{R + r_{\text{II}}} = \frac{4\mathcal{E}}{R + \frac{4}{3} r} = \frac{12\mathcal{E}}{3R + 4r}.$$

Тогда сила тока в одном источнике равна

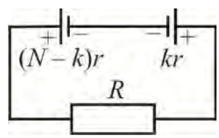
$$I_1 = \frac{I}{3} = \frac{4\mathcal{E}}{3R+4r} = 0{,}25 \text{ А.}$$

Ответ: 0,25 А.

2.2.17. N одинаковых источников с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r каждый замкнуты на внешнее сопротивление R. Определить силу тока в цепи, если k источников из N включены навстречу оставшимся.

Решение:

Все источники соединены последовательно, поэтому эквивалентная ЭДС k источников $\mathcal{E}_{\text{I}} = k\mathcal{E}$, а оставшихся $(N - k)$: $\mathcal{E}_{\text{II}} = (N - k)\mathcal{E}$.



Соответственно сопротивления таких источников kr и $(N - k)r$.

Силу тока определим из закона Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{ýêâ}}}{R + kr + (N-k)r}\,. \qquad (1)$$

Эквивалентная ЭДС $\mathcal{E}_{\text{экв}}$ определится разностью модулей $\mathcal{E}_{\text{II}}$ и $\mathcal{E}_{\text{I}}$.

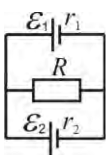
Если принять, что $N - k > k$, $N > 2k$, $k < N/2$, то $\mathcal{E}_{\text{экв}} = (N - k)\ \mathcal{E} - k\mathcal{E} = (N - 2k)\ \mathcal{E}$. Общее сопротивление источников $(N - k)r + kr = Nr$.

Тогда выражение (1) примет вид:

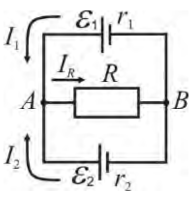
$$I = \frac{(N-2k)\mathcal{E}}{R + Nr}\,.$$

Ответ: $(N - 2k)\mathcal{E}/(R + Nr)$.

Правила Кирхгофа



2.2.18. Два источника, ЭДС которых $\mathcal{E}_1 = 2$ В и $\mathcal{E}_2 = 4$ В, а внутренние сопротивления одинаковы и равны $r_1 = r_2 = r = 0{,}5$ Ом, замкнуты на внешнее сопротивление $R = 1$ Ом. Определить силы токов, текущих через источники и внешнее сопротивление.



Решение:

Выберем направления токов, как указано на рисунке, и обозначим узлы цепи A и B.

Согласно первому правилу Кирхгофа: алгебраическая сумма токов в узле равна 0 (токи, исходящие из узла – отрицательные, входящие в узел – положительные).

Для узла *A*:

$I_1 + I_2 - I_R = 0.$ (1)

Согласно второму правилу Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжений на всех участках замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС контура. Запишем для контура $\mathcal{E}_1AB$:

$I_1r_1 + I_RR = \mathcal{E}_1;$ (2)

для контура $\mathcal{E}_2AB$: $I_2r_2 + I_RR = \mathcal{E}_2.$ (3)

Решая систему (1)–(3) с учетом $r_1 = r_2 = r$, получим:

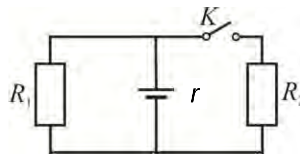
$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - I_RR}{r}; \; I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - I_RR}{r} \text{ и } I_R = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{r + 2R}.$$

Вычисления дают $I_R = 3$A; $I_1 = -1$A; $I_2 = 4$A.

Знак «–» в значении тока I_1 означает, что направление данного тока выбрано неверно, ток I_1 течет в направлении, противоположном выбранному.

Ответ: $I_1 = 1$A; $I_2 = 4$A; $I_R = 3$A.

2.2.19. В схеме, показанной на рисунке, резисторы имеют сопротивления $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. Определить внутреннее сопротивление батареи r, если известно, что при разомкнутом ключе *K* через резистор R_1 протекает ток $I_{\mathrm{I}} = 2{,}8$ А, а при замкнутом ключе *K* через резистор R_2 протекает ток $I_2 = 1$ А.



Решение:

Ток при разомкнутом ключе: $I_{\mathrm{I}} = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + r}.$ (1)

Ток при замкнутом ключе: $I_{\mathrm{II}} = \dfrac{\mathcal{E}}{\dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r} = I_1 + I_2.$ (2)

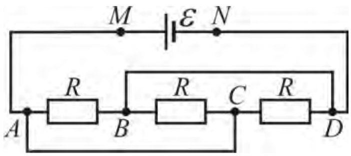
$I_1R_1 = I_2R_2 = (I_{\mathrm{II}} - I_2)R_1 \Rightarrow I_{\mathrm{II}} = \dfrac{I_2(R_2 + R_1)}{R_1} = 3\text{A}.$ (3)

(1) делим на (3):

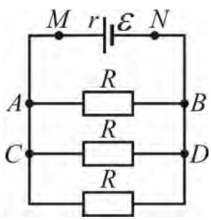
$$\frac{I_{\mathrm{I}}}{I_{\mathrm{II}}} = \frac{\dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r}{R_1 + r} = \frac{2{,}8}{3} \Rightarrow 2 + 3r = 2{,}8 + 2{,}8r \Rightarrow r = 4 \text{ Ом}.$$

Ответ: 4 Ом.

2.2.20. Батарея с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}1$ Ом присоединена к цепи, изображенной на рисунке. Сопротивление каждого из резисторов $R = 1$ Ом. Найти напряжение U_{MN} на клеммах батареи. Сопротивлением всех соединительных проводов пренебречь.



Решение:



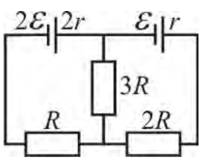
$$U_{MN} = \mathcal{E} - Ir = I\frac{R}{3}.$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{3}} = \frac{2}{0{,}1 + \frac{1}{3}} = \frac{6}{1{,}3} \text{ А.}$$

$$U_{MN} = \frac{6}{1{,}3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{1{,}3} = 1{,}54 \text{ В или}$$

$$U_{MN} = 2 - \frac{6}{1{,}3} \cdot 0{,}1 = \frac{20}{13} = 1{,}54 \text{ В.}$$

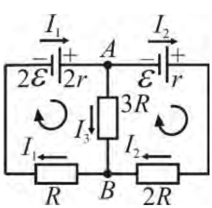
Ответ: 1,54 В.



2.2.21. На рисунке представлена схема включения источников тока и резисторов. Определить силу тока в резисторе сопротивлением $3R$.

Решение

Выберем произвольно направления токов I_1, I_2 и I_3 во всех резисторах, обозначим узлы A и B, выделим в цепи два замкнутых контура $A3RBRA$ и $A2RB3RA$.



Воспользуемся правилами Кирхгофа. Согласно первому правилу: алгебраическая сумма токов в узле равна 0 (исходящие из узла токи берем со знаком «–», входящие – со знаком «+»). Для узла A:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad (1)$$

Согласно второму правилу: алгебраическая сумма падений напряжений на всех участках замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС контура.

Для двух выделенных контуров выберем направление обхода по часовой стрелке и запишем два уравнения, выражающих второе правило:

$I_1(R + 2r) + I_3 3R = 2\mathcal{E}$ (контур $A3RBRA$); (2)

$I_2(2R + r) - I_3 3R = 2\mathcal{E}$ (контур $A2RB3RA$). (3)

Решим систему уравнений (1)–(3):

$I_1 - I_2 = I_3$; (4)

$I_1 = (2\mathcal{E} - I_3 3R)/(R + 2r)$; (5)

$I_2 = (\mathcal{E} - I_3 3R)/(2R + r)$. (6)

Вычтем (6) из (5), получим с учетом (4):

$$I_3 = \frac{2\mathcal{E} - I_3 2R}{R + 2r} - \frac{\mathcal{E} + I_3 3R}{2R + r} \Rightarrow I_3(R + 2r)(2R + r) =$$

$$= 2\mathcal{E}(2R + r) - I_3 2R(2R + r) - \mathcal{E}(R + 2r) - I_3 3R(R + 2r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_3((R + 2r)(2R + r) + 2R(2R + r) + 3R(R + 2r)) = 3\mathcal{E}R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{3R\mathcal{E}}{11R^2 + 2r^2 + 14Rr}.$$

Ответ: $3\mathcal{E}R/(11R^2 + 2r^2 + 14Rr)$.

Работа и мощность тока

2.2.22. Два цилиндрических проводника одинаковой длины и одинакового сечения (один медный, другой алюминиевый) соединены сначала последовательно, а затем параллельно. Определить отношение мощностей, выделяемых на проводниках при их соединении а) последовательно; б) параллельно. Удельное сопротивление меди ρ_1 = 17 нОм · м; алюминия ρ_2 = 26 нОм · м.

Решение:

а) При последовательном соединении через проводники текут одинаковые токи $I_1 = = I_2 = I$ = const. Мощность тока, выделяемая в проводнике, $P = I^2R$, где $R = \rho\frac{l}{S}$ – сопротивление проводника.

Тогда $P_1 = I^2R_1 = I^2\rho_1\frac{l}{S}$; $P_2 = I^2R_2 = I^2\rho_2\frac{l}{S}$.

При последовательном соединении $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = 0{,}65$.

б) В случае параллельного соединения напряжение на проводниках $U_1 = U_2 = U$ = const.

Мощность тока, выделяемая в проводнике в этом случае, $P = \frac{U^2}{R}$, тогда $P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2 S}{\rho_1 l}$; $P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2 S}{\rho_2 l}$.

При параллельном соединении $\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 1{,}53$.

Ответ: а) $\frac{P_1}{P_2}$ = 0,65; б) $\frac{P_1}{P_2}$ = 1,32.

2.2.23. При включении в сеть напряжением U = 220 В резистор сопротивлением R_1 потребляет мощность P_1 = 484 Вт, а резистор сопротивлением R_2 – мощность P_2 = 121 Вт. Если эти резисторы поочередно включать последовательно с неизвестным проводником сопротивлением r, то потребляемая резисторами мощность одинакова. Определить сопротивление r. Сопротивлением проводов пренебречь.

Решение:

Так как мощность тока $P = IU = \frac{U^2}{R}$, определим сопротивление резисторов

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1}; \quad (1)$$

$$R_2 = \frac{U^2}{P_2}. \quad (2)$$

Выразим мощности, которые потребляются этими резисторами при их поочередном включении к источнику тока с последовательно подсоединенным сопротивлением r.

$$P_1' = \frac{U^2 \cdot R_1}{(R_1 + r)^2}; \quad (3)$$

$$P_2' = \frac{U^2 \cdot R_2}{(R_2 + r)^2}. \quad (4)$$

Так как $P_1' = P_2'$, то

$$\frac{U^2 R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{U^2 R_2}{(R_1+r)^2} \Rightarrow \frac{R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{R_2}{(R_1+r)^2}\ . \qquad (5)$$

Преобразуем (5)

$$\sqrt{R_1}(R_2+r) = \sqrt{R_2}(R_1+r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{R_2}R_1 - \sqrt{R_1}R_2}{\sqrt{R_1}-\sqrt{R_2}} = \sqrt{R_1 R_2}\ . \qquad (6)$$

С учетом (1) и (2) выражение (6) примет вид:

$$r = \sqrt{\frac{U^2}{P_1}\cdot\frac{U^2}{P_2}} = \frac{U^2}{\sqrt{P_1 P_2}}\ ;\ r = \frac{220^2}{\sqrt{484\cdot 121}} = 200\ \text{Ом}.$$

Ответ: 200 Ом.

2.2.24. Два одинаковых нагревательных элемента, каждый из которых при напряжении U = 220 В потребляет мощность P = 484 Вт, позволяют нагревать воду до кипения при последовательном и параллельном включении за одно и то же время. Определить сопротивление подводящих проводов.

Решение:

Мощность $P_н$, потребляемая в нагрузке, определяется

$$P_н = I^2 R_н. \qquad (1)$$

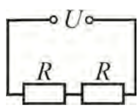
Из закона Ома для полной цепи

$$I = \frac{U}{R_{\text{í}} + R_{\text{ïð}}}\ , \qquad (2)$$

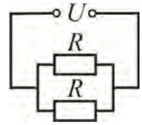
где $R_н$ – сопротивление нагрузки, т. е. нагревательных элементов, $R_{пр}$ – сопротивление подводящих проводов. С учетом (2) выражение (1) примет вид:

$$P_{\text{í}} = \frac{U^2 R_{\text{í}}}{(R_{\text{í}} + R_{\text{ïð}})^2}\ . \qquad (3)$$

Нарисуем схемы включения нагрузок:



а – последовательно



б – параллельно

В случае (*а*) общее сопротивление нагрузки $R_{\mathrm{I}} = 2R$ и потребляемая мощность согласно (3) $P_{\mathrm{I}} = \dfrac{U^2 \cdot 2R}{(2R + R_{\text{пр}})^2}$; в случае (*б*) – $R_{\mathrm{II}} = \dfrac{R}{2}$ и мощность $P_{\mathrm{II}} = \dfrac{U^2 \cdot R}{2\left(\dfrac{R}{2} + R_{\text{пр}}\right)^2}$.

Так как в двух случаях включения нагревательных элементов вода закипает за одинаковое время, то $P_{\mathrm{I}} = P_{\mathrm{II}}$, а это значит

$$\frac{U^2 2R}{(2R + R_{\text{пр}})^2} = \frac{U^2 R}{2\left(\dfrac{R}{2} + R_{\text{пр}}\right)^2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2\left(\dfrac{R}{2} + R_{\text{пр}}\right)^2 = 2R + R_{\text{пр}}$ $\Rightarrow$ сопротивление подводящих проводов равно сопротивлению нагревательного элемента $R_{\text{пр}} = R$. (4)

Из условия задачи известно, что при напряжении U каждый элемент потребляет мощность *P*, следовательно $P = \dfrac{U^2 R}{(R + R_{\text{пр}})^2}$.

С учетом (4):

$$P = \frac{U^2}{4R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{4P} = R_{\text{пр}}.$$

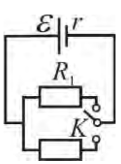
Сопротивление проводов численно равно

$$R_{\text{пр}} = \frac{220^2}{4 \cdot 484} = 25 \text{ Ом}.$$

Ответ: 25 Ом.

2.2.25. К источнику тока поочередно подключают в качестве нагрузки сопротивления R_1 = 25 Ом и R_2 = 16 Ом. При этом на нагрузках выделяется одна и та же мощность P = 400 Вт. Определить ЭДС источника тока $\mathcal{E}$, его внутреннее сопротивление r и силу тока короткого замыкания источника $I_{\text{к.з.}}$.

Решение:



Электрическая схема поочередного включения нагрузок представлена на рисунке.

Мощность, выделяемая на нагрузке сопротивлением R, равна $P = I^2R$. Из закона Ома для полной цепи $I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$. Тогда $P = \dfrac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$. Если учесть, что источник один и тот же, а изменяется сопротивление нагрузки, то

$$P_1 = \frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1+r)^2}, \qquad (1)$$

$$P_2 = \frac{\varepsilon^2 R_2}{(R_2+r)^2}. \qquad (2)$$

Согласно условию задачи $P_1 = P_2$, то приравняв правые части (1) и (2),

$$\frac{E^2 R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{E^2 R_2}{(R_2+r)^2}, \qquad (3)$$

выразим внутреннее сопротивление r источника тока, предварительно извлекая из левой и правой частей выражения (3) корень квадратный:

$$\sqrt{R_1}(R_2+r) = \sqrt{R_2}(R_1+r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{R_1}R_2 - \sqrt{R_2}R_1}{\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}} = \sqrt{R_1R_2} = 20 \text{ Ом}. \qquad (4)$$

Из выражения (1) с учетом (4) определим ЭДС источника тока

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{P}{R_1}}\left(R_1 + \sqrt{R_1R_2}\right) = \sqrt{P}(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) = 180 \text{ В}.$$

Ток короткого замыкания $I_{\text{к.з}}$ – максимальное значение тока в цепи, возникающее при внешнем сопротивлении $R \Rightarrow 0$:

$$I_{\text{к.з}} = \frac{\varepsilon}{r}. \qquad (6)$$

Подставим в (6) выражения (4) и (5):

$$I_{\text{к.з}} = \frac{\sqrt{P}(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2})}{\sqrt{R_1R_2}} = 9 \text{ А}.$$

Ответ: 20 Ом; 180 В; 9 А.

2.2.26. К источнику тока поочередно подключают два резистора. Определить ЭДС ε этого источника тока, если в первом резисторе течет ток $I_1 = 30$ А и выделяется мощность $P_1 = 180$ Вт, а во втором резисторе ток $I_2 = 10$ А и выделяется мощность $P_2 = 100$ Вт.

Решение:

Из закона Ома для полной цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, (1)

где I – сила тока в цепи, $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока, r – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление внешней цепи (нагрузки).

На нагрузке R выделяется мощность

$$P = I^2R \Rightarrow R = \frac{P}{I^2}. \qquad (2)$$

Используя (1) для двух случаев задачи

$$\left.\begin{aligned} I_1 = \frac{E}{\frac{P_1}{I_1^2}+r} \Rightarrow \frac{P_1}{I_1} + I_1 r = \mathcal{E} \\ I_2 = \frac{E}{\frac{P_1}{I_2^2}+r} \Rightarrow \frac{P_2}{I_2} + I_2 r = \mathcal{E} \end{aligned}\right\}$$

Решим эту систему относительно $\mathcal{E}$. Умножив левую и правую части первого уравнения на I_2, второго уравнения на I_1, вычтем из первого уравнения второе, получим

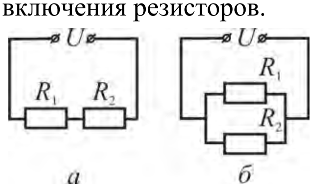
$$\mathcal{E} = \frac{P_2 I_1^2 - P_1 I_2^2}{I_1 I_2 (I_2 - I_1)} = 12 \text{ (В)}.$$

Ответ: 12 В.

2.2.27. При включении двух резисторов с неизвестными сопротивлениями в сеть напряжением U = 220 В один раз последовательно, а второй раз параллельно, они потребляют мощности P_1 = 16 Вт и P_2 = 100 Вт соответственно. Определить сопротивление резисторов. Сопротивление подводящих проводов пренебрежимо мало.

Решение:

Представим схемы включения резисторов.



При включении в цепь двух последовательно соединенных резисторов, потребляемая мощность:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}. \qquad (1)$$

При их параллельном соединении мощность

$$P_2 = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2}. \qquad (2)$$

Из выражений (1) и (2) составим систему:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \dfrac{U^2}{P_1}, \\ R_1 R_2 = \dfrac{U^4}{P_1 P_2}. \end{cases}$$

Согласно теореме Виета R_1 и R_2 – корни квадратного уравнения

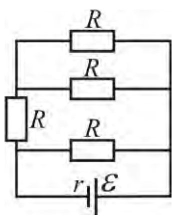
$$R^2 - \frac{U^2}{P_1} R + \frac{U^4}{P_1 \cdot P_2} = 0.$$

Решая это уравнение, определим значения сопротивлений

$$R_{1,2} = \frac{U^2}{2P_1} \pm \sqrt{\frac{U^4}{4P_1^2} - \frac{U^4}{P_1 P_2}} = \frac{U^2}{2P_1}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4P_1}{P_2}}\right);$$

R_1 = 605 Ом; R_2 = 2 420 Ом.

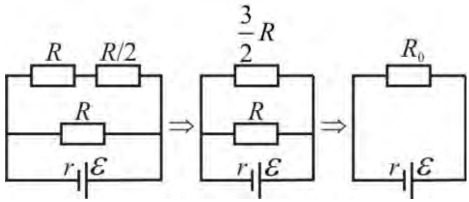
Ответ: 605 Ом; 2 420 Ом.



2.2.28. Несколько одинаковых резисторов соединены так, как показано на рисунке. ЭДС источника $\mathcal{E}$ = 132 В, внутреннее сопротивление r = 36 Ом, КПД источника тока η = 0,5. Определить сопротивление резистора R и полезную мощность P, выделяемую во внешней цепи.

Решение:

Данная электрическая цепь после ряда преобразований превращается в эквивалентную с внешним сопротивлением



$$R_0 = \frac{\frac{3}{2}RR}{\frac{3}{2}R + R} = \frac{3}{5}R\,.$$

Так как КПД замкнутой электрической цепи

$$\eta = \frac{R_0}{R_0 + r} = \frac{\frac{3}{5}R}{\frac{3}{5}R + r} = \frac{3R}{3R + 5r}\,,$$

то из этого выражения сопротивление каждого резистора

$$R = \frac{5\eta r}{3(1-\eta)} = 60 \text{ Ом.}$$

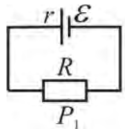
Полезная мощность P, выделяемая во внешней цепи на резисторах с общим сопротивлением $R_0 = \frac{3}{5}R =$ 36 Ом, будет равна максимальной мощности, так как внешнее сопротивление R_0 оказалось равным внутреннему сопротивлению источника $R_0 = r$.

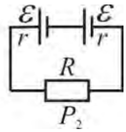
$$P = \left(\frac{\mathcal{E}}{R_0 + r}\right)^2 R_0 = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = 121 \text{ Вт.}$$

Ответ: 60 Ом; 121 Вт.

2.2.29. При подключении к источнику тока с внутренним сопротивлением r = 2 Ом нагревательный элемент развивает мощность P_1 = 50 Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким источникам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила P_2 = 72 Вт. Определить сопротивление R нагревателя.

Решение:





$$P_1 = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}; \qquad P_2 = \frac{4\mathcal{E}^2 R}{(R+2r)^2}.$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1{,}44 = \frac{4(R+r)^2}{(R+2r)^2} \Rightarrow 1{,}2 = \frac{2(R+r)}{R+2r} \Rightarrow$$

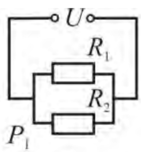
$\Rightarrow 1{,}2R + 2{,}4r = 2R + 2r \Rightarrow$

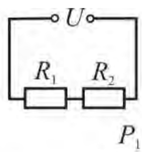
$\Rightarrow 0{,}8R = 0{,}4r \Rightarrow R = \dfrac{r}{2} =$ 1 Ом.

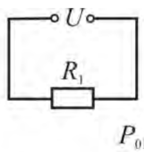
Ответ: 1 Ом.

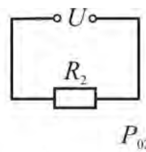
2.2.30. Два нагревателя при параллельном подключении к сети развивают суммарную мощность P_1, а при последовательном – P_2. Каковы мощности P_{01} и P_{02} нагревателей по отдельности?

Решение:









$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2}; \quad P_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}; \quad P_{01} = \frac{U^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U^2}{P_{01}}; \quad P_{02} = \frac{U^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U^2}{P_{02}}.$$

$P_1 = P_{01} + P_{02}$.

$$P_2 = \frac{U^2}{\dfrac{U^2}{P_{01}} + \dfrac{U^2}{P_{02}}} = \frac{P_{01}P_{02}}{P_{01} + P_{02}} = \frac{P_{01}P_{02}}{P_1} \Rightarrow P_1P_2 = P_{01}P_{02}$$

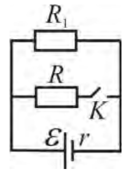
или $P_1P_2 = P_{01}(P_1 - P_{01}) \Rightarrow P_{01}^2 - P_1P_{01} + P_1P_2 = 0$.

Решениями этого квадратного уравнения будут:

$$P_{01} = \frac{1}{2}P_1 \pm \sqrt{\frac{P_1^2}{4} - P_1P_2} \text{ и } P_{02} = \frac{1}{2}P_1 \mp \sqrt{\frac{P_1^2}{4} - P_1P_2}.$$

Ответ: $P_{01} = \dfrac{1}{2}P_1 \pm \sqrt{\dfrac{P_1^2}{4} - P_1P_2}$; $P_{02} = \dfrac{1}{2}P_1 \mp \sqrt{\dfrac{P_1^2}{4} - P_1P_2}$.

2.2.31. В схеме, показанной на рисунке, сопротивление R_1 = 1 Ом. Определить внутреннее сопротивление источника тока r, если известно, что при замыкании ключа K сила тока через источник возрастает в n = 3 раза, а мощность, выделяющаяся во внешней цепи, увеличивается в m = 2 раза.



Решение:

$n = \dfrac{I_2}{I_1} = 3$; $m = \dfrac{P_2}{P_1} = 2.$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}; \tag{1}$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{\dfrac{R_1 R}{R_1 + R} + r}; \tag{2}$$

$$P_1 = \frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2}; \tag{3}$$

$$P_2 = \frac{\mathcal{E}^2 R_1 R_2}{(R_1 + R)\left(\dfrac{R_1 R}{R_1 + R} + r\right)^2}. \tag{4}$$

Из (1) и (2):

$$I_2 = nI_1 \Rightarrow \frac{R_1 + R}{R_1 R + R_1 r + Rr} = n/(R_1 + r). \tag{5}$$

Из (3) и (4) учитывая, что $P_2 = mP_1$:

$$\frac{\mathcal{E}^2 R_1 R (R_1 + R)^2}{(R_1 + R)(R_1 R + R_1 r + Rr)^2} = \frac{m\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2}. \tag{6}$$

С учетом (5) выражение (6) примет вид $\dfrac{\mathcal{E}^2 R n^2}{(R_1 + r)^2 (R_1 + R)} = \dfrac{m\mathcal{E}^2}{(R_1 + r)^2} \Rightarrow$

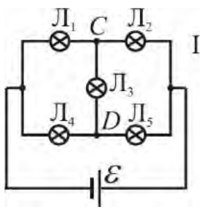
$$\Rightarrow \frac{Rn^2}{R_1 + R} = m \Rightarrow Rn^2 = mR_1 + mR \Rightarrow$$

$\Rightarrow R = \dfrac{mR_1}{n^2 - m}$ – подставив это в (5), получим

$(R_1+r)\left(R_1+\dfrac{mR_1}{n^2-m}\right)=nR_1r+(R_1+r)n\dfrac{mR_1}{n^2-m}$. Проведя ряд математических преобразований, получим $\Rightarrow n^2R_1^2+n^2R_1r=n^3R_1r+nmR_1^2\Rightarrow$

$$\Rightarrow r=\frac{n^2-nm}{n^3-n^2}R_1=\frac{n-m}{n(n-1)}R_1=\frac{1}{6}\text{ Ом.}$$

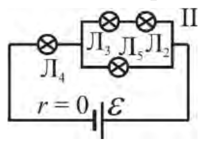
Ответ: $\dfrac{1}{6}$ Ом.



2.2.32. Пять одинаковых лампочек Л соединены в цепь, как показано на рисунке, и подключены к источнику тока. Во сколько n раз изменится мощность, выделяющаяся в этой цепи, если лампочка 1 перегорит? Внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало.

Решение:

$Л_1$ перегорает, электрическая схема примет вид:



Мощность в цепи I:

$P_{\text{I}}=\dfrac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{I}}}=\dfrac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{Ё}}}$ (так как первая схема симметрична, то сопротивление $Л_3$ не учитывается и общее сопротивление $R_{\text{I}}=R_{\text{Л}}$).

Мощность в цепи II:

$$P_{\text{II}}=\frac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{II}}}=\frac{\mathcal{E}^2}{R_{\text{Ё}}+\dfrac{2R_{\text{Ё}}}{3}}=\frac{3\mathcal{E}^2}{5R_{\text{Ё}}}.$$

Тогда $\dfrac{P_{\text{I}}}{P_{\text{II}}}=\dfrac{\mathcal{E}^2 5R_{\text{Ё}}}{R_{\text{Ё}}3\mathcal{E}^2}=\dfrac{5}{3}$ или $\dfrac{P_{\text{II}}}{P_{\text{I}}}=\dfrac{3}{5}=$ 0,6.

Ответ: увеличить в $^5/_3$ раза.

2.2.33. При подключении к источнику тока резистора сопротивлением R = 4 Ом, напряжение на зажимах источника U = 6 В. Определить полную мощность, развиваемую источником, если его внутреннее сопротивление r = 2 Ом.

Решение:

Мощность, развиваемая источником тока, $P_0 = I\text{Е}$, (1)
где I – сила тока, $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока.

Из закона Ома для участка тока определим силу тока в цепи

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2)$$

Из закона Ома для замкнутой цепи определим ЭДС источника

$$\mathcal{E} = I(R + r) = \frac{U}{R}(R + r). \quad (3)$$

Тогда с учетом (2) и (3) мощность источника (1) равна

$$P_0 = \frac{U^2}{R^2}(R + r) = 13{,}5 \text{ Вт}.$$

Ответ: 13,5 Вт.

2.2.34. Из N = 18 источников тока с внутренним сопротивлением r = 2 Ом каждый нужно составить такую батарею, чтобы на внешнем сопротивлении R = 4 Ом выделялась наибольшая мощность. Каким образом необходимо соединить источники?

Решение:

Представим, что полученная батарея состоит n групп соединенных последовательно и включающих по m элементов в каждой группе, соединенных параллельно.

Тогда с учетом того, что максимальная мощность на внешнем сопротивлении выделяется при равенстве внешнего сопротивления, т. е. сопротивления нагрузки, сопротивлению r_0 источников тока: $R = r_0$. Рассчитаем число групп n и число элементов в каждой группе m.

Внутреннее сопротивление каждой группы m параллельно соединенных источников тока $r_{\text{I}} = \frac{r}{m}$. С учетом n групп, соединенных последовательно

$$r_0 = nr_{\text{I}} = n\frac{r}{m} = R \Rightarrow m = \frac{nr}{R}.$$

Общее число источников

$$N = nm = \frac{n^2 r}{R} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{NR}{r}} = 6,$$

тогда m = 3.

Таким образом при объединении источников в шесть последовательных групп по три элемента в каждой позволит получить на внешнем сопротивлении наибольшую мощность.

Ответ: $n = 6$, $m = 3$.

2.2.35. Электромотор питается от источника с напряжением $U_0 = 24$ В. Чему равна развиваемая мотором механическая мощность $P_{\text{мех}}$ при протекании по его обмотке тока $I = 8$ А, если известно, что при затормаживании якоря по цепи идет ток $I' = 16$ А? Каков КПД η мотора?

Решение:

Механическая мощность электромотора определяется разностью между полной потребляемой мощностью ($P_0 = IU_0$) и мощностью тепловых потерь в обмотке мотора ($P_{\text{пот}} = I^2R$):

$$P_{\text{мех}} = IU_0 - I^2R = I(U_0 - IR), \qquad (1)$$

где R – сопротивление обмотки электромотора.

При полном затормаживании мотора механическая мощность равна нулю. Тогда вся потребляемая мощность ($I'U_0$) полностью переходит в мощность (I'^2R), т. е. $I'U_0 = I'^2R$. Отсюда сопротивление обмотки мотора $R = \dfrac{U_0}{I'}$. (2)

Подставим (2) в (1), получим механическую мощность

$$P_{\text{мех}} = I\left(U_0 - I\frac{U_0}{I'}\right) = IU_0(1 - I/I') = 96 \text{ Вт}.$$

КПД (коэффициент полезного действия η мотора) определим из соотношения полезной мощности $P_{\text{мех}}$ к мощности P_0, потребляемой мотором:

$$\eta = \frac{P_{\text{i åõ}}}{P_0} = \frac{IU_0(1 - I/I')}{IU_0} = 1 - I/I' = 0{,}5 \text{ или } 50~\%.$$

Ответ: 96 Вт; 50 %.

2.2.36. Линия электропередачи имеет сопротивление $R_{\text{пр}} = 40$ Ом. Определить напряжение на генераторе, если при передаче потребителю мощности $P_0 = 25$ кВт потери в линии не должны превышать $k = 4$ %.

Решение:

Сила тока, текущего от источника по проводам и в нагрузке, одинакова и равна, с одной стороны, $I = \dfrac{P_0}{U_0}$, (1) с другой – $I = \dfrac{U_{\text{пр}}}{R_{\text{пр}}}$, (2)

где U_0 – напряжение на генераторе, $U_{\text{пр}}$ – напряжение на проводах (в линии электропередачи).

Так как напряжение на участке цепи пропорционально его сопротивлению, то $U_{\text{пр}} = kU_0$.

Тогда выражение (2) примет вид: $I = \dfrac{kU_0}{R_{\text{пр}}}$. (3)

Объединив (1) и (3) $\dfrac{P_0}{U_0} = \dfrac{kU_0}{R_{\text{пр}}}$, получим напряжение на генераторе

$$U_0 = \sqrt{\frac{P_0 R_{\text{пр}}}{k}} = 5 \text{ кВ}.$$

Ответ: 5 кВ.

2.2.37. Сила тока, создаваемого источником тока во внешней цепи, $I = 2$А, напряжение на зажимах источника $U = 3$ В. Определить КПД источника тока, если его внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом.

Решение:

КПД (η) источника тока характеризует эффективность его работы и определяется отношением полезной работы $A_{\text{пол}}$ электрической цепи к работе источника тока $A_{\text{затр}}$:

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}}. \quad (1)$$

Полезная работа $A_{\text{пол}} = I^2Rt$, (2)

затраченная работа $A_{\text{затр}} = I\mathcal{E}t$, (3)

где R – сопротивление внешней цепи, $\mathcal{E}$ – ЭДС источника тока, t – время протекания тока.

Выражение (1) с учетом (2) и (3) примет вид: $\eta = \dfrac{IR}{\mathcal{E}} = \dfrac{U}{\mathcal{E}}$,

где $U = IR$ – напряжение на зажимах источника тока.

Из закона Ома для замкнутой цепи $\mathcal{E} = I(R + r)$ и тогда КПД источника равен

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{IR}{I(R+r)} = \frac{IR}{U+Ir} = \frac{R}{R+r}.$$

Видно, что КПД можно рассчитать с помощью любого из двух выражений:

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R+r}.$$

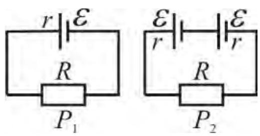
Для нашего случая удобно использовать выражение

$$\eta = \frac{U}{U+Ir} = 0{,}75 \text{ или } 75\ \%.$$

Ответ: 75 %.

2.2.38. Во внешней нагрузке, подключенной к источнику тока, выделяется мощность P_1 = 1 Вт. Чему равен коэффициент полезного действия η этой цепи (т. е. отношение мощности, выделяющейся в нагрузке, к полной мощности, развиваемой источником), если при подключении той же нагрузки к двум таким источникам, соединенным последовательно, мощность в нагрузке стала равной P_2 = 1,44 Вт?

Решение:



$$\eta = \frac{I^2R}{I\mathcal{E}} = \frac{IR}{I(R+r)} = \frac{R}{R+r}.$$

$$P_2 = \frac{4\mathcal{E}^2R}{(R+2r)^2};\ P_1 = \frac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = \frac{2(R+r)}{(R+2r)} = 1{,}2 \Rightarrow \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}R + 2\sqrt{\frac{P_2}{P_1}}r = 2R+2r \Rightarrow$$

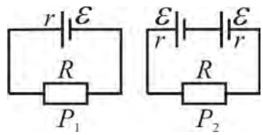
$$\Rightarrow \left(2 - \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}\right)R = 2\sqrt{\frac{P_2}{P_1}}r \Rightarrow 2R = r.$$

$$\eta = \frac{R}{R+2R} = \frac{1}{3} = 0{,}33 \text{ или } 33\ \%.$$

Ответ: 33 %.

2.2.39. При подключении к аккумулятору с внутренним сопротивлением r = 0,16 Ом нагревательный элемент развивает мощность P_1 = 200 Вт. При подключении нагревательного элемента к двум таким аккумуляторам, соединенным последовательно, выделяемая в нагревателе мощность составила P_2 = 288 Вт. Определить ЭДС $\mathcal{E}$ аккумулятора.

Решение:



$$P_1 = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2};\ P_2 = \frac{4\mathcal{E}^2 R}{(2r+R)^2}.$$

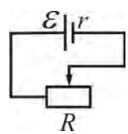
$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{4(R+r)^2}{(R+2r)^2} = 1{,}44 \Rightarrow 1{,}2(R+2r) = 2(R+r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{(2-2{,}4)r}{1{,}2-2} = \frac{-0{,}4}{-0{,}8}\cdot 0{,}16 = 0{,}08 \text{ Ом}.$$

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{P_1}{R}}(R+r) = \sqrt{\frac{200}{0{,}08}}(0{,}08+0{,}16) = 12 \text{ В}.$$

Ответ: 12 В.

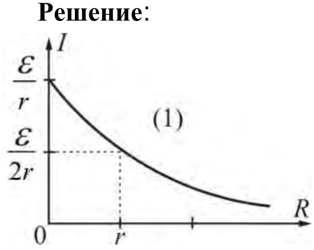
2.2.40. Источник тока, ЭДС которого $\mathcal{E}$, внутреннее сопротивление r, замыкается на реостат, сопротивление R которого изменяется от 0 до nr (n = 0, 1, 2, 3, ...).



а) Построить графики зависимостей от внешнего сопротивления силы тока в цепи, напряжения на зажимах источника, мощности P_0, развиваемой источником тока, мощности P_r, теряемой внутри источника, мощности P_R, выделяющейся во внешней цепи (на нагрузке) и η – КПД источника тока.

б) Построить графики зависимостей от силы тока в цепи мощностей P_0, P_r, P_R и η (см. пункт а).

Решение:

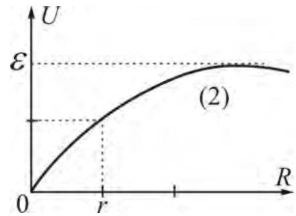


а) Согласно закону Ома для замкнутой цепи $I = \mathcal{E}/(R + r)$. (1)

При внешнем сопротивлении $R \Rightarrow 0$ в такой цепи возникает максимальный ток –

ток короткого замыкания $I_{кз} = \mathcal{E}/r$. График зависимости (1) – гипербола.

Напряжение на зажимах источника



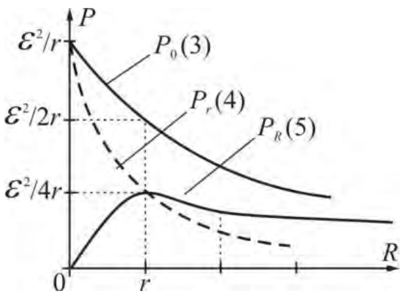
$$U = IR = \mathcal{E}R/(R + r). \qquad (2)$$

При $R = 0$, $U = 0$, при увеличении R, напряжение U увеличивается и стремится к $\mathcal{E}$. График зависимости (2) – гипербола.

Мощность P_0, развиваемая источником

$$P_0 = I\mathcal{E} = \mathcal{E}^2/(R + r). \qquad (3)$$

Мощность P_r, теряемая внутри источника $P_r = I^2r = \mathcal{E}^2r/(R + r)^2$ (4).



Мощность P_R, выделяющаяся во внешней цепи на нагрузке (полезная мощность),

$$P_R = I^2R = \mathcal{E}^2R/(R + r)^2. \qquad (5)$$

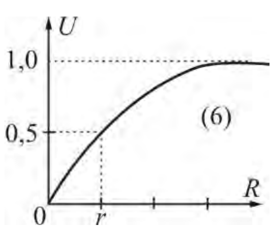
Кривая (5) на графике может быть получена в результате вычитания из P_0 значения P_r. Видим, что при $R = 0$, $P_R = 0$; при $R \Rightarrow \infty$, $P_R \Rightarrow 0$.

Максимальное значение полезной мощности достигается при $R = r$ и равно $P_{R\,\max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{4r}$.

Определить сопротивление внешней цепи, при котором достигается максимальная полезная мощность, можно, взяв производную выражения (5) и приравняв ее к 0:

$$P_R' = \left(\frac{\mathcal{E}^2R}{(R+r)^2}\right)' = \mathcal{E}^2(R+r)^{-2} - 2\mathcal{E}^2R(R+r)^{-3} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R + r - 2R = 0, \text{ тогда } R = r.$$

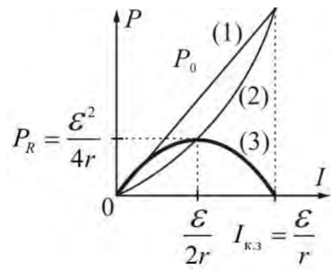


КПД источника тока $\eta = \dfrac{P_R}{P_0} = R/(R+r)$ (6).

Значение $\eta \to 1$. В случае, когда полезная мощность достигает максимального значения (см. график 5) при $R = r$, КПД источника тока η составляет 50 %.

б) Мощность источника $P_0 = I\mathcal{E}$. График зависимости $P_0 = f(I)$ – прямая (1), исходящая из нуля.

Мощность, теряемая в источнике $P_r = I^2 r$, где r – внутреннее сопротивление источника (величина для данного источника – постоянная). График зависимости $P_r = f(I)$ – ветвь параболы (2), исходящей из нуля.



Полезная мощность $P_R = P_0 - P_r = I\mathcal{E} - I^2 r$.

Выражение $I^2 r - I\mathcal{E} + P_R = 0$ – квадратное уравнение. График зависимости параболы с вершиной при $I = \dfrac{\mathcal{E}}{2r}$. Мощность $P_R = 0$ при токах равных 0 и току короткого замыкания $I_{к.з} = \mathcal{E}/r$.

КПД полезного действия

$$\eta(I) = \frac{P_R}{P_0} = \frac{P_0 - P_r}{P_0} = 1 - \frac{P_r}{P_0} = 1 - \frac{I^2 r}{I\mathcal{E}} = 1 - \frac{Ir}{\mathcal{E}}.$$

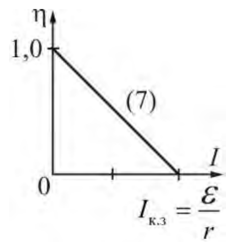


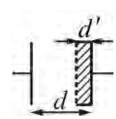
График зависимости $\eta = f(I)$ – прямая линия (7). При силе тока $I = 0$, $\eta \to 1$, при токе короткого замыкания $I_{ê.ç} = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$, $\eta = 0$.

Конденсатор в цепи постоянного тока

2.2.41. В плоский воздушный конденсатор с расстоянием между обкладками $d = 3$ см и площадью каждой обкладки $S = 60$ см^2, подключенный к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ кВ, вводится параллельно обкладкам металлическая пластинка толщиной $d' = 1$ см такой же площадью.

а) Определить работу $A_{ист}$ источника тока, изменение энергии ΔW конденсатора, работу $A_{вн}$ внешних сил при внесении пластин. б) Определить работу внешних сил и сил электрического поля при внесении пластинки в конденсатор, отключенный от источника ЭДС.

Решение



а) Металлическую пластинку вводим вплотную к обкладке конденсатора. Емкость конденсатора увеличивается от $C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$ до $C_2 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d - d'}$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Источник ЭДС совершает при этом работу

$A_{ист} = \Delta q\mathcal{E} = (q_2 - q_1)\mathcal{E}$, (1)

где заряды на конденсаторе $q_1 = C_1\mathcal{E}$; $q_2 = C_2\mathcal{E}$.

Тогда (1) имеет вид

$$A_{ист} = (C_2 - C_1)\ \mathcal{E}^2 = \frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2 d'}{d(d-d')} = 3{,}54 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} = 3{,}54 \text{ мкДж}.$$

Энергия конденсатора до внесения пластинки $W_1 = \frac{C_1\mathcal{E}^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2}{2d}$, после внесения – $W_2 = \frac{C_2\mathcal{E}^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2}{2(d-d')}$. Изменение энергии ΔW составит

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2 d'}{2d(d-d')} = 1{,}77 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} = 1{,}8 \text{ мкДж}.$$

Сумма работ внешних сил $A_{вн}$ и источника ЭДС $A_{ист}$ равны изменению энергии конденсатора:

$A_{вн} + A_{ист} = \Delta W \Rightarrow A_{вн} = \Delta W - A_{ист} \approx -1{,}8$ мкДж.

Знак «–» свидетельствует о том, что металлическая пластинка сама втягивается в поле конденсатора и, чтобы не учитывать кинетическую энергию пластинки, необходимо прикладывать силу в сторону от конденсатора.

б) При отключении конденсатора от источника ЭДС, заряд на нем остается все время постоянным и равным $q = C_1\mathcal{E}$, тогда

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{q^2}{2C_2} - \frac{q^2}{2C_1} = \frac{C_1\mathcal{E}^2(C_1 - C_2)}{2C_2} = -\frac{\varepsilon_0 S\mathcal{E}^2 d'}{2d^2} =$$

$= -1{,}18 \cdot 10^{-6}$ Дж = 1,18 мкДж.

Работа внешних сил в отключенном от источника конденсаторе

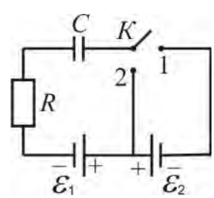
$A_{вн} = \Delta W = -\ 1{,}18$ мкДж.

В данном случае внешние силы совершают работу против сил поля, тогда работа электрического поля

$A_{эл} = -\ A_{вн} = 1{,}18$ мкДж.

Ответ: 3,54 мкДж; 1,8 мкДж; –1,8 мкДж; –1,18 мкДж; 1,18 мкДж.

2.2.42. Определить количество теплоты, выделяющееся на резисторе R после переключения ключа K из положения 1 в положение 2.



Решение

Пусть $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$, тогда при положении ключа в 1 заряд на конденсаторе $q_1 = C(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)$. (1)

После переключения ключа в 2 заряд сохраняет знак, но становится $q_2 = C\mathcal{E}_1$ (т. е. $q_2 > q_1$). (2)

Работа источника $\mathcal{E}_1$ равна $A = \Delta q\mathcal{E}_1 = (q_2 - q_1)\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 C$. (3)

Из закона сохранения энергии эта работа частично идет на изменение энергии ΔW конденсатора, а частично выделяется в виде тепла, в данном случае на резисторе.

$A = \Delta W + Q$, где изменение энергии конденсатора $\Delta W = W_2 - W_1$, $W_1 = \dfrac{q_1^2}{2C}$ и $W_2 = \dfrac{q_2^2}{2C}$ – энергии конденсатора в начальном и конечном состояниях, Q – искомое количество теплоты, равно

$Q = A - (W_2 - W_1)$. (4)

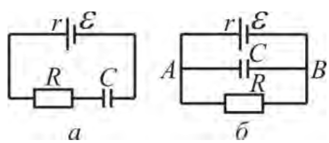
После подстановки (1)–(3) в (4):

$$Q = \mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 C - \left(\frac{C^2\mathcal{E}_1^2}{2C} - \frac{(C(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2))^2}{2C}\right) = \frac{C\mathcal{E}_2^2}{2}.$$

Ответ: $\dfrac{C\mathcal{E}_2^2}{2}$.

2.2.43. Если резистор сопротивлением R = 45 Ом и конденсатор емкостью C соединить последовательно с источником тока, заряд на обкладках конденсатора станет q_1 = 60 мкКл. Если же резистор и конденсатор подключить к аккумулятору параллельно, то заряд на обкладках конденсатора станет q_2 = 40 мкКл. Определить сопротивление аккумулятора.

Решение



Представим схемы соединения резистора и конденсатора в двух случаях.

При последовательном соединении источника тока с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r (*а*), заряд на обкладках конденсатора $q_1 = C\mathcal{E}$. (1)

При параллельном подсоединении конденсатора и сопротивления к источнику тока заряд на обкладках конденсатора

$q_2 = CU_{AB}$, (2)

где U_{AB} – напряжение на параллельно соединенных конденсаторе и резисторе, которое определится из закона Ома для участка цепи

$U_{AB} = IR$, (3)

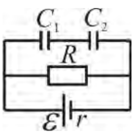
где I – сила тока в цепи, равная согласно закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \qquad (4)$$

Объединив выражения (2)–(4), получаем $q_2 = \frac{C\mathcal{E}R}{R + r}$. (5)

Делим выражения (1) и (5) почленно $\frac{q_1}{q_2} = \frac{R + r}{R} \Leftrightarrow q_1 R = q_2 R + q_2 r \Rightarrow$ внутреннее сопротивление источника тока $r = \frac{(q_1 - q_2)R}{q_2}$ или $r = \frac{(60 - 40) \cdot 10^{-6} \cdot 45}{40 \cdot 10^{-6}} =$ 22,5 Ом.

Ответ: 22,5 Ом.



2.2.44. В электрической схеме, изображенной на рисунке, ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ = 4 В, его внутреннее сопротивление r = 1 Ом. Емкости конденсаторов C_1 = 2 мкФ, C_2 = 4 мкФ, сопротивление резистора R = 3 Ом. Определить заряд на обкладках конденсатора C_1.

Решение

Конденсаторы включены последовательно, поэтому их общая емкость $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$, (1)

а искомый заряд на каждом конденсаторе в последовательной цепи одинаковый, т. е. $q_1 = q_2 = q$, равный $q = CU$, (2)
где U – падение напряжения на резисторе R и на конденсаторах, присоединенных к резистору параллельно.

Из закона Ома для участка цепи $U = IR$, (3)
где I – сила тока в резисторе, определяемая из закона Ома для замкнутой цепи:

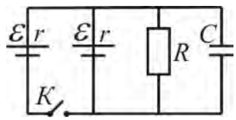
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \qquad (4)$$

Объединив (1)–(4) получим $q = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{\mathcal{E}R}{R + r}$.

Значение заряда на обкладках каждого конденсатора

$$q = \frac{2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 3}{(2 + 4) \cdot 10^{-6} \cdot (3 + 1)} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 4 \text{ мкКл}.$$

Ответ: 4 мкКл.



2.2.45. Два источника тока с одинаковыми ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренними сопротивлениями r соединены через ключ *K* и замкнуты на резистор сопротивлением $R = r$ и конденсатор *C*. При разомкнутом ключе *K* заряд на обкладках конденсатора $q_1 = 3$ мкКл. Определить заряд q_2, который возникнет на обкладках конденсатора при замыкании ключа *K*.

Решение:

При разомкнутом ключе *K* заряд на обкладках конденсатора $q_1 = CU_1 =$
$= CI_1R = \dfrac{C\mathcal{E}R}{R+r}$ (см. решение задачи 2.2.43), (1)

где I_1 – сила тока в цепи с одним источником тока.

В случае замкнутого ключа *K* источники оказываются соединенными параллельно, и сила тока станет в цепи $I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{R+\dfrac{r}{2}}$.

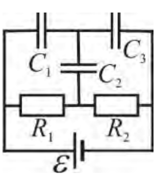
При этом заряд на обкладках $q_2 = CU_2 = CI_2R = \dfrac{C\mathcal{E}R}{R+\dfrac{r}{2}}$. (2)

Разделим (1) на (2), получим $\dfrac{q_1}{q_2} = \dfrac{R+\dfrac{r}{2}}{R+r}$. (3)

Учитывая, что $R = r$, выражение (3) примет вид:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{3R}{2\cdot 2R} = \frac{3}{4} \Rightarrow q_2 = \frac{4}{3}q_1 = 4 \text{ мкКл.}$$

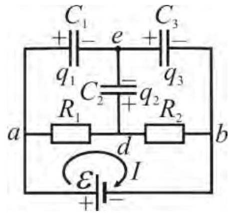
Ответ: 4 мкКл.



2.2.46. В схеме, изображенной на рисунке, ЭДС источника тока $\mathcal{E} = 6$ В, внутренним сопротивлением источника можно пренебречь, емкости конденсаторов $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, сопротивления резисторов $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 30$ Ом. Определить заряд на обкладках конденсатора C_2.

Решение:

Перерисуем схему и обозначим узлы.



Заряд на обкладках конденсатора $q_2 = C_2(\varphi_d - \varphi_e)$. Разность потенциалов на участке de $(\varphi_d - \varphi_e)$ определим следующим образом.

Алгебраическая сумма зарядов в узле e равна 0. Обозначим заряды на обкладках (см. рис.), получим $-q_1 - q_2 + q_3 = 0$. (1)

Заряды

$$q_1 = C_1(\varphi_a - \varphi_e) \Rightarrow \varphi_a - \varphi_e = \frac{q_1}{C_1}; \tag{2}$$

$$q_2 = C_2(\varphi_d - \varphi_e) \Rightarrow \varphi_d - \varphi_e = \frac{q_2}{C_2}; \tag{3}$$

$$q_3 = C_3(\varphi_e - \varphi_b) \Rightarrow \varphi_e - \varphi_b = \frac{q_3}{C_3}. \tag{4}$$

Из схемы на рисунке видно, что разности потенциалов $(\varphi_a - \varphi_d)$ и $(\varphi_d - \varphi_b)$ легко определить, воспользовавшись законами Ома для участка и полной цепи:

$$\varphi_a - \varphi_d = IR_1 = \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + R_2}; \tag{5}$$

$$\varphi_d - \varphi_b = IR_2 = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2}. \tag{6}$$

Вычитая из (2) выражение (3), и воспользовавшись (5), получаем:

$$\varphi_a - \varphi_d = \frac{q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_2} = \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + R_2}. \tag{7}$$

Сложив (3) и (4), и используя (6), получаем

$$\varphi_d - \varphi_b = \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2}. \tag{8}$$

Из выражения (1) заряд на обкладках третьего конденсатора $q_3 = q_1 + q_2$. Подставим в (8) это выражение:

$$\frac{q_2}{C_2}+\frac{q_1}{C_3}+\frac{q_2}{C_3}=\frac{\mathcal{E}R_2}{R_1+R_2}\,. \tag{9}$$

Решим совместно систему (7) и (9). Умножим (7) на C_1, а (9) на C_3 и вычтем из одного другое почленно

$$-\frac{q_2C_1}{C_2}-\frac{q_2C_3}{C_2}-q_2=\frac{\mathcal{E}(R_1C_1-R_2C_3)}{R_1+R_2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{q_2}{C_2}(C_1+C_2+C_3)=\frac{\mathcal{E}(R_2C_3-R_1C_1)}{R_1+R_2}\Rightarrow$$

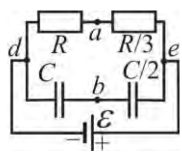
$$\Rightarrow q_2=\frac{\mathcal{E}C_2(R_2C_3-R_1C_1)}{(C_1+C_2+C_3)(R_1+R_2)}\,.$$

Рассчитаем этот заряд:

$$q_2=\frac{6\cdot 2\cdot 10^{-6}(30\cdot 3\cdot 10^{-6}-10\cdot 1\cdot 10^{-6})}{6\cdot 10^{-6}(10+30)}=4\cdot 10^{-6}\ \text{Кл}=4\ \text{мкКл}.$$

Ответ: 4 мкКл.

2.2.47. Два резистора и два конденсатора соединены, как показано в схеме, и замкнуты на источник тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 12 В, внутренним сопротивлением которого можно пренебречь. Определить разность потенциалов между точками *a* и *b*.



Решение:

Разность потенциалов между точками *a* и *b* можно определить как разность падений напряжении $U_{ad}=\varphi_a-\varphi_d$ на сопротивлении R и $U_{bd}=$ $=\varphi_b-\varphi_b$ на конденсаторе емкостью C.

$$U_{ad}-U_{bd}=\varphi_a-\varphi_d-\varphi_b+\varphi_d=\varphi_a-\varphi_b. \tag{1}$$

Из закона Ома $U_{ad}=IR$,

где I – ток, текущий через последовательно соединенные сопротивления R и $R/3$.

Этот ток из закона Ома для замкнутой цепи равен

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+\frac{R}{3}}=\frac{3\mathcal{E}}{4R}\Rightarrow U_{ad}=\frac{3}{4}\mathcal{E}\,. \tag{2}$$

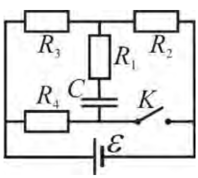
Напряжение на участке $U_{bd} = \dfrac{q}{C}$, где q – заряд на обкладках последовательно соединенных конденсаторов, общая емкость C_0 которых

$$C_0 = \frac{C \cdot \dfrac{C}{2}}{C + \dfrac{C}{2}} = \frac{C}{3}. \text{ Заряд } q = \frac{C\mathcal{E}}{3};\ U_{bd} = \frac{C\mathcal{E}}{3C} = \frac{\mathcal{E}}{3}. \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) выражение (1) станет

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{3}{4}\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{3} = \frac{5\mathcal{E}}{12} = 5 \text{ В.}$$

Ответ: 5 В.



2.2.48. Определить заряд, который пройдет через сопротивление R_1 после размыкания ключа K. Внутреннее сопротивление источника ЭДС r = 10 Ом, $\mathcal{E}$ = 50 В, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ = 20 Ом, C = 10 мкФ.

Решение:

Если ключ замкнут, схема цепи имеет вид:

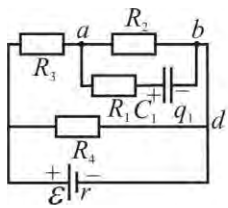


схема I

Если ключ разомкнут, схема цепи примет вид:

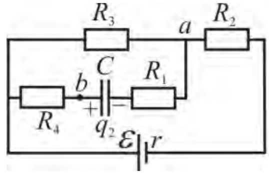


схема II

Видно, что при переключении ключа разность потенциалов между обкладками конденсатора меняет знак (знаки зарядов на обкладках изменились). Следовательно, заряд Δq, проходящий через сопротивление R_1, последовательно соединенное с конденсатором, равен $\Delta q = |q_{\mathrm{I}} + q_{\mathrm{II}}|$.

Определим заряды на обкладках конденсатора в случаях I и II, отметив при этом, что постоянный ток через конденсатор не течет. В первой схеме резисторы сопротивлениями R_3 и R_2 соединены последовательно, R_4 – к ним параллельно. Поэтому

$$q_1 = CU_{R_2} = CI_{2,3}R_2,$$

где $I_{2,3}$ – ток, текущий через резисторы R_3 и R_2, равный из закона Ома $I_{2,3} = \dfrac{U_{cd}}{R_3 + R_2}$.

Чтобы определить напряжение U_{cd} на участке cd, определим общее сопротивление участка $R_{2,3,4} = \dfrac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}$, силу тока в цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{\dfrac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + r}$.

$$U_{cd} = \mathrm{E} - Ir = \mathrm{E} - \frac{\mathcal{E} r}{\dfrac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + r} =$$

$$= \frac{\mathcal{E}\dfrac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}}{\dfrac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + r} = \frac{\mathcal{E}(R_2 + R_3)R_4}{(R_2 + R_3)R_4 + r(R_2 + R_3 + R_4)}.$$

Сила тока через резистор R_2

$$I_{2,3} = \frac{U_{cd}}{R_3 + R_2} = \frac{\mathcal{E}R_4}{r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{R2} = I_{2,3}R_2 = \frac{\mathcal{E}R_2R_4}{r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3)}.$$

Заряд

$$q_1 = \frac{\mathcal{E}CR_2R_4}{r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3)}.$$

Рассмотрим вторую схему подключения конденсатора и определим заряд на его обкладках

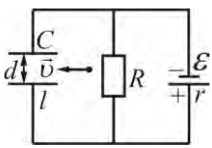
$$q_2 = CU_{R3} = CI'_{23}R_3 = \frac{\mathcal{E}CR_2}{R_3 + R_2 + r},$$

где I'_{23} – ток в этой цепи, определяемый из закона Ома для замкнутой цепи.

$$\Delta q = \frac{\mathcal{E}CR_2R_4}{r(R_2 + R_3 + R_4) + R_4(R_2 + R_3)} + \frac{\mathcal{E}CR_2}{R_3 + R_2 + r} = 342{,}86 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} \approx$$

$\approx$ 343 мкКл.

Ответ: 343 мкКл.



2.2.49. Плоский конденсатор C включен в цепь постоянного тока, как показано на рисунке. Длина пластин конденсатора l, расстояние между пластинам d, ЭДС источника тока в цепи $\mathcal{E}$, его внутреннее сопротивление r.

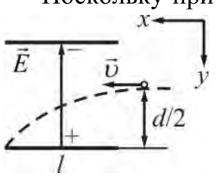
В конденсатор параллельно его пластинам посередине влетает электрон со скоростью υ_0. Определить сопротивление резистора R, подключаемого параллельно конденсатору, чтобы электрон не вылетел из конденсатора. Силой тяжести электрона пренебречь.

Решение:

В цепи постоянного тока конденсатор только заряжается и напряжение на конденсаторе, параллельно подключенном к сопротивлению R, будет равно из закона Ома для участка цепи $U = IR$.

Из закона Ома для замкнутой цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r}$. Тогда $U = \dfrac{\mathcal{E}R}{R + r}$. (1)

Поскольку при данном напряжении электрон не должен вылететь из конденсатора, то влетев в конденсатор перпендикулярно вектору напряженности поля $\vec{E}$, электрон должен пролететь по горизонтали расстояние не больше $l = \upsilon_0 t$, по вертикали $\dfrac{d}{2} = \dfrac{at^2}{2}$. (2)



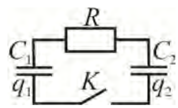
Ускорение $\vec{a}$, с которым электрон движется в электростатическом поле в отсутствие силы тяжести, равно $a = \dfrac{q\mathcal{E}}{m}$. А так как напряжение U и напряженность однородного электростатического поля связаны соотношением $E = \dfrac{U}{d}$, то выражение (2) примет вид

$$d=\frac{q\mathcal{E}l^2}{m\upsilon_0^2}=\frac{qUl^2}{md\upsilon_0^2}\Rightarrow U=\frac{d^2m\upsilon_0^2}{ql^2}\,. \qquad (3)$$

Приравняем правые части (1) и (3):

$$\frac{\mathcal{E}R}{R+r}=\frac{d^2m\upsilon_0^2}{ql^2}\Rightarrow \text{ сопротивление } R=\frac{rd^2m\upsilon_0^2}{ql^2\mathcal{E}-d^2m\upsilon_0^2}\,.$$

Ответ: $\dfrac{rd^2m\upsilon_0^2}{ql^2\mathcal{E}-d^2m\upsilon_0^2}$.



2.2.50. Определить количество теплоты, выделяющееся на проводнике сопротивлением R в схеме, приведенной на рисунке, после замыкания ключа K, если до замыкания ключа на конденсаторе емкостью C_1 находился заряд q_1, а на конденсаторе емкостью C_2 – заряд q_2.

Решение:

Количество теплоты Q, выделившееся на проводнике сопротивлением R, будет определяться разностью энергий конденсаторов до размыкания и после замыкания ключа K, т. е. $Q = W_1 - W_2$. (1)

Энергия W_1 до замыкания ключа сосредоточена в конденсаторах емкостью C_1 и C_2 и равна:

$$W_1=\frac{q_1^2}{2C_1}+\frac{q_2^2}{2C_2}\,. \qquad (2)$$

После замыкания ключа произойдет перераспределение зарядов на конденсаторах. Пусть на первом емкостью C_1 установится заряд $q_1'=q_1-\Delta q$, тогда согласно закону сохранения суммарного заряда в замкнутой системе на пластинах второго емкостью C_2 установится $q_2'=q_2+\Delta q$.

Перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока напряжения на конденсаторах не станут равными: $\dfrac{q_1^1}{C_1}=\dfrac{q_2^1}{C_2}$ или $\dfrac{q_1-\Delta q}{C_1}=\dfrac{q_2+\Delta q}{C_2}$.

Определим изменение зарядов Δq на конденсаторах.

$$C_2(q_1-\Delta q)=C_1(q_2+\Delta q)\Rightarrow \Delta q=\frac{C_2q_1-C_1q_2}{C_1+C_2}\,.$$

Заряды на конденсаторах станут равными.

$$q_1^1=q_1-\frac{C_2q_1-C_1q_2}{C_1+C_2}=\frac{C_1(q_1+q_2)}{C_1+C_2};$$

$$q_2^1 = q_2 + \frac{C_2 q_1 - C_1 q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_2(q_1 + q_2)}{C_1 + C_2}.$$

В этих условиях энергия конденсаторов будет равна

$$W_2 = \frac{q_1^1}{2C_1} + \frac{q_2^1}{2C_2} = \frac{C_1^2(q_1 + q_2)^2}{2C_1(C_1 + C_2)^2} + \frac{C_2^2(q_1 + q_2)^2}{2C_2(C_1 + C_2)^2} =$$
$$= \frac{C_1 C_2(C_1 + C_2)(q_1 + q_2)^2}{2C_1 C_2(C_1 + C_2)^2} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{2(C_1 + C_2)}. \qquad (3)$$

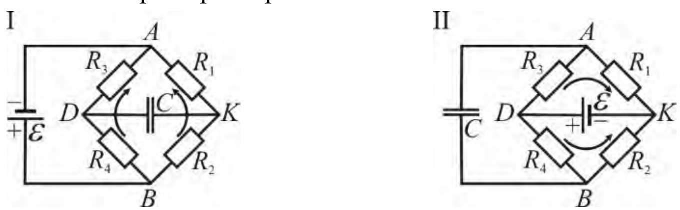
Подставим выражения (2) и (3) в (1), получим:

$$Q = \frac{q_1^2}{2C_1} + \frac{q_2^2}{2C_2} - \frac{(q_1 + q_2)^2}{2(C_1 + C_2)} =$$
$$= \frac{C_2(C_1 + C_2)q_1^2 + C_1(C_1 + C_2)q_2^2 - C_1 C_2(q_1 + q_2)^2}{2C_1 C_2(C_1 + C_2)} =$$
$$= \frac{C_2^2 q_1^2 + C_1^2 q_2^2 - 2C_1 C_2 q_1 q_2}{2C_1 C_2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_2 q_1 - C_1 q_2)^2}{2C_1 C_2(C_1 + C_2)}.$$

Из полученного ответа следует, что количество выделяющейся на сопротивлении R теплоты Q от величины сопротивления не зависит.

Ответ: $Q = \dfrac{(C_2 q_1 - C_1 q_2)^2}{2C_1 C_2(C_1 + C_2)}$.

2.2.51. В схеме, показанной на рисунке, где R_1 = 60 Ом, R_2 = 20 Ом, R_3 = 40 Ом, R_4 = 20 Ом, батарею и конденсатор поменяли местами. Во сколько раз изменится при этом заряд конденсатора? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



Решение:

I: $q = CU_{DK} = C(U_{DA} - U_{AK}) = C(I_{3,4}R_3 - I_{1,2}R_1) =$

$$= C\left(\frac{\mathcal{E} R_3}{R_3 + R_4} - \frac{\mathcal{E} R_1}{R_1 + R_2}\right) = \frac{C\mathcal{E}(R_3 R_2 - R_4 R_1)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}.$$

$$\text{II: } q' = CU_{AB} = C(U_{AD} - U_{DB}) = C(I_{3,1}R_3 - I_{4,2}R_1) =$$

$$= C\left(\frac{\mathcal{E}R_3}{R_3 + R_1} - \frac{\mathcal{E}R_4}{R_4 + R_2}\right) = \frac{C\mathcal{E}(R_3R_2 - R_4R_1)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

$$\frac{q'}{q} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = \frac{(60+20)(40+20)}{(60+40)(20+20)} = 1{,}2.$$

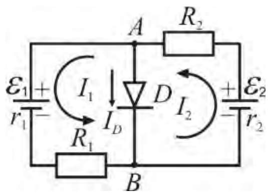
Ответ: 1,2.

Диод в цепи постоянного тока

2.2.52. Определить ток, текущий через диод D в схеме, изображенной на рисунке. ЭДС источников тока $\mathcal{E}_1$ = 6,0 В; $\mathcal{E}_2$ = 8,5 В, их внутренние сопротивления r_1 = 100 Ом и r_2 = 150 Ом соответственно, сопротивления нагрузок в цепи R_1 = 20 Ом и R_2 = 20 Ом. Сопротивления диода при прямом токе r_0 = 1,5 Ом, при обратном – R_0 = 150 Ом.

Решение:

а) Определим силу тока, протекающего через диод в электрической цепи, представленной на рисунке.



При расчете токов в сложных электрических цепях необходимо применять правила Кирхгофа, предварительно выбрав направления токов на отдельных участках цепи.

В данном случае выбранные направления токов на участках указаны на рисунке: I_1 – в контуре $A\mathcal{E}_1BA$; I_2 – в контуре $B\mathcal{E}_2AB$; I_D – ток, текущий через диод D.

Согласно первому правилу Кирхгофа, алгебраическая сумма токов в узле равна 0. Для узла A:

$$-I_1 + I_2 - I_D = 0. \qquad (1)$$

Применяя второе правило Кирхгофа для контуров: алгебраическая сумма падений напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме $\mathcal{E}$ в контуре.

Для контура $A\mathcal{E}_1BA$:

$$I_1(r_1 + R_1) - I_Dr_0 = -\mathcal{E}_1; \qquad (2)$$

для контура $B\mathcal{E}_2AB$:

$I_2(r_2 + R_2) - I_D r_0 = \mathcal{E}_2$ (3)

(r_0 – сопротивление диода в прямом направлении).

Решаем совместно систему уравнений (1)–(3). Из (1) выразим $I_2 = I_1 + I_D$ и подставим в (3):

$(I_1 + I_D)(r_2 + R_2) + I_D r_0 = \mathcal{E}_2.$ (4)

Умножим левую и правую части уравнения (2) на $(r_2 + R_2)$, а уравнения (4) на $(r_1 + R_1)$, получим:

$I_1(r_1 + R_1)(r_2 + R_2) - I_D r_0(r_2 + R_2) = -\mathcal{E}_1(r_2 + R_2);$ (5)

$I_1(r_2 + R_2)(r_1 + R_1) + I_D(r_2 + R_2)(r_1 + R_1) + I_D r_0(r_1 + R_1) = \mathcal{E}_2(r_1 + R_1).$ (6)

Вычтем из (6) почленно (5)

$I_D(r_2 + R_2)(r_1 + R_1) + I_D r_0(r_1 + R_1) + I_D r_0(r_2 + R_2) =$

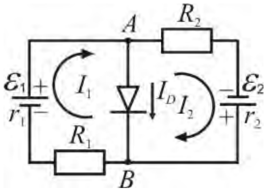
$= \mathcal{E}_2(r_1 + R_1) + \mathcal{E}_1(r_2 + R_2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_D = \frac{\mathcal{E}_2(r_1 + R_1) + \mathcal{E}_1(r_2 + R_2)}{r_0(r_1 + R_1 + r_2 + R_2) + (r_2 + R_2)(r_1 + R_1)}.$$

Значение тока через диод

$$I_D = \frac{8{,}5 \cdot 120 + 8{,}5 \cdot 165}{1{,}5(120 + 165) + 165 \cdot 120} = 0{,}099\,\text{А} \approx 100\ \text{мА}.$$

Изменение направления тока I_1 на противоположное не приводит к изменению величины тока. Таким образом ток через диод прямой.



б) Определим силу тока, протекающего через диод в электрической цепи, представленной на рисунке.

Аналогично случаю (*а*) выбираем направления токов на участках. Для узла *A* согласно первому правилу Кирхгофа: $I_1 - I_2 - I_D = 0.$ (1)

Согласно второму правилу Кирхгофа для контура $AB\mathcal{E}_1A$ имеем:

$I_1(R_1 + r_1) + I_D r_0 = \mathcal{E}_1;$ (2)

для контура $A\mathcal{E}_2BA$:

$I_2(R_2 + r_2) - I_D r_0 = \mathcal{E}_2.$ (3)

Решим совместную систему уравнений (1)–(3). Из (1): $I_2 = I_1 - I_D$, подставим это выражение в (3):

$(I_1 - I_D)(R_2 + r_2) - I_D r_0 = \mathcal{E}_2.$ (4)

Умножим левую и правую части (2) на $(R_2 + r_2)$, а (4) – на $(R_1 + r_1)$, получим:

$I_1(R_1 + r_1)(R_2 + r_2) + I_D r_0(R_2 + r_2) = \mathcal{E}_1(R_2 + r_2);$ (5)

$(I_1 - I_D)(R_2 + r_2)(R_1 + r_1) - I_D r_0(R_1 + r_1) = \mathcal{E}_2(R_1 + r_1).$ (6)

Вычтем (6) из (5) почленно:

$I_D(R_2 + r_2)(R_1 + r_1) + I_D r_0(R_2 + r_2 + R_1 + r_1) =$

$= \mathcal{E}_1(R_2 + r_2) - \mathcal{E}_2(R_1 + r_1) \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_D = \frac{\mathcal{E}_1(R_2 + r_2) - \mathcal{E}_2(R_1 + r_1)}{(R_1 + r_1)(R_2 + r_2) + r_0(R_2 + r_2 + R_1 + r_1)},$$

рассчитанное значение тока через диод $I_D = -1{,}5$ мА.

Отрицательное значение тока свидетельствует о том, что диод в этой схеме работает в обратном направлении и его сопротивление R_0.

Изменив направление тока через диод, воспользуемся правилом Кирхгофа для узла *A* и тех же контуров: $I_1 + I_D - I_2 = 0$;

$I_1(R_1 + r_1) - I_D R_0 = \mathcal{E}_1$;

$I_2(R_2 + r_2) + I_D R_0 = \mathcal{E}_2$ или

$(I_1 + I_D)(R_2 + r_2) + I_D R_0 = \mathcal{E}_2$.

Решаем систему уравнений, получаем:

$I_D(R_2 + r_2)(R_1 + r_1) + I_D R_0(R_1 + r_1 + R_2 + r_2) = \mathcal{E}_2(R_1 + r_1) - \mathcal{E}_1(R_2 + r_2).$

Отсюда обратный ток через диод

$$I_D = \frac{\mathcal{E}_2(R_1 + r_1) - \mathcal{E}_1(R_2 + r_2)}{(R_2 + r_2)(R_1 + r_1) + R_0(R_1 + r_1 + R_2 + r_2)} = \frac{1\,020 - 990}{19\,800 + 42\,750} =$$

$= 0{,}48 \cdot 10^{-3}$ À ≈ 0,5ì À.

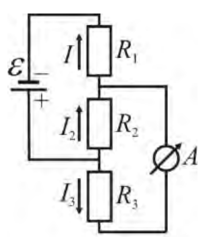
Ответ: 100 мА; 0,5 мА.

2.2.53. Какой ток I_1 покажет амперметр в схеме, показанной на рисунке? Какой ток I_2 покажет амперметр, если источник тока и амперметр поменять местами? $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $\mathcal{E} = 10$ В. Внутренним сопротивление источника тока и амперметра пренебречь.

Решение:

I: $I_3 R_3 = I_2 R_2 = (I - I_3)R_2$; (1)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + \dfrac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{10}{20 + \dfrac{40 \cdot 60}{100}} = \frac{5}{22} \text{ А.}$$

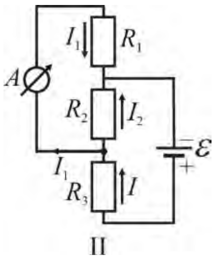


I

$I = I_2 + I_3$.

Из (1):

$$I_A = I_3 = \frac{IR_2}{R_3 + R_2} = \frac{5 \cdot 40}{22 \cdot 100} = \frac{1}{11} \text{ А.}$$



II: $I_1R_1 = I_2R_2 = (I - I_1)R_2$;

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_3 + \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{10}{60 + \dfrac{20 \cdot 40}{60}} = \frac{3}{22} \text{ А.}$$

$$I_A = I_1 = \frac{IR_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 402}{22 \cdot 60} = \frac{1}{11} \text{ А.}$$

Ответ: Токи окажутся равными.

2.3. Задачи для самостоятельного решения

1. По проводу протекает постоянный ток силой $I = 2$ А. Определить величину заряда, проходящего через поперечное сечение этого провода за время 5 минут, и число электронов, проходящих за это время через поперечное сечение. (600 Кл; $3{,}75 \cdot 10^{21}$)

2. В проводнике сопротивлением $R = 0{,}2$ Ом длиной $l = 10$ м протекает ток силой $I = 5$ А. Определить напряжение U на концах проводника и напряженность электрического поля E в нем. (1 В; 0,1 В/м)

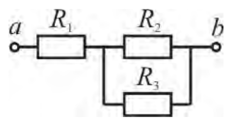
3. По медному и железному проводам равных длин и диаметров протекают одинаковые токи. Каково отношение напряжений на концах этих проводов? В каком из них больше напряженность электрического поля и во сколько раз? (5, 7)

4. Определить, во сколько раз изменятся массы и сопротивления проводов из одного и того же материала, если при неизменной длине один провод будет вдвое большего диаметра. (в 4 раза; 0,25 раз)

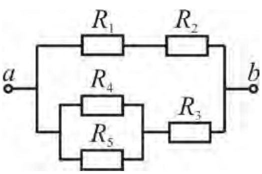
5. Определить сопротивление вольфрамового провода длиной l = 50 см, площадью поперечного сечения S = 1 мм^2 при температуре t = 20 °С? Каким станет сопротивление этого провода при температуре t_2 = 40 °С? ($2{,}75 \cdot 10^{-2}$ Ом; $3 \cdot 10^{-2}$ Ом)

6. Определить температуру t_2, при которой сопротивление медного проводника станет на 10 % больше, чем при температуре t = 20 °С. (45 °С)

7. Резистор сопротивлением R = 10 Ом включен в электрическую цепь последовательно с медным проводом длиной l = 50 см и диаметром d = 0,6 мм. Какое дополнительное сопротивление вносит медный провод? Сколько процентов от сопротивления резистора составляет сопротивление провода? (0,03 Ом; 0,3 %)



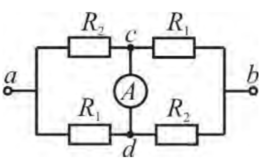
8. Определить сопротивление R участка между точками a и b электрической схемы, представленной на рисунке, и силу тока в каждом проводнике, если напряжение между точками a и b U_{ab} = 12 В, а сопротивления R_1 = 3 Ом, R_2 = 6 Ом; R_3 = 2 Ом. (4,5 Ом; 2,67 А; 0,67 А; 2,0 А)



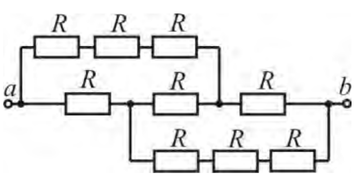
9. Определить сопротивление R участка между точками a и b электрической схемы, представленной на рисунке, и силу тока в каждом проводнике, если напряжение между точками a и b $U_{ab} = 12$ В, $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 6$ Ом. (6 Ом; 0,67 А; 1,33 А)

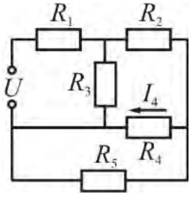
10. Три одинаковых резистора соединены параллельно. Общее сопротивление цепи увеличивается на 350 Ом, когда один из резисторов отключается и присоединяется последовательно к двум оставшимся. Определить сопротивление каждого резистора. (300 Ом)

11. В схеме, показанной на рисунке, R_1 = 101 Ом, R_2 = 100 Ом. Определить, какой силы ток I идет через идеальный амперметр, подключенный между точками c и d, если напряжение между точками a и b составляет $U_{ab} = 100$ В. (2,5 мА)



12. Девять резисторов сопротивлением R = 10 Ом каждый соединены, как показано на рисунке. Между точками a и b приложено напряжение U_{ab} = 20 В. Определить эквивалентное сопротивление цепи и силу тока через каждый резистор. (16,7 Ом; 0,4 А; 0,8 А).



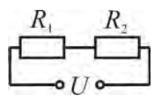


13. В схеме, представленной на рисунке, сопротивления $R_1 = R_2 =$ 2 Ом; $R_3 = 5$ Ом; $R_4 = 40$ Ом; $R_5 = 10$ Ом и ток через сопротивление R_4 $I_4 = 0,5$ А. Определить токи через все сопротивления и подаваемое напряжение U. (40 В; 7,5 А; 2,5 А; 5 А; 2 А)

14. Вольтметр со шкалой на $U_V = 100$ В имеет сопротивление $R_V = 1$ кОм. Какую наибольшую разность потенциалов U можно измерять этим прибором, если присоединить к нему добавочное сопротивление $R_д = 100$ кОм. (10,1 кВ).

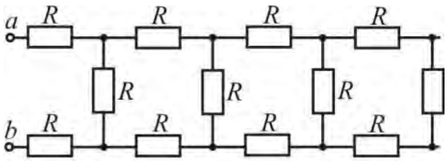
15. Определить сопротивление шунта, который нужно присоединить к гальванометру сопротивлением 180 Ом со шкалой 100 делений и ценой деления 1 мкА, чтобы им можно было измерять токи до 1 мА. (20 Ом)

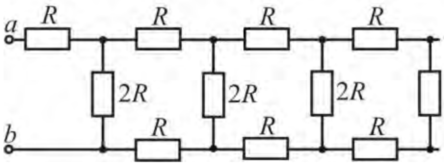
16. Два параллельно соединенных сопротивления R_1 и R_2, одно из которых в 2 раза больше другого, включены в сеть напряжением 90 В. Определить эти сопротивления (R_1, R_2) и ток в каждом из них (I_1, I_2), если до разветвления сила тока $I = 1,5$ А. (90 Ом; 1 А; 180 Ом; 0,5 А)



17. Если вольтметр, имеющий конечное сопротивление, подключен параллельно резистору сопротивлением R_1, то он показывает напряжение $U_1 = 6$ В, если параллельно R_2, то – $U_2 = 4$ В (см. рис.). Каковы будут напряжения на резисторах U'_1 и U'_2, если вольтметр не подключать. Приложенное напряжение $U = 12$ В. (7,2 В; 4,8 В)

18. Определить эквивалентное сопротивление R_{ab} бесконечных цепочек, показанных на рисунках:





$((1+\sqrt{3})R; (\sqrt{5}-1)R)$

19. Пять одинаковых последовательно соединенных ламп мощностью $P = 60$ Вт каждая включаются в сеть постоянного тока. Определить напряжение на лампах, если сила потребляемого тока $I = 1{,}36$ А. (220 В).

20. Сопротивление R = 10 кОм рассчитано на мощность P = 0,25 Вт. Определить максимальный ток I, который может протекать через это сопротивление и максимальное напряжение U, какое может быть к нему приложено. (5 мА; 50 В)

21. В электропечи в качестве нагревательного элемента используется нихромовая спираль сопротивлением R = 80 Ом при комнатной температуре. В момент включения электропечи сила тока в цепи составляет I_0 = 1,3 А. До какой температуры нагревается спираль, если перед выключением электропечи ток равен I = 1,3 А? (400 °С)

22. Электронагреватель содержит нихномовую спираль с сопротивление 8 Ом при температуре 0 °С. При напряжении 120 В спираль нагревается до 1 000 °С. Определить, какой силы ток протекает через холодную спираль при таком напряжении. Каково сопротивление спирали при 1 000 °С? Какова тепловая мощность нагревателя? (15 А;11,2 Ом; 1 286 Вт)

23. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода в чайнике закипает через t_1 = 15 мин, при включении другой – через t_2 = 10 мин. Через сколько времени чайник вскипит, если эти обмотки включить вместе: а) параллельно; б) последовательно? (6 мин; 25 мин)

24. При напряжении в сети U_1 =120 В вода в электрическом чайнике закипает за время t_1 =20 мин. При напряжении в сети U_2 =110 В вода закипает за время t_2 = 28 мин. Считая, что тепловые потери пропорциональны времени нагревания, Определить, через какое время t_3 закипит вода в чайнике при напряжении в сети U = 100 В. (44 мин)

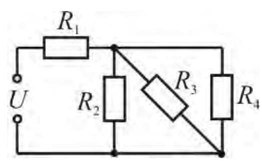
25. Нагреватель электрического чайника состоит из двух спиралей. При параллельном включении спиралей вода в чайнике закипает в n раз быстрее, чем при последовательном соединении. Определить отношение сопротивлений спиралей, и наименьшее возможное значение n. $(n \geq 4)$.

26. Сколько витков никелевой проволоки надо намотать на фарфоровый цилиндр диаметром $D = 1,5$ см, чтобы создать кипятильник, в котором в течение времени τ = 10 мин закипает вода массой m = 1,2 кг, взятая при температуре t = 10 °С. Коэффициент полезного действия η кипятильника принять равным 60 %. Диаметр проволоки $d = 0,2$ мм, напряжение в сети $U = 100$ В. (14)

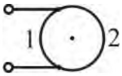
27. От источника с напряжением U_0 =750 В необходимо передать мощность P_0 = 5 кВт на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление R может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10 % от передаваемой мощности? (11,25 Ом)

28. Линия электропередачи обладает сопротивлением 0,2 Ом/км. Определить тепловые потери в линии при передаче мощности 200 кВт при напряжении: а) 240 В; б) 4,4 кВ. (139 кВт; 413 Вт)

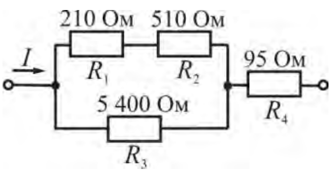
29. Определить силу тока в резисторах R_1 = 3 Ом, $R_2 = R_3$ = 2 Ом, R_4 = 4 Ом и мощность развиваемую источником тока постоянного напряжения U = 6 В в схеме, представленной на рисунке. (1,58 А; 0,63 А; 0,32 А; 9,5 Вт)



30. Четыре проводника с сопротивлениями R_1 = 1 Ом, R_2 = 2 Ом, R_3= 3 Ом и R_4= 4 Ом соединены так, что общее сопротивление цепи оказалось равным R_0= 1 Ом. Какая мощность P развивается в проводнике сопротивлением R_2, если через проводник сопротивлением R_3 идет ток I_3 = 3 А? (72 Вт)



31. Проволочное кольцо включено в цепь, причем контакты делят длину кольца в отношении 1 : 2. В кольце выделяется мощность P_0 = 108 Вт. Определить мощность P, выделяющуюся в кольце, если контакты расположить по диаметру кольца при условии, что а) ток во внешней цепи не изменился; б) напряжение на кольце не изменилось. (121,5 Вт; 96 Вт)

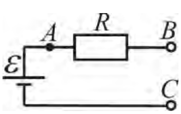


32. В изображенной на рисунке цепи каждый резистор может поглощать максимальную тепловую мощность 5 Вт. Определить максимальное значение тока I, при котором ни один резистор не будет поврежден. (0,11А)

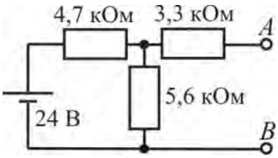
33. Какую работу A совершает источник тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 12 В за время $t = 5$ с, если ток в цепи $I = 3$ А? (180 Дж)

34. Автомобильный аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E}$ = 12 В может обеспечить электрический заряд q = 576 кКл. Определить полный запас энергии аккумулятора и время его работы, если он питает электрическую лампочку мощностью P = 150 Вт. (6,9 МДж; 12,8 ч)

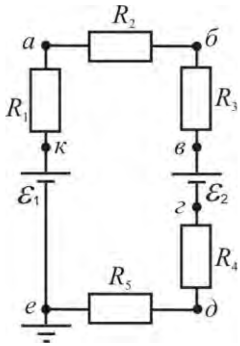
35. Электрический мотор поднимает вертикально вверх груз массой $m = 10$ кг со скоростью $\upsilon = 30$ см/с. Каков минимальный ток I в моторе, если он присоединен к батарее с $\mathcal{E}$ = 30 В? (1 А)



36. Что покажет идеальный вольтметр, включенный между точками: а) *A* и *B*; б) *A* и *C*; в) *B* и *C* в цепи, схема которой представлена на рисунке? (0; $\mathcal{E}$; $\mathcal{E}$)



37. Каковы будут показания приборов, включенных между точками *A* и *B* на приведенной схеме? а) Идеальный вольтметр; б) идеальный амперметр; в) вольтметр с сопротивлением 50 кОм; г) амперметр с сопротивлением 150 Ом. (13 В; 2,2 мА; 12 В; 2,2 мА)



38. Определить потенциалы точек *а, б, в, г, д, е, к* в цепи, схема которой изображена на рисунке, если потенциал точки *е* равен нулю; $\mathcal{E}_1$ = 12 В, $\mathcal{E}_2$ = 4 В, R_1 = 1 Ом, R_2 = 5 Ом, R_3 = 5 Ом, R_4 = 1 Ом, R_5 = 4 Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь. (11,5 В; 9 В; 6,5 В; 2,5 В; 2 В; 0; 12 В)

39. Определить силу тока I в цепи аккумулятора, замкнутого на сопротивление R = 1 000 Ом, если при последовательном включении в эту цепь миллиамперметра с внутренним сопротивлением R_A = 100 Ом амперметр показывает ток I_A =25 мА. Внутренним сопротивлением источника пренебречь. (27,5 мА)

40. Напряжение на зажимах аккумулятора с ЭДС $\mathcal{E}$ = 12 В, вращающего стартер автомобиля, равно U = 11,4 В при токе в цепи I = 20 А. Определить внутреннее сопротивление r аккумулятора, мощность P_0, развиваемую аккумулятором, мощность P, развиваемую стартером автомобиля, количество теплоты Q, выделяемое в аккумуляторе в течение времени t = 3 мин при силе тока в цепи I = 20 А и уменьшение запаса химической энергии ΔW в аккумуляторе за время Δt = 3 мин. (0,03 Ом; 240 Вт; 228 Вт; 2 160 Дж; $4{,}32 \cdot 10^4$ Дж)

41. Аккумулятор, ЭДС которого $\mathcal{E}$ = 25 В и внутреннее сопротивление r = 1 Ом, заряжается от сети напряжением U = 40 Вт через дополнительное сопротивление R = 5 Ом. Определить напряжение U_1 на зажимах аккумулятора (27,5 В)

42. Аккумулятор с внутренним сопротивлением r = 1 Ом подключен для зарядки к сети напряжением U = 12,5 В. Определить ЭДС аккумулятора, если при зарядке через него протекает ток I = 0,5 А. (12 В)

43. Определить ЭДС источника тока, если известно, что при увеличении внешнего сопротивления, замыкающего источник, в три раза напряжение на его зажимах увеличивается от U_1 до $U_2 = 1{,}2U_1$. (1,3 U_1)

44. Через аккумулятор в конце зарядки протекает ток I_1 = 4 А, при этом напряжение на его клеммах U_1 = 12,8 В. При зарядке того же аккумулятора напряжение на клеммах составляет U_2 = 11,1 В при токе I_2 = 6 А. Определить ток короткого замыкания $I_{к.з}$. (69 А)

45. Цепь состоит из аккумулятора с внутренним сопротивлением r и нагрузки сопротивлением R. Вольтметр, включенный последовательно или параллельно сопротивлению R, дает одно и то же показание. Определить сопротивление вольтметра R_V. (R^2 / r)

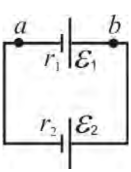
46. Определить, при каком значении сопротивления внешней цепи мощность, отдаваемая источником тока во внешнюю цепь, максимальна и каково значение величины тока при этом. ЭДС источника равна $\mathcal{E}$, внутреннее сопротивление r. ($R = r$; $I = \dfrac{\mathcal{E}}{2r}$)

47. При подсоединении резистора R_1 = 50 Ом к источнику тока по резистору течет ток I_1 = 26 мА, а при подключении резистора R_2 = 26 Ом – ток I_2 = 47 мА. Определить ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r источника тока. (1,4 В; 3,7 Ом)

48. Определить отношение максимальных полезных мощностей P_1/P_2 двух цепей, если в одной из них включен m одинаковых источников последовательно, а в другой n – параллельно. (m / n)

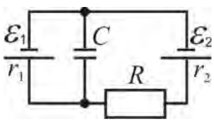
49. Источник тока поочередно замыкается проводниками с сопротивлениями R_1 = 4 Ом и R_2 = 16 Ом. В каждом проводнике за одно и то же время выделяется одинаковое количество теплоты Q = 60 Дж. Определить внутреннее сопротивление источника и количество теплоты, выделяющееся в проводниках за это же время, если их подключить (последовательно) одновременно к источнику тока. (8 Ом; 55 Дж)

50. Источник тока с внутренним сопротивлением r замкнут на сопротивление R. При этом в сопротивлении R выделяется на 9 % меньше теплоты, чем это было при внутреннем сопротивлении r' = 0. Определить отношение r/R. (0,11)



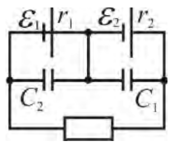
51. Два источника тока, ЭДС которых $\mathcal{E}_1$ = 57 В и $\mathcal{E}_2$ = 32 В, соединены, как указано на рисунке. Чему равна

разность потенциалов между точками a и b, если отношение внутренних сопротивлений аккумуляторов $k = r_1/r_2 = 1{,}5$? ($\varphi_a - \varphi_b = -47$ В)



52. Определить заряд конденсатора в цепи, схема которой представлена на рисунке.

$$\left(q = \frac{C(\mathcal{E}_1(r_2 + R) + \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2 + R} \right)$$

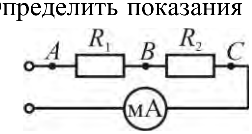


53. Определить напряжение на каждом конденсаторе в приведенной схеме, если значения C_1, C_2, $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, r_1, r_2, R известны.

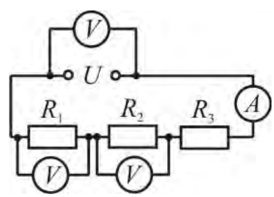
$$\left(U_1 = \frac{\mathcal{E}_1(r_2 + R) - \mathcal{E}_2 r_1}{r_1 + r_2 + R}; U_2 = \frac{\mathcal{E}_1(r_1 + R) - \mathcal{E}_1 r_2}{r_1 + r_2 + R} \right)$$

54. Стальная проволока ($\rho_1 = 12 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) длиной $l_1 = 2$ м и площадью поперечного сечения $S_1 = 0{,}48$ мм^2 соединена последовательно с никелиновой проволокой ($\rho_2 = 42 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) длиной $l_2 = 1$ м и площадью поперечного сечения $S_2 = 0{,}21$ мм^2. Определить напряжение U, подводимое к участку, если сила тока в нем $I = 0{,}6$ А. (1,8 В)

55. Два резистора сопротивлениями $R_1 = 8$ кОм и $R_2 = 1$ кОм соединены последовательно, как показано на рисунке. Определить показания идеального вольтметра, подключенного к точкам A и C, если сила тока в цепи $I = 3$ мА. Что покажет этот вольтметр, если его подключить к точкам A и B, B и C? (27 В; 24 В; 3 В)



56. Как изменятся показания идеальных измерительных приборов в цепи, схема которой изображена на рисунке, если параллельно проводнику R_3 включить второй проводник такого же сопротивления? $R_1 = R_2 = R_3 = R$. (увеличивается в 1,2 раза)

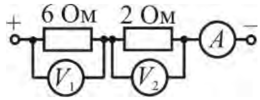


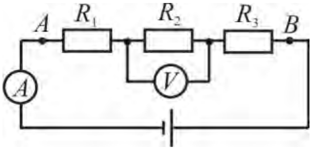
57. Медная ($\rho_1 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) и стальная ($\rho_2 = 12 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) проволоки одинаковой длины соединены параллельно и подключены к источнику напряжения. Диаметр стальной проволоки вдвое больше диа-

метра медной. В медной проволоке сила тока I_1 = 60 мА. Какова сила тока в стальной проволоке? (34 мА)

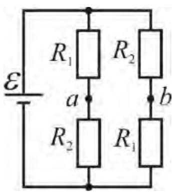
58. Четыре лампы, рассчитанные на напряжение $U_л$ = 3 В и силу тока I = 0,3 А каждая, надо включить параллельно и питать от источника напряжения U_0 = 5,4 В. Определить сопротивление резистора, который следует включить последовательно с лампами, чтобы они горели полным накалом. (2 Ом)

59. На рисунке представлен фрагмент электрической цепи постоянного тока. Определить показания идеальных амперметра и вольтметра V_2, если показания вольтметра V_1 равны U_1 = 12 В. (4 В; 2 А)





60. В электрическую цепь, представленную на рисунке, включены последовательно три проводника сопротивлениями R_1 = 5 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 12 Ом. Какую силу тока показывает амперметр и каково напряжение между точками A и B цепи, если показание вольтметра U = 1,2 В? (0,2 А; 4,6 В)



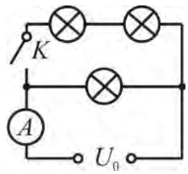
61. Определить разность потенциалов между точками a и b в схеме, изображенной на рисунке, если $\mathcal{E}$ = 4 В, R_1 =3 Ом, R_2 =1 Ом. (–2 В)

62. Алюминиевая и медная проволоки имеют равные массы и одинаковые площади поперечного сечения. Какая из проволок имеет большее сопротивление, если плотности алюминия D_1 = 2 700 кг/м^3, меди D_2 = 8 900 кг/м^3, удельные сопротивления алюминия $\rho_1 = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, меди $\rho_2 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. (Алюминиевая)

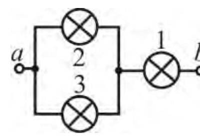
63. Гальванометр имеет сопротивление $R_г$ = 200 Ом, и при силе тока $I_г$ = 100 мкА стрелка отклоняется на всю шкалу. Какое добавочное сопротивление $R_д$ необходимо подключить к гальванометру, чтобы его можно было использовать как вольтметр для измерения напряжения до U = 2 В? Какого сопротивления шунт $R_ш$ надо подключить к гальвано-

метру, чтобы его можно было использовать как миллиамперметр для измерения силы тока до I = 10 мА? (19,8 кОм; 2,02 Ом)

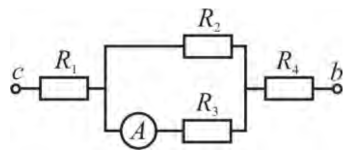
64. Если к амперметру, рассчитанному на максимальную силу тока I = 2 А, присоединить шунт сопротивлением $R_ш$ = 0,5 Ом, то цена деления шкалы амперметра возрастает в n =10 раз. Какое добавочное сопротивление необходимо присоединить к амперметру, чтобы его можно было использовать как вольтметр, измеряющий напряжение до U = 220 В? (105,5 Ом)



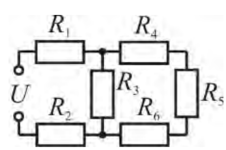
65. Лампы одинакового сопротивления и идеальный амперметр включены так, как показано на рисунке. Во сколько раз отличаются показания амперметра при разомкнутом и замкнутом ключе K? Напряжение U_0 поддерживается постоянным. (в 1,5 раза)



66. К электрической цепи подведено напряжение U_{ab} = 90 В. Сопротивление лампы 2 равно сопротивлению лампы 1, а сопротивление лампы 3 в k = 4 раза больше сопротивления лампы 1. Сила тока в неразветвленной цепи I = 0,5 А. Определить сопротивление каждой лампы, напряжение на лампах 2 и 3 и силу тока в них. (100 Ом; 400 Ом; 40 В; 0,4 А; 0,1 А)



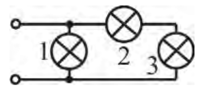
67. В электрической цепи амперметр показывает силу тока I = 2 А, а сопротивления резисторов R_1 = 2 Ом, R_2 = 10 Ом, R_3 = 15 Ом, R_4 = 4 Ом. Определить силу тока и напряжение на каждом сопротивлении, а также общее напряжение в цепи. (30 В; 10 В; 20 В; 60 В; 5 А; 3 А; 2 А)



68. В цепь подано напряжение U = 100 В. Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R = 21 Ом каждый. Определить общее сопротивление цепи R_0, а также силу тока и напряжение на каждом сопротивлении. (57,7 Ом; 1,73 А; 1,3 А; 36,4 В, 27,3 В; 0,43 А; 9,09 В)

69. Какая из двух электрических ламп потребляет большую мощность и во сколько раз: рассчитанная на напряжение U_1 = 24 В и силу тока I_1 = 0,7 А, или на напряжение U_2 = 120 В и силу тока I_2 = 0,2 А? (в 1,4 раза)

70. Три лампы одинаковой мощности, рассчитанные на одно и то же напряжение, включены в цепь так, как показано на рисунке. Одинаков ли накал нитей ламп?



71. Какой длины надо взять никелиновый проводник ($\rho = 42 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) диаметром d = 0,5 мм, чтобы изготовить электрический нагреватель, работающий при напряжении U = 220 В и выделяющий $Q = 1{,}68 \cdot 10^{6}$ Дж энергии в час? Определить мощность нагревателя. (48,5 м; 467 Вт)

72. Определить, можно ли две лампочки накаливания мощностью P_1 = 40 Вт и P_2 = 60 Вт, рассчитанные на напряжение U_0 = 110 В каждая, включить в цепь с напряжением U = 220 В, соединив их последовательно.

73. К концам свинцовой проволоки длиной l = 1 м приложено напряжение U = 10 В. Какое время τ пройдет с начала пропускания тока до момента, когда свинец начнет плавиться? Начальная температура свинцовой проволоки t_0 = 20 °С, температура плавления t = 327 °С, удельная теплоемкость свинца c = 130 Дж/(кг · К), удельное сопротивление $\rho = 19 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, плотность D = 11 300 кг/м^3. Потерями тепла в окружающее пространство пренебречь. (0,86 с)

74. От генератора, ЭДС которого $\mathcal{E}$ = 500 В, требуется передать энергию на расстояние l = 2,5 км. Мощность потребителя энергии P = 10 кВт. Определить потери мощности в сети, если диаметр медных ($\rho = 1{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) подводящих проводов d = 1,5 см. (192 Вт)

75. Какую работу совершает электродвигатель вентилятора за время t = 30 мин, если при напряжении U = 220 В сила тока в электродвигателе I = 1,2 А, а его КПД η = 80 %? (380 кДж)

76. Электродвигатель подъемного крана подключен к источнику тока напряжением U = 380 В, при этом сила тока в его обмотке I = 20 А. Каков КПД установки, если груз массой m = 1 т кран поднимает на высоту h = 19 м за время t = 50 с? (49 %)

77. На изготовление кипятильника израсходована нихромовая проволока ($\rho = 110 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) объемом V = 10 см^3. Какую массу m воды (c = 4 200 Дж/(кг · К)) можно нагревать ежеминутно от температуры t_1 = 20

°C до температуры t_2 = 100 °C этим кипятильником при плотности тока в нем j = 4 А/мм^2? КПД кипятильника η = 70 %. (22 г)

78. Электроэнергия генератора мощностью P_0 передается потребителю по проводам, общее сопротивление которых $R_{\text{пр}}$, напряжение генератора U_0. Определить КПД линии передачи, т. е. отношение мощности, выделяемой на полезной нагрузке, к мощности генератора. Внутренним сопротивлением генератора пренебречь. $\left(\eta = 1 - \dfrac{P_0 R_{\text{пр}}}{U_0^{\,2}}\right)$

79. Двухпроводная линия электропередачи длиной l = 100 км работает при напряжении U_0 = 200 кВ. Определить КПД линии, если линия выполнена из алюминиевого кабеля ($\rho = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) площадью поперечного сечения S = 150 мм^2. Передаваемая мощность P_0 = 30 кВт. (97 %)

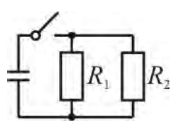
80. Аккумулятор с внутренним сопротивлением r = 0,08 Ом при токе I_1 = 4 А отдает во внешнюю цепь мощность P_1 = 8 Вт. Какую мощность P_2 отдает этот аккумулятор во внешнюю цепь при токе I_2 = 6 А? (11 Вт)

81. На некотором участке пути электровоз развивает силу тяги F = 25 кН. При этом напряжение на его двигателе U = 1 кВ и сила тока I = 600 А. Определить скорость движения электровоза, если известно, что КПД его двигателя η = 40 %. (19,2 м/с)

82. Трамвай массой m = 22,5 т движется со скоростью υ = 36 км/ч по горизонтальному пути. Коэффициент трения μ = 0,01, напряжение в линии U_0 = 500 В, общий КПД двигателя и передачи η = 75 %. Определить силу тока в моторе. С какой скоростью будет двигаться трамвай вверх по горе с уклоном $\sin\alpha$ = 0,03, потребляя ту же мощность? (60 А; 2,5 м/с)

83. Какую массу нефти (удельная теплота сгорания $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг) нужно сжечь на тепловой электростанции, чтобы по телевизору мощностью P = 250 Вт посмотреть фильм продолжительностью t = 1,0 ч? КПД электростанции η = 40 %. (49 г)

84. Конденсатор емкостью C = 200 мкФ, заряженный до напряжения U = 100 В, подключают к параллельно соединенным сопротивлениям R_1 = 10 Ом и R_2 = 20 Ом.

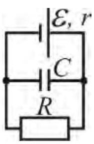


Какое количество тепла выделится в каждом сопротивлении при полной разрядке конденсатора? (0,67 Дж; 0,33 Дж)

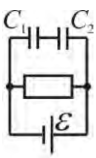
85. Зависимость напряжения на клеммах аккумулятора от сопротивления нагрузки выражается равенством $U = 15R/(2R + 3)$. Определить ЭДС аккумулятора и его внутреннее сопротивление. (7,5 В; 1,5 Ом)

86. При подключении лампочки к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 30$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом напряжение на зажимах источника $U = 28$ В. Определить силу тока в цепи. Какую работу совершают сторонние силы источника за время $t = 5$ мин? Какова работа тока во внешней и внутренней частях цепи за то же время?(1 А; 9кДж; 8,4 кДж; 0,6 кДж)

87. Источник тока с ЭДС $\mathcal{E} = 2{,}2$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнут медной проволокой (удельная теплоемкость $c = 390$ Дж/кг), масса которой $m = 30{,}3$ г. Сопротивление проволоки подобрано так, что во внешней цепи выделяется наибольшая мощность. На сколько градусов нагреется проволока в течение времени $t = 5$ мин? Потерями тепла пренебречь. (31 °С)



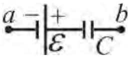
88. Напряженность электростатического поля конденсатора, включенного в цепь, как показано на рисунке, $E = 50$ В/см. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 0{,}5$ мм, площадь пластин $S = 100$ см^2, сопротивление $R = 5$ Ом, внутреннее сопротивление источника $r = 0{,}1$ Ом. Определить ЭДС источника тока, силу притяжения пластин, заряд на пластинах. (2,55 В; 1,1 мкН; 0,44 нКл)



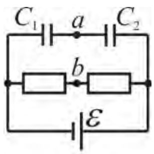
89. Определить напряжения на конденсаторах C_1 и C_2 в цепи, схема которой представлена на рисунке, если сила тока короткого замыкания, проходящего через источник в n раз больше силы тока в замкнутой цепи. ЭДС источника $\mathcal{E}$.

$$\left(U_1 = \frac{(n-1)C_2\mathcal{E}}{n(C_1 + C_2)}; U_2 = \frac{(n-1)C_1\mathcal{E}}{n(C_1 + C_2)} \right)$$

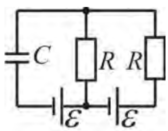
90. ЭДС источника $\mathcal{E} = 2$ В, его внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом. Определить ток в цепи, если внешняя часть ее потребляет мощность $P = 0{,}75$ Вт. (0,5 А; 3 Ом; 1,5 А; 1,3 Ом)



91. В некоторой цепи имеется участок, изображенный на рисунке. Емкость конденсатора C = 10 мкФ, его заряд $q = 4 \cdot 10^{-5}$ Кл, ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ = 1 В. Определить разность потенциалов между точками a и b. (–5 В)

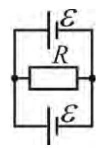


92. На рисунке представлена схема цепи, в которой два конденсатора C_1 = 0,1 мкФ, C_2 = 0,2 мкФ, резисторы сопротивлениями R_1 = 1 Ом, R_2 = 8 Ом и ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ = 3 В. Определить разность потенциалов между точками b и a. (–1,67 В)

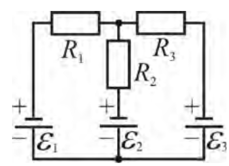


93. Определить разность потенциалов на конденсаторе в схеме, показанной на рисунке, содержащей два одинаковых сопротивления R и два одинаковых источника тока $\mathcal{E}$. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь. ($\mathcal{E}$ /2)

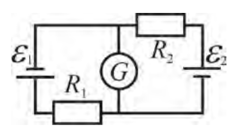
94. Два источника тока с $\mathcal{E}_1$ = 2 В и $\mathcal{E}_2$ = 1 В соединены, как показано на рисунке. Сопротивление R = 0,5 Ом. Внутренние сопротивления элементов одинаковы и равны $r_1 = r_2$ = 1 Ом. Определить силу тока, идущего через сопротивление R. (1,5 А)



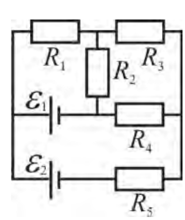
95. Определить силу тока на всех участках цепи, представленной на рисунке, если $\mathcal{E}_1$ = 2 В, $\mathcal{E}_2$ = 4 В, $\mathcal{E}_3$ = 6 В, R_1 = 4 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 8 Ом, r_1 = 0,5 Ом, r_2 = 1 Ом, r_3 = 1,5 Ом. (334 мА; 71 мА; 263 мА)



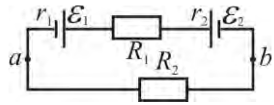
96. В схеме, представленной на рисунке, определить силу тока, текущего через гальванометр, если $\mathcal{E}_1$ = 1,5 В, R_1 = 3 кОм, $\mathcal{E}_2$ = 3 В, R_2 = 6 кОм. Сопротивлением гальванометра пренебречь. (1,5 мА)



97. В цепи $\mathcal{E}_1$ = 65 В, $\mathcal{E}_2$ = 39 В, R_1 = 20 Ом, $R_2 = R_3 = R_4 = R_5$ = 10 Ом. Определить распределение токов в цепи. Внутреннее сопротивление источников тока не учитывать. (2,3 А; 0,4 А; 1,9 А; 1,5 А; –1,1 А; 3,4 А)



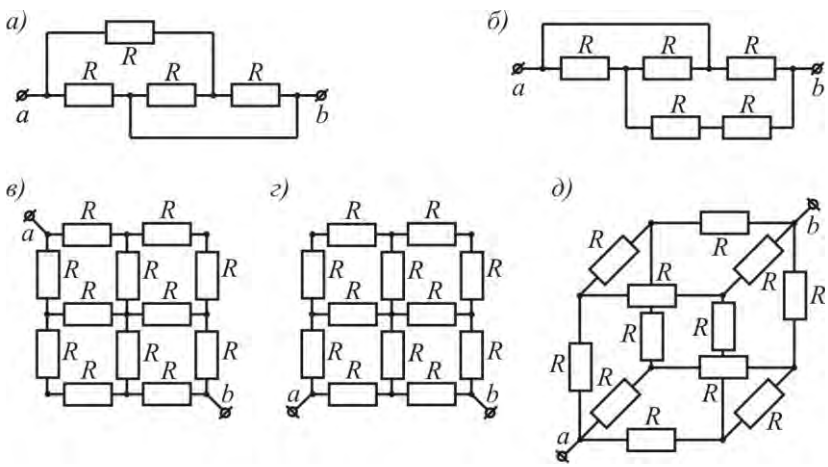
98. В схеме, представленной на рисунке, $\mathcal{E}_1 = 12$ В, $\mathcal{E}_2 = 6$ В, $R_1 = 4$ Ом, ток в электрической цепи $I = 1$ А, внутреннее сопротивление источников: $r_1 = 0{,}75$ Ом, $r_2 = 0{,}25$ Ом. Определить напряжение между точками *a* и *b*. (1 В)



99. Определить массу *m* меди, нужной для создания двухпроводной линии длиной $l = 5$ км. Напряжение $U_0 = 2{,}4$ кВ. Передаваемая потребителю мощность $P_0 = 60$ кВт. Допускаемая потеря напряжения в проводах равна 8 %. Плотность меди $D = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, удельное сопротивление $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. ($m \approx 2{,}1 \cdot 10^3$ кг)

100. Источник постоянного тока с внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом замкнут в первом случае на резистор с сопротивлением *R*, а во втором случае – на 4 таких же резистора, соединенных параллельно. Определить сопротивление *R*, если мощность, выделяемая в нагрузке, в первом и во втором случаях одна и та же. ($R = 2r = 2$ Ом)

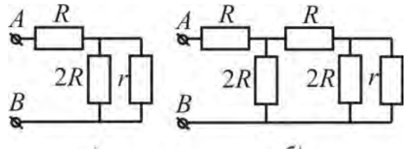
101. Определить эквивалентное сопротивление R_{ab} представленных электрических цепей.



(а) (3/5)R; б) (5/7)R; в) (3/2)R; г) (5/4)R; д) (5/6)R)

102. При каком значении сопротивления *r* полные сопротивления электрических цепей, измеренные между точками *A* и *B* (см. рис. *а* и *б*),

окажутся одинаковыми и каково значение их сопротивлений R_{AB}? ($r = 2R$; $R_{AB} = 2R$)



а) б)

103. Идеальный вольтметр, подключенный к зажимам источника тока, показывает напряжение $U_1 = 6$ В. Если к тем же зажимам подключить еще и резистор, вольтметр показывает напряжение $U_2 = 3$ В. Каковы показания вольтметра, если вместо одного резистора подключить два таких резистора, соединенных: а) последовательно; б) параллельно? (4В; 2В)

2.4. Тестовые задания

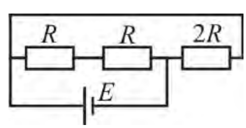
1. Два проводника, изготовленные из одного и того же металла, имеют одинаковую массу. Если второй проводник вдвое длиннее первого, то сопротивления R_1 и R_2 связаны соотношением:
1) $R_1 = R_2$; 2) $R_1 = 2R_2$; 3) $R_1 = R_2/2$; $\boxed{4)}$ $R_1 = R_2/4$; 5) $R_1 = 4R_2$.

2. Если два цилиндрических проводника, отношение масс которых $m_1/m_2 = 3/4$, имеют одинаковую длину, то отношение их электрических сопротивлений R_1/R_2 равно:
1) 2/3; 2) 3/4; $\boxed{3)}$ 4/3; 4) 1/3; 5) 3/2.

3. Металлическую проволоку протягивают через волочильный станок, ее длина увеличивается в 4 раза. Если до обработки проволоки ее сопротивление было равно $R_1 = 20$ Ом, то после обработки оно стало равным:
1) 80 Ом; 2) 160 Ом; $\boxed{3)}$ 320 Ом; 4) 480 Ом; 5) 640 Ом.

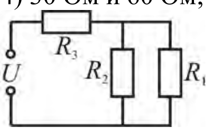
4. Масса мотка стальной ($D = 7\,800$ кг/м^3, $\rho = 12 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) проволоки $m = 300$ г. Если диаметр проволоки $d = 1$ мм, то ее сопротивление R равно:
1) 5 Ом; $\boxed{2)}$ 7,5 Ом; $\boxed{3)}$ 10 Ом; 4) 12,5 Ом; 5) 15 Ом.

5. Сопротивление внешней цепи, изображенной на рисунке, равно:
1) $5/2R$; $\boxed{2)}$ R; 3) $4R$; 4) $3/2\,R$; 5) $R/2$.



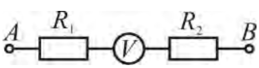
6. Для того, чтобы электрическую лампу сопротивлением R = 240 Ом, рассчитанную на напряжение U = 120 В, питать от сети напряжением U_0 = 220 В, необходимо последовательно с лампой включить нихромовую (ρ =1,1 · 10^{-6} Ом · м) проволоку с площадью поперечного сечения S = 0,55 мм^2 и длиной, равной:
1) 80 м; $\boxed{2)}$ 100 м; 3) 120 м; 4) 160 м; 5) 200 м.

7. К сети напряжением U = 120 В присоединяют два резистора. Если при их последовательном соединении сила тока в цепи I_1 = 3 А, а при их параллельном соединении сила суммарного тока в цепи I_2 = 16 А, то сопротивления этих резисторов равны:
1) 10 Ом и 40 Ом; 2) 20 Ом и 60 Ом; $\boxed{3)}$ 10 Ом и 30 Ом;
4) 30 Ом и 60 Ом; 5) 20 Ом и 60 Ом.



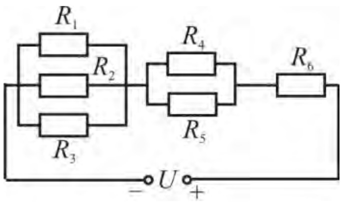
8. Если в цепи, изображенной на рисунке, R_1 = 2 кОм, R_2 = 1 кОм, R_3 = 2 кОм, U = 24 В, то сила тока, протекающего через сопротивление R_1, равна:
1) 1 мА; 2) 2 мА; $\boxed{3)}$ 3 мА; 4) 4 мА; 5) 5 мА.

9. Вольтметр, соединенный последовательно с сопротивлением R_1 = 10^4 Ом, при включении в сеть с напряжением U = 250 В показывает U_1 = 50 В. Если при соединении с неизвестным сопротивлением R_x вольтметр показывает U_2 = 10 В, то внутреннее сопротивление вольтметра r и величина сопротивления R_x равны:
$\boxed{1)}$ 2,5 кОм и 60 кОм; 2) 2,5 кОм и 80 кОм; 3) 6 кОм и 60 кОм;
4)6 кОм и 80 кОм; 5) 3 кОм и 60 кОм.



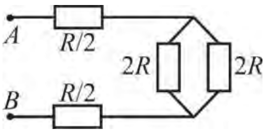
10. На участке цепи напряжение U_{AB} = 24 В, сопротивления R_1 = 4 Ом, R_2 = 46 Ом. Если сопротивление вольтметра R_V = 110 Ом, то его показания составляют:
1) 12,6 В; 2) 14,8 В; $\boxed{3)}$ 16,6 В; 4) 20,6 В; 5)22,8 В.

11. Нагревательный прибор рассчитан на напряжение U = 120 В и силу тока I = 2 А. Чтобы прибор мог работать от сети с напряжением U_0 = 220 В, к нему необходимо последовательно подключить проводник сопротивлением:
1) 20 Ом; 2) 30 Ом; 3) 40 Ом; $\boxed{4)}$ 50 Ом; 5) 60 Ом.



12. В электрической цепи, схема которой приведена на рисунке, сопротивления резисторов $R_1 = 50$ Ом, $R_2 = 75$ Ом, $R_3 = 150$ Ом, $R_4 = 180$ Ом, $R_5 = 20$ Ом, $R_6 = 32$ Ом. Если напряжение на клеммах источника $U = 45$ В, то сила тока I в цепи равна:

$\boxed{1)}$ 0,6 А; 2) 1,2 А; 3) 1,8 А; 4) 2,4 А; 5) 3,2 А.



13. В цепи, изображенной на рисунке, между точками *A* и *B* приложено напряжение $U_{AB} = 10$ В. Если $R = 1$ Ом, то сила тока в неразветвленной цепи равна:

1) 2,5 А; 2) 10/7 А; 3) 2 А; 4) 4 А; $\boxed{5)}$ 5 А.

14. Четыре проволоки одинакового сечения длинами $l_1 = 1$ м, $l_2 = 2$ м, $l_3 = 3$ м и $l_4 = 6$ м, изготовленные из одного и того же материала, соединены последовательно и подключены к источнику напряжения $U = 12$ В. Падение напряжения на проводнике l_4 равно:

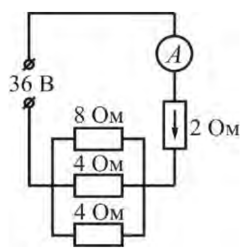
1) 1В; 2) 2 В; 3) 3 В; 4) 5 В; $\boxed{5)}$ 6 В.

15. Чтобы можно было включить в сеть с напряжением 220 В лампу, которая горит нормально при напряжении 120 В и токе 4 А, необходимо взять дополнительное сопротивление, равное:

1) 12 Ом; 2) 16 Ом; 3) 20 Ом; $\boxed{4)}$ 25 Ом; 5) 10 Ом.

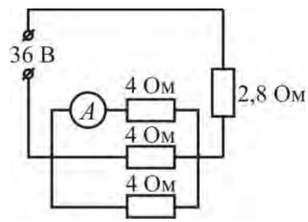
16. В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, показание идеального амперметра равно:

1) 2 А; 2) 4 А; 3) 6 А;
4) 8 А; $\boxed{5)}$ 10 А.



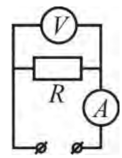
17. В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, показание идеального амперметра равно:

1) 0,5 А; 2) 1 А; 3) 1,5 А;



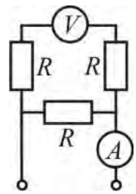
$\boxed{4)}$ 2 А; 5) 2,5 А.

18. Если в электрической цепи, изображенной на рисунке, сопротивление резистора R = 1 кОм, показания амперметра I = 0,04 А, а вольтметра U = 20 В, то сопротивление вольтметра равно:

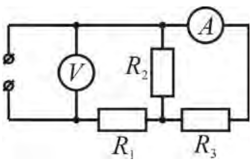


1) 0,5 кОм; $\boxed{2)}$ 1 кОм; 3) 2 кОм; 4) 3 кОм; 5) 4 кОм.

19. Чему равно показание вольтметра в электрической цепи, изображенной на рисунке, если показание амперметра равно 1 А, а сопротивление каждого резистора R и внутреннее сопротивление вольтметра равны по 1 кОм?

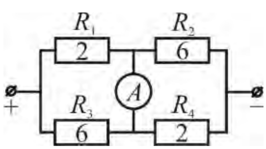


1) 100 В; 2) 150 В; $\boxed{3)}$ 250 В;
4) 300 В; 5) 350 В.



20. На схеме, изображенной на рисунке, R_1 = 5 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 3 Ом, сопротивлением амперметра и подводящих проводов можно пренебречь. Если вольтметр показывает 2,1 В, то показанию амперметра соответствует:

1) 0,1 А; $\boxed{2)}$ 0,2 А; 3) 0,3 А; 4) 0,4 А; 5) 0,5 А.



21. В электрической цепи сопротивления резисторов $R_1 = R_4$ = 2 Ом, $R_2 = R_3$ = 6 Ом. Если напряжение на концах цепи U = 12 В, то сила тока, который пройдет через идеальный амперметр равна:

1) 6 А; 2) 4 А; $\boxed{3)}$ 2 А; 4) 1 А; 5) 0 А.

22. Если к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$ = 12 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом подключен реостат, сопротивление которого R = 5 Ом, то сила тока в цепи и напряжение на зажимах источника равны:

1) 1,5 А и 6 В; 2) 2 А и 6 В; 3) 1,5 А и 7,6 В;
$\boxed{4)}$ 2 А и 10 В; 5) 2,4 А и 9,6 В.

23. Если при подключении лампочки к источнику тока с $\mathcal{E}$ = 4,5 В напряжение на лампочке U = 4 В, а сила тока в ней I = 0,25 А, то внутреннее сопротивление источника равно:

1) 1,8 Ом; $\boxed{2)}$ 2 Ом; 3) 2,2 Ом; 4) 2,4 Ом; 5) 2,8 Ом.

24. Если после замыкания источника тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 1,5 В и внутренним сопротивлением r = 0,2 Ом железным (ρ = 9,8 · 10^{-8} Ом · м) проводом длиной l = 5 м сила тока в нем I = 0,6 А, то диаметр провода был равен:
$\boxed{1)}$ 0,52 мм; 2) 0,68 мм; 3) 0,72 мм; 4) 0,84 мм; 5) 0,96 мм.

25. Если в проводнике сопротивлением R = 2 Ом, подключенном к элементу с $\mathcal{E}$ = 1,1 В, сила тока I = 0,5 А, то сила тока при коротком замыкании элемента равна:
1) 1,1 А; 2) 2,2 А; 3) 3,3 А; 4) 4,4 А; $\boxed{5)}$ 5,5 А.

26. Если источник с ЭДС E = 2,0 В и внутренним сопротивлением r = 0,8 Ом замкнут никелиновой (ρ = 42 · 10^{-8} Ом · м) проволокой длиной l = 2,1 м и площадью поперечного сечения S = 0,21 мм^2, то напряжение на зажимах источника равно:
1) 1,1 В; 2) 1,4 В; 3) 1,5 В; $\boxed{4)}$ 1,7 В; 5) 1,9 В.

27. Если сторонние силы совершают работу A = 20 Дж при перемещении заряда q = 10 Кл внутри источника от одного полюса к другому, то ЭДС источника равна:
1) 1 В; $\boxed{2)}$ 2 В; 3) 5 В; 4) 100 В; 5) 200 В.

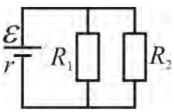
28. Если ЭДС источника равна 12 В, то при перемещении заряда 50 Кл внутри источника от одного полюса к другому, сторонние силы совершают работу, равную:
1) 100 Дж; 2) 200 Дж; 3) 300 Дж; 4) 450 Дж; $\boxed{5)}$ 600 Дж.

29. Если при питании лампочки от элемента с ЭДС $\mathcal{E}$ = 1,5 В сила тока в цепи I = 0,2 А, то работа сторонних сил в элементе за время t = 1 мин равна:
1) 3 Дж; 2) 9 Дж; 3) 21 Дж; 4) 15 Дж; $\boxed{5)}$ 18 Дж.

30. Если источник тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 1,5 В и внутренним сопротивлением r = 0,5 Ом замкнут накоротко, то сила тока короткого замыкания равна:
1) 1,5 А; 2) 2,7 А; $\boxed{3)}$ 3 А; 4) 3,3 А; 5) 3,6 А.

31. Если ЭДС батареи $\mathcal{E}$ = 6 В, внешнее сопротивление цепи R = 11,5 Ом, а внутреннее – r = 0,5 Ом, то сила тока в цепи, напряжение на зажимах батареи и падение напряжения внутри батареи равны:
$\boxed{1)}$ 0,5 А; 5,8 В; 0,25 В; 2) 0,5 А; 6 В; 0,25 В; 3) 0,25 А; 5,8 В; 0,25 В; 4) 0,25 А; 6 В; 0,5 В; 5) 0,5 А; 5,8 В; 0,5 В.

32. При сопротивлении внешней цепи R_1 = 1 Ом напряжение на зажимах источника U_1 = 1,5 В, а при сопротивлении R_2 = 2 Ом напряжение U_2 = 2 В, то ЭДС и внутреннее сопротивление источника равны:
1) 3 В; 0,5 Ом; $\boxed{2)}$ 3 В; 1 Ом; 3) 4,5 В; 0,5 Ом; 4) 4,5 В; 1 Ом; 5)3 В; 1,5 Ом.



33. В схеме, представленной на рисунке, $\mathcal{E}$ = 20 В, R_1 = 1 Ом, R_2 = 4 Ом. Если через сопротивление R_1 течет ток I_1 = 4 А, то внутреннее сопротивление r источника тока равно:
1) 0,8 Ом; 2) 1,6 Ом; $\boxed{3)}$ 3,2 Ом; 4) 3,6 Ом; 5) 4,2 Ом.

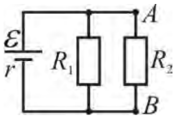
34. В замкнутой цепи при уменьшении внешнего сопротивления на k_1 = 20 % ток увеличился на k_2 = 20 %. Если внешнее сопротивление уменьшили на k_3 = 40 %, то сила тока увеличилась на:
1) 25 %; 2) 40 %; $\boxed{3)}$ 50 %; 4) 60 %; 5) 80 %.

35. Если аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E}$ = 12 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом заряжается при силе тока I = 3 А, то напряжение на клеммах аккумулятора равно:
1) 6 В; 2) 9 В; 3) 10 В; 4) 21 В; $\boxed{5)}$ 15 В.

36. Когда аккумулятор заряжают при силе тока I_1 = 1 А, напряжение на его клеммах U_1 = 20 В, а когда тот же аккумулятор заряжают при силе тока I_2 = 0,5 А, напряжение на его клеммах U_2 = 19 В. ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора равны:
1) 19 В; 2 Ом; 2) 20 В; 2 Ом; $\boxed{3)}$ 18 В; 2 Ом; 4) 18 В; 3 Ом; 5) 18 В; 1 Ом.

37. Аккумулятор заряжают от сети с напряжением U_1 = 15 В. Если ЭДС аккумулятора $\mathcal{E}$ = 12 В, его внутреннее сопротивление r = 15 Ом, то на подзарядку аккумулятора от сети идет мощность, равная:

1) 0,9 Вт; 2) 1,2 Вт; 3) 1,8 Вт; $\boxed{4)}$ 2,4 Вт; 5) 3 Вт.



38. Если в схеме, изображенной на рисунке, $\mathcal{E}$ = 4 В, r = 1 Ом, $R_1 = R_2$ = 2 Ом, то разность потенциалов между точками A и B, т. е. $\varphi_A - \varphi_B$, равна:
1) 0,5 В; 2) 1 В; $\boxed{3)}$ 2 В; 4) 3 В; 5) 4 В.

39. Батарея из n одинаковых аккумуляторов замкнута на внешнее сопротивление R. Если сила тока, идущего по сопротивлению R, одинакова при параллельном и последовательном соединении аккумуляторов в батарее, то внутреннее сопротивление r одного аккумулятора:

1) $r=(n-1)R$; 2) $r=nR$; $\boxed{3)}$ $r=R$; 4) $r=\dfrac{R}{n-1}$; 5) $r=\dfrac{R}{n}$.

40. Установите соотношение между формулой и определяемой физической величиной или законом:

А. $I = \Delta q/\Delta t$; 1. Закон Ома для полной цепи;
Б. $I = U/R$; 2. Сила электрического тока;
В. $I = \mathcal{E}/(R + r)$; 3. Сила тока короткого замыкания;
4. Закон Ома для однородного участка цепи.

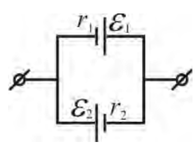
1) А1, Б2, В4; 2) А2, Б3, В1; 3) А4, Б2, В2;
$\boxed{4)}$ А2, Б4, В1; 5) А3, Б1, В2.

41. Установите соотношение между формулой и определяемой физической величиной или законом:

А. $I = E/r$; 1. Напряжение на внешней цепи;
Б. $U = E - Ir$; 2. Закон Ома для полной цепи;
В. $\mathcal{E} = I(R + r)$; 3. Сила тока короткого замыкания.

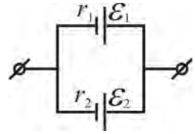
1) А2, Б1, В3; 2) А3, Б2, В1; $\boxed{3)}$ А3, Б1, В2;
4) А1, Б2, В3; 5) А2, Б3, В1.

42. Два источника соединены, как показано на рисунке. Если значения $\mathcal{E}_1$ = 4,5 В, r_1 = 1 Ом, $\mathcal{E}_2$ = 6 В, r_2 = 2 Ом, то напряжение на клеммах источников равно:



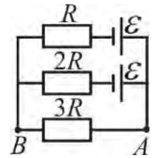
$\boxed{1)}$ 1 В; 2) 1,5 В; 3) 3,5 В;
4) 4,5 В; 5) 10,5 В.

43. Два источника соединены, как показано на рисунке. Если значения $\mathcal{E}_1$ = 4,5 В, r_1 = 1 Ом, $\mathcal{E}_2$ = 6 В, r_2 = 2 Ом, то напряжение на клеммах источников равно:

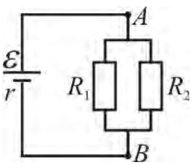


1) 1 В; 2) 1,5 В; 3) 4,5 В;
$\boxed{4)}$ 5 В; 5) 10,5 В.

44. ЭДС каждого из источников тока в схеме, приведенной на рисунке, равно $\mathcal{E}$ = 11 В, их внутренним сопротивлением можно пренебречь. Напряжение U_{AB} на участке AB цепи равно:



1) 8 В; $\boxed{2)}$ 9 В; 3) 10 В;
4) 11 В; 5) 12 В.



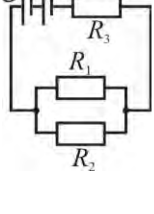
45. В цепи, изображенной на рисунке, ЭДС источника $\mathcal{E}$ = 12 В, сопротивления R_1 = 3 Ом, R_2 = 6 Ом, r = 2 Ом.

а) Сила тока I в цепи равна:
1) 1 А; 2) 2 А; $\boxed{3)}$ 3 А; 4) 4 А; 5) 5 А.

б) Сила тока I_1, текущего по проводнику R_1, равна:
1) 1 А; $\boxed{2)}$ 2 А; 3) 3 А; 4) 4 А; 5) 5 А.

в) Напряжение U_{AB} на участке AB равно:
1) 2 В; 2) 4 В; $\boxed{3)}$ 6 В; 4) 8 В; 5) 12 В.

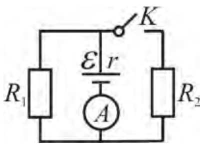
46. Если два одинаковых источника тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 5 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом каждый соединить последовательно и замкнуть на внешнее сопротивление R = 3 Ом, то в цепи возникнет ток:
1) 1,25 А; $\boxed{2)}$ 2 А; 3) 2,5 А; 4) 4 А; 5) 5 А.



47. Электрическая цепь состоит из двух источников тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 75 В и внутренним сопротивлением 4 Ом каждый, трех сопротивлений R_1 = 30 Ом, R_2 = 20 Ом и R_3 = 10 Ом, включенных в цепь, как показано на рисунке. В такой цепи ток, текущий через сопротивление R_1, равен:
1) 1 А; $\boxed{2)}$ 2 А; 3) 3 А; 4) 4 А; 5)5 А.

48. Если внешнее сопротивление цепи равно 108 Ом, то падение напряжения внутри источника тока, ЭДС которого 220 В, а внутреннее сопротивление 2 Ом, равно:

1) 1 В; 2) 2 В; 3) 108 В; 4) 216 В; $\boxed{5)}$ 4 В.



49. В схеме, представленной на рисунке, резисторы имеют сопротивления $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 2$ Ом. При разомкнутом ключе K показания идеального амперметра отличаются от его показаний при замкнутом ключе в $n = 0{,}3$ раз. Внутреннее сопротивление r источника равно:

1) 1 Ом; 2) 1, 5 Ом; $\boxed{3)}$ 1,9 Ом; 4) 2 Ом; 5) 2,5 Ом.

50. Если при замыкании источника тока на внешнее сопротивление $R_1 = 1$ Ом напряжение на клеммах источника $U_1 = 2$ В, а при замыкании на внешнее сопротивление $R_2 = 2$ Ом напряжение на клеммах составляет $U_2 = 2{,}4$ В, то внутреннее сопротивление источника тока равно:

1) 100 мОм; 2) 200 мОм; 3) 300 мОм; 4) 400 мОм; $\boxed{5)}$ 500 мОм.

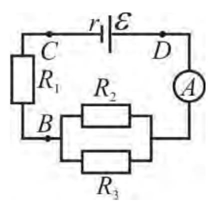
51. Если при замыкании источника тока на внешнее сопротивление $R_1 = 4$ Ом в цепи протекает ток $I_1 = 0{,}3$ А, а при замыкании на сопротивление $R_2 = 7$ Ом протекает ток $I_2 = 0{,}2$ А, то ток короткого замыкания этого источника равен:

1) 1,2 А; 2) 0,5 А; $\boxed{3)}$ 0,9 А; 4) 2,1 А; 5) 1,6 А.

52. К источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 3$ В подключен резистор сопротивлением $R = 20$ Ом. Если падение напряжения на резисторе $U = 2$ В, то ток короткого замыкания $I_{к.з}$ источника равен:

1) 0,1 А; 2) 0,5 А; $\boxed{3)}$ 0,3 А; 4) 0,4 А; 5) 0,2 А.

53. В электрической цепи, представленной на рисунке, $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $\mathcal{E} = 12$ В, $r = 2$ Ом.



а) Идеальный амперметр покажет силу тока I, равную:

1) 1 А; $\boxed{2)}$ 2 А; 3) 3 А; 4) 4 А; 5) 5 А.

б) Напряжение U_{DB} на участке DB цепи равно:

1) 1 В; 2) 2 В; 3) 3 В; $\boxed{4)}$ 4 В; 5) 5 В.

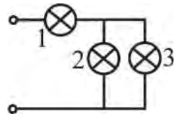
в) Напряжение U_{BC} на участке BC цепи равно:

1) 1 В; 2) 2 В; 3) 3 В; $\boxed{4)}$ 4 В; 5) 5 В.

г) Напряжение U_{DC} на участке DC цепи равно:

1) 2 В; 2) 3 В; 3) 4 В; 4) 6 В; $\boxed{5)}$ 8 В.

54. Три лампы, имеющие одинаковое сопротивление, включены в цепь так, как показано на рисунке. Мощность тока в лампе 1 больше мощности тока в лампе 2:



1) в 1 раз; 2) 2 раза; 3) 3 раза; $\boxed{4)}$ 4 раза; 5) 5 раз.

55. Источник тока с внутренним сопротивлением r и ЭДС $\mathcal{E}$ замкнут на три резистора с сопротивлением $R = 3r$ каждый, соединенные последовательно. Если резисторы соединить параллельно, то

а) сила тока в цепи увеличится:

1) в 2 раза; 2) 2,5 раза; 3) 4 раза; $\boxed{4)}$ 5 раз; 5) 0,5 раза.

б) напряжение на зажимах источника увеличится:

1) в 9/5 раз; $\boxed{2)}$ 5/9 раз; 3) 2/3 раза; 4) 3/2 раза; 5) 1 раз.

в) полезная мощность увеличится:

1) в 5,6 раза; $\boxed{2)}$ 2,8 раза; 3) 1,4 раза; 4) 0,7 раза; 5) 0,35 раз.

56. К источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 3$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом подключено сопротивление $R = 2$ Ом.

а) Полезная мощность источника тока равна:

1) 0,5 Вт; 2) 1 Вт; 3) 1,5 Вт; $\boxed{4)}$ 2 Вт; 5) 3 Вт.

б) Мощность источника тока:

1) 0,5 Вт; 2) 1 Вт; 3) 1,5 Вт; 4) 2 Вт; $\boxed{5)}$ 3 Вт.

в) Потери мощности в цепи:

1) 0,5 Вт; $\boxed{2)}$ 1 Вт; 3) 1,5 Вт; 4) 2 Вт; 5) 3 Вт.

57. Три проводника с одинаковым сопротивлением подключают к источнику постоянного напряжения сначала параллельно, а затем последовательно. При параллельном соединении проводников выделяемая мощность больше мощности, выделяемой при их последовательном соединении:

1) в $\sqrt{3}$ раз; 2) 3 раза; 3) $3\sqrt{3}$ раз; $\boxed{4)}$ 9 раз; 5) $9\sqrt{3}$ раза.

58. Десять параллельно соединенных ламп, сопротивлением $R = 0{,}5$ кОм каждая, рассчитанных на напряжение $U_1 = 120$ В, включены последова-

тельно с реостатом. Если напряжение сети U_0 = 220 В, то мощность электрического тока в реостате равна:
1) 120 Вт; 2) 150 Вт; 3) 180 Вт; 4) 210 Вт; $\boxed{5)}$ 240 Вт.

59. Если у элемента с ЭДС $\mathcal{E}$ = 6 В сила тока при коротком замыкании $I_{к.з}$ = 3 А, то

а) полезная мощность будет максимальной при внешнем сопротивлении, равном:

1) 1 Ом; $\boxed{2)}$ 2 Ом; 3) 3 Ом; 4) 4 Ом; 5) 6 Ом;

б) максимальная полезная мощность, выделяемая в цепи равна:

1) 1,5 Вт; 2) 3 Вт; $\boxed{3)}$ 4,5 Вт; 4) 9 Вт; 5) 18 Вт.

60. Если при подключении к источнику тока резистора сопротивлением R_1 = 18 Ом, а затем последовательно с ним резистора с R_2 = 63 Ом коэффициент полезного действия (КПД) возрастает в n = 2 раза, то внутреннее сопротивление источника тока равно:
1) 8,1 Ом; 2) 16,2 Ом; $\boxed{3)}$ 32,4 Ом; 4) 36,2 Ом; 5) 45,3 Ом.

61. Если лампочки, сопротивления которых R_1 = 3 Ом и R_2 = 12 Ом, подключенные поочередно к некоторому источнику тока, потребляют одинаковую мощность, то внутреннее сопротивление источника тока и КПД цепи в каждом случае равны:
1) 6 Ом; 33 %; 60 %; $\boxed{2)}$ 6 Ом; 33 %; 67 %; 3) 6 Ом; 30 %; 60 %;
4) 3 Ом; 33 %; 67 %; 5) 3 Ом; 30 %; 67 %.

62. Как при последовательном, так и при параллельном соединении двух одинаковых источников тока на внешнем сопротивлении выделяется одинаковая мощность P = 80 Вт. Если замкнуть на это сопротивление только один источник тока, то мощность, выделяемая на нем, равна:
1) 20 Вт; $\boxed{2)}$ 45 Вт; 3) 60 Вт; 4) 90 Вт; 5) 120 Вт.

63. n = 5 одинаковых источников ЭДС с внутренним сопротивлением r = 3 Ом соединяют последовательно и замыкают на сопротивление R, а затем эти источники соединяют параллельно и замыкают на то же сопротивление, если при этом выделяющаяся на сопротивлении мощность изменяется в k = 4 раза, то величина сопротивления R равна:
1) 1 Ом; 2) 1,5 Ом; 3) 3 Ом; 4) 6 Ом; $\boxed{5)}$ 9 Ом.

64. Если при силе тока $I = 2$ А полезная мощность батареи аккумуляторов $P_1 = 10$ Вт, а при силе тока $I_2 = 4$ А ее полезная мощность $P_2 = 16$ Вт, то максимальная полезная мощность этой батареи равна:
$\boxed{1)}$ 18 Вт; 2) 21 Вт; 3) 26 Вт; 4) 30 Вт; 5) 40 Вт.

65. ЭДС источника тока 6 В, внутреннее сопротивление 2 Ом. Два одинаковых сопротивления подключают к источнику один раз последовательно, второй раз – параллельно. В обоих случаях во внешней цепи выделяется одинаковая мощность, равная:
$\boxed{1)}$ 4 Вт; 2) 5 Вт; 3) 6 Вт; 4) 7 Вт; 5) 11 Вт.

66. Если при подключении к источнику тока с ЭДС 200 В последовательно соединенных резисторов, сопротивления которых равны 10 и 20 Ом, во внешней цепи выделилась мощность 50 Вт, то мощность источника в этом случае равна:
1) 117 Вт; 2) 132 Вт; 3) 145 Вт; $\boxed{4)}$ 258 Вт; 5) 269 Вт.

67. При последовательном и параллельном соединении двух одинаковых источников тока на резисторе выделяется одинаковая мощность $P = 160$ Вт. Если замкнуть на резистор только один источник, то на резисторе выделится мощность, равная:
1) 50 Вт; 2) 60 Вт; 3) 80 Вт; $\boxed{4)}$ 90 Вт; 5) 120 Вт.

68. Электродвигатель трамвайного вагона работает при силе тока $I = 100$ А и напряжении $U = 500$ В. Если сила тяги двигателя $F = 4$ кН при скорости вагона $\upsilon = 18$ км/ч, то сопротивление обмотки двигателя равно:
$\boxed{1)}$ 3 Ом; 2) 4 Ом; 3) 5 Ом; 4) 6 Ом; 5) 12 Ом.

69. Электродвигатель постоянного тока включен в сеть напряжением 220 В. Сопротивление обмотки двигателя 2 Ом. Двигатель потребляет ток 15 А. При этом механическая мощность двигателя равна:
1) 450 Вт; $\boxed{2)}$ 2 850 Вт; 3) 3 300 Вт; 4) 3 750 Вт; 5) 3 900 Вт.

70. Если максимальная мощность, выделяемая источником тока во внешней цепи, равна P, а сила тока в этом случае равна I, то ЭДС источника тока равна:
1) $\frac{P}{I}$; 2) $\frac{4P}{I}$; $\boxed{3)}$ $\frac{2P}{I}$; 4) $\frac{P}{2I}$; 5) $\frac{P}{4I}$.

71. Если при увеличении внешнего сопротивления от R_1 = 3 Ом до R_2 = 10,5 Ом КПД источника увеличивается вдвое, то внутреннее сопротивление источника равно:

1) 3 Ом; $\boxed{2)}$ 7 Ом; 3) 10,5 Ом; 4) 14 Ом; 5) 17,5 Ом.

72. Установите соотношение между формулой и определяемой физической величиной:

А. $P = \dfrac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} R$;

Б. $P = \dfrac{\varepsilon^2}{R+r}$;

В. $P = \dfrac{\varepsilon^2}{4R}$;

Г. $P = \dfrac{\varepsilon^2}{(R+r)^2} r$.

1) мощность, выделяемая в источнике тока;
2) максимальная мощность, выделяемая во внешней цепи;
3) мощность, выделяемая во внешней цепи;
4) мощность, вырабатываемая источником тока;

1) А2Б4В2Г1; $\boxed{2)}$ А3Б4В2Г1; 3) А4Б1В2Г3; 4) А1Б2В3Г4; 5) А2Б4В1Г4.

73. Батарея состоит из пяти параллельно соединенных элементов с одинаковым внутренним сопротивлением, ЭДС каждого 5,5 В. Если во внешней цепи течет ток 2 А, полезная мощность батареи 7 Вт, то внутреннее сопротивление элемента равно:

1) 1 Ом; 2) 2 Ом; 3) 3 Ом; 4) 4 Ом; $\boxed{5)}$ 5 Ом.

74. К источнику тока подключен реостат. При сопротивлениях реостата R_1 = 4 Ом и R_2 = 9 Ом выделяется одинаковая полезная мощность P = 25 Вт. ЭДС источника тока равна:

1) 8 В; 2) 12 В; 3) 20 В; $\boxed{4)}$ 25 В; 5) 50 В.

75. ЭДС источника тока 12 В. Ток короткого замыкания равен 6 А. Если к источнику тока подключить резистор 3 Ом, то КПД такой цепи будет равен:

1) 40 %; 2) 55 %; $\boxed{3)}$ 60 %; 4) 75 %; 5) 80 %.

76. Если ЭДС батареи аккумуляторов 12 В, сила тока короткого замыкания 5 А, то максимальная мощность во внешней цепи равна:

1) 10 Вт; $\boxed{2)}$ 15 Вт; 3) 25 Вт; 4) 30 Вт; 5) 45 Вт.

77. Если на двух внешних сопротивлениях R_1 = 2 Ом и R_2 = 8 Ом, включаемых поочередно в цепь, выделяется одинаковая мощность P = 32 Вт, то максимальная полезная мощность, которую можно получить, равна:
$\boxed{1)}$ 36 Вт; 2) 40 Вт; 3) 45 Вт; 4) 60 Вт; 5) 84 Вт.

78. Если КПД источника тока η = 80 %, а мощность, выделяемая во внешней цепи, P = 20 Вт, то потери мощности в источнике тока составят:
1) 2 Вт; $\boxed{2)}$ 5 Вт; 3) 10 Вт; 4) 15 Вт; 5) 20 Вт.

79. Если КПД источника тока η = 60 %, а мощность, выделяемая во внешней цепи, P = 20 Вт, то количество теплоты, выделяемое в источнике тока за время t = 5 мин, равно:
$\boxed{1)}$ 4 000 Дж; 2) 5 000 Дж; 3) 6 000 Дж; 4) 8 000 Дж; 5) 12 000 Дж.

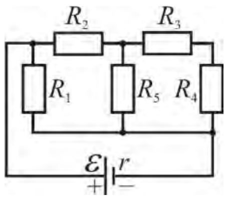
80. Если при силе тока I_1 = 5 А во внешней цепи выделяется мощность P_1 = 9,5 Вт, а при силе тока I_2 = 7 А, мощность P_2 = 12,6 Вт, то ЭДС источника тока и его внутреннее сопротивление равны:
$\boxed{1)}$ 2,15 В; 0,05 Ом; 2) 2,15 В; 0,15 Ом; 3) 4,5 В; 0,05 Ом;
4) 4,5 В; 0,15 Ом; 5) 3 В; 0,05 Ом.

81. Если в электрической цепи при поочередном включении внешних сопротивлений R_1 = 12 Ом и R_2 = 3 Ом выделяется одинаковая мощность, то внутреннее сопротивление источника:
1) 3 Ом; $\boxed{2)}$ 6 Ом; 3) 8 Ом; 4) 9 Ом; 5) 12 Ом.

82. При замыкании источника тока на резистор сопротивлением R = 5 Ом ток в цепи I = 1 А. Ток короткого замыкания источника $I_{к.з}$ = 6 А. Максимальная полезная мощность цепи равна:
1) 4 Вт; 2) 6 Вт; 3) 8 Вт; $\boxed{4)}$ 9 Вт; 5) 30 Вт.

83. Сопротивления R_1 = 300 Ом и R_2 = 100 Ом включены последовательно в сеть. Если на первом сопротивлении выделилось количество теплоты Q_1 = 21 кДж, то на втором за это же время выделилось количество теплоты Q_2, равное:
$\boxed{1)}$ 7 кДж; 2) 14 кДж; 3) 28 кДж; 4) 35 кДж; 5) 63 кДж.

84. Электрический чайник имеет две спирали. При подключении одной из них к источнику тока вода в чайнике закипает через 120 с, при подключении другой – через 240 с. Время закипания воды в чайнике, если спирали подключить последовательно, равно:
1) 40 с; 2) 60 с; 3) 80 с; 4) 180 с; $\boxed{5)}$ 360 с.



85. Электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из пяти резисторов сопротивлением $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R = 72$ Ом и источника постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 9{,}2$ В. Если внутреннее сопротивление источника тока $r = 1$ Ом, то мощность

а) P_1, потребляемая резистором R_1, равна:
1) 0,045 Вт; 2) 0,18 Вт; 3) 0,405 Вт; $\boxed{4)}$ 1,125 Вт; 5)1,8 Вт.

б) P_2, потребляемая резистором R_2, равна:
1) 45 мВт; 2) 180 мВт; $\boxed{3)}$ 405 мВт; 4) 1 125 мВт; 5) 1 800 мВт.

в) P_3, потребляемая резистором R_3, равна:
$\boxed{1)}$ 0,045 Вт; 2) 0,18 Вт; 3) 0,405 Вт; 4) 1,125 Вт; 5) 1,8 Вт.

г) P_4, потребляемая резистором R_4, равна:
$\boxed{1)}$ 45 мВт; 2) 180 мВт; 3) 405 мВт; 4) 1 125 мВт; 5) 1 800 мВт.

д) P_5, потребляемая резистором R_5, равна:
1) 0,045 Вт; $\boxed{2)}$ 0,18 Вт; 3) 0,405 Вт; 4) 1,125 Вт; 5) 1,8 Вт.

86. Мощность, потребляемая электроплиткой, $P = 600$ Вт. Если спираль электроплитки укоротить в два раза, то ее мощность станет равной:
1) 300 Вт; 2) 450 Вт; 3) 600 Вт; 4) 900 Вт; $\boxed{5)}$ 1 200 Вт.

87. Две лампочки накаливания, рассчитанные на одинаковое напряжение, имеют мощность $P_1 = 150$ Вт и $P_2 = 75$ Вт. Сопротивление первой лампочки меньше сопротивления второй:
1) в 1,5 раза; $\boxed{2)}$ 2 раза; 3) 2,5 раза; 4) 4 раза; 5) 6 раз.

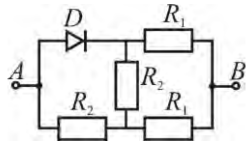
88. Три резистора сопротивлением R каждый, соединены между собой параллельно и подключены к источнику напряжением U. Электрическая мощность, выделяемая на одном из резисторов, равна
$\boxed{1)}$ U^2/R; 2) $U^2/(3R)$; 3) $3U^2/R$; 4) $2U^2/(3R)$; 5) $3U^2/(2R)$.

89. Источник тока с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}4$ Ом замкнут на внешнее сопротивление R. Если идеальный амперметр показывает силу тока в цепи $I = 1$ А, то КПД источника тока равно:
1) 40 %; 2) 50 %; 3) 60 %; $\boxed{4)}$ 80 %; 5) 90 %.

90. Источники тока, имеющие одинаковые внутренние сопротивления $r = 0{,}5$ Ом, подключены к двум резисторам сопротивлением R каждый.

ЭДС источников тока $\mathcal{E}_1$ = 12 В, $\mathcal{E}_2$ = 6 В. Сопротивление R, при котором ток через источник $\mathcal{E}_2$ не течет, равно:
1) 0;   2) 0,5 Ом; $\boxed{3)}$ 1 Ом;   4) 1,5 Ом;   5) 2 Ом.

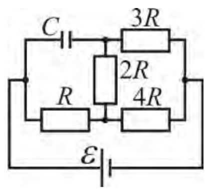
91. Сопротивления резисторов в схеме, представленной на рисунке, R_1 = 30 Ом, R_2 = 60 Ом. Если в цепь включен идеальный диод, то общее сопротивление цепи



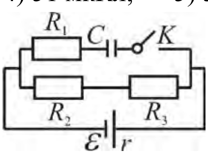
а) для направлений тока от A к B:
$\boxed{1)}$ 20 Ом;   2) 42,6 Ом;   3) 63,5 Ом;   4) 82,5 Ом;   5) 102,5 Ом;

б) для направлений тока от B к A:
1) 20 Ом;   2) 42,6 Ом;   3) 63,5 Ом; $\boxed{4)}$ 82,5 Ом;   5) 102,5 Ом.

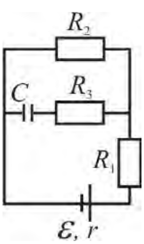
92. Заряд конденсатора емкостью C = 29 мкФ, включенного в схему, показанную на рисунке, если ЭДС источника 2 В, а внутренним сопротивлением источника можно пренебречь, равен:



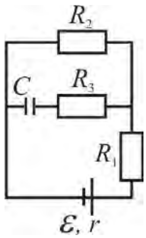
1) 17 мкКл;   2) 29 мкКл; $\boxed{3)}$ 34 мкКл;
4) 51 мкКл;   5) 58 мкКл.



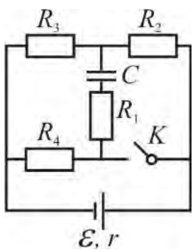
93. На схеме, представленной на рисунке, сопротивления резисторов соответственно равны R_1 = R_2 = = R_3 = R = 8 Ом, ЭДС источника равно $\mathcal{E}$ = 34 В, его внутреннее сопротивление r = 1 Ом. Если электроемкость конденсатора C = 20 мкФ, то заряд, который пройдет через ключ K при его замыкании, равен:
1) $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ Кл;   2) $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ Кл;   3) $4{,}8 \cdot 10^{-4}$ Кл;
$\boxed{4)}$ $6{,}4 \cdot 10^{-4}$ Кл;   5) $9{,}6 \cdot 10^{-4}$ Кл.



94. Если сопротивления в схеме, представленной на рисунке, R_1 = 4 Ом, R_2 = 7 Ом, R_3 = 3 Ом, r = 1 Ом, ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ = 3,6 В, то напряжение на конденсаторе равно:
1) 2 В; $\boxed{2)}$ 2,1 В;   3) 2,2 В;   4) 2,3 В;   5) 2,4 В.



95. Если сопротивления в схеме, представленной на рисунке, R_1 = 4 Ом, R_2 = 7 Ом, R_3 = 3 Ом, r = 1 Ом, ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ = 3,6 В, то заряд на обкладках конденсатора емкостью C = 2 мкФ, равен:
1) 1,05 мкКл; 2) 2,1 мкКл; $\boxed{3)}$ 4,2 мкКл;
4) 4,6 мкКл; 5) 4,8 мкКл.



96. В электрической схеме, представленной на рисунке, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ = 20 Ом, ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ = 500 В, его внутреннее сопротивление r = 10 Ом. Если емкость конденсатора C = 10 мкФ, то заряд на конденсаторе при замкнутом и разомкнутом ключе K равен:
$\boxed{1)}$ 1,4 мКл; 2 мКл; 2) 1,4 мКл; 3 мКл;
3) 2,8 мКл; 4 мКл; 4) 3 мКл; 2 мКл;
5) 3 мКл; 6 мкКл.

Глава 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

3.1. Теория

Проводники	тела, электрический заряд в которых может перемещаться по всему объему. Делятся на 2 группы: проводники I рода (металлы) – в этих проводниках перенос зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями; проводники II рода (электролиты) – в этих проводниках перенос зарядов (положительных и отрицательных ионов) приводит к химическим изменениям вещества.
Электрический ток в металлических проводниках	представляет собой упорядоченное (направленное) движение свободных электронов. Установлено опытами Л.И. Мандельштама и Н.Д. Папалекси (1913 г.), Т. Стюарта и Р. Толмена (1916 г.). Концентрация свободных электронов в металлах ~ 10^{28} м$^{-3}$. В отсутствие электрического поля электроны движутся хаотически. Под дей-

ствием электрического поля электроны приобретают упорядоченное движение с некоторой постоянной скоростью, пропорциональной напряженности внешнего электрического поля.

Сила тока в металлическом проводнике

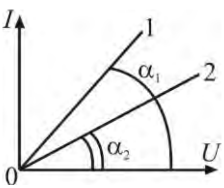
$$I = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{t} = \frac{nVe}{t} = \frac{nlSe}{t} = neS\langle\upsilon\rangle,$$

где n – концентрация электронов в проводнике;
e – заряд электрона;
S – площадь поперечного сечения проводника;
$\langle\upsilon\rangle$ – средняя скорость упорядоченного движения электронов.

Вольт-амперная характеристика проводника

зависимость силы тока в проводнике от приложенного напряжения.
$I = f(U)$

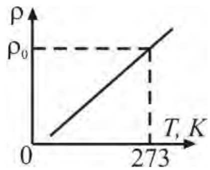
Вольт-амперная характеристика металлического проводника (резистора)

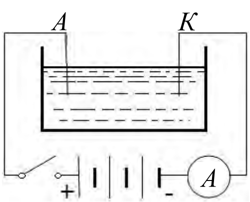


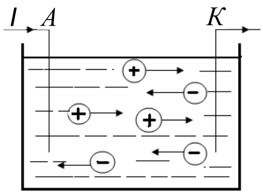
прямая линия, проходящая через начало координат.
Угол наклона графика к оси напряжений U зависит от сопротивления проводника: чем меньше α, тем больше сопротивление (или меньше проводимость) резистора. Приведенная вольт-амперная характеристика справедлива только при постоянном сопротивлении проводника.
При упорядоченном движении под действием электрического поля электроны часть приобретенной кинетической энергии передают атомам и ионам кристаллической решетки, в результате чего возрастает энергия хаотического движения атомов, ионов и электронов, то есть внутренняя энергия тела, – проводник нагревается.

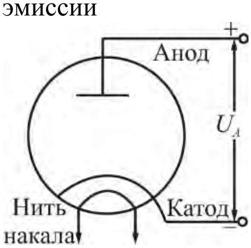
Зависимость сопротивления металлов

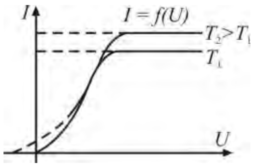
$\rho = \rho_0(1+\alpha\Delta T)$ или $\rho = \rho_0(1+\alpha\Delta t)$
$R = R_0(1+\alpha\Delta T)$ или $R = R_0(1+\alpha\Delta t)$
ρ_0 – удельное сопротивление металла при $T_0 = 273\ K$

от температуры: 	(t_0 = 0 °C); ρ – удельное сопротивление при определенной температуре T (t); R_0 и R – сопротивления при температурах T_0 и T соответственно.
Температурный коэффициент сопротивления проводника $\alpha = \dfrac{\rho - \rho_0}{\rho_0 \Delta T}$ $[\alpha] = 1\ К^{-1}$	равен относительному изменению удельного сопротивления проводника при его нагревании на 1 К (или 1 °С). α сплавов значительно меньше, чем у чистых металлов.
Сверхпроводимость (Г. Камерлинг-Оннес, 1911 г.) 	явление резкого уменьшения сопротивления проводника при определенной низкой температуре. В последние 20 лет обнаружены материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре ~ 100 К.
Электролиты	растворы солей, кислот и щелочей, а так же их расплавы.
Электрический ток в электролитах	представляет собой направленное движение положительных и отрицательных ионов, полученных в результате электрической диссоциации.
Электролитическая	процесс распада молекул растворенного в жид-

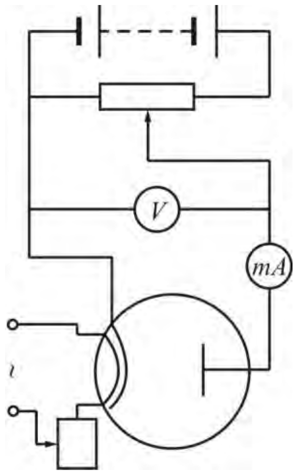
диссоциация	кости вещества на ионы под воздействием молекул жидкости.
Рекомбинация	процесс воссоединения ионов противоположного знака в нейтральные молекулы, идущий в растворе одновременно с процессом диссоциации. В отсутствие электрического поля молекулы растворителя и ионы движутся хаотически, сталкиваясь друг с другом. Между процессами диссоциации и рекомбинации устанавливается динамическое равновесие. Под воздействием электрического поля положительные ионы (катионы) начинают двигаться к катоду, отрицательные (анионы) – к аноду. Проводимость электролита – ионная.
Зависимость сопротивления электролита от температуры	с ростом температуры с одной стороны увеличивается средняя скорость ионов, с другой – увеличивается степень диссоциации, т. е. концентрация ионов. Следовательно, сопротивление электролита с ростом температуры уменьшается. При постоянной температуре сопротивление электролита постоянно и для него выполним закон Ома. Доказательством ионной проводимости электролита является явление электролиза.
Электролиз (открыт и исследован М. Фарадеем) 	явление выделения на электродах веществ, входящих в состав электролита, при протекании через электролит электрического тока. Обусловлено потерей или присоединением электронов ионами электролита.

	$\ominus$ – анионы устремляются к аноду. $\oplus$ – катионы устремляются к катоду.
Законы М. Фарадея для электролиза	
1. $m = kq$ или $m = kIt$	масса m вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду q, прошедшему через электролит. k – электрохимический эквивалент; I – сила тока; t – время пропускания тока через электролит.
Электрохимический эквивалент $k = \frac{m}{q}$ $[k]$ = 1 кг/Кл = = 1 кг/(А · с)	показывает, какая масса вещества выделится на электроде при прохождении через электролит 1 Кл электричества (табличные данные).
2. $k = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n}$	электрохимические эквиваленты веществ прямо пропорциональны отношению их атомных A (молярных M) масс к валентности n.
Постоянная (число) Фарадея $F = 9{,}648 \cdot 10^4$ Кл/моль	показывает, какое количество электричества необходимо пропустить через электролит, чтобы выделился 1 моль любого одновалентного вещества.
3. $m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} q = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} It$	объединенный закон электролиза.
Электрический ток в вакууме	представляет собой направленное движение электронов, получаемых в результате электронной эмиссии с поверхности металла (электрода) в вакуумном баллоне.

Электронная эмиссия	возникает при внешних воздействиях на металлический электрод, в результате чего часть электронов приобретает энергию, достаточную для преодоления энергии их связи с атомами металла, то есть для совершения работы выхода $A_{\text{вых}}$.
Виды электронной эмиссии	
а) ионно-электронная	возникает при бомбардировке катода положительными ионами (используется в газах);
б) термоэлектронная	испускание электронов с поверхности нагретого металлического электрода (используется в большинстве современных электронных вакуумных приборов);
в) фотоэлектронная	испускание электронов из металла при воздействии на него электромагнитного излучения.
Работа двухэлектродной лампы с использованием термоэлектронной эмиссии 	Двухэлектродный вакуумный баллон является вакуумным диодом. Представляет собой стеклянный или керамический баллон с впаянными в него металлическими электродами: анодом и катодом. Ток в цепи нити накала косвенно (катод тогда называют катодом косвенного накала) или непосредственно (сама нить накала является катодом, тогда катод носит название катода прямого накала) нагревает катод до высоких температур, вызывая при этом эмиссию электронов. Для увеличения числа испускаемых электронов поверхность металлического катода покрывают тонким слоем оксидов щелочноземельных металлов (бария, стронция или кальция). Внутри баллона создается вакуум (воздух откачан до давления ~ 10^{-6}–10^{-7} мм рт. ст).
Вольт-амперная характеристика вакуумного диода	Схема установки для получения вольт-амперной характеристики

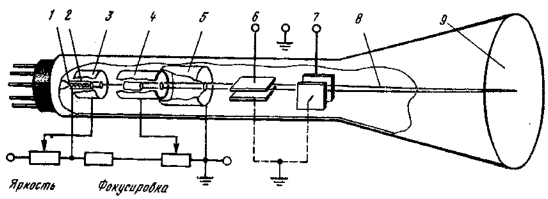


T – температура катода



Электронно-лучевая трубка

является основным элементом телевизора, дисплея, осциллографа и служит для преобразования электрических сигналов в видимые, получаемые на экране (кинескопе) электронно-лучевой трубки (ЭЛТ).



ЭЛТ представляет собой вакуумный стеклянный баллон с впаянными в него электродами. Нить накала *1* нагревает катод *2*. Управляющий электрод *3* подобно сетке в вакуумном триоде изменяет интенсивность электронного пучка, направляемого на аноды *4* и *5*. Изменяя напряжение на аноде *4*, электронный пучок *8* изменяет площадь поперечного сечения на экране *9*, покрытом тонким слоем люминофора – вещества, способного светиться при попадании на него быстрых электронов. Электронный пучок *8*, попадая на экран *9*, вызывает свечение люминофора.

С помощью электрических и магнитных полей можно управлять движением электронов, получая на экране определенные картины.

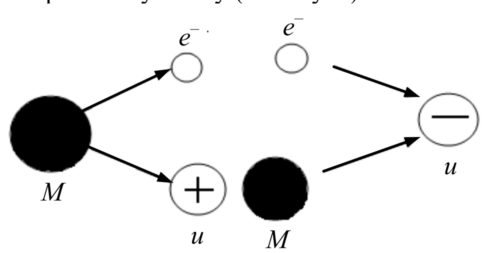
Так в ЭЛТ осциллографа между анодом и экраном находятся 2 пары параллельных пластин *6* и *7*, называемых управляемыми электродами. Расположение пластин таково, что одна пара отклоняет электронный пучок в вертикальном, а другая – в горизонтальном направлениях. Смещение пятна на экране пропорционально приложенному напряжению, поэтому осциллограф может служить элетронно-измерительным прибором.

Электрический ток в газах (газовый разряд) — возникает только при ионизации газов и представляет собой направленное движение электронов и ионов (положительных и отрицательных).

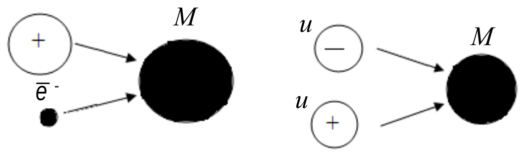
Ионизация атома — процесс отрыва электронов от атома (молекулы), при этом образуется положительный ион.

Энергия связи — минимальная энергия, затрачиваемая на отрыв электрона (e^-) от атома (молекулы (M)).

Ионизация газа — приводит к появлению электронов e^-, положительных ионов, а также отрицательных ионов, возникающих при присоединении электрона к нейтральному атому (молекуле).



Рекомбинация — процесс восстановления нейтральных молекул из положительных и отрицательных ионов (или из положительных ионов и электронов) вследствие их кулоновского притяжения.



Способы ионизации газов

а) термическая — процесс возникновения ионов и электронов в газах в результате столкновений атомов и молекул газа при высокой температуре;

б) фотоионизация — процесс ионизации атомов или молекул под действием квантов света (фотонов);

в) ионизация электронным ударом — ионизация, возникающая при столкновении атомов с электронами, кинетическая энергия которых превышает энергию связи электрона в атоме;

г) вторичная эмиссия электронов — увеличение числа электронов за счет выбивания их из катода положительными ионами, прошедшими большую разность потенциалов.

Плазма — частично или полностью ионизованный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Плазма в целом практически электрически нейтральна.

Вольт-амперная характеристика газового разряда

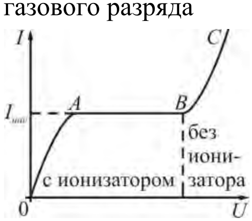
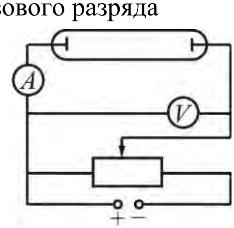
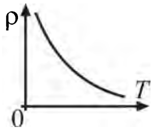


Схема для исследования вольт-амперной характеристики газового разряда



Участок *OAB* соответствует несамостоятельному газовому разряду, происходящему только под действием внешнего ионизатора.

	Участок *BC* соответствует самостоятельному газовому разряду, происходящему в отсутствии внешнего ионизатора при больших значениях напряжения на электродах разрядной трубки. Основной механизм ионизации при самостоятельном разряде: при больших напряжениях свободные электроны и ионы приобретают кинетическую энергию, превышающую энергию связи электронов с атомом или молекулой.
Виды самостоятельного газового разряда:	
а) тлеющий	представляет собой ток малой плотности при низком давлении газа (1–2 мм рт. ст. и ниже) и напряжении на электродах порядка нескольких сотен вольт. Сопровождается свечением столба газа (трубки реклам, лампы дневного света);
б) искровой (молния)	электрический пробой газа, возникающий при кратковременном лавинообразном увеличении числа ионов в нем при высоких напряжениях и нормальном давлении. Имеет вид прерывистых зигзагообразных нитей – каналов (от 10 до 25 см в диаметре) ионизованного газа, называемых стримерами. Температура газа в стримерах ~ 10 000 К;
в) дуговой разряд	происходит при большой плотности тока и небольших напряжениях порядка нескольких десятков вольт. Возникает в результате интенсивной термоэлектронной эмиссии раскаленного катода и последующей ударной ионизации. Температура газа в канале дуги ~ 5 000 К;
г) коронный разряд	возникает при атмосферном давлении в газе, находящемся в сильно неоднородном электрическом поле (около проводов линий высокого напряжения, остриев), светящаяся область разряда напоминает корону.
Полупроводники	вещества, проводимость которых меньше, чем проводимость проводников, но больше, чем проводимость диэлектриков.



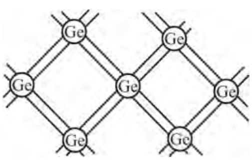
Удельная проводимость у полупроводников, а, следовательно, их удельное сопротивление ρ ($\rho = 1/\sigma$), изменяется в широких пределах. Удельное сопротивление полупроводников резко убывает с ростом температуры. Этим полупроводники отличаются от металлов, удельное сопротивление которых с ростом температуры увеличивается.

5 B	6 C			
	14 Si	15 P	16 S	
31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	
49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I

элементы, обладающие свойствами полупроводников, занимают в таблице Менделеева центральную часть и принадлежат III–VI группам таблицы.

Электропроводность полупроводников

зависит также от освещения, напряженности и направления электрического поля, может существенно изменяться при введении в их состав незначительного количества примесей.

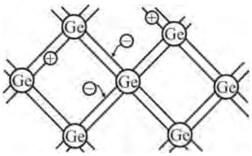


Элементы VI группы периодической таблицы элементов Менделеева кремний Si и германий Ge – типичные полупроводники. Их кристаллы имеют атомную (ковалентную) кристаллическую решетку. Четыре валентных электрона каждого атома связаны с такими же электронами соседних атомов химическими парноэлектронными связями. Плоская проекция такой решетки схематически изображена на рисунке. Каждая черточка обозначает один из электронов ковалентной связи.

Парноэлектронные связи очень прочные и при низких температурах не разрываются. Нагревание полупроводника до сравнительно невысоких температур приводит к разрыву ковалентных связей и появлению свободных электронов.

Энергия активации собственной проводимости

энергия, необходимая для создания в чистых (беспримесных) полупроводниках электропроводности. Значения этой энергии различны для разных полупроводников и составляют не более 1,5–2,0 эВ.



Образование свободного электрона приводит к появлению в нарушенной ковалентной связи свободного (вакантного) места – дырки, имеющей избыточный положительный заряд.

Перемещение электронов в кристаллах приводит к перемещению дырок. При отсутствии внешнего электрического поля эти перемещения носят хаотический характер.

При помещении кристалла полупроводника в электрическое поле свободные электроны дрейфуют против поля, связанные электроны переходят на дырки против поля, что соответствует дрейфу дырок вдоль поля.

Электрический ток в полупроводниках

направленное движение свободных зарядов: электронов и дырок.

Собственная или электронно-дырочная проводимость полупроводников

возникает в чистых (без примесей) полупроводниках, концентрации свободных электронов и дырок одинаковы.

Собственная проводимость полупроводников невелика.

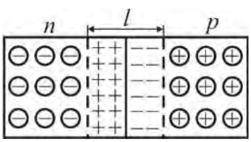
Примесная проводимость полупроводников

обусловлена наличием примеси, а также изменением ее концентрации. С помощью примесей можно существенно изменить число носителей заряда (электронов и дырок).

Акцепторные примеси

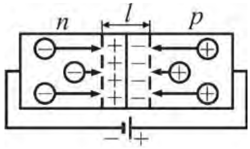
примеси, имеющие меньшее число валентных электронов по сравнению с их числом у атомов, образующих кристаллическую решетку полупроводника. Так при замещении в кристаллической решетке атома германия, имеющего четыре валентных электрона, атомом индия (или галлия), имеющим три валентных электрона, одна связь атома германия (соседа примеси) остается незаполненной и в решетке образуется дырка.

Под действием электрического поля дырки перемещаются вдоль поля, и в полупроводнике возникает дырочная примесная проводимость.

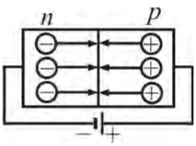
Полупроводник *p*-типа	полупроводник с преобладанием дырочной примесной проводимости над электронной (дырки – основные носители заряда, а электроны – неосновные).
Донорные примеси	примеси, имеющие большее число валентных электронов по сравнению с их числом у атомов, образующих кристаллическую решетку полупроводника. Так при замене в кристаллической решетке атома германия, имеющего четыре валентных электрона, атомом мышьяка (или сурьмы), имеющим пять валентных электронов, можно увеличить концентрацию свободных электронов, так как пятый валентный электрон примеси не участвует в образовании ковалентной связи с соседним атомом германия.
Полупроводник *n*-типа	полупроводник с преобладанием электронной проводимости над дырочной (электроны – основные носители заряда, дырки – неосновные).
Электронно-дырочный переход (*p*-*n*-переход)	область контакта двух полупроводников с различным типом проводимости. Этот контакт создается не механическим соприкосновением полупроводников (*p*- и *n*-типа), а путем внедрения в чистый полупроводник в процессе кристаллизации с двух сторон донорной и акцепторной примесей.
	При таком контакте двух полупроводников *n*- и *p*-типа вследствие теплового движения происходит взаимная диффузия носителей тока через границу полупроводников: электроны переходят в полупроводник *p*-типа, дырки – в *n*-типа. Возникает контактное поле напряженностью $\vec{E}_k$, препятствующее дальнейшей диффузии заряженных частиц, т. е. на границе образуется запирающий электрический слой толщиной *l*, пре-

пятствующий дальнейшему переходу зарядов через границу раздела полупроводников.

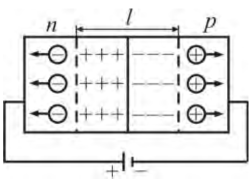
Этот запирающий слой обладает большим сопротивлением.



Если полупроводник n-типа подключен к отрицательному полюсу источника, а полупроводник p-типа – к положительному, то под действием электрического поля электроны в полупроводнике n-типа и дырки в полупроводнике p-типа будут двигаться навстречу друг другу к границе раздела полупроводников. При таком прямом направлении внешнего электрического поля толщина запирающего слоя и его сопротивление уменьшается.



Электрический ток проходит через границу двух полупроводников и называется прямым.



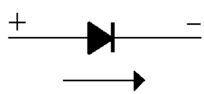
Если поменять направление внешнего электрического поля, т. е. полупроводник n-типа подключить к положительному полюсу источника, а полупроводник p-типа – к отрицательному, то электроны в n-полупроводнике, а дырки в p-полупроводнике будут перемещаться под действием электрического поля от границы раздела в противоположные стороны, что приведет к увеличению толщины запирающего слоя и его сопротивления.

При таком направлении внешнего поля электрический ток через контакт практически не проходит и называется обратным.

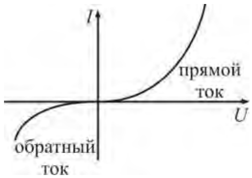
Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода

электронно-дырочный переход обладает односторонней проводимостью и называется полупроводниковым диодом (аналогично действию двухэлектродной лампы – вакуумного диода).

Обозначается на схемах



Примечание: комбинация двух n–p-переходов



представляет кристаллический усилитель колебаний, называемый транзистором. Комбинация нескольких n–p-переходов позволяет получить кристаллический аналог многоэлектродной лампы. Достоинства полупроводниковых приборов – надежность, малогабаритность, экономичность.
В технике развивается и совершенствуется и полупроводниковая, и ламповая электроника.

3.2. Примеры решения задач

3.2.1. По медному проводнику сечением $S = 1$ мм^2 течет ток $I = 10$ мА. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, если на один атом меди приходится один электрон проводимости. Относительная атомная масса меди $A = 63{,}6$; а ее плотность $\rho = 8{,}9$ г/см^3. Заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Решение:

Сила тока определяется количеством электричества (q), протекающим через сечение проводника в единицу времени:

$$I = \Delta q/\Delta t. \qquad (1)$$

Так как на один атом меди приходится один свободный электрон проводимости, то общий заряд

$$\Delta q = N|e|, \qquad (2)$$

где N – число атомов, равное числу электронов, определяется

$$N = nV = nlS, \qquad (3)$$

где n – концентрация атомов (электронов), V – объем проводника, l и S – его длина и площадь поперечного сечения. С учетом (2) и (3) выражение (1) примет вид:

$$I = \frac{nlS\,|e|}{\Delta t} = n\langle\upsilon\rangle S\,|e| \quad (4),$$

где $\langle\upsilon\rangle = l/\Delta t$ – средняя скорость упорядоченного движения электронов.

Концентрация электронов определится следующим образом: число атомов

$$N = \frac{m}{M}N_A = \frac{\rho V}{M}N_A = \frac{\rho lS}{M}N_A \Rightarrow n = \frac{N}{V} = \frac{N}{lS} = \frac{\rho lS}{MlS}N_A = \frac{\rho N_A}{M}, \qquad (5)$$

где $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$ – число Авогадро.

Подставив (5) в (4) имеем $I = \dfrac{\rho N_A}{M}\langle \upsilon \rangle S\left| e \right|$.

Отсюда средняя скорость упорядоченного движения

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{IM}{\left| e \right|\rho S N_A} = \frac{10\cdot 10^{-3}\cdot 63{,}6\cdot 10^{-3}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 8\ 900\cdot 10^{-6}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}} = 7{,}4\cdot 10^{-7}\ \text{м/с}.$$

Ответ: $7{,}4 \cdot 10^{-7}$ м/с.

3.2.2. Определить суммарный импульс электронов в прямом проводнике длиной l = 9 800 м с током I = 100 А.

Решение:

Суммарный импульс $P = Nm_e\langle \upsilon \rangle$, (1)

где N – число электронов в проводнике, m_e – масса электрона, υ – средняя скорость движения электронов в проводнике.

Сила тока $I = \dfrac{q}{t} = \dfrac{Ne}{t}$, (2)

где $q = Ne$ – заряд, протекающий через сечение проводника; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный заряд; t – время протекания заряда, равное $t = \dfrac{l}{\langle \upsilon \rangle}$.

(3)

Объединив (1)–(3), получим $P = \dfrac{m_e I l}{e} \approx 4{,}55 \cdot 10^{-7}$ кг · м/с.

Ответ: $4{,}55 \cdot 10^{-7}$ кг · м/с.

3.2.3. Напряжение между анодом и катодом вакуумного диода U, сила анодного тока равна I. Определить среднее давление $\langle p \rangle$ электронов на анод площадью S.

Решение:

Давление, производимое электронами на поверхность анода, определится отношением силы $F_\perp$, действующей перпендикулярно поверхности, к площади S поверхности $p = F_\perp/S$.

Силу $\vec{F}$ определим из второго закона Ньютона (в импульсной форме): импульс силы $\vec{F}\cdot\Delta t$ равен изменению импульса тела $\Delta\vec{P}$.

При попадании электронов на анод и их поглощении суммарный импульс электронов $P = Nm_e\langle \upsilon \rangle$, его изменение $\Delta P = Nm_e\langle \upsilon \rangle$, где N – число электронов, m_e – масса электрона, $\langle \upsilon \rangle$ – их средняя скорость движения.

Тогда $F\Delta t = Nm_e \langle \upsilon \rangle \Rightarrow F = \dfrac{Nm_e \langle \upsilon \rangle}{\Delta t}$.

Среднее давление $\langle p \rangle = \dfrac{Nm_e \langle \upsilon \rangle}{\Delta t S}$. (1)

$\dfrac{N}{\Delta t}$ – число электронов, попадающих на анод в единицу времени, определим следующим образом: сила тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{Ne}{\Delta t} \Rightarrow \frac{N}{\Delta t} = \frac{I}{e}. \quad (2)$$

Средний импульс электрона ($m_e\langle \upsilon \rangle$), падающего на анод, определим из закона сохранения энергии.

Работа поля $eU = \dfrac{m_e \upsilon^2}{2} = \dfrac{(m_e \upsilon)^2}{2m_e} \Rightarrow m_e \langle \upsilon \rangle = \sqrt{2m_e eU}$. (3)

Подставим (2) и (3) в (1), получим:

$$\langle p \rangle = \frac{I\sqrt{2m_e eU}}{IS} = \frac{I}{S}\sqrt{\frac{2m_e U}{e}}.$$

3.2.4. Электролиз сульфата алюминия $Al_2(SO_4)_3$ проводился в течение времени t = 10 ч при этом ток через электролит равномерно убывал от I_1 = 1,5 А до I_2 = 0,5 А. Определить массу выделившегося на катоде алюминия.

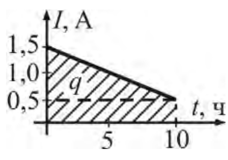
Решение:

1-й способ: Согласно закону Фарадея масса m выделившегося при электролизе на электроде вещества прямо пропорциональна количеству электричества q, прошедшего через электролит:

$$m = kq, \quad (1)$$

где k – электрохимический эквивалент алюминия (из таблицы для алюминия $k = 9{,}4 \cdot 10^{-8}$ кг/Кл).

Полный заряд, прошедший через электролит за время t, можно определить как площадь под графиком зависимости силы тока от времени:



$$q = \frac{I_1 + I_2}{2} t.$$

Тогда масса выделившегося при электролизе алюминия

$$m = k\frac{I_1 + I_2}{2}t = 9,4\cdot 10^{-8}\,\frac{1,5+0,5}{2}\cdot 10\cdot 3\ 600 \approx\ 0,0034 \text{ кг} = 3,4 \text{ г.}$$

2-й способ: За время t на катоде выделится число атомов алюминия

$$N = \frac{q}{ne} = \frac{(I_1 + I_2)t}{2ne}\ , \qquad (1)$$

где $n = 3$ – валентность алюминия; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный электрический заряд.

Так как масса одного атома алюминия $m_0 = \dfrac{M}{N_A}$, (2)

где $M = 27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярная (атомная) масса алюминия; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро,

то масса выделившегося на катоде вещества с учетом (1) и (2)

$$m = Nm_0 = \frac{M(I_1 + I_2)t}{2neN_A} \approx\ 34 \cdot 10^{-4} \text{ кг} = 3,4 \text{ г.}$$

Ответ: 3,4 г.

3.2.5. Электролиз воды осуществляется при токе $I = 100$ А. Определить время проведения электролиза для получения водорода, занимающего при температуре $t = 27$ °С и давлении $p = 10^5$ Па объем $V = 1$ л. Молярная масса водорода $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, электрохимический эквивалент водорода $k = 10^{-8}$ кг/Кл.

Решение:

В задачах данного типа следует решить систему уравнений, получающуюся из закона Фарадея для электролиза:

$m = kq = kIt$; (1)

и уравнения Клайперона–Менделеева для состояния газа (в данном случае водорода):

$$pV = \frac{m}{M}RT\ , \qquad (2)$$

где $R = 8,31$ Дж/(моль · К) – универсальная газовая постоянная.

Объединяя эти два уравнения, получаем $pV = \dfrac{kIt}{M}RT$, тогда время электролиза $t = \dfrac{pVM}{kIRT} =\ 80$ с.

Ответ: 80 с.

3.2.6. Определить толщину слоя никеля, нанесенного на металлическое изделие с площадью поверхности S = 120 см^2, если никелирование проводилось в течение времени t = 5 ч при силе тока I = 0,4 А. Молярная масса никеля $M = 59 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, валентность n = 2, плотность ρ = 9 г/см^3.

Решение

С одной стороны, масса выделившегося на изделии никеля

$$m = \rho V = \rho Sh, \tag{1}$$

где $V = Sh$ – объем слоя, h – толщина слоя никеля.

С другой стороны, из объединенного закона Фарадея для электролиза

$$m = \frac{MIt}{Fn}, \tag{2}$$

где $F = 96\,500\ \frac{\text{Кл}}{\text{моль}}$ – число Фарадея, равное $F = N_A \cdot e$.

Из выражений (1) и (2):

$$h = \frac{MIt}{F \cdot n\rho S} \approx 20 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 20\ \text{мкм}.$$

Ответ: 20 мкм.

3.2.7. Определить число атомов меди и хлора, выделившихся в ванне с раствором хлорида меди при пропускании через электролит тока I = 1,5 А в течение t = 30 мин. Валентность хлора – 1, меди – 2.

Решение:

Из закона Фарадея для электролиза масса выделившегося вещества

$m = kq = kIt$,

где k – электрохимический эквивалент вещества, равный $k = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n}$,

где F = 96 500 Кл/моль – число Фарадея; M – молярная масса химического элемента; n – валентность.

Тогда $m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{n} It$. (1)

Число атомов $N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A$, (2)

где ν – количество молей вещества, равное $\nu = \frac{m}{M}$; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро (число молекул (атомов) в одном моле вещества).

Из (1) и (2)

$$N = \frac{ItN_A}{Fn}. \qquad (3)$$

Для меди число атомов $N_{Cu} = \frac{1,5 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{96\,500 \cdot 2}$ = $8,4 \cdot 10^{21}$;

для хлора – $N_{Cl} = 16,8 \cdot 10^{21}$.

Ответ: $8,4 \cdot 10^{21}$; $16,8 \cdot 10^{21}$.

3.2.8. При электролизе воды необходимо создать на электродах минимальное напряжение U = 1,5 В. Определить энергию, выделяющуюся при взрыве гремучего газа на каждый грамм прореагировавшего водорода.

Решение:

Работа источника напряжения при электролизе воды

$$A = IUt, \qquad (1)$$

где I – сила тока при электролизе воды; U – минимальное напряжение на электродах, необходимое для осуществления электролиза; t – время пропускания тока через электролит.

Из закона сохранения энергии вся работа источника тока будет равна энергии, выделившейся при взрыве гремучего газа. Так как следует определить энергию, выделяющуюся при взрыве на каждый грамм прореагировавшего водорода $\frac{A}{m}$, то из закона Фарадея для электролиза определим массу выделившегося водорода

$$m = kIt, \qquad (2)$$

где $k = 1,04 \cdot 10^{-8}$ кг/Кл – электрохимический эквивалент водорода.

Тогда с учетом (2) выражение (1) будет иметь вид:

$$A = \frac{Um}{k} \Rightarrow \frac{A}{m} = \frac{U}{k} = 1,44 \cdot 10^{8} \text{ Дж/кг или } 1,44 \cdot 10^{5} \text{ Дж/кг} = 144 \text{ кДж/кг.}$$

Ответ: 144 кДж/кг.

3.2.9. Определить силу тока насыщения при несамостоятельном газовом разряде, если ионизатор образует ежесекундно 10^9 пар ионов в одном кубическом сантиметре, площадь каждого из двух плоских параллельных электродов S = 100 см^2 и расстояние между ними l = 5 см.

Решение:

Согласно определению ток насыщения в газовом разряде возникает, когда число носителей тока, создаваемых ионизатором в единицу времени, становится равным их числу, попадающих в единицу времени на электроды:

$I_{\text{нас}} = q/t$,

где q – переносимый за время t заряд.

$$q = \frac{\Delta Ne}{\Delta t \Delta V} Vt \,,$$

где $V = lS$ – объем межэлектродного промежутка; t – время протекания газового разряда; e – заряд одного иона (электрона).

Тогда $I_{\text{í àñ}} = \dfrac{\Delta NeVt}{\Delta t \Delta Vt} = e\dfrac{\Delta N}{\Delta t \Delta V} lS = 8 \cdot 10^{-8}$ А = 80 нА.

Ответ: 80 нА.

3.2.10. Определить напряженность электрического поля, при которой начинается самостоятельный газовый разряд в водороде, если энергия ионизации молекул равна $2{,}5 \cdot 10^{-18}$ Дж, а средняя длина свободного пробега 5 мкм. Какую скорость имеют электроны при ударе о молекулу?

Решение:

Самостоятельный газовый разряд начинается при условии, что энергия W, приобретенная электроном в поле на длине свободного пробега l (т. е. длина, пробегаемая электронами от одного соударения с атомами (молекулами) газа или электронами до следующего соударения), становится равной энергии W_i ионизации газа.

Тогда $eU = eEl = W_i \Rightarrow$ напряженность поля $E = W_i/(el) = 3{,}1 \cdot 10^6$ В/м = = 3,1 МВ/м.

Скорость электрона при ударе о молекулу и последующей ее ионизации определится из условия равенства кинетической энергии $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ электрона энергии ионизации W_i молекулы:

$$\frac{m_e\upsilon^2}{2} = W_i \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2W_i}{m}} = 1{,}34 \cdot 10^6 \text{ м/с} = 2{,}34 \text{ Мм/с}.$$

Ответ: 3,1 мВ/м; 2,34 Мм/с.

3.2.11. Ионизирующее излучение каждую секунду создает в 1 см^3 газа в трубке $n = 6 \cdot 10^9$ пар однозарядных ионов. Определить силу тока насыщения при несамостоятельном разряде, если объем газорязрядной трубки $V = 500$ см^3?

Решение:

Сила тока равна количеству электричества, переносимого в единицу времени через проводник любого сечения, $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$.

Учитывая, что ионы однозарядные, то пара однозарядных ионов переносит с катода на анод один электрон.

Тогда $\Delta q = \dfrac{nVe}{\Delta t}$,

где n – число пар в единице объема, и сила тока насыщенна $I_{\text{i àñ}} = \dfrac{neV}{\Delta t} =$ $= 4{,}80 \cdot 10^{-7}$ А = 480 нА.

Ответ: 480 нА.

3.2.12. Потенциал ионизации атома гелия φ_i = 24,5 В. Определить наименьшую скорость электрона, необходимую для ионизации атомов гелия.

Решение:

$$\frac{m\upsilon_{\min}^2}{2} = q_e\varphi_i \Rightarrow \upsilon_{\min} = \sqrt{\frac{2q_e\varphi}{m_e}} = 2{,}9 \cdot 10^6 \text{ ì /ñ.}$$

Ответ: $2{,}9 \cdot 10^6$ ì /ñ.

3.2.13Потенциал ионизации атома водорода φ_i = 13,6 В. Определить температуру, при которой атомы имеют кинетическую энергию поступательного движения, достаточную для ионизации атома водорода.

Решение:

$$\frac{3}{2}kT = e\varphi \Rightarrow T = \frac{2e\varphi}{k} = 10{,}5 \cdot 10^4 \text{ К} = 105 \text{ кК.}$$

($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана).

Ответ: 105 кК.

3.2.14. Расстояние между электродами в газоразрядной трубке l = 0,1 м. Определить концентрацию n одновалентных ионов, возникающих ежесекундно для поддержания плотности тока насыщения j = 0,8 пА/м^2.

Решение:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{q}{tS} = \frac{nlSe}{tS} = \frac{n}{t}le \Rightarrow \frac{n}{t} = \frac{j}{le} = 5 \cdot 10^7 \text{ м}^{-3}\text{с}^{-1}.$$

Ответ: $5 \cdot 10^7$ м$^{-3}$с$^{-1}$.

3.2.15. Ток насыщения при несамостоятельном газовом разряде $I_{\text{нас}}$ = 8,0 пА. Определить число пар ионов, создаваемых за 1 с внешним ионизатором.

Решение:

$$I_{\text{í àñ}} = \frac{q}{t} = \frac{2Ne}{t} \Rightarrow N = \frac{I_{\text{í àñ}}t}{2e} = 2{,}5 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $2{,}5 \cdot 10^7$ с$^{-1}$.

3.2.16. В телевизионном кинескопе ускоряющее анодное напряжение равно 20 кВ, а расстояние от анода до экрана составляет 30 см. За какое время электроны проходят это расстояние?

Решение:

Электроны, ускоренные в электрическом поле телевизионного кинескопа, проходя анод, достигают скорости υ, которая остается постоянной по горизонтали. Время движения электронов от анода до экрана

$$t = \frac{l}{\upsilon}. \qquad (1)$$

Скорость электрона υ определим из закона сохранения энергии:

$$eU = \frac{m_e\upsilon^2}{2}, \qquad (2)$$

т. е. поле совершает работу $A = eU$ по ускорению электронов. Разгоняясь, электроны приобретают кинетическую энергию $W_{\text{ê}} = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$.

Из (2) $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2eU}{m_e}}$. $\qquad$ (3)

Подставим (3) в (1), получим время прохождения электронами расстояния от анода до экрана $t = l\sqrt{\dfrac{m_e}{2eU}} \approx \approx 3{,}6 \cdot 10^{-9}$ с = 3,6 нс.

Ответ: 3,6 нс.

3.2.17. Фоторезистор, который в темноте имеет сопротивление 25 кОм, включили последовательно с проводником сопротивлением 5 кОм. Когда фоторезистор осветили, сила тока в цепи (при том же напряжении) увеличилась в 4 раза. Во сколько раз уменьшилось сопротивление фоторезистора?

Решение:

При последовательном соединении фоторезистора и проводника их общее сопротивление в темноте $R_{\text{I}} = R_{\text{ф}1} + R$, после освещения – $R_{\text{II}} = R_{\text{ф}2} + R$.

Из закона Ома для этой цепи определим силу тока в темноте

$$I_1 = \frac{U}{R_{\hat{o}1} + R}, \qquad (1)$$

при освещении сила тока

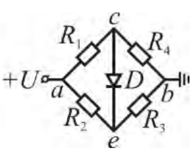
$$I_2 = \frac{U}{R_{\hat{o}2} + R}, \qquad (2)$$

где U – напряжение на концах цепи.

Поделим (2) на (1): $\dfrac{I_2}{I_1} = \dfrac{R_{\hat{o}1} + R}{R_{\hat{o}2} + R} = 4 \Rightarrow R_{\hat{o}2} = \dfrac{R_{\hat{o}1} - 3R}{4}$.

Тогда $\dfrac{R_{\hat{o}1}}{R_{\hat{o}2}} = \dfrac{4R_{\hat{o}1}}{R_{\hat{o}1} - 3R} =$ 10.

Ответ: 10.

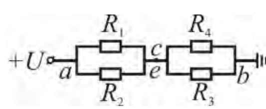


3.2.18. Определить ток I, текущий через идеальный диод D в цепи, изображенной на рисунке. U = 100 В, R_1 = 1 кОм, R_2 = 2 кОм, R_3 = 3 кОм, R_4 = 4 кОм.

Решение:

Как видно из схемы электрической цепи, приведенной в условии задачи, ток через диод D равен разности токов, текущих через сопротивления R_1 и R_2 или R_3 и R_4.

Так как диод идеальный, то его сопротивление в прямом направлении тока приблизительно равно 0, тогда и падение напряжения на участке диода ce пренебрежительно мало. Эквивалентная схема примет вид.



Общее сопротивление такой цепи

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}. \qquad (1)$$

Сила тока в этой цепи $I = \frac{U}{R_0}$. (2)

Напряжение на участке *ac* $U_{ac} = IR_{12}$ (3)

(R_{12} – общее сопротивление параллельно соединенных R_1 и R_2: $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$).

Напряжение на участке *cb* $U_{cb} = IR_{34}$ (4)

(R_{34} – общее сопротивление параллельно соединенных R_3 и R_4: $R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$).

Тогда сила тока через сопротивление R_1: $I_1 = \frac{U_{ac}}{R_1}$, а через сопротивление R_4: $I_4 = \frac{U_{cb}}{R_4}$.

Ток, протекающий через диод, $I_D = I_1 - I_4 = \frac{U_{ac}}{R_1} - \frac{U_{cb}}{R_4} = \frac{IR_{12}}{R_1} - \frac{IR_{34}}{R_4} =$

$$= \frac{U}{R_0}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_3}\right) = \frac{U}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}}\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_3}\right) =$$

$$= \frac{U(R_2 R_4 - R_3 R_1)}{R_1 R_2 (R_3 + R_3) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)} = 10 \text{ мА}.$$

Ответ: 10 мА.

3.2.19. Концентрация электронов проводимости в кремнии (Si) при комнатной температуре $n_e = 3 \cdot 10^{-19}$ м$^{-3}$. Какую часть составляет число электронов проводимости от общего числа атомов в кристаллической решетке. Во сколько раз увеличивается концентрация электронов проводимости при введении в кристаллическую решетку кремния, примеси мышьяка (As), составляющей по массе $k = 10$ %? Плотность кремния $\rho = 2\,650$ кг/м^3; молярные массы $M_{\text{Si}} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $M_{\text{As}} = 75 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

Число атомов кремния определится по формуле

$$N_{\mathrm{Si}} = \frac{m}{M_{\mathrm{Si}}} N_A ,$$

где m – масса кремния; N_A= 6,02 · 10^{23} моль$^{-1}$ – число Авогадро.

Концентрация атомов кремния

$$n = \frac{N_{\mathrm{S}i}}{V} = \frac{mN_A}{M_{\mathrm{Si}}V} = \frac{\rho N_A}{M_{\mathrm{Si}}} .$$

Отношение концентраций

$$\frac{n_e}{n} = \frac{N_e}{N} = \frac{n_e M_{\mathrm{Si}}}{\rho N_A} = 5{,}3 \cdot 10^{-10}.$$

Концентрация электронов проводимости примеси равна концентрации атомов мышьяка:

$$n_{\mathrm{As}} = \frac{kmN_A}{M_{\mathrm{As}}V} = \frac{k\rho N_A}{M_{\mathrm{As}}} \approx 213 \cdot 10^{19}\ \text{м}^{-3}.$$

Общая концентрация электронов проводимости:

$n_0 = n_e + n_{\mathrm{As}} = 216 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$.

Концентрация электронов проводимости увеличилась в 72 раза.

Ответ: 5,3 · 10^{-10}; 72.

3.3. Задачи для самостоятельного решения

Электрический ток в металлах

1. Сила тока в металлическом проводнике I = 10 А. Определить массу электронов, проходящих через поперечное сечение этого проводника за время t = 1 ч. (0,2 мг)

2. Определить концентрацию n свободных электронов меди при t = 20 °С, считая, что каждый атом меди теряет один электрон. Плотность меди при этой температуре ρ = 8 900 кг/м^3, молярная масса M = 63,5 г/моль. (8,3 · 10^{34} м$^{-3}$)

3. По проводнику, площадь поперечного сечения которого S = 50 мм^2, течет ток. Средняя скорость дрейфа электронов проводимости υ = 0,282 мм/с, а их концентрация n = 7,9 · 10^{27} м$^{-3}$. Определить силу и плотность тока в проводнике. (18 А; 0,36 А/мм^2)

4. По медному проводу с площадью поперечного сечения S = 25 мм^2 пропускают ток силой I = 50 мА. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов в проводнике, считая, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости. (0,15 мкм/с)

5. Определить скорость направленного движения свободных электронов внутри медного провода длиной l = 1 м, к концам которого приложено напряжение U = 1 В, считая, что в проводнике на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди D = 8 900 кг/м^3, удельное сопротивление ρ = 0,017 · 10^{-6} Ом · м, молярная масса M = 63,5 г/моль. (0,44 см/с)

6. В медном проводе сечением S = 0,17 мм^2 сила тока I = 0,15 А. Какая сила действует на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля? (2,4 · 10^{-21} Н)

7. Определить скорость упорядоченного движения электронов в проводнике площадью поперечного сечения S = 5 мм^2 при силе тока I = 10 А, если концентрация электронов проводимости n = 5 · 10^{28} м$^{-3}$. (0,25 мм/с)

8. Алюминиевая проволока при температуре t_1 = 0 °С имеет сопротивление R = 4,25 Ом. Определить сопротивление этой проволоки при температуре t_2 = 200 °С. (8,1 Ом)

9. Сопротивление вольфрамовой нити выключенной электрической лампочки R_1 = 60 Ом. При полном накале сопротивление нити R_2 = 636 Ом. Определить температуру нити при полном накале. (2 000 °С)

10. Определить суммарный импульс электронов в прямолинейном проводнике длиной l = 1 км при протекании по нему тока I = 100 А. (5,7 · 10^{-7} кг·м/с)

11. По проводнику, площадь сечения которого S = 4 мм^2, протекает электрический ток плотностью j = 100 А/см^2. Определить число электронов, проходящих через поперечное сечение проводника за время t = 2 мин, и их концентрацию, если скорость дрейфа электронов υ = 10^{-4} м/с. (3 · 10^{21}; 6,25 · 10^{22} см$^{-3}$)

12. Два медных провода включены в цепь последовательно. Сравните скорости υ_1 и υ_2 упорядоченного движения электронов в этих про-

водах, если а) их длины равны, а диаметр первого в 2 раза больше диаметра второго; б) диаметры проводов одинаковы, а длина первого провода в 2 раза больше длины второго провода. (а) $\upsilon_2 = 4\upsilon_1$; б) $\upsilon_1 = \upsilon_1$)

13. Два медных провода включены в цепь параллельно. Сравните скорости υ_1 и υ_2 упорядоченного движения электронов в этих проводах, если а) их длины равны, а диаметр первого в 2 раза больше диаметра второго; б) диаметры проводов одинаковы, а длина первого провода в 2 раза больше длины второго провода. (а) $\upsilon_2 = \upsilon_1$; б) $\upsilon_1 = 2\upsilon_1$)

14. Определить удельное сопротивление проводника длиной $l = 2$ м, если при плотности тока $j = 10^6$ А/м^2 на его концах поддерживается разность потенциалов $U = 4$ В. (10^{-6} Ом · м)

15. Определить мощность, выделяющуюся в единице объема проводника длиной $l = 0{,}2$ м, если на его концах поддерживается разность потенциалов $U = 4$ В. Удельное сопротивление проводника $\rho = 10^{-6}$ Ом · м. ($4 \cdot 10^8$ Вт/м^3)

16. Плоский конденсатор заполнен веществом, диэлектрическая проницаемость которого $\varepsilon = 3$, удельное сопротивление $\rho = 10^8$ Ом · м. Определить сопротивление R между обкладками конденсатора, если его емкость $C = 100$ пФ. (26,6 МОм)

17. Разность потенциалов на концах проволоки длиной $l = 5$ м равна $U = 4{,}2$ В. При температуре $t_0 = 0$ °С удельное сопротивление материала проволоки $\rho = 2 \cdot 10^{-7}$ Ом · м, температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 6 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$. Определить плотность тока в этой проволоке при температуре $t = 120$ °С. ($2{,}6 \cdot 10^6$ А/м^2)

18. Определить температурный коэффициент сопротивления меди, если при подаче на катушку медной проволоки одинакового напряжения при температуре $t_1 = 0$ °С сила тока в катушке $I_1 = 14$ А, при температуре $t_2 = 100$ °С – сила тока $I_2 = 10$ мА. (0,004 К$^{-1}$)

19. Необходимо изготовить нагревательный прибор, работающий при температуре $t = 800$ °С, сопротивлением $R = 48$ Ом. Определить длину проволоки, необходимой для этого, если диаметр ее $d = 0{,}5$ мм,

температурный коэффициент сопротивления α = 0,00021 $К^{-1}$, удельное сопротивление материала $\rho = 0{,}4 \cdot 10^{-6}$ Ом · м. (20 м)

20. Определить длину вольфрамовой нити накала лампочки мощностью P = 200 Вт, рассчитанной на напряжение U = 220 В. Диаметр нити d = 0,03 мм, температура нити в рабочем режиме T = 2 700 К, удельное сопротивление вольфрама при температуре t = 20 °С равно $\rho = 5{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ом · м и прямо пропорционально абсолютной температуре. (0,34 м)

21. В момент включения лампочки накаливания с вольфрамовой нитью температура t_0 = 20 °С, ток, проходящий через лампу в n = 12,5 раза превышает ток в рабочем состоянии. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама считать $\alpha = 5{,}1 \cdot 10^{-3}$ $К^{-1}$. Определить температуру t нити накала в рабочем режиме. (2 500 °С)

22. Лампа накаливания рассчитана на ток I = 0,5 А, который подводится к вольфрамовой нити диаметром d = 0,1 мм, работающей при температуре t = 2 200 °С, медным проводом с площадью сечения S = 5 $мм^2$. Определить напряженности электрического поля в медном проводе и вольфрамовой нити (для вольфрама удельное сопротивление считать $\rho_в = 5{,}5 \cdot 10^{-8}$ Ом · м; для меди – $\rho_м = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м; температурный коэффициент сопротивления вольфрама α = 0,0045 $К^{-1}$). (1,7 мВ/м; 37,9 В/м)

Электрический ток в электролитах. Электролиз. Законы Фарадея

23. Определить скорость движения ионов в электролите, если концентрация их в растворе $n = 10^{24}$ $см^{-3}$, площадь каждого электрода S = 50 $см^2$ и сила тока, текущего через электролит, I = 1,0 А. (≈ 1,3 мм/с)

24. Определить массу алюминия, выделившегося при электролизе, если ток силой I = 2 А пропускался через раствор соли алюминия в течение времени t = 30 мин. Электрохимический эквивалент алюминия $k = 0{,}093 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. (0,335 г)

25. Последовательно с электролитической ванной, заполненной раствором соли никеля, включена ванна, в которой находится раствор соли хрома. После размыкания цепи оказалось, что в первой ванне выдели-

лось m_1 = 10 г никеля. Сколько хрома выделилось во второй ванне? Электрохимические эквиваленты никеля – $0{,}329 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл, хрома – $0{,}18 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. (6 г)

26. Определить электрохимический эквивалент натрия. Молярная масса натрия M = 0,023 кг/моль, его валентность n = 1. ($2{,}38 \cdot 10^{-7}$ кг /Кл)

27. При прохождении через раствор медного купороса $CuSO_4$ тока силой I = 3 А в течение времени t = 20 мин на катоде выделяется медь массой m = 1 188 мг. Определить заряд электрона и число Фарадея.

28. Две электролитические ванны соединены последовательно. В одной ванне раствор медного купороса $CuSO_4$, в другой – хлорного золота $AuCl_3$. За время пропускания через электролиты тока на катоде выделилась медь массой m_1 = 2 г. Определить массу золота, выделившегося на катоде второй ванны. (4,1 г)

29. Определить энергию, необходимую для получения из раствора медного купороса $CuSO_4$ меди массой m = 1 кг, если электролиз ведется при напряжении U = 10 В. (30 МДж)

30. Определить электроэнергию, необходимую для получения из воды водорода объемом V = 2,5 л при температуре t = 25 °С и давлении $p = 10^5$ Па, если электролиз ведется при напряжении U = 5 В, а КПД установки равен η = 75 %. (73 кДж)

31. Электролиз раствора сернокислого никеля $NiSo_4$ протекает при плотности тока j = 0,15 А/дм^2. Определить число атомов никеля, которое выделится за время t = 2 мин на катоде площадью S = 1 см^2. ($6 \cdot 10^{17}$)

32. Определить массу меди, которая выделится в течение t = 10 с на катоде при электролизе раствора медного купороса, если в течение первых t_1 = 5 с сила тока равномерно возрастает от I_0 = 0 до I_1 = 3 А, а в течение последующих t_2 = 5 с равномерно уменьшается до I_2 = 1 А. (5,8 мг)

33. Определить мощность, расходуемую при электролизе раствора азотнокислого серебра, если за время t = 6 ч из него выделяется серебро массой m = 120 г. Сопротивление раствора R = 1,2 Ом, электрохимический эквивалент серебра $k = 1{,}12 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. (30 Вт)

34. Определить плотность тока, протекающего через электролит при никелировании пластины, если за время t = 2,5 ч поверхность пластины покрывается слоем никеля толщиной d = 0,05 мм. Электрохимический эквивалент никеля $k = 0{,}329 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл, плотность ρ = 8 900 кг/м^3. ($0{,}16 \cdot 10^3$ А/м^2)

35. Определить толщину слоя меди, выделившейся на одном из электродов площадью S = 0,5 м^2, опущенных в водный раствор хлорной меди $CuCl_2$, за время t = 1 ч, если мощность электролитической установки P = 20 кВт, подводимое напряжение U = 500 В. (10,7 мкм)

36. Шарик радиусом R = 3 см, помещенный в электрическую ванну, покрывается слоем никеля в течение t = 5 ч при силе тока I = 0,3 А. Определить толщину слоя никеля. (0,15 см)

37. При какой плотности тока в растворе азотнокислого серебра толщина слоя серебра на электроде растет со скоростью $\frac{\Delta d}{\Delta t}$ = 1 мм/ч? ($2{,}6 \cdot 10^3$ А/м^2)

38. Определить силу тока I, протекающего через электролитическую ванну, если за t = 1 мин происходит электрохимическое разложение 1 г воды. Какой объем V при нормальных условиях займет выделившийся при этом гремучий газ? (178,7 А; 2,5 л)

39. При электролизе воды через ванну прошел заряд q = 1 000 Кл. Определить температуру выделившегося кислорода, если он занимает объем V = 0,25 л при давлении p = 129 кПа? (1500 К)

40. Аэростат вместимостью V = 300 м^3 необходимо заполнить водородом при температуре t = 27 °С и давлении p = 0,2 МПа. Определить количество электричества, которое необходимо пропустить через раствор серной кислоты для получения требуемой массы водорода. Электрохимический эквивалент водорода $k = 1{,}044 \cdot 10^{-8}$ кг/Кл. ($2{,}3 \cdot 10^9$ Кл)

41. Определить наименьший заряд аккумулятора, при котором во время электролиза подкисленной воды выделяется кислород объемом V = 5 л при температуре t = 27 °С и давлении p = 100 кПа. Электрохимический эквивалент кислорода $k = 0{,}0829 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. (77 кКл)

42. При электролизе подкисленной воды при нормальных условиях за время t = 10 ч выделяется кислород, объем которого V = 1,0 л. Определить силу тока, проходящего через электролит. Электрохимический эквивалент кислорода $k = 8{,}29 \cdot 10^{-8}$ кг/Кл. (0,47 А)

43. Определить плотность тока j, походящего через раствор азотнокислого серебра, если за каждый час слой серебра увеличивается на Δh = 1,0 мм. Электрохимический эквивалент серебра $k = 1{,}118 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. (26 А/дм^2)

44. При электролизе подкисленной воды выделяется атомарный водород, который заполняет объем V = 15 л при давлении $p = 10^5$ Па. Определить температуру водорода, если электролиз длился время t = 2,0 ч, и через раствор проходил ток I = 10 А. КПД установки η = 80 %. (27 °С)

Электрический ток в газах, вакууме и полупроводниках

45. Определить наименьшую скорость электрона, необходимую для ионизации атомов гелия. Потенциал ионизации атома гелия φ = 24,5 В. ($2{,}9 \cdot 10^6$ м/с)

46. Определить концентрацию одновалентных ионов, возникающих ежесекундно для поддержания в газоразрядной трубке плотности тока насыщения j = 0,64 пА/м^2. Расстояние между электродами в трубке l =10 см. ($4 \cdot 10^7$ 1/(м^{3}с))

47. Сколько пар однозарядных ионов возникает ежесекундно в единице объема ионизационной камеры, в которой сила тока насыщения $I = 2{,}0 \cdot 10^{-7}$ мА? Площадь каждого электрода S = 1,0 дм^2 и расстояние между ними d = 5 мм. ($2{,}5 \cdot 10^{13}$ 1/(м^{3}с))

48. При каком расстоянии между пластинами, площадью S = 100 см^2 каждая, установится сила тока насыщения $I = 1 \cdot 10^{-10}$ А, если ионизатор образует в единице объема газа $N = 12{,}5 \cdot 10^{12}$ пар однозарядных ионов за время t = 1 с? (0,5 см)

49. Какой должна быть напряженность электрического поля, чтобы при длине свободного пробега l = 0,5 мкм электрон смог ионизировать атом газа с энергией ионизации $W = 2{,}4 \cdot 10^{-18}$ Дж? ($3 \cdot 10^7$ В/м)

50. Электрон со скоростью $\upsilon = 1{,}83 \cdot 10^6$ м/с влетел в однородное электрическое поле в направлении, противоположном направлению напряженности поля. Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы ионизировать атом водорода, если энергия его ионизации $W = 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж? (4,15 В)

51. Определить силу тока насыщения при несамостоятельном газовом разряде, если ионизатор ежесекундно образует $N = 10^9$ пар однозарядных ионов в одном кубическом сантиметре, площадь каждого из двух плоских параллельных электродов $S = 100$ см^2, расстояние между ними $d = 5$ см. (80 нА)

52. При какой напряженности электрического поля начнется самостоятельный разряд в водороде, если энергия ионизации водорода $W = 2{,}5 \cdot 10^{-18}$ Дж, а средняя длина свободного пробега электронов $l = 5$ мкм? Какую скорость имеют электроны при ионизации водорода? (3,1 МВ/м; $2{,}3 \cdot 10^6$ м/с)

53. Плоский воздушный конденсатор подключен к источнику напряжения $U = 6$ кВ. При каком расстоянии между пластинами произойдет пробой, если ионизация воздуха начинается при напряженности поля $E = 3$ МВ/м? (2 мм)

54. На образование пары электрон – дырка в полупроводнике необходима энергия $\Delta W = 6{,}2$ эВ. Определить число электронов и дырок, образующихся в полупроводнике при поглощении им энергии $W = 0{,}1$ мДж. ($1{,}0 \cdot 10^{14}$)

55. Концентрация электронов проводимости в кристаллической решетке кремния при комнатной температуре составляет $n = 4{,}5 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$. Определить, какую часть составляет число электронов проводимости от общего числа атомов кремния в решетке. Плотность кремния $\rho = 2\,100$ кг/м^3, молярная масса $M = 0{,}028$ кг/моль. (10^{-9})

3.4. Тестовые задания

1. Электрический ток в металлах создается направленным движением:

$\boxed{1)}$ электронов; 2) положительных и отрицательных ионов; 3) электронов и ионов; 4) электронов и «дырок»; 5) «дырок».

2. Электрический ток в полупроводниках создается направленным движением:
1) электронов; 2) положительных и отрицательных ионов;
3) электронов и ионов; $\boxed{4)}$ электронов и «дырок»; 5) только «дырок».

3. Электрический ток в электролитах создается направленным движением:
1) электронов; $\boxed{2)}$ положительных и отрицательных ионов;
3) электронов и ионов; 4) электронов и «дырок»; 5) «дырок».

4. Электрический ток в газах создается направленным движением:
1) электронов; 2) положительных и отрицательных ионов;
$\boxed{3)}$ электронов и ионов; 4) электронов и «дырок»; 5) «дырок».

5. Электрическое сопротивление металлов и полупроводников при повышении температуры:

1) уменьшается у металлов, увеличивается у полупроводников;
2) увеличивается и у металлов, и у полупроводников;
3) уменьшается и у металлов, и у полупроводников;
$\boxed{4)}$ увеличивается у металлов, уменьшается у полупроводников;
5) уменьшается у металлов, не изменяется у полупроводников.

6. Сопротивление газов:

1) не зависит от давления газа;
$\boxed{2)}$ увеличивается с ростом давления газа;
3) уменьшается с ростом давления газа;
4) увеличивается с уменьшением давления газа;
5) уменьшается с увеличением давления до p = 100 кПа, а затем увеличивается.

7. При комнатной температуре в полупроводниковых материалах с акцепторными примесями преобладает проводимость:
1) ионная; 2) электронная; $\boxed{3)}$ дырочная;
4) ионная и электронная; 5) электронная и дырочная.

8. При комнатной температуре в полупроводниковых материалах с донорными примесями преобладает проводимость:
1) ионная; $\boxed{2)}$ электронная; 3) дырочная;
4) ионная и электронная; 5) электронная и дырочная.

9. Если анодное напряжение в вакуумной лампе увеличить в 3 раза, то скорость электронов:

1) не изменится; 2) увеличится в 3 раза; $\boxed{3)}$ увеличится в $\sqrt{3}$ раз;
4) уменьшится в 3 раза; 5)уменьшится в $\sqrt{3}$ раза.

10. Если максимальный анодный ток в вакуумном диоде равен 40 мА, то число электронов, вылетающих ежесекундно из катода, равно:
1) $0{,}8 \cdot 10^{17}$; 2) $1{,}6 \cdot 10^{17}$; 3) $1{,}8 \cdot 10^{17}$; 4) $2{,}0 \cdot 10^{17}$; $\boxed{5)}$ $2{,}5 \cdot 10^{17}$.

11. Между землей и облаками произошел разряд в виде молнии. Если разность потенциалов между землей и облаками составила 10^8 В, а количество прошедшего электричества 20 Кл, то энергия разряда равна:
1) 1 ГДж; 2) 1,6 ГДж; $\boxed{3)}$ 2 ГДж; 4) 2,4 ГДж; 5) 3,2 ГДж.

12. По медному проводнику (молярная масса меди $M = 63{,}6 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, плотность меди $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3) протекает ток $I = 10$ мА. Если сечение проводника $S = 1$ мм^2, и на каждый атом меди приходится один электрон проводимости, то средняя скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника равна
1) $64 \cdot 10^{-6}$ см/с; $\boxed{2)}$ $74 \cdot 10^{-6}$ см/с; 3) $84 \cdot 10^{-6}$ см/с;
4) $94 \cdot 10^{-6}$ см/с; 5) $104 \cdot 10^{-6}$ см/с.

13. Число свободных электронов в 1 м^3 меди равно 10^{28}. Если сила тока в медном проводнике 400 А, а площадь поперечного сечения проводника 5 мм^2, то скорость упорядоченного движения электронов равна
1) 2 см/с; 2) 4 см/с; $\boxed{3)}$ 5 см/с; 4) 6 см/с; 5) 8 см/с.

14. Концентрация свободных электронов в медном проводнике 10^{28} м$^{-3}$. Если при силе тока 800 А скорость упорядоченного движения в проводнике 1 см/с, то площадь его поперечного сечения равна
1) 10 мм^2; 2) 20 мм^2; 3) 30 мм^2; 4) 40 мм^2; $\boxed{5)}$ 50 мм^2.

15. При прохождении тока через раствор серной кислоты в течение времени $t = 2$ ч выделилось $m = 0{,}72$ г водорода ($k = 10^{-8}$ кг/Кл). Если мощность, затраченная на нагревание электролита, $P = 100$ Вт, то сопротивление электролита равно:

1) 0,12 Ом; 2) 0,36 Ом; $\boxed{3)}$ 0,50 Ом; 4) 0,72 Ом; 5) 1,4 Ом.

16. Если ток насыщения при несамостоятельном газовом разряде $I_н$ = 4,8 пА, то число пар ионов, создаваемых в единицу времени внешним ионизатором? равно:
1) $3{,}0 \cdot 10^7$; $\boxed{2)}$ $1{,}5 \cdot 10^7$; 3) $2{,}5 \cdot 10^7$; 4) $5{,}0 \cdot 10^7$; 5) $7{,}5 \cdot 10^7$.

17. Если ионизатор создает $2 \cdot 10^6$ пар ионов за 1 с при несамостоятельном газовом разряде, то сила тока равна:
1) 0,08 пА; 2) 0,16 пА; 3) 0,24 пА; 4) 0,32 пА; $\boxed{5)}$ 0,64 пА.

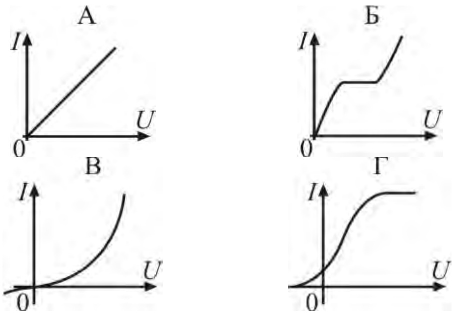
18. Если потенциал ионизации атома водорода φ_i = 13,6 В, то минимальная скорость электрона, необходимая для ионизации атома водорода, равна:
1) 1,8 Мм/с; 2) 2,0 Мм/с; $\boxed{3)}$ 2,2 Мм/с; 4) 2,6 Мм/с; 5) 3,0 Мм/с.

19. Если потенциал ионизации атома водорода φ_i = 13,6 В, то температура, при которой атомы имеют среднюю кинетическую энергию поступательного движения, достаточную для ионизации, равна:
1) 86 кК; 2) 96 кК; $\boxed{3)}$ 106 кК; 4) 126 кК; 5) 150 кК.

20. Если для ионизации нейтральной молекулы воздуха электрон должен обладать энергией W = 15 эВ, то напряженность E электрического поля, в котором электрон приобретает такую энергию, имея длину свободного пробега $\lambda = 5{,}0 \cdot 10^{-6}$ м, равна:
1) 1,5 МВ/м; 2) 3 МВ/м; $\boxed{3)}$ 4,5 МВ/м; 4) 6 МВ/м; 5) 7,5 МВ/м.

21. Если концентрация ионизированных молекул воздуха при температуре t = 27 °С и давлении p = 100 кПа равна $n_0 = 2{,}4 \cdot 10^{23}$ м$^{-3}$, то процент ионизированных молекул от общего их числа составляет:
$\boxed{1)}$ 1 %; 2) 1,2 %; 3) 1,5 %; 4) 1,8 %; 5) 2,1 %.

22. Установите соответствие между вольт-амперными характеристиками тока и средой, в которой ток протекает



1. Металлы.
2. Полупроводники.
3. Газы.
4. Вакуум.

1) А-2, Б-3, В-4, Г-1; 2) А-1, Б-2, В-3, Г-4; 3) А-4, Б-1, В-2, Г-3; $\boxed{4)}$ А-1, Б-3, В-2, Г-4; 5) А-3, Б-2, В-1, Г-4.

23. Установите соответствие между видом самостоятельного газового разряда и условиями его возникновения:

А. Тлеющий Б. Дуговой	1. При большой плотности тока и небольшом напряжении между электродами.
В. Коронный Г. Искровой	2. При нормальном давлении и большой напряженности электрического поля.
	3. При прохождении электрического тока через разреженные газы (при низком давлении).
	4. При нормальном давлении в газе, находящемся в сильно неоднородном электрическом поле.

1) А-1, Б-2, В-4, Г-3; 2) А-2, Б-1, В-3, Г-4; $\boxed{3)}$ А-3, Б-1, В-4, Г-2; 4) А-4, Б-2, В-1, Г-3; 5) А-1, Б-4, В-3, Г-2.

24. Если получение алюминия электролитическим способом проводится при напряжении U = 4,5 В, а КПД установки η = 80 %, то, чтобы за сутки получить m = 100 кг алюминия, средняя мощность P установки должна быть равной:

1) 5 кВт; 2) 10 кВт; $\boxed{3)}$ 20 кВт; 4) 25 кВт; 5) 30 кВт.

25. Чтобы при нормальном атмосферном давлении $p_0 = 10^5$ Па и температуре t = 27 °C получить объем кислорода V = 5 л, наименьший заряд аккумулятора при электролизе подкисленной воды должен быть равен:

$\boxed{1)}$ 77 кКл; 2) 82 кКл; 3) 87 кКл; 4) 97 кКл; 5) 102 кКл.

26. Если при нормальных условиях электролиза воды в течение t = 10 ч выделилось V = 1 л кислорода, то сила тока, протекающего через электролит, равна:

1) 0,12 А; 2) 0,21 А; 3) 0,34 А; $\boxed{4)}$ 0,47 А; 5) 0,62 А.

27. Если в течение первых Δt_1 = 5 с сила тока при электролизе медного купороса равномерно возрастала от I_1 = 0 А до I_2 = 3 А, а затем в течение последующих Δt_2 = 5 с равномерно уменьшалась до I_3 = 1 А, то масса выделившейся на катоде в течение этого времени меди равна:

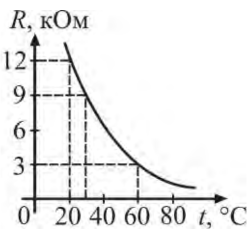
$\boxed{1)}$ 5,8 мг; 2) 6,7 мг; 3) 6,9 мг; 4) 7,1 мг; 5) 7,9 мг.

28. Если при электролизе хлористого серебра каждый час на катоде откладывается слой серебра толщиной h = 1 мм, то плотность тока j, проходящего через электролит, равна:

1) 1,3 кА/м^2; $\boxed{2)}$ 2,6 кА/м^2; 3) 3,4 кА/м^2; 4) 4,1 кА/м^2; 5) 5,2 кА/м^2.

29. Если при напряжении U = 10 В мощность установки, производящей электролиз, P = 10 кВт, то на электроде площадью S = 0,5 дм^2 из раствора $CuCl_2$ за время t = 20 мин выделится слой меди толщиной h, равной:

1) 4,5 мм; 2) 6 мм; $\boxed{3)}$ 8,9 мм; 4) 11,8 мм; 5) 14,6 мм.



30. На рисунке приведен график зависимости сопротивления термистора. Если при температуре t = 30 °С показания силы тока в цепи составляют I = 2 мА, то напряжение на термисторе равно:

1) 6 В; 2) 9 В; 3) 12 В;
4) 15 В; $\boxed{5)}$ 18 В.

31. Если при электролизе сульфита меди была совершена работа A = 4 кВт · ч при напряжении на установке U = 6 В, то масса выделившейся меди (k = 3,3 · 10^{-7} кг/Кл) составила:

1) 0,3 кг; 2) 0,7 кг; $\boxed{3)}$ 0,8 кг; 4) 0,9 кг; 5) 1,2 кг.

32. Если никелирование пластины с площадью поверхности S = 100 см^2 (молярная масса никеля M = 58 г/моль, его валентность n = 2, плотность ρ = 8,9 · 10^3 кг/м^3), происходило в течение времени t = 4 ч при токе I = 0,4 А, то толщина слоя никеля на пластине составила:

$\boxed{1)}$ 20 мкм; 2) 25 мкм; 3) 40 мкм; 4) 60 мкм; 5) 80 мкм.

33. При электролизе воды через электролитическую ванну прошел заряд q = 5000 Кл. Если выделившийся кислород занял объем V = 0,25 л при давлении p = 127 кПа, то его температура была равна:

1) 273 К; $\boxed{2)}$ 299 К; 3) 315 К; 4) 327 К; 5) 330 К.

34. Электролиз подкисленной воды происходит при пропускании тока I = 100 А. Полученным водородом заполняется шар, массой оболочки которого можно пренебречь. Если при нормальных условиях подъемная сила шара F = 1,96 кН, то время проведения электролиза равно:

1) 97 сут; 2) 118 сут; 3) 147 сут; $\boxed{4)}$ 165 сут; 5) 210 сут.

35. Если в единице объема медного проводника число атомов совпадает с числом свободных электронов, а по проводнику, радиус которого r = 0,5 мм, протекает ток I = 2 А, то средняя скорость направленного движения электронов равна:

$\boxed{1)}$ 0,19 мм/с; 2) 0,26 мм/с; 3) 0,32 мм/с; 4) 0,52 мм/с; 5) 0,76 мм/с.

36. Электролитические ванны, содержащие соли никеля (k_1 = 30 · 10^{-8} кг/Кл) и цинка (k_3 = 34 · 19^{-8} кг/Кл), соединены последовательно. Если в первой за время протекания тока выделилась масса никеля m_1 = 90 кг, то масса m_2 цинка, выделившегося во второй ванне, равна:

1) 78 кг; 2) 86 кг; 3) 96 кг; $\boxed{4)}$ 102 кг; 5)112 кг.

37. Две электролитические ванны наполнены водными растворами $CuSO_4$ и CuCl и соединены последовательно. Отношение масс m_1/m_2 меди, выделившейся в первой и второй ваннах, равно:

1) 1/4; $\boxed{2)}$ 1/2; 3) 1; 4) 2; 5) 4.

38. Если через раствор сернокислого цинка (молярная масса M = = 65 · 10^{-3} кг/моль, электрохимический эквивалент k = 3,39 · 10^{-7} кг/Кл) в течение времени t = 5 мин пропускать ток силой I = 2,5 А, то число атомов цинка, выделившегося на электроде, равно:

$\boxed{1)}$ 2,35 · 10^{21}; 2) 2,47 · 10^{21}; 3) 2,69 · 10^{21}; 4) 2,88 · 10^{21}; 5) 2,98 · 10^{21}.

39. При электролизе раствора серной кислоты за время t = 30 мин выделилось m = 0,2 г водорода. Если в процессе электролиза ток нарастал по линейному закону, то максимальная сила тока, протекающего через электролит, была равна:

1) 11,1 А; $\boxed{2)}$ 22,2 А; 3) 33,3 А; 4) 44,4 А; 5) 55,5 А.

40. Электролиз подкисленной воды проводится при напряжении U = 5 В и КПД установки η = 75 %. Если полученным при электролизе водородом был заполнен баллон емкостью V = 3,0 л при температуре T = 300 К и давлении p = 10^5 Па, то было затрачено электроэнергии:

1) 120 кДж; 2) 150 кДж; $\boxed{3)}$ 160 кДж; 4) 180 кДж; 5) 210 кДж.

41. Один полюс источника тока присоединили к электрической лампе медным проводом, а другой – алюминиевым (плотности меди и алюминия соответственно равны 8 900 кг/м^3 и 2 700 кг/м^3, их молярные массы 64 · 10^{-3} кг/моль и 27 · 10^{-3} кг/моль). Площади сечения проводов одинаковы. Если на каждый атом вещества приходится один электрон проводимости, то скорости ($\upsilon_а/\upsilon_м$) упорядоченного движения электронов в подводящих проводах отличаются:

1) в 1,1 раза; 2) 1,2 раза; $\boxed{3)}$ 1,4 раза; 4) 1,6 раз; 5) 1,8 раз.

42. Если при электролизе за время t = 20 мин при силе тока I = 2,5 А на катоде выделилась масса m = 1,017 г двухвалентного металла, то относительная атомная масса этого металла равна:

1) 27; 2) 56; 3) 59; $\boxed{4)}$ 66; 5) 108.

43. Газовый разряд происходит в газоразрядной трубке, в которую впаяны плоские электроды площадью S = 1 дм^2 каждый на расстоянии d = 5 мм друг от друга. Если ток насыщения составляет $I_н$ = 4 · 10^{-8} мА, то число пар однозарядных ионов, возникающих ежесекундно в 1 см^3 трубки, равно:

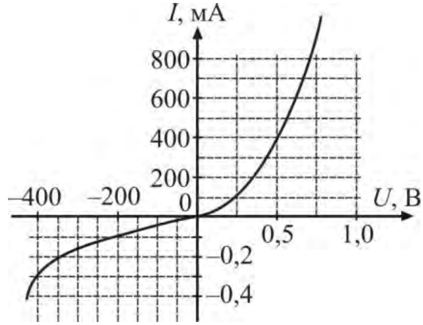
1) 5 · 10^3 см$^{-3}$; 2) 5 · 10^4 см$^{-3}$; 3) 5 · 10^5 см$^{-3}$; $\boxed{4)}$ 5 · 10^6 см$^{-3}$; 5) 5 · 10^7 см$^{-3}$.

44. Если энергия ионизации молекул воздуха W_i = 2,4 · 10^{-18} Дж, а средняя длина свободного пробега λ = 4 мкм, то самостоятельный газовый разряд начнется при напряженности поля, равной:

1) 2,75 МВ/м; 2) 3 МВ/м; 3) 3,25 МВ/м; 4) 3,5 МВ/м; $\boxed{5)}$ 3,75 МВ/м.

45. Если самостоятельный газовый разряд в воздухе начинается при напряженности поля $E = 3{,}75 \cdot 10^6$ В/м и средней длине свободного пробега электрона $\lambda = 4$ мкм, то скорость электронов при столкновении с молекулами воздуха должна быть равной:
1) 2,5 Мм/с; 2) 2,7 Мм/с; 3) 3 Мм/с; $\boxed{4)}$ 3,3 Мм/с; 5) 3,5 Мм/с.

46. На рисунке представлена вольт-амперная характеристика полупроводникового диода, сопротивление которого при прямом напряжении 0,5 В и обратном – 400 В соответственно равны:
1) 1 Ом и 1,3 МОм;
$\boxed{2)}$ 1,25 Ом и 1,3 МОм;
3) 2,5 Ом и 1,3 МОм;
4) 1,25 Ом и 1 МОм;
5) 1,25 Ом и 1,25 МОм.



47. Если по медному ($\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м) проводу площадью сечения $S = 0{,}17$ мм^2 протекает ток $I = 0{,}15$ А, то со стороны электрического поля на отдельные свободные электроны действует сила F, равная:
1) $1{,}8 \cdot 10^{-21}$ Н; $\boxed{2)}$ $2{,}4 \cdot 10^{-21}$ Н; 3) $2{,}7 \cdot 10^{-21}$ Н;
4) $3{,}4 \cdot 10^{-21}$ Н; 5) $4{,}2 \cdot 10^{-21}$ Н.

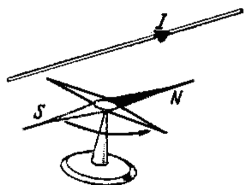
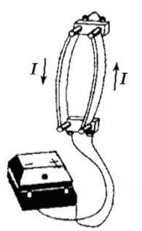
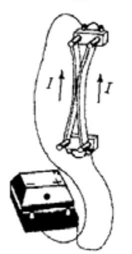
48. Плотность тока насыщения в газоразрядной трубке $j_н = 0{,}64$ пА/м^2, расстояние между электронами $d = 10$ см. Для поддержания заданной плотности тока концентрация одновалентных ионов, возникающих ежесекундно, должна быть равна:
1) $1 \cdot 10^7$ 1/(м^{3}с); 2) $2 \cdot 10^7$ 1/(м^{3}с); 3) $3 \cdot 10^7$ 1/(м^{3}с);
$\boxed{4)}$ $4 \cdot 10^7$ 1/(м^{3}с); 5) $5 \cdot 10^7$ 1/(м^{3}с).

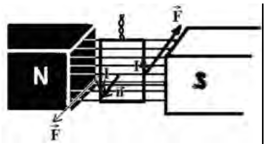
49. Амперметр, включенный последовательно с электролитической ванной, заполненной раствором $AgNO_3$, показывает силу тока $I = 0{,}90$ А. Если за 10 мин прохождения тока выделилось серебро массой $m = 0{,}632$ г, то показания амперметра меньше действительного значения силы тока:
1) на 0,02 А; $\boxed{2)}$ 0,04 А; 3) 0,05 А; 4) 0,06 А; 5) 0,08 А.

50. Если сила тока, пропускаемого через раствор медного купороса, изменяется по закону $I = (10 - 0{,}02t)$, то за время $t = 200$ с на катоде выделится медь массой m, равной:
$\boxed{1)}$ 0,528 г; 2) 0,646 г; 3) 0,737 г; 4) 0,849 г; 5) 0,989 г.

Глава 4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

4.1. Теория

Опыты Х. Эрстеда и А. Ампера (1820 г.)   	Х. Эрстед обнаружил отклонение магнитной стрелки около проводника, если по проводнику пропускать электрический ток. Опыт Эрстеда показал, что вокруг любого проводника с током возникает магнитное поле. А. Ампер установил, что два параллельно расположенных проводника притягиваются при пропускании по ним электрического тока в одном направлении и отталкиваются, если токи имеют противоположные направления. Опыт Ампера показал, что магнитное поле действует на проводник с током.
Магнитное поле (термин ввел М. Фарадей в 1845 г.)	вид материи, посредством которого осуществляются магнитные взаимодействия. Создается в пространстве только движущимися зарядами,

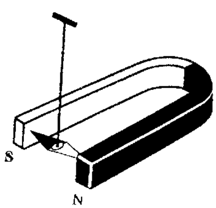


токами (постоянными и переменными), а также постоянными магнитами. Важнейшей особенностью магнитного поля является то, что оно действует только на движущиеся в этом поле заряды, в то время как, электрическое поле действует и на движущиеся, и на покоящиеся в нем электрические заряды.

Магнитное поле оказывает ориентирующее действие на железные опилки, магнитную стрелку, рамку с током и силовое действие на проводник с током и движущиеся заряженные частицы.

При исследовании электростатического поля использовались точечные (пробные) заряды. При исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), линейные размеры которого малы по сравнению с расстояниями до токов, образующих магнитное поле.

Постоянные магниты



намагниченные тела обладают способностью притягивать такие же тела.

Каждый магнит имеет два полюса: северный (N) и южный (S), которые существуют парами одновременно и разделить их невозможно.

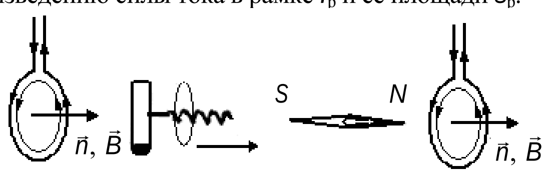
Одноименные полюсы магнитов отталкиваются друг от друга, разноименные – притягиваются.

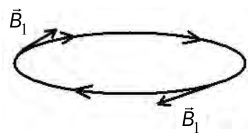
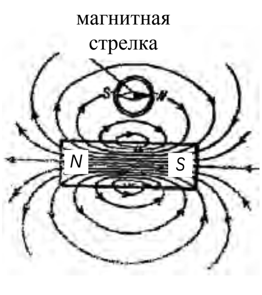
Индукция магнитного поля

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{M_{\text{max}}}{I_{\text{р}} S_{\text{р}}}$$

$$B = 1\frac{\text{Í} \cdot \text{ì}^2}{\text{À} \cdot \text{ì}^2} = 1\frac{\text{Í}}{\text{À} \cdot \text{ì}} = 1 \text{ Òë (òåñëà)}$$

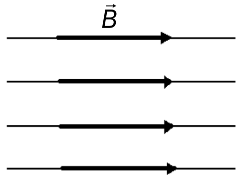
векторная физическая величина, модуль которой равен отношению модуля максимального вращающего момента M_{max}, действующего на рамку с током, помещенную в данную точку поля, к произведению силы тока в рамке $I_{\text{р}}$ и ее площади $S_{\text{р}}$.



	За направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в пространстве, где расположена рамка с током, принимается направление перпендикуляра (положительной нормали) $\vec{n}$ к плоскости, в которой устанавливается рамка с током. Направление ($\vec{n}$ и $\vec{B}$) определяется правилом правого винта (буравчика): *если вращать рукоятку винта по направлению силы тока в контуре (рамке), то поступательное движение винта укажет направление вектора индукции магнитного поля* $\vec{B}$. За направление вектора магнитной индукции в данной точке поля принимается направление, указываемое северным полюсом свободно установленной магнитной стрелки в этой точке.
Линия магнитной индукции 	линия в пространстве, касательная к которой в каждой точке поля совпадает с направлением вектора магнитной индукции.
Свойства линий магнитной индукции 	линии магнитной индукции не пересекаются и всегда замкнуты (в природе нет магнитных зарядов), т. е. магнитное поле непотенциально; – густота линий пропорциональна модулю магнитной индукции; – линии магнитной индукции выходят из северного полюса магнита и входят в его южный полюс, замыкаются внутри магнита, нигде не прерываясь. Магнитное поле – вихревое, так как линии индукции магнитного поля замкнутые. Замкнутость линий индукции означает, что работа сил магнитного поля по замкнутому пути не равна нулю.

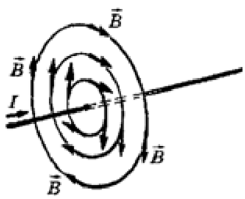
Однородное магнитное поле

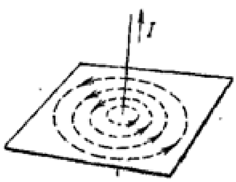
$\vec{B} = \text{const}$

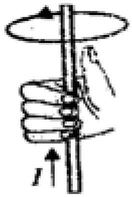


область пространства, в котором вектор магнитной индукции имеет одинаковое значение по модулю и одинаковое направление во всех точках поля.

Линии индукции магнитного поля бесконечно длинного прямого проводника с током







линии индукции представляют собой концентрические замкнутые окружности с центром на проводнике, направление которых определяется правилом буравчика (правилом винта): если поступательное движение острия буравчика совпадает с направлением тока в проводнике, то вращение рукоятки буравчика указывает направление линий магнитного поля.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в каждой точке пространства – касательный к линии магнитной индукции.

При решении задач рациональнее рассматривать сечение прямого проводника с током, в частности:

(штрихами изображены линии магнитной индукции).

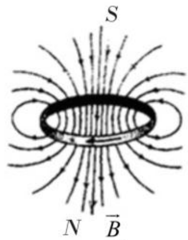
Для определения направления линий магнитной индукции можно также воспользоваться правилом правой руки: если большой палец правой руки, отставленный на 90°, направить по току в проводнике, то четыре свернутых в полуокружность пальца указывают направление линий магнитной индукции.

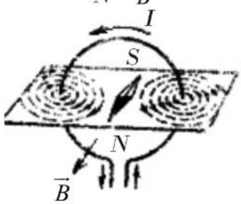
Линии индукции маг-

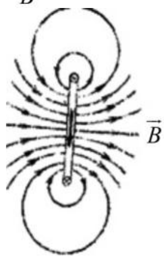
имеют вид окружностей, охватывающих пронитного поля кругового витка с током

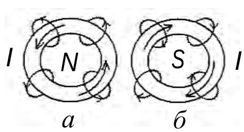
водник и располагающихся в плоскостях перпендикулярных проводнику.

Направление вектора магнитной индукции определяют правилом правого винта (буравчика): если вращать рукоятку винта по направлению тока, то поступательное движение острия винта покажет направление вектора индукции магнитного поля в центре кругового тока; или если согнуть фаланги четырех пальцев правой руки в направлении тока, то большой палец правой руки, отогнутый на 90°, укажет направление вектора $\vec{B}$ в центре кругового витка с током.





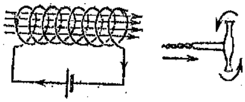




Магнитное поле кругового витка с током, текущим против направления движения часовой стрелки, эквивалентно полю северного полюса постоянного магнита (рис. *а*), магнитное поле кругового витка с током, текущим в направлении движения часовой стрелки, эквивалентно полю южного полюса постоянного магнита (рис. *б*).

Соленоид

равномерно намотанная на цилиндрическую катушку проволочная спираль, по которой пропускают электрический ток. Конструктивно соленоид представляет собой множество круговых рамок с током, соединенных последовательно. Длина соленоида много больше радиуса витка. Магнитное поле соленоида с током подобно магнитному полю полосового магнита.



Определить северный и южный полюсы магнитного поля соленоида можно, применив правило правой руки для рамки с током.

Магнитная постоянная

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Ãí}}{\text{ì}}$$

постоянная, используемая в расчетах индукции магнитного поля в СИ.

Магнитная проницаемость среды

$$\mu = \frac{B_{\text{ñð}}}{B_0}$$

скалярная физическая величина, характеризующая магнитные свойства среды, равная отношению магнитной индукции поля в данной среде $B_{ср}$ к магнитной индукции этого же поля в вакууме B_0.

Модуль индукции магнитного поля:	в вакууме	в среде
прямолинейного проводника с током I на расстоянии r от проводника	$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	$B_{ср} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$
в центре кругового проводника с током I (R – радиус витка)	$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$	$B_{ср} = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}$
внутри соленоида на его оси (N – число витков, l – длина соленоида, $n = N/l$ – число витков на единицу длины соленоида, I – сила тока в соленоиде)	$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I$	$B_{ср} = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I = \mu\mu_0 n I$

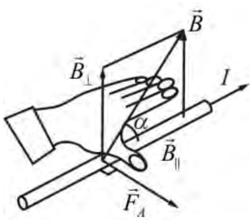
Сила Ампера

сила, действующая на проводник с током, помещенный в магнитное поле.

Закон Ампера

$$F_A = IBl \sin\alpha$$

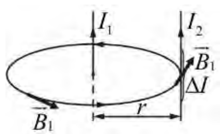
модуль силы, с которой магнитное поле действует на прямолинейный проводник с током, помещенный в магнитное поле, равен произведению силы тока I, индукции $|\vec{B}|$ магнитного поля, длины l участка проводника и синуса угла между направлениями тока и индукции магнитного поля.



Направление силы Ампера определяется правилом левой руки: если расположить левую руку так, чтобы четыре пальца совпадали с направлением тока в проводнике, а перпендикулярная проводнику составляющая вектора индукции магнитного поля $B_\perp$ входила в ладонь, то отогнутый на 90° большой палец указывает направление силы Ампера.

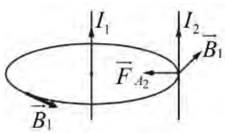
Взаимодействие прямолинейных параллельных проводников с током

по двум параллельным проводникам, расположенным на расстоянии r друг от друга, протекают в одном направлении токи I_1 и I_2.



Каждый проводник с током оказывается в магнитном поле, создаваемом другим проводником с током. Таким образом, индукция магнитного поля, созданного проводником с током I_1, на расстоянии r:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r}. \qquad (1)$$



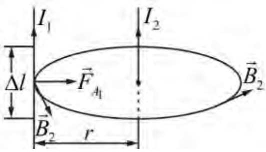
Направление вектора магнитной индукции проводника с током I_1 определено правилом правой руки и указано на рисунке. Согласно закону Ампера на второй проводник с током I_2 в магнитном поле с индукцией B_1 действует сила Ампера

$$F_{A_2} = I_2 B_1 \Delta l,$$

где Δl – элемент длины второго проводника. С учетом (1)

$$F_{A_2} = I_2 \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r} \Delta l. \qquad (2)$$

Применив правило левой руки, находим направление силы Ампера, действующей на проводник с током I_2.

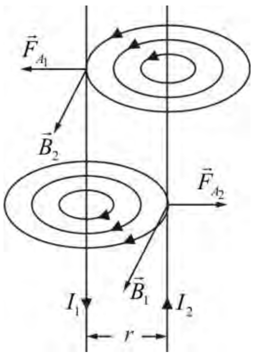


Аналогично определится сила Ампера, действующая на проводник с током I_1, который оказывается в магнитном поле, созданным проводником с током I_2.

$$F_{A_1} = I_1 B_2 \Delta l = I_1 \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi r} \Delta l . \qquad (3)$$

Силы $\vec{F}_{A_1} = -\vec{F}_{A_2}$ равны по величине и противоположно направлены (III закон Ньютона).

Таким образом, два параллельных проводника с токами, текущими в одном направлении, притягиваются.



При аналогичном рассмотрении двух параллельных проводников, расположенных на расстоянии r друг от друга, с токами I_1 и I_2, текущими в противоположных направлениях

$$F_{A_1} = I_1 \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi r} \Delta R;$$

$$F_{A_2} = I_2 \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi r} \Delta l.$$

Видно, что силы Ампера, действующие на каждый проводник с током, равны по величине и противоположно направлены. При этом два параллельных проводника с токами, текущими в противоположных направлениях, отталкиваются.

Таким образом, при взаимодействии параллельных проводников с токами силы Ампера

$$F_A = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

пропорциональны произведению сил токов I_1 и I_2, магнитной проницаемости среды μ, длине проводников l и обратно пропорциональны расстоянию между ними r.

Один Ампер 1 А

сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого круглого сечения, расположенными на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызывает между ними силу взаимодействия равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводника.

Сила Лоренца
$F_{Л} = q\upsilon B\sin\alpha$

сила, с которой магнитное поле действует на движущуюся в нем заряженную частицу.

Сила Ампера равна $F_A = IBl\sin\alpha$. (1)

Если в проводнике длиной l упорядоченно движутся электрические заряды со средней скоростью $\langle\upsilon\rangle$, то суммарный электрический заряд Q, прошедший за время $t = \dfrac{l}{\langle\upsilon\rangle}$, через поперечное сечение проводника, равен

$$Q = It = I\,\frac{l}{\langle\upsilon\rangle} \text{ èëè } Nq\langle\upsilon\rangle = Il\,, \qquad (2)$$

где N – число заряженных частиц, q – заряд одной частицы. Выражение (1) с учетом (2) примет вид

$$F_A = Nq\langle\upsilon\rangle B\sin\alpha\,. \qquad (3)$$

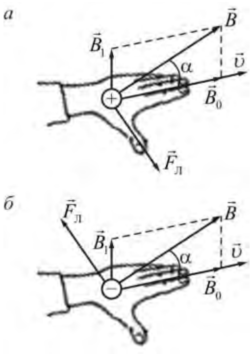
Разделив выражение (3) на число частиц N, получим модуль силы, действующий на одну заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле:

$$F_{Л} = \frac{F_A}{N} = q\upsilon B\sin\alpha,$$

где υ – модуль скорости движущейся заряженной частицы.

$F_{Л} = q\upsilon B\sin\alpha$

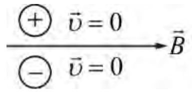
Сила Лоренца равна произведению заряда q, модуля вектора магнитной индукции B, скорости движения частицы υ и синуса угла α между векторами $\vec{B}$ и $\vec{\upsilon}$.



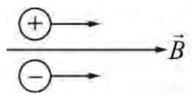
Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки: если расположить левую руку так, чтобы четыре вытянутых пальца совпадали с направлением движения положительной частицы (против движения отрицательной частицы), а перпендикулярная к скорости $\vec{\upsilon}$ составляющая вектора магнитной индукции входила в ладонь, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы Лоренца $\vec{F}_л$, действующей на заряженную частицу со стороны магнитного поля.

Примечание. Так как сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости, то она не изменяет модуль скорости, а изменяет ее направление, следовательно, не совершает работы.

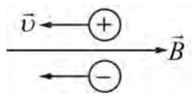
Движение заряженных частиц в магнитном поле:



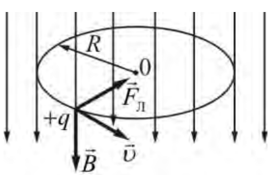
а) Если заряженная частица покоится в магнитном поле, то сила Лоренца равна нулю. Магнитное поле на покоящуюся частицу не действует.



б) Если заряженная частица движется со скоростью $\vec{\upsilon}$ вдоль линии магнитной индукции (α = 0, sin 0° = 0), сила Лоренца равна нулю, следовательно, частица движется равномерно прямолинейно.

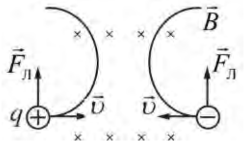


в) Если заряженная частица движется со скоростью $\vec{\upsilon}$, в сторону противоположную линиям магнитной индукции (α = 180°, sin 180° = 0), сила Лоренца равна нулю. Случай, аналогичный предыдущему.



г) Если заряженная частица влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярно линиям магнитной индукции ($\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, α = 90°, sin 90° = 1), сила Лоренца $F_л = q\upsilon B$ перпендикулярна скорости движения частицы.

Траекторией движения заряженной частицы является окружность, плоскость которой пер-



пендикулярна вектору магнитной индукции $\vec{B}$. Сила Лоренца сообщает частице центростремительное (нормальное) ускорение. Из II закона Ньютона

$$F_Л = ma_ц = q\upsilon B.$$

Радиус окружности, описываемой частицей в магнитном поле $R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$.

Так как $a_ц = \dfrac{\upsilon^2}{R}$, то $\dfrac{q\upsilon B}{m} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$.

Период обращения

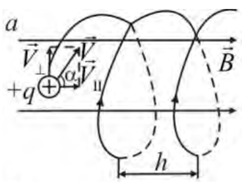
$$T \neq f(\upsilon)$$

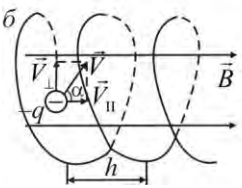
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Период обращения частицы по окружности равен

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi mv}{qB\upsilon} = \frac{2\pi m}{qB}$$

и не зависит от скорости движения частиц.





д) Если скорость заряженной частицы направлена под углом к направлению линий магнитной индукции, то, разложив вектор скорости на две составляющие, ее движение можно представить в виде двух независимых движений: равномерного прямолинейного со скоростью $\upsilon_{II} = \upsilon\cos\alpha$ вдоль линий магнитного поля и движения по окружности со скоростью $\upsilon_\perp = \upsilon\sin\alpha$, направленной перпендикулярно линиям магнитной индукции.

В результате сложения этих двух движений траекторией частицы станет цилиндрическая спираль, изображенная на рисунках для положительной (*а*) и отрицательной (*б*) частиц.

Радиус спирали

$$F_Л = q\upsilon_\perp B = \frac{m\upsilon_\perp^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\upsilon_\perp}{qB} = \frac{m\upsilon\sin\alpha}{qB}.$$

Период обращения частицы

от скорости не зависит:

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon_\perp} = \frac{2\pi R\upsilon_\perp}{qB\upsilon_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Шаг спирали	кратчайшее расстояние между двумя соседними витками $$h = \upsilon_{II} T = \frac{2\pi R \upsilon \cos\alpha}{qB}.$$
Ускорители заряженных частиц	устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетичных заряженных частиц (электронов, протонов, позитронов и др.). Ускорители характеризуются типом ускоряемых частиц, энергией, сообщаемой частице, интенсивностью пучка, разбросом частиц по энергиям.
Магнитные свойства вещества	Все вещества – магнетики, т. е. способны под действием магнитного поля намагничиваться. Рассмотрим действие магнитного поля на атомы и молекулы вещества, используя гипотезу Ампера, согласно которой в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Каждый круговой ток электронов в атомах (молекулах) испытывает воздействие внешнего поля подобно рамке с током, стремясь при этом каким-то образом ориентироваться в магнитном поле. Согласно принципу суперпозиции вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в магнетике $\vec{B}$ равен векторной сумме индукции внешнего поля $\vec{B}_0$ и поля микротоков $\vec{B}'$ атомов (молекул) вещества: $$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$
Диамагнетики	магнетики, в которых магнитное поле молекулярных токов $\vec{B}'$ оказывается направленным противоположно внешнему магнитному полю:

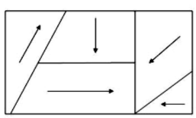
$\vec{B}' \uparrow\downarrow \vec{B}_0 \Rightarrow B < B_0$. Магнитная проницаемость диамагнетиков $\mu < 1$. К диамагнетикам относятся висмут, серебро, золото, медь, большинство органических соединений, смолы, углерод и т. п.

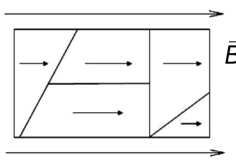
Парамагнетики — магнетики, магнитное поле молекулярных токов $\vec{B}'$, в которых оказывается сонаправленным с внешним магнитным полем $\vec{B}_0$:

$$\vec{B}' \uparrow\uparrow \vec{B}_0 \Rightarrow B > B_0.$$

Магнитная проницаемость парамагнетиков $\mu > 1$. К парамагнетикам относятся редкоземельные элементы, платина, алюминий и т. п.

Ферромагнетики
$\mu \gg 1$





вещества, в которых в отсутствие внешнего магнитного поля существуют микроскопические области, называемые **доменами**, магнитное поле которых ориентировано одинаково. В целом, вещество не намагничено, т. к. магнитные поля доменов ориентированы хаотически. К ферромагнетикам относятся железо, кобальт, никель их сплавы и соединения.

При внесении ферромагнетика во внешнее магнитное поле $\vec{B}_0$ магнитное поле всех доменов приобретает преимущественно ориентацию внешнего магнитного поля.

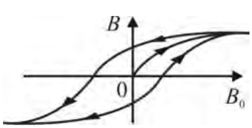
Свойства ферромагнетиков

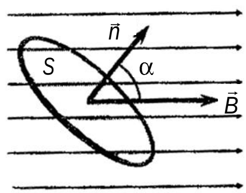
а) вещество находится в кристаллическом состоянии;

б) для каждого вещества имеется определенная температура, называемая точкой Кюри, при которой ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик;

в) магнитная проницаемость ферромагнетика зависит от внешнего магнитного поля;

г) для ферромагнетиков присуще явление гистерезиса: при намагничивании и размагничивании ферромагнетика индукция магнитного поля B в ферромагнетике отстает от индукции



	внешнего магнитного поля B_0. Изображенная на рисунке замкнутая кривая – петля гистерезиса.
Мягкие ферромагнетики	имеют петлю гистерезиса узкую (площадь малую). Мягкие ферромагнетики используются для изготовления сердечников трансформаторов, генераторов, двигателей, где необходимо частое перемагничивание ферромагнетика.
Жесткие ферромагнетики	имеют петлю гистерезиса широкую (площадь большую). Жесткие ферромагнетики используются для изготовления постоянных магнитов.
Магнитный поток (или поток вектора индукции магнитного поля) $\Phi = BS\cos\alpha$	скалярная физическая величина, равная произведению модуля индукции $\vec{B}$ магнитного поля, площади S поверхности, охватывающей линии магнитной индукции, и косинуса угла между вектором индукции $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ (перпендикуляром) к поверхности контура. 
$\hat{O} = B_n S$	B_n – проекция вектора $\vec{B}$ на нормаль к контуру. В зависимости от значения проекции B_n магнитный поток может быть положительным, отрицательным или равным нулю.
$[\Phi]$ = 1 Тл · м^2 = 1 Вб $1\ \hat{A}\acute{a} = 1\frac{\acute{I}\cdot\grave{\imath}^2}{\grave{\imath}\cdot\grave{A}} = 1\frac{\hat{e}\tilde{a}\cdot\grave{\imath}^2}{\tilde{n}^2\cdot\grave{A}}$	Вебер – единица измерения величины магнитного потока.
Явление электромагнитной индукции (М. Фарадей, 1831 г.)	явление возникновения в проводящем контуре электродвижущей силы – ЭДС индукции, а если контур замкнут, то и индукционного тока, при изменении через контур магнитного потока.

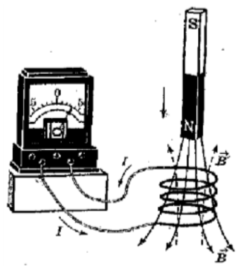
Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta \hat{O}}{\Delta t}$$

возникающая в проводящем контуре ЭДС электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную проводящим контуром.

Правило Ленца

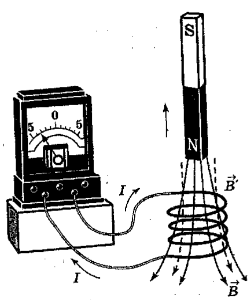
возникающая в замкнутом контуре ЭДС индукции или индукционный ток имеют такое направление, что созданный ими магнитный поток через этот контур стремится препятствовать тому изменению потока, которое порождает (индуцирует) данный ток.



Приближение магнита к плоскости витка проводящего контура увеличивает магнитный поток, пронизывающий контур витка. В витке индуцируется ток такого направления, что создаваемый им магнитный поток с индукцией $\vec{B}'$ препятствует увеличению магнитного потока через виток.

$\vec{B}$ – индукция магнитного потока магнита, вносимого в проводящий контур;

$\vec{B}'$ – индукция магнитного поля, индуцированного в контуре тока.



Удаление магнита от плоскости витка проводящего контура уменьшает магнитный поток, пронизывающий контур. В витке индуцируется ток такого направления, что создаваемый им магнитный поток с индукцией $\vec{B}'$ стремится увеличить магнитный поток через виток.

В этом сущность правила определения направления возникающего индукционного тока I_i. В законе электромагнитной индукции это отражено в знаке «–» перед скоростью изменения магнитного потока $\left(\dfrac{\Delta\hat{O}}{\Delta t}\right)$.

Закон Фарадея

можно сформулировать еще и таким образом: ЭДС электромагнитной индукции ($\mathcal{E}_i$) в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром.

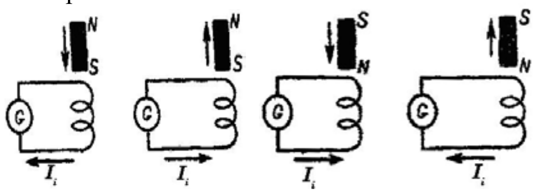
ЭДС $\mathcal{E}_i$ не зависит от способа изменения магнитного потока.

$$\left[\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right]=1\frac{\text{Вб}}{\text{с}}=1\frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{с}}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{м}}=$$

$$=\frac{\text{Дж}\cdot\text{А}\cdot\text{В}\cdot\text{с}}{\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{А}\cdot\text{с}}=1\text{ В}$$

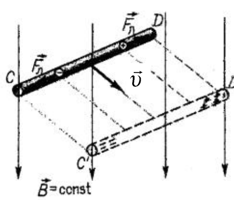
Способы изменения магнитного потока:

а) Возникновение индукционного тока в замкнутом контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего контур, обусловлено действием на неподвижные свободные электрические заряды в неподвижном контуре только электрического поля.



Следовательно, при любом изменении магнитного поля в окружающем пространстве возникает электрическое поле, которое и приводит в движение свободные электрические заряды в контуре, создавая индукционный электрический ток.

б) Возникновение ЭДС индукции в движущемся в магнитном поле проводнике обусловлено действием силы Лоренца на заряды в проводнике.



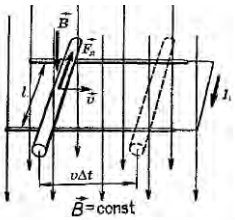
За время Δt магнитный поток через движущийся со скоростью v проводник измениться на

$$\Delta\Phi=B_{\perp}lv\Delta t.$$

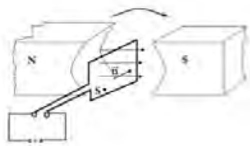
$\mathcal{E}_i = -B_{\perp} l \upsilon \sin\alpha$

Тогда

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \hat{O}}{\Delta t} = -B_{\perp} l \upsilon \sin\alpha.$$



Если проводящий контур замкнуть, то в цепи возникает индукционный ток I_i, направление которого совпадает с направлением движения положительных зарядов.



в) Вращение рамки в магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$) равномерно с угловой скоростью $\omega = \text{const}$.

Магнитный поток, пронизывающий рамку площадью S, в любой момент времени

$$\hat{O} = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t,$$

где $\alpha = \omega t$ – угол поворота рамки в любой момент времени t.

$$\mathcal{E}_i = -N_{\hat{a}} \frac{\Delta \hat{O}}{\Delta t} = -N_{\hat{a}} B\omega \sin\omega t$$

$$\mathcal{E}_{i_{\max}} = N_{\hat{a}} Bs\omega$$

При вращении рамки в ней возникает переменная ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \hat{O}}{\Delta t} = -(BS\cos\omega t)' = BS\omega\sin\omega t .$$

Если витков в рамке $N_в$, то

$$\mathcal{E}_i = N_{\hat{a}} BS\omega \sin\omega t.$$

Преобразование механической энергии в энергию электрического тока лежит в основе принципа действия **генераторов** тока.

Преобразование энергии электрического тока в рамке, помещенной в магнитное поле, в механическую энергию лежит в основе принципа действия **электродвигателей**.

Особенностью этих устройств (генератора и электродвигателя) постоянного тока является их обратимость, т. е. возможность использования одного и того же устройства как для преобразования механической энергии в электрическую, так и наоборот – электрической энергии в механическую.

г) При изменении силы тока в контуре происходит изменение магнитного потока, создаваемого этим током. Любое изменение магнитного потока приводит к появлению ЭДС индукции в контуре.

Вихревое электрическое поле	электрическое поле, возникающее в пространстве, при изменении в нем магнитного поля. Отличается от электростатического тем, что не связано с электрическими зарядами, его линии напряженности представляют собой замкнутые кривые. Работа сил вихревого электрического поля при движении электрического заряда по замкнутой траектории отлично от нуля. Теория электромагнитного поля Максвелла гласит, что в пространстве, где есть изменяющееся магнитное поле, обязательно возникает электрическое поле независимо от того, есть ли в пространстве проводник или нет. Проводники служат для обнаружения этого поля. Линии индукции меняющегося магнитного поля и линии напряженности возникающего электрического поля расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях, т. е. в любой точке пространства $\vec{E} \perp \vec{B}$.
Самоиндукция	явление возникновения ЭДС индукции в электрической цепи (контуре) в результате изменения силы тока в этой цепи (контуре). Возникающая ЭДС индукции названа ЭДС самоиндукции.
$\Phi = LI$	Магнитный поток через контур прямо пропорционален силе тока в контуре.
Индуктивность контура $L = \frac{\Phi}{I}$ $L = 1\frac{\text{Вб}}{\text{А}} = 1\ \text{Гн}$	коэффициент пропорциональности между силой тока I в контуре и создаваемым им магнитным потоком. Не зависит от силы тока I и потока Φ. Индуктивность L зависит от размера и формы контура, а также магнитных свойств среды, в которой контур находится.

$$1\ \text{Гн} = 1\frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{А}} = 1\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2\cdot\text{А}^2}.$$

ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E}_{si} = -LI'$$

прямо пропорционально индуктивности L контура (катушки) и скорости изменения силы тока $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ в контуре (или катушке).

Согласно правилу Ленца ЭДС самоиндукции препятствует нарастанию силы тока при включении цепи и убыванию силы тока при выключении.

Индуктивность соленоида

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2}{l_\text{с}} S = \mu\mu_0 n^2 V$$

зависит от размеров, формы соленоида и среды, в которой он находится.

Магнитный поток через N витков соленоида

$$\Phi = NBS,$$

где S – площадь поперечного сечения соленоида, $B = \frac{\mu\mu_0 IN}{l_\text{с}}$ – индукция магнитного поля внутри соленоида, I – ток в соленоиде, $l_\text{с}$ – длина соленоида, μ_0 – $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

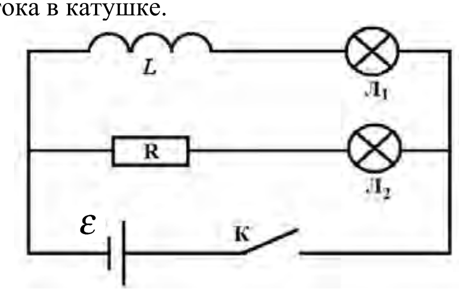
$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N\mu\mu_0 IN}{l_\text{с}} S = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l_\text{с}} S = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где $n = \frac{N}{l_\text{с}}$ – число витков на единице длины соленоида, $V = l_\text{с} \cdot S$ – объем соленоида.

Энергия магнитного поля

$$W_\text{м} = \frac{LI^2}{2}$$

если собрать электрическую цепь, включающую катушку индуктивности L, резистор R, две одинаковые лампы накаливания $Л_1$ и $Л_2$, источник тока $\mathcal{E}$ и ключ K (причем, электрические сопротивления резистора и провода катушки одинаковы), замкнуть ключ K, видим, что лампа, включенная последовательно с катушкой загорается позже, чем лампа, включенная последовательно с резистором. Нарастанию тока в цепи катушки препятствует ЭДС самоиндукции, возникающая при возрастании магнитного потока в катушке.



При размыкании цепи ключом *К* обе лампочки вспыхивают, так как ток поддерживается ЭДС самоиндукции, возникающей при убывании магнитного потока в катушке.

Работа электрического тока

$$A = q\mathcal{E}_{si}, \text{ çàðÿä } q = I_{\text{ñð}}\Delta t = \frac{It}{2}$$

(среднее значение силы тока I при его линейном убывании приблизительно равно $I/2$). Тогда работа

$$A = \frac{I\Delta t}{2}\cdot\frac{Lt}{\Delta t} = \frac{LI^2}{2}.$$

Эта работа совершается за счет энергии магнитного поля катушки, т. е.

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 N^2 V I^2}{2l_{\text{с}}} = \frac{B^2 V}{2\mu\mu_0}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w_{\text{м}} = \frac{W_{\text{м}}}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

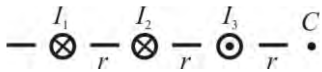
энергия магнитного поля, заключенного в единице объема.

Формула справедлива для проводников любой формы.

4.2. Примеры решения задач

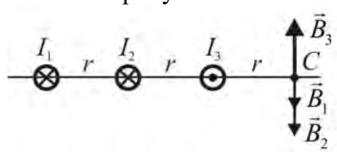
Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Принцип суперпозиции магнитных полей

4.2.1. Три длинных параллельных проводника расположены на одинаковом расстоянии друг от друга r = 0,4 м. По двум проводникам текут токи $I_1 = I_2$ = 12 А в одном направлении. Ток в третьем проводнике течет в противоположном направлении и равен I_3 = 24 А. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого проводниками с токами, в точке C, на расстоянии r от третьего проводника и геометрическое место точек в пространстве, где индукция результирующего магнитного поля равна 0.



Решение:

а) Направления векторов магнитной индукции полей, создаваемых каждым током в точке C, определяются с помощью правила правого винта (буравчика) и указаны на рисунке.



Согласно принципу суперпозиции магнитных полей индукция результирующего поля в точке C: $\vec{B}_C = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$ или $B_C = B_1 - B_2 - B_3$,

где $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi 3r}$ – индукция магнитного поля, создаваемого в точке C первым током на расстоянии $3r$ от проводника с током I_1;

$B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi 2r}$ – второго тока;

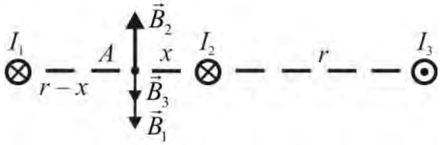
$B_3 = \dfrac{\mu_0 I_3}{2\pi r}$ – третьего тока.

($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная; $3r$, $2r$ и r – расстояния от проводников с токами до точки поля).

Тогда $B_C = \dfrac{\mu_0}{2\pi r}\left(I_3 - \dfrac{I_1}{3} - \dfrac{I_2}{2}\right) = 7 \cdot 10^{-6}$ Тл = 7 мкТл.

б) Проанализируем все направления векторов $\vec{B}$ магнитной индукции полей, создаваемых каждым проводником с током, и учтем, что значение $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$, где R – расстояние от проводника с током до точки поля в пространстве.

Искомая точка (назовем ее A) должна лежать между токами I_1 и I_2 (см. рисунок).



Как видно,

$B_A = B_1 - B_2 + B_3 = 0$ или

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(r-x)} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I_3}{2\pi(r+x)} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{I_1}{r-x} - \frac{I_2}{x} + \frac{I_3}{r+x} = 0\,.$$

Из условия $I_3 = 2I_1 = 2I_2$ получим

$$\frac{1}{r-x} - \frac{1}{x} + \frac{2}{r+x} = 0 \Rightarrow$$

$rx + x^2 - r^2 + x^2 + 2rx - 2x^2 = 0 \Rightarrow 3rx = r^2 \Rightarrow x = r/3.$

Геометрическое место точек, в которых магнитная индукция результирующего поля, созданного токами, равна нулю, представляет собой прямую, параллельную проводникам с токами и отстоящую от тока I_2 на расстоянии $r/3$, от тока I_1 – на расстоянии $\dfrac{2}{3}r$ и от тока I_3 – на расстоянии $\dfrac{4}{3}r$.

Ответ: 7 мкТл; $r/3$ от I_2.

4.2.2. По двум прямым очень длинным и параллельным проводам текут токи одинаковой силы. Во сколько раз изменится величина вектора магнитной индукции в точке пространства, удаленной от каждого из проводов на расстояние, равное расстоянию между проводами, если изменить направление одного из токов.

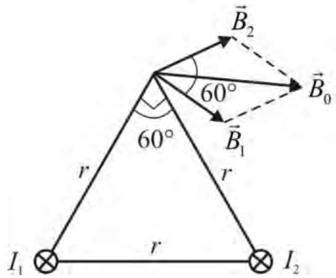
Решение:

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей вектор магнитной индукции результирующего поля $\vec{B}$ равен векторной сумме магнитной индукции полей, создаваемых каждым током в отдельности, $\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

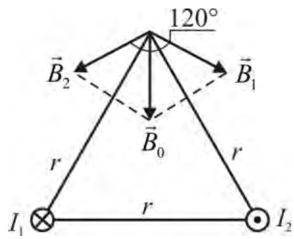
Сделаем рисунки, поясняющие два случая. Изобразим сечения двух прямолинейных параллельных проводов.

Случай *а* – токи текут в одном направлении;

случай *б* – токи текут в противоположных направлениях.



а



б

Направление вектора магнитной индукции определяется правилом правого винта: если острие винта идет по направлению тока в проводнике, то вращение рукоятки винта совпадает с направлением линии магнитной индукции, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в каждой точке пространства направлен по касательной к этой линии.

При сложении векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ модуль магнитной индукции результирующего поля

$$B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}, \qquad (1)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Из геометрических соображений в случае (*а*) угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ составляет $\alpha = 60°$, в случае (*б*) этот угол $\alpha = 120°$.

Если учесть, что токи в проводниках одинаковые, расстояния от проводников с токами до точки поля равны, то модули магнитной индукции $B_1 = B_2 = B$.

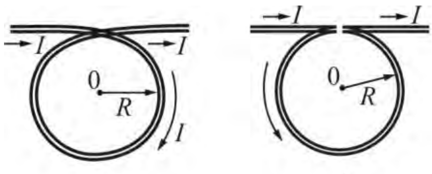
Тогда в случае (*а*) выражение (1) будет иметь вид:

$B_{\mathrm{I}} = B\sqrt{2+2\cos 60°} = B\sqrt{3}$, а в случае (*б*): $B_{\mathrm{II}} = B\sqrt{2+2\cos 120°} = B$.

Таким образом $\dfrac{B_{\text{I}}}{B_{\text{II}}} = \sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

4.2.3. Прямой провод имеет виток радиуса R. По проводу протекает ток I. Определить индукцию магнитного поля в центре витка (точка O) для двух конфигураций проводников, изображенных на рисунке.



а *б*

Решение:

Согласно принципу суперпозиции в центре витка индукция магнитного поля равна векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых током в витке $\vec{B}_1$ и бесконечным прямым проводом $\vec{B}_2$: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Известно, что $B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$ – модуль вектора магнитной индукции поля в центре кругового тока;

$B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ – модуль вектора магнитной индукции поля бесконечного тока на расстоянии R от провода.

Для случая (*а*) направления векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$, определяемые правилом правого винта, совпадают и $B = B_1 + B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\left(1 + \dfrac{1}{\pi}\right) = \dfrac{\mu_0 I(\pi + 1)}{2\pi R}$.

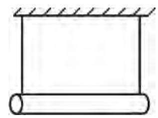
Для случая (*б*) векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены в противоположные стороны: $\vec{B}_1$ – вверх перпендикулярно плоскости рисунка, $\vec{B}_2$ – вниз за плоскость рисунка.

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(1 + \frac{1}{\pi}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi - 1).$$

Ответ: $\dfrac{\mu_0 I(\pi + 1)}{2\pi R}$; $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}(\pi - 1)$.

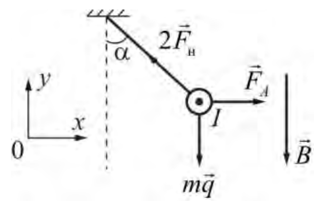
Сила Ампера

4.2.4. На двух легких проводящих нитях горизонтально висит металлический проводник длиной l = 50 см и массой m = 15 г. Проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 434 мТл, направленной вертикально вниз. Определить угол отклонения нитей от вертикали, если сила тока в стрежне I = 0,4 А.



Решение:

Для более наглядного рассмотрения отклонения от вертикали нитей и проводника с током в магнитном поле изобразим сечение проводника. Пусть ток в проводнике течет перпендикулярно плоскости рисунка – «к нам». На проводник действуют сила тяжести $m\vec{g}$, две силы натяжения нитей $\vec{F}_н$ и сила Ампера, равная в данном случае, когда $I\vec{l} \perp \vec{B}$, $F_A = IlB$. Векторная сумма этих сил в условиях равновесия равна нулю: $m\vec{g} + 2\vec{F}_н + \vec{F}_A = 0$. Рассмотрим проекции этих сил на оси, направление которых указано на рисунке:



Ox: $2F_н\sin\alpha - IlB = 0$; (1)

Ox: $2F_н\cos\alpha - mg = 0$. (2)

Из (1): $2F_н\sin\alpha = IlB$; (3)

Из (2): $2F_н\cos\alpha = mg$. (4)

Поделив (3) и (4), получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{IlB}{mg} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\frac{IlB}{mg} = 30°.$$

Ответ: 30°.

4.2.5. На горизонтальный прямолинейный проводник длиной l с током, равным I, расположенный перпендикулярно вектору индукции однородного магнитного поля, действует сила Ампера F_0. С какой силой F магнитное поле будет действовать на этот же проводник, если половину его отогнуть под острым углом φ и пропускать такой же по величине ток I?

Рассмотреть два случая.

Плоскость изгиба:

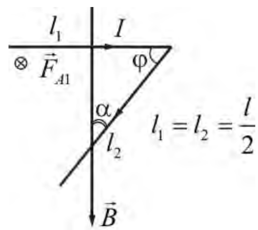
а) параллельна вектору магнитной индукции;

б) перпендикулярна вектору магнитной индукции.

Решение:

На проводник длиной l с током I в магнитном поле индукции $\vec{B}$ действует сила Ампера, равная $F_A = IlB\sin\alpha$, где α – угол между направлениями тока в проводнике и вектора магнитной индукции $\vec{B}$. Согласно условию задачи $\alpha = 90°$ и $F_0 = IlB \Rightarrow$ индукция магнитного поля $B = \dfrac{F_0}{Il}$. (1)

а) Изменим конфигурацию проводника, отогнув половину его, как показано на рисунке, а вектор магнитной индукции направим параллельно плоскости изгиба.



Сила Ампера F_{A1}, действующая на проводник l_1, расположенный под углом 90° к вектору магнитной индукции $\vec{B}$, направлена перпендикулярно плоскости рисунка (согласно правилу левой руки) и равна $F_{A1} = Il_1B = I\dfrac{l}{2}B$, с учетом (1)

$$F_{A1} = \frac{Il_1F_0}{2Il} = \frac{F_0}{2}. \qquad (2)$$

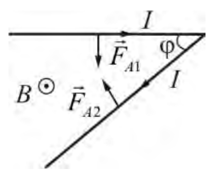
Сила Ампера F_{A2}, действующая на вторую половину проводника l_2, расположенную, как видно из рисунка, под углом $\alpha = (90° - \varphi)$ к линиям магнитной индукции $\vec{B}$, направлена также перпендикулярно плоскости рисунка, но противоположно направлению $\vec{F}_{A1}$, и равна

$$\vec{F}_{A2} = Il_2B\sin(90° - \varphi) = I\frac{l}{2}B\cos\varphi, \text{ с учетом (1) } F_{A2} = \frac{F_0}{2}\cos\varphi.$$

Модуль результирующей силы

$$F = F_{A1} - F_{A2} = \frac{F_0}{2}(1 - \cos\varphi) = \frac{F_0}{2}\cdot 2\sin^2\frac{\varphi}{2} = F_0\sin^2\frac{\varphi}{2}.$$

б) Рассмотрим действие магнитного поля на проводник с током в случае, когда вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости изгиба. Изобразим этот случай на рисунке.



Воспользовавшись правилом левой руки, аналогично предыдущему случаю, определим направления сил Ампера, действующих на каждую половину проводника. Как видно из рисунка, силы Ампера равны $F_{A1} = F_{A2} = I\frac{l}{2}B = \frac{F_0}{2}$, лежат в плоскости рисунка и направлены перпендикулярно каждой половине проводника, образуя между собой угол $\beta = 180° - \varphi$.

Тогда модуль результирующей силы

$$F = \sqrt{F_{A1}^2 + F_{A2}^2 + 2F_{A1}F_{A2}\cos(180° - \varphi)} =$$

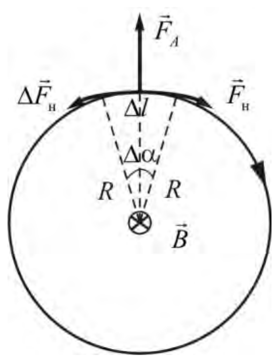
$$= \frac{F_0}{2}\sqrt{2(1-\cos\varphi)} = \frac{F_0}{2}\sqrt{2 \cdot 2\sin^2\frac{\varphi}{2}} = F_0 \sin\frac{\varphi}{2}.$$

Ответ: $F_0 \sin^2\frac{\varphi}{2}$; $F_0 \sin\frac{\varphi}{2}$.

4.2.6. Из тонкой металлической проволоки сечением S сделано кольцо радиусом R. Кольцо помещают в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, перпендикулярной плоскости кольца, и пропускают по нему ток силой I. Определить механическое напряжение σ в кольце.

Решение:

Для нахождения механического напряжения σ кольца, равного $\sigma = \frac{F_н}{S}$, где $F_н$ – сила натяжения (упругости), возникающая в проволочном кольце, S – площадь поперечного сечения проволоки, определим $F_н$.



На каждый элемент кольца с током длины Δl в магнитном поле действует сила Ампера $F_А$, направленная по радиусу наружу или внутрь кольца в зависимости от направления тока I в кольце и вектора магнитной индукции $\vec{B}$. Поэтому проволочное кольцо с током, расположенное перпендикулярно линиям магнитной индукции, будет либо сжиматься, либо растягиваться.

Пусть элемент Δl виден из центра кольца под малым углом $\Delta\alpha$. Сила Ампера $F_А = I\Delta lB$ уравновешивается силами натяжения (упругости) $F_н$ со стороны соседних элементов кольца, как показано на рисунке, т. е.

$$I\Delta lB = 2F_н \sin\frac{\Delta\alpha}{2}. \quad (1)$$

Ввиду малости угла $\Delta\alpha$, $\sin\frac{\Delta\alpha}{2} = \frac{\Delta\alpha}{2}$, тогда из (1) $F_i = \frac{I\Delta l B}{\Delta\alpha}$.

Так как $\Delta l = \Delta\alpha R$, то сила натяжения $F_н = IBR$.

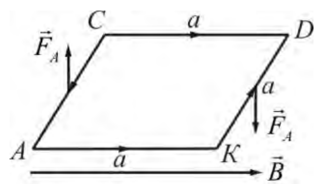
Механическое напряжение σ материала кольца:

$$\sigma = \frac{F_н}{S} = \frac{IBR}{S}.$$

Ответ: $\frac{IBR}{S}$

4.2.7. Жесткая проводящая рамка квадратной формы лежит на горизонтальной непроводящей поверхности и находится в постоянном однородном магнитном поле, линии индукции которого параллельны двум сторонам рамки. Масса рамки m = 20 г, длина ее стороны a = 4 см, величина магнитной индукции B = 0,5 Тл. Какой величины постоянный ток нужно пропустить по рамке, чтобы рамка начала приподниматься?

Решение:



Как только в рамке появляется ток, сразу же на стороны AC и KD, перпендикулярные направлению линиям магнитной индукции $\vec{B}$, начинают действовать силы Ампера, равные $F_A = IaB$ ($\alpha = 90°$), направленные согласно правилу левой руки вертикально вверх (сторона CA) и вниз (сторона KD). Сила Ампера на стороны AK и CD (α = 0° и 180°) не действует. Тогда сторона рамки KD будет прижиматься к поверхности, а CA – стремиться подняться, поворачиваясь относительно оси KD вверх.

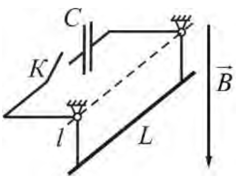
Момент силы Ампера $M_A = F_A a = Ia^2B$, где a – является плечом силы Ампера.

Из условия равновесия рамки момент силы Ампера должен быть равен сумме моментов сил тяжести, действующих на три стороны рамки AK, DC, CA. Масса каждой из сторон $\frac{m}{4}$, сила тяжести $\frac{mg}{4}$, сумма моментов этих сил для сторон AK и DC равна $M_{T_1} = 2\cdot\frac{mg\cdot a}{4\cdot 2} = \frac{mga}{4}$ ($\frac{a}{2}$ – плечо силы тяжести для этих сторон). Для стороны рамки CA плечо силы $\frac{mg}{4}$ равно a и $M_{T_2} = \frac{mga}{4}$.

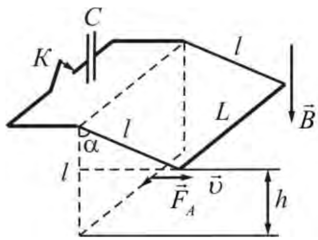
Тогда $Ia^2B = \frac{mga}{2} \Rightarrow I = \frac{mg}{2aB} =$ 5 А – это значение минимального тока, при котором рамка начнет приподниматься с поверхности.

Ответ: 5 А.

4.2.8. Металлический стержень массой m = 10 г и длиной L = 0,2 м подвешен на двух легких проводах длиной l = 10 см в магнитном поле, индукция B = 1 Тл которого направлена вертикально вниз. К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью C = 100 мкФ, заряженный до напряжения U = 100 В. Определить максимальный угол отклонения нитей от вертикального положения после разрядки конденсатора, если она происходит за очень малый промежуток времени. Сопротивление стержня и проводов не учитывать.



Решение:



Из рисунка видно, что угол, на который отклоняется нить от вертикали, определяется следующим образом:

$$\cos\alpha = \frac{l-h}{l} \Rightarrow 1-\cos\alpha = \frac{h}{l}.$$

Из тригонометрических преобразований

$$1-\cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{h}{l} \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{h}{2l}} \Rightarrow \alpha = 2\arcsin\sqrt{\frac{h}{2l}}, \qquad (1)$$

где h – высота подъема стержня после замыкания цепи ключом *K*.

Определим эту высоту. Замкнув ключ *K*, наблюдаем быстротечную разрядку конденсатора *C*, заряд на котором был $\Delta q = CU$. В замкнутой цепи протекает ток $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$, который приводит к появлению силы Ампера, действующей только на стержень с током в магнитном поле. Так как между направлениями тока в стержне и вектора магнитной индукции угол $\alpha_0 = 90°$, то сила Ампера $F_A = ILB = \dfrac{\Delta qLB}{\Delta t} = \dfrac{CULB}{\Delta t}$.

Согласно второму закону Ньютона импульс этой силы $F_A\Delta t$ равен изменению импульса стержня $\Delta p = m\upsilon$: $F_A\Delta t = \Delta p$ или $F_A\Delta t = m\upsilon = p$, где $m\upsilon = p$ – импульс стержня. Таким образом, стержень обладает кинетической энергией

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = \frac{(F_A\Delta t)^2}{2m} = \frac{(CULB)^2}{2m}, \qquad (2)$$

которая, согласно закону сохранения механической энергии, переходит в потенциальную энергию стержня

$$W_п = mgh; \qquad (3)$$

$$\frac{(CULB)^2}{2m} = mgh \Rightarrow h = \frac{(CULB)^2}{2m^2 g}. \qquad (4)$$

Подставим (4) в (1), получим:

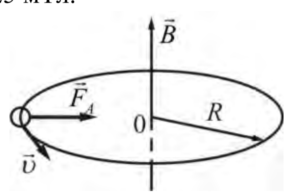
$$\alpha = 2\arcsin\left(\sqrt{\frac{(CULB)^2}{4m^2\sqrt{gl}}}\right) = 2\arcsin\left(\frac{CULB}{2m\sqrt{gl}}\right) = 2\arcsin 0{,}1 \approx 11{,}5°.$$

Ответ: 11,5°.

Сила Лоренца

4.2.9. Электрон ($e = –1{,}6 \cdot 10^{–19}$ Кл, $m = 9{,}1 \cdot 10^{–31}$ кг), обладающий кинетической энергией W = 45 кэВ, движется по круговой орбите в плоскости, перпендикулярной вектору индукции однородного магнитного поля. Определить радиус орбиты, период, частоту обращения электрона, если индукция магнитного поля B = 325 мТл.

Решение:



На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца $F_Л = q\upsilon B \sin\alpha$, где α – угол между направлениями скорости $\vec{\upsilon}$ и индукции магнитного поля $\vec{B}$. В данной задаче $\alpha = 90°$:

$$F_Л = |e|\,\upsilon B. \qquad (1)$$

Направление силы Лоренца определяется правилом левой руки: четыре вытянутых пальца направить по направлению движения положительной частицы (против движения отрицательной), линии магнитной индукции должны входить в ладонь, отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы Лоренца. При движении заряженной частицы по окружности эта сила всегда направлена вдоль радиуса к центру кривизны и сообщает частице центростремительное ускорение: $a_{\text{ö}} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$.

Тогда $|e|\upsilon B = \dfrac{m\upsilon^2}{R} \Rightarrow$ радиус орбиты (окружности)

$$R = \frac{m\upsilon}{|e|B}. \tag{2}$$

Кинетическая энергия частицы $W = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$,

скорость частицы $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2W}{m}}$. (3)

Подставим (3) в (2), получим:

$$R = \frac{m}{|e|B}\sqrt{\frac{2W}{m}} = \frac{\sqrt{2mW}}{|e|B} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 2{,}2\ \text{мм}.$$

Период обращения электрона по орбите

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi m\upsilon}{|e|B\upsilon} = \frac{2\pi m}{|e|B},\ T = 109{,}9 \cdot 10^{-12}\ \text{с} \approx 110\ \text{пс}.$$

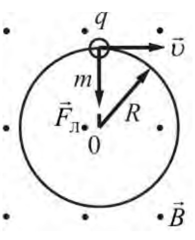
Следует подчеркнуть, что период обращения заряженной частицы по окружности не зависит от ее скорости (или кинетической энергии).

Частота обращения $\nu = \dfrac{1}{T} \approx 9{,}1 \cdot 10^{9}\ \text{с}^{-1}$.

Ответ: 2,2 мм; 110 пс; $9{,}1 \cdot 10^{9}$ с^{-1}.

4.2.10. Две заряженные частицы, массы которых m_1 и m_2, заряды q_1 и q_2 соответственно, влетают в однородное магнитное поле с некоторой скоростью, направленной перпендикулярно линиям магнитной индукции. Во сколько раз отличаются радиусы кривизны траекторий этих частиц?

Решение:



При попадании заряженных частиц в магнитное поле индукции $\vec{B}$ так, что скорость $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, на частицу начинает действовать сила Лоренца $F_Л = q\upsilon B \sin\alpha$, α – угол между направлениями $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$, в данном случае равен 90° $\Rightarrow F_Л = q\upsilon B$.

Направление этой силы определяется правилом левой руки: левую руку следует расположить так, чтобы фаланги четырех вытянутых пальцев совпадали с направлением движения положительной частицы (против движения отрицательной), линии магнитной индукции входили в ладонь, тогда отогнутый на 90° большой палец укажет направление действия силы Лоренца.

В задачах данного типа сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости ($\vec{F}_{\text{Л}} \perp \vec{\upsilon}$), направлена к центру кривизны и сообщает телу центростремительное ускорение $a_{\text{ц}} = \upsilon^2/R$. Частица движется по окружности радиуса R, который определяется из второго закона Ньютона:

$$\vec{F}_{\text{Л}} = m\vec{a}_{\text{ц}} \text{ или } q\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{R},$$

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}. \tag{1}$$

Рассмотрим несколько случаев.

а) Частицы влетают в магнитное поле с одинаковыми скоростями $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

Радиусы кривизны траекторий будут согласно (1) равны:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{m_1\upsilon}{q_1 B} \\ R_2 &= \frac{m_2\upsilon}{q_2 B} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 q_2}{m_2 q_1}.$$

Например: движутся протон (p) и α-частица (ядро гелия):

$$\left.\begin{aligned} m_\alpha &= 4m_p \\ q_\alpha &= 2q_p \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{R_p}{R_\alpha} = \frac{m_p q_\alpha}{m_\alpha q_p} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_\alpha = 2R_p.$$

б) Частицы, обладающие одинаковыми кинетическими энергиями $W_1 = W_2 = W$, влетают в однородное магнитное поле.

Кинетическая энергия $W = \frac{m\upsilon^2}{2} \Rightarrow$ скорость движения частицы $\upsilon = \sqrt{\frac{2W}{m}}$. Радиус кривизны траектории движения частицы из (1) $R = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2W}{m}} = \frac{1}{qB}\sqrt{2mW}$. Тогда $\frac{R_1}{R_2} = \frac{q_2}{q_1}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$.

Рассмотрим в качестве примера опять протон и α-частицу: $\frac{R_p}{R_\alpha} = \frac{2q_p}{q_p}\sqrt{\frac{m_p}{4m_p}} = 1$, т. е. радиусы окружностей, по которым движутся эти частицы, равны.

в) Частицы, ускоренные одинаковой разностью потенциалов U, влетают в однородное магнитное поле. Работа поля по ускорению частицы из состояния покоя

$$qU = \frac{m\upsilon^2}{2} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \Rightarrow R = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

Тогда $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1 q_2}{q_1 m_2}}$.

Возьмем в качестве примера опять протон и α-частицу:

$$\frac{R_p}{R_\alpha} = \sqrt{\frac{m_p 2q_p}{q_p 4m_p}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow R_\alpha = \sqrt{2}R_p.$$

Ответ: $R_\alpha = 2R_p$; $R_\alpha = R_p$; $R_\alpha = \sqrt{2}R_p$.

4.2.11. Заряженная частица влетает в область однородного магнитного поля так, что ее скорость $\vec{\upsilon}$ перпендикулярна направлению магнитной индукции поля $\vec{B}$ и границам области магнитного поля.

Определить:

а) минимальную протяженность $l_{\min}$ поля, чтобы частица изменила направление движения на противоположное;

б) время t ее пребывания в поле;

в) путь, пройденный частицей за время t;

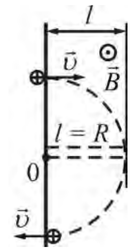
г) скорость частицы $\vec{\upsilon}_0$, чтобы она смогла преодолеть данную область поля;

д) под каким углом к первоначальному направлению вылетит частица из магнитного поля, если его протяженность $l_0 \le R$.

Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле при $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$ происходит по окружности радиусом $R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$.

Решение:

а) Чтобы скорость частицы изменила свое направление на противоположное, минимальная ширина поля (или его протяженность) должна быть $l_{\min} = R = \dfrac{m\upsilon}{qB}$ (если известна кинетическая энергия частицы $W = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$, то $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2W}{m}}$ и тогда $l_{\min} = R = \dfrac{m}{qB}\sqrt{\dfrac{2W}{m}} = \dfrac{1}{qB}\sqrt{2Wm}$).



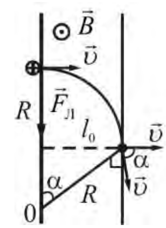
б) Как видно из рисунка, частица описывает половину окружности, следовательно время t пребывания ее в поле равно половине периода обращения $t = \dfrac{T}{2} = \dfrac{2\pi R}{2\upsilon} = \dfrac{\pi m}{qB}$. Следует отметить, что период обращения заряженной частицы от ее скорости (или кинетической энергии) не зависит.

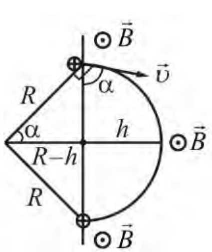
в) Путь, пройденный частицей за полпериода равен половине окружности $L = \pi R = \dfrac{\pi m\upsilon}{qB}$.

г) Чтобы частица преодолела область магнитного поля, ширина этого поля $l \le R = \dfrac{m\upsilon_0}{qB} \Rightarrow$ скорость частицы должна быть $\upsilon_0 \ge \dfrac{qBl}{m}$.

д) Как видно из рисунка, ширина магнитного поля и радиус описываемой окружности связаны тригонометрическим соотношением

$$\sin\alpha = \frac{l_0}{R} = \frac{l_0 qB}{m\upsilon} \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{l_0 qB}{m\upsilon}\right).$$





Изменим несколько условие задачи. Пусть скорость $\vec{\upsilon}$ частицы останется направленной $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, но влетает частица под углом α к области магнитного поля, как показано на рисунке. Определим максимальную глубину h проникновения частицы $\vec{B}$ в магнитное поле.

Из тригонометрических соотношений

$$\cos\alpha = \frac{R-h}{R} = 1 - \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{h}{R} = 1 - \cos\alpha \Rightarrow h = R(1-\cos\alpha) \text{ или}$$

$$\frac{h}{R} = 1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \Rightarrow h = 2R\sin^2\frac{\alpha}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{qB}\sqrt{2Wm}$; $\frac{\pi m}{qB}$; $\frac{\pi m\upsilon}{qB}$; $\frac{qBl}{m}$; $\arcsin\left(\frac{l_0 qB}{m\upsilon}\right)$; $2R\sin^2\frac{\alpha}{2}$.

4.2.12. По длинному тонкому прямому проводу течет ток I = 20 А. Электрон, находящийся на расстоянии r = 1 см от оси провода, движется со скоростью $\upsilon = 5 \cdot 10^6$ м/с. Определить силу, действующую на электрон, если он движется

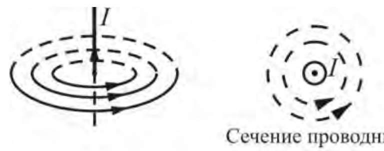
а) по радиусу от провода;

б) параллельно проводу в том же направлении, что и ток в проводе;

в) перпендикулярно проводу по касательной к окружности, проведенной вокруг провода.

Решение:

Вокруг проводника с током возникает магнитное поле, линии индукции которого представляют замкнутые концентрические окружности с центром на проводнике.

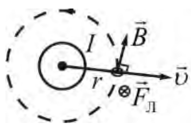


Сечение проводника с током I

Направление линий магнитной индукции определяется правилом правого винта (буравчика): если вращать головку винта так, что направление острия винта будет совпадать с направлением тока в проводнике, то направление вращения головки винта будет совпадать с направлением линий магнитной индукции. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в каждой точке поля направлен по касательной к линии магнитной индукции.

На заряженную частицу q в магнитном поле действует сила Лоренца: $F_Л = q\upsilon B\sin\alpha$, где α – угол между направлениями скорости частицы $\vec{\upsilon}$ и индукции $\vec{B}$. Направление силы Лоренца находится по правилу левой руки: если четыре вытянутых пальца левой руки совпадают с направлением движения положительно заряженной частицы (против движения отрицательно заряженной), линии магнитной индукции входят в ладонь, то отогнутый на 90° большой палец укажет направление действия силы.

Разберем три случая движения электрона в магнитном поле проводника с током.

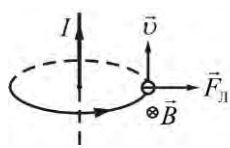


а) Электрон движется по радиусу от провода с током I, линии магнитной индукции которого направлены против часовой линии. Как видно из рисунка, векторы $\vec{B}$ и $\vec{\upsilon}$ взаимно перпендикулярны, и сила Лоренца оказывается направленной перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Ее направление противоположно направлению тока в проводнике.

$F_Л = q_e \upsilon B$.

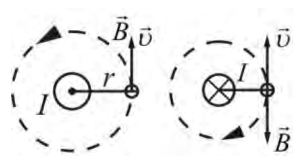
Индукция магнитного поля прямолинейного проводника с током I на расстоянии r от него в воздухе $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Тогда $F_Л = q_e \upsilon \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} = 32 \cdot 10^{-17}$ Н.



б) Электрон движется параллельно проводнику с током I, линии магнитной индукции – концентрические замкнутые окружности. Вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости рисунка, из которого видно, что векторы $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ взаимно перпендикулярны. Сила Лоренца направлена в радиальном направлении от проводника с током и равна

$$F_Л = q_e \upsilon B = q_e \upsilon \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 32 \cdot 10^{-17} \text{ Н}.$$



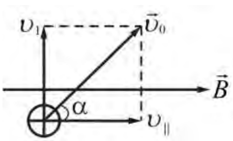
в) Электрон движется перпендикулярно проводнику по касательной к окружности с центром на проводнике. Эта окружность совпадает с направлением силовой линии, а значит скорость $\vec{\upsilon}$ и вектор $\vec{B}$ оказываются либо сонаправлены $\alpha = 0°$, либо антинаправлены $\alpha = 180°$. В обоих случаях $F_Л = q_e \upsilon B \sin\alpha = 0$.

Ответ: а) и б) $32 \cdot 10^{-17}$ Н; в) 0.

4.2.13. Частица массой m, обладающая положительным электрическим зарядом q, влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $\vec{B}$. Скорость частицы $\vec{\upsilon}_0$ составляет угол α с направлением индукции магнитного поля. Покажите, что частица будет двигаться по винтовой линии. Определить радиус окружности R, получающейся при проектировании траектории на плоскость, перпендикулярную индукции магнитного поля и время T, за которое частица проходит один шаг спирали.

Решение:

Сделаем рисунок и рассмотрим данную ситуацию.



Разложим вектор скорости $\vec{\upsilon}_0$ на две составляющие: $\upsilon_{\parallel}$ – параллельную вектору магнитной индукции $\vec{B}$; $\upsilon_{\perp}$ – перпендикулярную $\vec{B}$. На заряженную движущуюся в магнитном поле частицу действует сила Лоренца. Причем, если скорость частицы совпадает с вектором $\vec{B}$ или направлена противоположно ему, то эта сила равна 0, поэтому составляющая $\upsilon_{\parallel}$ в процессе движения не меняется по направлению и величине. Что касается скорости $\upsilon_{\perp}$, то сила Лоренца направлена перпендикулярно этой составляющей и сообщает частице центростремительное ускорение. В результате эта составляющая обеспечивает частице движение по окружности. Таким образом, заряженная частица участвует в сложном движении: вращательном движении по окружности радиуса $R = \dfrac{m\upsilon_{\perp}}{qB} = \dfrac{m}{qB}\upsilon_0 \sin\alpha$ и равномерном поступательном движении вдоль линий поля – по винтовой линии (спирали). Шаг этой спирали, т. е. кратчайшее расстояние между соседними витками, $h = \upsilon_{\parallel}T$, где T – период обращения частицы, не зависящей от скорости и равный $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$.

Шаг спирали $h = \dfrac{2\pi m}{qB}\upsilon_0 \cos\alpha$.

Ответ: $R = \dfrac{m}{qB}\upsilon_0 \sin\alpha$; $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$; $h = \dfrac{2\pi m}{qB}\upsilon_0 \cos\alpha$.

4.2.14. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле под углом α = 45° к линиям магнитной индукции и движется по винтовой линии. Найти радиус R винтовой линии, если шаг винтовой линии (смещение вдоль винтовой линии за один оборот) h = 6,28 см.

Решение:

$$R = \frac{m\upsilon_0}{qB}\sin\alpha \,;$$

$$h = \frac{2\pi m}{qB}\upsilon_0 \cos\alpha \,.$$

$$\frac{R}{h} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2\pi} \Rightarrow R = \frac{h}{2}\operatorname{tg}\alpha = 10^{-2}\text{ м} = 1\text{ см.}$$

Ответ: 1 см.

4.2.15. Электрон влетает в однородное магнитное поле и движется по винтовой линии радиусом R = 10 мм и шагом h = 6,28 см. Определить угол α между направлениями скорости электрона и вектора магнитной индукции.

Решение:

$$\left.\begin{aligned} R &= \frac{m}{qB}\upsilon_0 \sin\alpha \\ h &= \frac{2\pi m}{qB}\upsilon_0 \cos\alpha \end{aligned}\right\} \frac{R}{h} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2\pi} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{2\pi R}{h} \Rightarrow \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg}\alpha\frac{2\pi R}{h} = 45°.$$

Ответ: 45°.

4.2.16. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 5 мТл по винтовой линии диаметром d = 8 см и шагом h = 20 см. Определить скорость $\vec{\upsilon}_0$ электрона, с которой он влетает в поле, если удельный заряд его $\gamma = \dfrac{q}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Решение:

$$R = \frac{m}{qB}\upsilon_0 \sin\alpha \Rightarrow \upsilon_0 \sin\alpha = \frac{RqB}{m}\,.$$

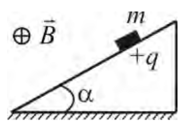
$$h = \frac{2\pi m}{qB}\upsilon_0 \cos\alpha \Rightarrow \upsilon_0 \cos\alpha = \frac{hqB}{2\pi m}.$$

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_0^2 \sin^2\alpha &= \left(\frac{dqB}{2m}\right)^2 \\ \upsilon_0^2 \cos^2\alpha &= \left(\frac{hqB}{2\pi m}\right)^2 \end{aligned}\right\} \upsilon_0^2 = \left(\frac{dqB}{2m}\right)^2 + \left(\frac{hqB}{2\pi m}\right)^2 \Rightarrow$$

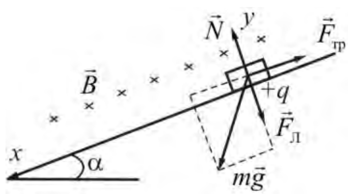
$$\Rightarrow \upsilon_0 = \gamma B\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2} = 45 \cdot 10^6 \text{ м/с} = 4{,}5 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

Ответ: $4{,}5 \cdot 10^7$ м/с.

4.2.17. Определить максимальную скорость, развиваемую телом массой m с зарядом $+q$, скользящим по наклонной плоскости с углом наклона α в магнитном поле индукции B. Линии магнитной индукции горизонтальны и параллельны наклонной плоскости. Коэффициент трения тела о плоскость μ.



Решение:



На заряженное тело, движущееся по наклонной плоскости в магнитном поле так, как показано на рисунке, действуют силы тяжести $m\vec{g}$, трения $F_{тр}$, реакции опоры $\vec{N}$ и Лоренца $\vec{F}_{Л}$, направление которой определено по правилу левой руки.

Максимальной скорости тело достигает в момент, когда его ускорение становится равным 0. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на выбранные оси, указанные на рисунке:

Ox: $mg \sin\alpha - F_{тр} = 0$; (1)

Oy: $N - mg \cos\alpha - F_{Л} = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha + F_{Л}$. (2)

Так как сила трения $F_{тр} = \mu N$, то с учетом (2):

$F_{тр} = \mu\,(mg\cos\alpha + F_{Л})$. (3)

Сила Лоренца в условиях данной задачи $F_Л = q\upsilon_{max}B$. (4)

Подставим (2) и (4) в (1):

$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha - \mu q\upsilon_{max}B = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \upsilon_{max} = \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu qB} \text{ (при } \mu \le \text{tg } \alpha).$$

Тело покоится ($\upsilon = 0$), если коэффициент трения $\mu \ge \text{tg } \alpha$.

Ответ: $\dfrac{mg}{\mu qB}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

4.2.18. Небольшое заряженное тело массой m = 1 г и зарядом q = 10 мкКл, прикрепленное к нити длиной l = 10 см, может двигаться по окружности в вертикальной плоскости. Однородное магнитное поле индукции B = 1 Тл перпендикулярно этой плоскости. При какой наименьшей скорости тела в нижней точке, оно сможет совершить полный оборот?

Решение:

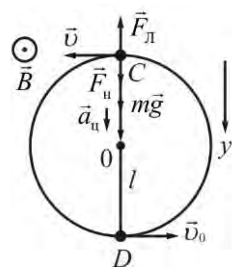
В данном случае, на вращающееся в вертикальной плоскости тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{F}_н$ и сила Лоренца $\vec{F}_Л$, т. к. тело заряжено и движение происходит в магнитном поле индукции $\vec{B}$.

Согласно второму закону Ньютона в проекции на ось Oy:

$mg - F_Л + F_н = ma_ц$, (1)

где $a_ö = \dfrac{\upsilon^2}{l}$ – центростремительное ускорение, (2)

$F_Л = q\upsilon B$ – сила Лоренца. (3)



Чтобы тело на нити смогло сделать полный оборот, сила натяжения нити должна быть отлична от нуля во всех точках траектории. Лишь в высшей точки траектории C она может стать равной нулю, при этом скорость в нижней точке D будет минимальной. А так как на тело действует сила Лоренца, то для выполнения этого условия силы тяжести и Лоренца должны быть противоположно направленными. Это показано на рисунке, где также указано направление вектора магнитной индукции, определяемое правилом левой руки, для данной ситуации.

Тогда уравнение (1) с учетом (2) и (3) запишем в виде:

$$mg - q\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{l}. \tag{4}$$

Решим квадратное уравнение $\frac{m\upsilon^2}{l} + q\upsilon B - mg = 0$ относительно υ:

$$\upsilon_{1,2} = \frac{-qB \pm \sqrt{q^2B^2 + \frac{4m^2q}{l}}}{\frac{qm}{l}} \Rightarrow \upsilon = \frac{\sqrt{q^2B^2l^2 + 4m^2gl} - qBl}{2m}. \tag{5}$$

Для определения минимальной скорости υ_0 в точке D воспользуемся законом сохранения энергии. Считая положение тела в точке D за начало отсчета потенциальной энергии, и то, что сила Лоренца работы не совершает, следовательно, кинетической энергии не изменяет, запишем

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon^2}{2} + mg2l, \tag{6}$$

где $mg2l$ – потенциальная энергия тела в точке C; $\frac{m\upsilon_0^2}{2}$ и $\frac{m\upsilon^2}{2}$ – кинетические энергии тела в точках D и C соответственно.

Из выражения закона сохранения энергии (6) определим скорость тела в точке D:

$\upsilon_0^2 = \upsilon^2 + 4gl$, и подставив сюда выражение (5) в квадрате, получим:

$$\upsilon_0 = \sqrt{4gl + \frac{q^2B^2l^2 + 4m^2gl + g^2B^2l^2 - 2qBl\sqrt{q^2B^2l^2 + 4m^2gl}}{4m^2}} =$$

$$= \sqrt{5gl + \frac{q^2B^2l^2 - qBl\sqrt{q^2B^2l^2 + 4m^2gl}}{2m^2}} =$$

$$= \sqrt{5gl + \frac{q^2B^2l^2}{2m^2}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{4m^2g}{q^2B^2l^2}}\right)} \approx 2{,}2 \text{ м/с}.$$

Ответ: 2,2 м/с.

4.2.19. Между плоскими параллельными пластинами площадью S со скоростью υ пропускается поток ионизированного газа, на который действует магнитное поле, линии магнитной ин-

дукции которого перпендикулярны вектору скорости $\vec{\upsilon}$ потока. Расстояние между пластинами l, удельное сопротивление газа ρ. Пластины замкнуты на внешнюю нагрузку сопротивлением R, через которую течет ток. Определить ЭДС и максимальную мощность данного устройства.

Решение:

На положительные и отрицательные ионы газа, движущиеся в магнитном поле, действует сила Лоренца, которая отклоняет, согласно правилу левой руки, положительные ионы к верхней пластине, отрицательные – к нижней, заряжая их. Таким образом, получают устройство, называемое магнитогидродинамическим генератором (в литературе МГД-генератор), ЭДС которого вычисляется по формуле $\mathcal{E} = Bl\upsilon$. Его внутреннее сопротивление $r = \rho\dfrac{l}{S}$.

Известно, что максимальная мощность, выделяемая на нагрузке, достигается тогда, когда внутреннее сопротивление r равно сопротивлению нагрузки. С использованием закона Ома $P_{\max} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{4r} = \dfrac{B^2l^2\upsilon^2S}{4\rho l} = \dfrac{B^2l\upsilon^2S}{4\rho}$.

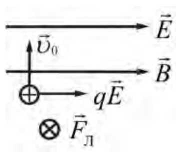
Ответ: $\dfrac{B^2l\upsilon^2S}{4\rho}$.

Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

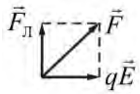
4.2.20. Протон (q = +1,6 · 10^{-19} Кл, m = 1,67 · 10^{-27} кг) влетает со скоростью υ_0 = 60 км/с перпендикулярно сонаправленным электрическому и магнитному полям ($\vec{\upsilon} \perp \vec{E}$, $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{B}$). Начальное ускорение протона, вызванное действием этих полей a = 10^{12} м/с^2. Определить напряженность $|\vec{E}|$ электрического поля, если модуль индукции магнитного поля $|\vec{B}|$ = 0,1 Тл.

Решение:

Каждое поле действует на заряженную частицу. Электрическое поле



с силой $\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$, направленной вдоль $\vec{E}$ (вправо); магнитное поле с силой Лоренца $F_Л$ = $q\upsilon B\sin\alpha$, направленной за плоскость рисунка (υ = 90°). Согласно второму закону Ньютона $\vec{F}_{эл} + \vec{F}_{л} = m\vec{a}$ ($\vec{F}_{эл} \perp \vec{F}_{л}$). Изобразим рисунок иначе.



Как видно из рисунка

$$(qE)^2 + (q\upsilon_0 B)^2 = (ma)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{q}\sqrt{(ma)^2 - (q\upsilon_0 B)^2} = 0{,}85 \cdot 10^4 \text{ В/м} = 8{,}5 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: 8,5 кВ/м.

Примечание. При дальнейшем движении протона в двух сонаправленных полях (электрическом и магнитном) при $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$ сила Лоренца сообщает частице центростремительное ускорение, а электрическая сила $q\vec{E}$ сообщает ускорение, направленное вдоль линий двух полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$. Таким образом движение частицы будет представлять собой винтовую линию с увеличивающимся радиусом R и шагом h. Так как период обращения частицы не зависит от ее скорости, которая изменяется, то период обращения частицы T остается постоянным. Начальная скорость частицы вдоль полей $\upsilon_{0\parallel} = 0$, следовательно, за равные промежутки времени T, двигаясь с постоянным ускорением $a_{\parallel} = \dfrac{q\vec{E}}{m}$ из состояния покоя, шаг винтовой линии увеличивается так, что $h_1 : h_2 : h_3 : \ldots : h_n = 1 : 3 : 5 : \ldots : (2n - 1)$.

4.2.21. Заряженная частица движется по окружности радиусом $R = 10$ мм в однородном магнитном поле с модулем индукции $B = 0{,}10$ Тл. Параллельно магнитному полю возбуждено электрическое поле с модулем напряженности $E = 100$ В/м. Определить время Δt действия электрического поля, в течение которого кинетическая энергия частицы увеличивается в 2 раза.

Решение:

Радиус окружности, по которой движется заряженная частица в магнитном поле с индукцией *B*, равен $R = \dfrac{m\upsilon_0}{qB}$,

где m – масса частицы, q – заряд, υ_0 – ее скорость.

Скорость частицы $\upsilon_0 = \dfrac{qBR}{m}$. (1)

Сила Лоренца, действующая на частицу при движении ее в магнитном поле $\vec{B} \perp \vec{\upsilon}_0$, не изменяет скорости частицы, а следовательно, ее кинетической энергии $W_0 = \dfrac{m\upsilon_0^2}{2}$. Возникшее электрическое поле напряженностью $\vec{E}$ ($\vec{E} \upuparrows \vec{B}$) сообщает частице ускорение

$$a = \frac{qE}{m} \quad (\vec{a} \upuparrows \vec{E}\text{, но } \vec{a} \perp \vec{\upsilon}_0). \tag{2}$$

Тогда скорость частицы через промежуток времени Δt станет равной $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}\Delta t$ или $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + (a\Delta t)^2$. Так как кинетическая энергия станет равной, с одной стороны, $W = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$, с другой по условию задачи $W = 2W_0 = 2\dfrac{m\upsilon_0^2}{2}$. Из этих двух формул видно, что

$$\upsilon^2 = 2\upsilon_0^2 = \upsilon_0^2 + a^2\Delta t^2 \Rightarrow \upsilon_0^2 = a^2\Delta t^2 \text{ или } \Delta t = \frac{\upsilon_0}{a}. \tag{3}$$

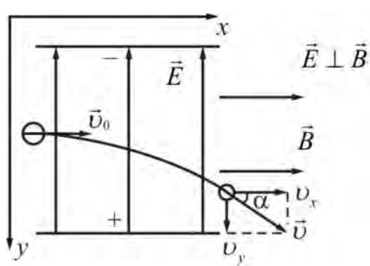
Подставим (1) и (2) в (3), получим время действия электрического поля

$$\Delta t = \frac{qBRm}{mqE} = \frac{BR}{E} = 10^{-5}\text{ с} = 10\text{ мкс.}$$

Ответ: 10 мкс.

4.2.22. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью υ_0 = 20 Мм/с. Длина пластин l = 0,1 м, напряженность электрического поля конденсатора E = 200 В/см. Из конденсатора электрон попадет в магнитное поле, линии магнитной индукции которого перпендикулярны вектору напряженности электрического поля конденсатора. Определить радиус и шаг винтовой линии, описываемой электроном в магнитном поле с индукцией B = 20 мТл.

Решение:



Вектор скорости $\vec{\upsilon}$, с которой электрон вылетает из конденсатора, будет направлен под некоторым углом α к линиям магнитной индукции, поэтому дальнейшее движение электрона будет проходить по винтовой линии.

Шаг h винтовой линии определится $h = \upsilon_{\parallel} T$, где $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$ – период обращения электрона по окружности, $\upsilon_{\parallel} = \upsilon_x = \upsilon_0$ – составляющая скорости, параллельная индукции магнитного поля $\vec{B}$.

$h = \dfrac{2\pi m \upsilon_0}{qB} \approx$ 36 · 10^{-3} м = 36 мм.

Радиус $R = \dfrac{m\upsilon_{\perp}}{qB}$, где $\upsilon_{\perp}$ – перпендикулярная вектору $\vec{B}$ составляющая скорости электрона $\vec{\upsilon}$, равная $\upsilon_{\perp} = \upsilon_{б} = at$, где $a = \dfrac{qE}{m}$ – ускорение электрона, $t = \dfrac{l}{\upsilon_0}$ – время его движения в конденсаторе.

$R = \dfrac{mqEl}{qBm\upsilon_0} = \dfrac{El}{B\upsilon_0} =$ 0,005 (м) = 5 мм.

Ответ: 36 мм; 5 мм.

Магнитный поток. Явление электромагнитной индукции. ЭДС индукции

4.2.23. Проволочный контур, имеющий форму равностороннего треугольника со стороной a = 20 см, помещен в однородное магнитное поле с индукцией B = 1,0 Тл так, что нормаль к плоскости контура составляет угол α = 60° с направлением поля. В некоторый момент времени индукция магнитного поля начинает равномерно уменьшаться до нуля. Определить время, в течение которого индукция магнитного поля уменьшается до нуля, если в контуре за это время возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ = 100 В.

Решение:

Из закона Фарадея для явления электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i = -\dfrac{\Delta \hat{O}}{\Delta t}$,

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока, равное $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$, Δt – время, в течение которого изменяется магнитный поток:

$\Phi_1 = B_1S\cos\alpha$, $\Phi_2 = B_2S\cos\alpha$, S – площадь проволочного контура в виде равностороннего треугольника, равная $S = \dfrac{a^2\cos 30°}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Из условия задачи $B_2 = 0 \Rightarrow \Phi_2 = 0$, тогда

$$\mathcal{E}_i = \frac{B_1S\cos\alpha}{\Delta t} = \frac{B_1a^2\sqrt{3}\cos\alpha}{4\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{B_1a^2\sqrt{3}\cos\alpha}{4E_i} = \frac{1\cdot 0{,}04\sqrt{3}\cdot 0{,}5}{4\cdot 100} =$$

$= 86 \cdot 10^{-6}$ с $= 86$ мкс.

Ответ: 86 мкс.

4.2.24. Плоский проволочный виток, имеющий площадь S и сопротивление R, находится в однородном магнитном поле с индукцией B. Направление вектора магнитной индукции перпендикулярно плоскости витка. Магнитное поле исчезает с постоянной скоростью за время t. Определить ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, силу индукционного тока I_i, заряд q, прошедший по витку, количество теплоты Q, выделившееся в витке за это время.

Решение:

$$\mathcal{E}_i = \left|-\frac{\Delta \hat{O}}{\Delta t}\right| = \left|-\frac{\Delta BS}{\Delta t}\right| = \frac{BS}{t};$$

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{BS}{tR};$$

$$q_i = I_i\Delta t = \frac{BS}{R};$$

$$Q = I_i^2Rt = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R}t = \frac{B^2S^2}{Rt}.$$

Ответ: $\dfrac{BS}{t}$; $\dfrac{BS}{tR}$; $\dfrac{BS}{R}$; $\dfrac{B^2S^2}{Rt}$

4.2.25. Проволочную катушку, содержащую N витков, помещают в однородное магнитное поле так, что линии индукции перпендикулярны плоскости витков. С помощью гибких проводников катушку подсоединяют к гальванометру. При быстром удалении катушки из магнитного поля по цепи протекает заряд q_i, измеряемый гальванометром. Определить индукцию магнитного поля B. Все витки имеют одинаковую площадь. Полное сопротивление цепи равно R.

Решение:

$$q_i = I_i \Delta t = \frac{\mathcal{E}_i}{R}\Delta t = \frac{N\Delta BS\Delta t}{\Delta tR} = \frac{NBS}{R} \Rightarrow \text{индукция магнитного поля } B = \frac{q_i R}{NS}.$$

Ответ: $\frac{q_i R}{NS}$

4.2.26. Из плоского проволочного витка, имеющего сопротивление R, один раз медленно, другой – в три раза быстрее выдвигают магнит. Одинаковую ли работу совершает внешняя сила, выдвигающая магнит?

Решение:

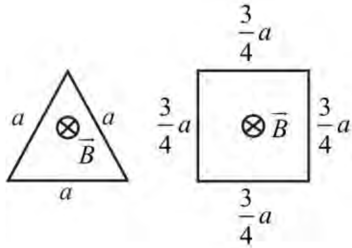
При изменении магнитного потока через проводящий контур в нем возникает ЭДС индукции, модуль которой прямо пропорционален скорости изменения магнитного потока $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Следовательно, возникающие ЭДС индукции отличаются в три раза.

Работа внешних сил равна $A = q\mathcal{E}_i$, где q – заряд, возникающий в витке, определяемый только изменением магнитного потока $q = \frac{\Delta\Phi}{R}$. Отсюда с увеличением скорости изменения магнитного потока в 3 раза увеличивается и работа внешних сил в 3 раза.

Ответ: неодинаковую

4.2.27. Плоская рамка в форме равностороннего треугольника со стороной a = 0,6 м помещена в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,2 мТл так, что линии магнитной индукции перпендикулярны плоскости рамки. Определить количество теплоты, выделяющееся в рамке, если ее преобразовать в квадрат. Рамка выполнена из медной проволоки сечением $S_{пр}$ = 1 мм^2. Считать, что за время изменения конфигурации рамки Δt = 5 с тепло выделялось равномерно.

Решение:



При изменении конфигурации рамки длина (периметр) провода рамки не изменяется. Тогда $3a = 4l$, где l – сторона полученного квадрата, равная $l = \frac{3}{4}a$. Площадь поверхности, охватываемой треугольным контуром со стороной a, $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ становится равной для квадратного контура $S_2 = \left(\frac{3}{4}a\right)^2$.

Так как однородное магнитное поле не меняется, то магнитный поток пронизывающий контур $\Phi = BS\cos\alpha$ (здесь $\alpha = 0$ или $180°$, $|\cos\alpha| = 1$) изменяется только за счет изменения площади контура

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \left(\frac{3}{4}a\right)^2 - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2}{16}(9 - 4\sqrt{3}).$$

Изменение магнитного потока $\Delta\Phi = B\frac{a^2}{16}(9 - 4\sqrt{3})$.

Возникающая в этом контуре ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = \left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|-\frac{Ba^2(9 - 4\sqrt{3})}{16\Delta t}\right|.$$

Индукционный ток в замкнутом контуре из закона Ома $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$, где $R = \rho\frac{3a}{S_{\text{пр}}}$ – сопротивление контура, ρ – удельное сопротивление медного проводника.

Тогда количество теплоты Q, выделяющееся в рамке, согласно закону Джоуля-Ленца

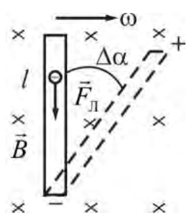
$$Q = I_i^2 R\Delta t = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R}\Delta t = \left(-\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right)^2 \frac{\Delta t}{R} = \frac{B^2 a^4 (9-4\sqrt{3})^2 S_{ïð}}{\Delta t \rho 3a16^2} =$$

$$= \frac{B^2 a^3 (9-4\sqrt{3})^2 S_{ïð}}{768\Delta t \rho} = 5{,}93 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \approx 0{,}6 \text{ нДж.}$$

Ответ: 0,6 нДж.

4.2.28. В однородном магнитном поле с индукцией B = 10 мТл вращается металлический стержень длиной l = 0,3 м с постоянной угловой скоростью ω = 50 рад/с так, что ось вращения проходит через один из концов стержня и параллельна линиям магнитной индукции. Определить разность потенциалов, возникающую на концах стержня.

Решение:

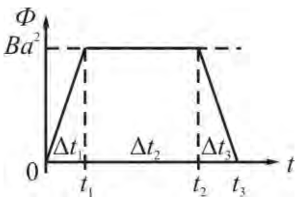


Разность потенциалов на концах стержня вызвана действием сил Лоренца на свободные заряды (электроны), находящиеся в металлическом стержне. Так как стержень вращается с постоянной угловой скоростью и пересекает линии магнитной индукции под прямым углом, то электроны под действием силы Лоренца $\vec{F}_Л$ начинают перемещаться вдоль стержня к одному из его концов (как показано на рисунке). Смещение электронов происходит до тех пор, пока напряженность возникшего электрического поля внутри проводника не достигнет такого значения, при котором силы электрического отталкивания уравновесят силы Лоренца.

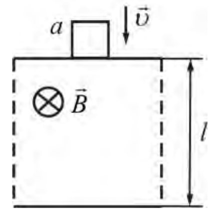
В результате на одном из концов оказывается избыток электронов, на другом – недостаток, и между концами стержня возникает постоянная разность потенциалов Δφ, равная ЭДС индукции, т. е. $\Delta\varphi = \mathcal{E}_i = \left|-\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right|$, где $\Delta \Phi$ – магнитный поток, пронизывающий поверхность площадью ΔS, пересекаемую стержнем за время Δt. Вращение стержня происходит перпендикулярно линиям индукции магнитного поля, поэтому $\Delta \Phi = B\Delta S$.

Как видно из рисунка, ΔS равна площади сектора, описанной стержнем $\Delta S = \frac{\Delta\varphi l^2}{2} = \frac{\omega l^2 \Delta t}{2}$ (угол поворота стержня $\Delta\alpha = \omega\Delta t$).

Тогда $\Delta \Phi = \frac{B\omega l^2 \Delta t}{2}$, а $\Delta\varphi = \mathcal{E}_i = \frac{B\omega l^2}{2} = 22{,}5 \cdot 10^{-3}$ В = 22,5 мВ.

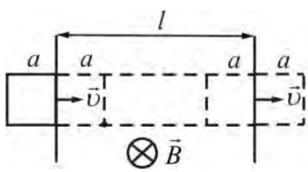


Ответ: 22,5 мВ.



4.2.29. Квадратную рамку со стороной a = 2 мм проносят с постоянной скоростью υ = 10 см/с через область магнитного поля с индукцией B = 1 Тл шириной l = 1 см. Сопротивление рамки R = 0,02 Ом. Построить график зависимости от времени ЭДС индукции, возникающей в рамке при ее движении, и определить количество теплоты, выделяющееся в рамке при движении.

Решение:



Рассмотрим процесс прохождения рамки через область магнитного поля с индукцией B.

По мере вхождения в поле в течение времени $\Delta t_1 = t_1 = \dfrac{a}{\upsilon}$ магнитный поток через рамку увеличивается. Далее в течение времени $\Delta t_2 = \dfrac{l - 2a}{\upsilon}$ магнитный поток через рамку остается постоянным. Придя к границе поля, рамка начинает в течение времени $\Delta t_3 = \dfrac{a}{\upsilon}$ выходить из поля и магнитный поток через рамку уменьшается до нуля.

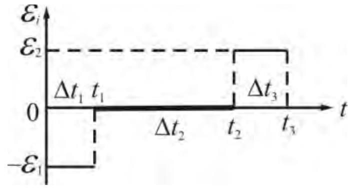
Представим график зависимости магнитного потока через рамку от времени ее движения в магнитном поле.

Максимальный магнитный поток через контур рамки $\Phi_{max} = Ba^2$, где $S = a^2$ – площадь рамки. Изменение магнитного потока приводит к появлению в контуре ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Там, где поток увеличивается $\Delta\Phi > 0$, $\mathcal{E}_i < 0$; где поток уменьшается $\Delta\Phi < 0$, $\mathcal{E}_i > 0$; где $\Delta\Phi = 0$, $\mathcal{E}_i = 0$. Представим график зависимости $\mathcal{E}_i$ от времени движения рамки в поле

$$|\mathcal{E}_1| = |\mathcal{E}_2| = \left|-\frac{Ba^2}{\Delta t}\right| = |-Ba\upsilon|,$$

где $\frac{a}{\Delta t} = \upsilon$ – скорость движения рамки.



$$\left.\begin{aligned} \Delta t_1 &= \frac{2\cdot10^{-3}}{10\cdot10^{-2}} = 0{,}02 \text{ с};\\ \Delta t_2 &= \frac{10^{-2}\cdot2\cdot2\cdot10^{-3}}{10\cdot10^{-2}} = 0{,}06 \text{ с};\\ \Delta t_3 &= \Delta t_1 = 0{,}02 \text{ с}\end{aligned}\right\}$$

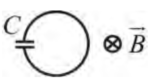
$t_1 = 0{,}02$ с; $t_2 = 0{,}08$ с; $t_3 = 0{,}1$ с.
$|\mathcal{E}_1| = |\mathcal{E}_2| = 2\cdot10^{-3}\cdot10\cdot10^{-2} =$
$= 20\cdot10^{-5}$ В = 0,2 мВ.

Количество теплоты, выделившееся в процессе движения рамки, равно

$$Q = 2\frac{\mathcal{E}_1^2}{R}\Delta t = 2\frac{(Ba\upsilon)^2}{R}\cdot\frac{a}{\upsilon} = 2\frac{B^2a^3\upsilon}{R} = 0{,}08\cdot10^{-6} \text{ Дж} = 0{,}08 \text{ мкДж}.$$

Ответ: 0,2 мВ; 0,08 мкДж.

4.2.30. Проволочный виток замкнут на обкладки конденсатора и помещен в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны к плоскости витка. Индукция магнитного поля равномерно растет со скоростью $\Delta B/\Delta t = 0{,}5$ Тл/с. Емкость конденсатора $C = 100$ мкФ. Площадь поля, охватываемая витком, $S = 200$ см^2. Определить заряд на обкладках конденсатора.



Решение:

При изменении магнитного поля через проводящий контур в нем возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, определяемая из закона Фарадея скоростью изменения магнитного потока $\Delta\Phi/\Delta t$, т. е.

$$\mathcal{E}_i = \left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|-\frac{\Delta B}{\Delta t}S\right|.$$

Заряд на обкладках конденсатора

$$q = C\mathcal{E} = C\left|-\frac{\Delta B}{\Delta t}S\right|.$$

$q = 100\cdot10^{-6}\,0{,}5\cdot200\cdot10^{-4} = 10^{-6}$ Кл = 1 мкКл.

Ответ: 1 мкКл.

4.2.31. Однослойная катушка с диаметром каркаса d = 2 см содержит N = 1 000 витков провода. К концам катушки подключен конденсатор емкостью C = 20 мкФ. Данную катушку помещают в однородное магнитное поле, параллельное ее оси, индукция которого равномерно изменяется со скоростью $\frac{\Delta B}{\Delta t} =$ 0,1 Тл/с. Определить заряд конденсатора q и его электрическую энергию W.

Решение:

$$q_i = C\mathcal{E}_i;\ W = \frac{C\mathcal{E}_i^2}{2} = \frac{q_i^2}{2C}.$$

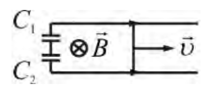
$$\mathcal{E}_i = \left| -N\frac{\Delta B}{\Delta t}S \right| = \left| -N\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\frac{\pi d^2}{4} \right|$$

$$q_i = CN\frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\frac{\pi d^2}{4} = 6{,}28\cdot 10^{-7}\ \text{Кл} \approx 630\ \text{нКл};$$

$$W = CN^2\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2\frac{\pi^2 d^4}{32} = 9{,}9\cdot 10^{-9}\ \text{Дж} = 9{,}9\ \text{нДж}.$$

Ответ: 630 нКл; 9,9 нДж.

4.2.32. По двум параллельным проводникам, находящимся друг от друга на расстоянии l = 0,5 м, перемещают перемычку с постоянной скоростью υ = 10 м/с. Между проводниками включены последовательно два конденсатора, причем отношение их емкостей $n = C_2/C_1$ = 1,5. Вся система находится в постоянном однородном магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости, в которой лежат проводники. Определить индукцию магнитного поля $\vec{B}$, если напряжение на конденсаторе C_2 оказывается равным U_2 = 0,5 В.



Решение:

При последовательном соединении конденсаторов заряды на каждом из них будут одинаковыми $q_1 = q_2 = q$ и равными $q = C_1U_1 = C_2U_2 \Rightarrow$ $\Rightarrow U_1 = \frac{C_2}{C_1}U_2$. Тогда напряжение на конденсаторах будет равно сумме напряжений на каждом из них $U = U_1 + U_2 = U_2\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = U_2(1+n)$ и равно ЭДС индукции, возникающей в контуре, состоящем из конденсаторов и движущейся перемычки.

Из закона Фарадея ЭДС индукции

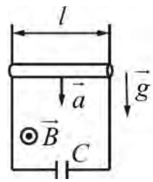
$$\mathcal{E}_i = \left| -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| -\frac{Bl\upsilon\Delta t}{\Delta t} \right| = Bl\upsilon .$$

Тогда $U_2(1+n) = Bl\upsilon$. Отсюда искомая индукция B магнитного поля равна

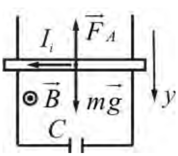
$$B = \frac{U_2(1+n)}{l\upsilon} = \frac{0{,}5(1+1{,}5)}{0{,}5\cdot 10} = 0{,}25 \text{ Тл.}$$

Ответ: 0,25 Тл.

4.2.33. Горизонтальный проводящий стержень массой m и длиной l может скользить без трения по двум вертикальным проводящим стержням, соединенным внизу конденсатором емкостью C. Однородное магнитное поле с индукцией B перпендикулярно плоскости падения стержня. Определить ускорение стержня. Электрическим сопротивлением цепи пренебречь.



Решение:



В металлическом стержне, движущемся в магнитном поле, как показано на рисунке, возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = Bl\upsilon$. При этом в цепи протекает ток $I_i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{C\mathcal{E}_i}{\Delta t} = \frac{CBl\upsilon}{\Delta t}$, направленный в стержне справа налево. На стержень с током в магнитном поле начинает действовать сила Ампера, направленная вертикально вверх и равная $F_A = I_i lB = \frac{CB^2l^2\upsilon}{\Delta t}$.

Из второго закона Ньютона в проекции на ось Oy: $mg - F_A = ma$ или

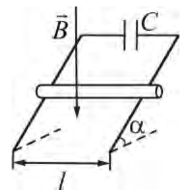
$$mg - \frac{CB^2l^2\upsilon}{\Delta t} = ma .$$

Если учесть, что мгновенная скорость стержня $\upsilon = at$, то

$mg = (m + CB^2l^2)a \Rightarrow$ ускорение стержня $a = \frac{mg}{m+CB^2l^2}$.

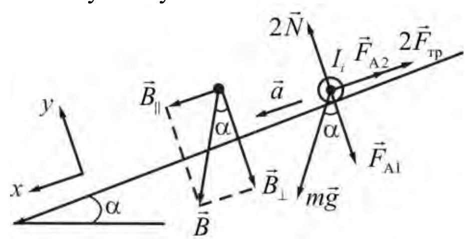
Ответ: $\frac{mg}{m+CB^2l^2}$

4.2.34. По двум металлическим стержням, установленным параллельно друг другу на расстоянии l = 0,5 м и под углом α = 45° к горизонту, скользит под действием силы тяжести проводящая перемычка массой m = 0,1 кг. Стержни замкнуты конденсатором емкостью C = 400 мкФ. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл, силовые линии которого вертикальны. Определить установившееся ускорение перемычки, если коэффициент трения между перемычкой и каждым из стержней μ = 0,2. Электрическим сопротивлением стержней и перемычки пренебречь.



Решение:

Посмотрим на систему сбоку.



При скольжении проводника в магнитном поле помимо сил тяжести $m\vec{g}$, реакции двух опор $2\vec{N}$, двух сил трения $\vec{F}_{тр}$, начинает действовать сила Ампера, потому что в металлической перемычке возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, приводящая к появлению индукционного тока

$$I_i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{C\mathcal{E}_i}{\Delta t}, \tag{1}$$

где $\Delta q = C\mathcal{E}_i$ – заряд на конденсаторе; $\mathcal{E}_i = Bl\upsilon\cos\alpha$. (2)

Направление индукционного тока показано на рисунке. Для нахождения силы Ампера разложим вертикальный вектор магнитной индукции $\vec{B}$ на две составляющие: одна $B_{\perp}$ – перпендикулярная наклонной плоскости, другая $B_{\parallel}$ – параллельная ей. Обе составляющие оказываются перпендикулярны скользящей металлической перемычке. Каждая составляющая вызывает появление силы Ампера: перпендикулярная $B_{\perp} - F_{A2}$ (против движения перемычки); параллельная $B_{\parallel} - F_{A1}$ (перпендикулярно стержням).

Воспользовавшись вторым законом Ньютона в проекциях на оси, указанные на рисунке, имеем

Ox: $mg\sin\alpha - F_{A2} - 2F_{тр} = ma$;

Oy: $2N - F_{A1} - mg\cos\alpha = 0$.

$$2F_{тр} = \mu 2N = (mg\cos\alpha + F_{A1})\mu. \qquad (3)$$

$$mg\sin\alpha - F_{A2} - \mu(mg\cos\alpha + F_{A1}) = ma. \qquad (4)$$

$$F_{A1} = I_i l B_{\parallel} = \frac{C\mathcal{E}_i}{\Delta t} lB\sin\alpha = \frac{CB^2l^2\upsilon\sin\alpha\cos\alpha}{\Delta t}; \qquad (5)$$

$$F_{A2} = I_i l B_{\perp} = \frac{C\mathcal{E}_i}{\Delta t} lB\cos\alpha = \frac{CB^2l^2\upsilon\cos\alpha}{\Delta t}. \qquad (6)$$

Подставим (5) и (6) в (4) и с учетом того, что $\upsilon = a\Delta t$, где a – искомое установившееся ускорение перемычки, находим

$$mg\sin\alpha - CB^2l^2a\cos^2\alpha - \mu mg\cos\alpha - \mu CB^2l^2a\sin\alpha\cos\alpha = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{m + CB^2l^2\cos\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)} \approx 5{,}60 \text{ м/с}^2.$$

При расчете ускорения можно пренебречь в знаменателе выражением $CB^2l^2\cos\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$ ввиду его малости.

Ответ: 5,60 м/с^2.

4.2.35. По двум металлическим рельсам, замкнутым на сопротивление R = 20 Ом без трения со скоростью υ = 8 м/с движется металлическая перемычка длиной l = 0,25 м. Система помещена в однородное

магнитное поле с индукцией B = 0,6 Тл, вектор индукции $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости рельс. Определить силу, которую необходимо приложить для равномерного движения перемычки, ЭДС, возникающую при движении перемычки, силу тока в цепи I, мощность, выделяющуюся на проводнике сопротивлением R. Сопротивлением рельсов и перемычки пренебречь.

Решение:

При движении перемычки в магнитном поле изменяется магнитный поток Φ, пронизывающий проводящий контур. Изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ обусловлено в условиях данной задачи изменением площади ΔS, охватываемой контуром.

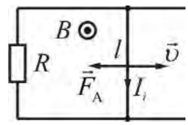
Если $\Phi = BS\cos\alpha$, α – угол между направлениями вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к площади контура, в данном случае

$\alpha = 0°$ или $180°$ и $|\cos\alpha| = 1$, тогда $\Delta\Phi = B\Delta S = Bl\upsilon\Delta t$ ($\Delta S = l\upsilon\Delta t$ – изменение площади проводящего контура).

а) Любое изменение магнитного потока через проводящий контур приводит к появлению в контуре ЭДС индукции E_i, которая согласно закону Фарадея равна скорости изменения магнитного потока

$$\mathcal{E}_i = \left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|-\frac{Bl\upsilon\Delta t}{\Delta t}\right| = Bl\upsilon .$$

б) Если проводящий контур замкнут, то при наличии ЭДС индукции в контуре возникает электрический ток, согласно закону Ома для замкнутой цепи, равный



$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{Bl\upsilon}{R} .$$

в) Возникающий индукционный ток, направление которого указано на рисунке, приводит к появлению силы Ампера, действующей на проводник с током в магнитном поле и равной в данном случае $F_A = I_i lB\sin 90°$ (угол 90° между направлениями тока в проводнике и вектора $\vec{B}$). Сила Ампера $F_A = \dfrac{B^2l^2\upsilon}{R}$ и направлена согласно правилу левой руки влево, как изображено на рисунке.

Тогда для равномерного движения перемычки со скоростью υ необходимо приложить к перемычке силу

$$F = F_A = \frac{B^2l^2\upsilon}{R} .$$

г) Мощность, выделяющаяся на проводнике сопротивлением R,

$$P = I_i^2 R = \frac{\mathcal{E}_i^{\,2}}{R} = \frac{B^2l^2\upsilon^2}{R} .$$

$\mathcal{E}_i = 1{,}2$ В; $I_i = 0{,}06$ А; $F = 9$ мН; $P = 72$ мВт.

Ответ: 72 мВт

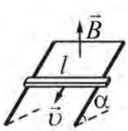


Рис. 1

4.2.36. Металлический стержень массой m и сопротивлением R может скользить без трения по двум параллельным замкнутым проводящим рельсам, находящимся на расстоянии l друг от друга и наклоненным под углом α к горизонту. Индукция B магнитного поля направлена вертикально вверх.

а) Какая тормозящая сила F, направленная вверх вдоль рельсов, действует на стержень?

б) Какова установившаяся скорость скольжения стержня?

Сопротивлением рельсов и замыкающего их проводника пренебречь.

Решение:

При движении металлического стержня в магнитном поле на его концах возникает разность потенциалов $\Delta\varphi$, равная ЭДС индукции $\Delta\varphi = E_i = B_{\perp} l \upsilon$, где $B_{\perp}$ – перпендикулярная проводнику и направлению его движения составляющая магнитного поля индукции $\vec{B}$.

Посмотрим на движущийся стержень сбоку.

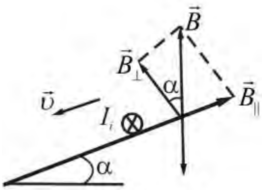


Рис. 2

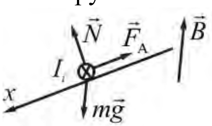
Разложив вектор $\vec{B}$ на две составляющие, видим, что $B_{\perp} = B\cos\alpha$, составляющая $B_{\parallel}$ в возникновении $\mathcal{E}_i$ участия не принимает. Таким образом, возникшая $\mathcal{E}_i = Bl\upsilon\cos\alpha$.

Так как контур (см. рис. 1) замкнут, то в нем с возникновением $\mathcal{E}_i$ возникает и индукционный ток, сила которого из закона Ома для замкнутой цепи равна

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{Bl\upsilon\cos\alpha}{R}.$$

Направление тока определяем по правилу левой руки: направление четырех вытянутых пальцев левой руки совпадает с направлением движения стержня, линии индукции магнитного поля входят в ладонь, большой отогнутый на 90° палец указывает движение положительных частиц в стержне, которое совпадает с направлением тока в нем. На рисунке 2 указано направление индукционного тока за плоскость рисунка.

Дальнейшие рассуждения позволяют сказать, что на стержень с током в магнитном поле начинает действовать сила Ампера $F_{\text{А}} = I_i l B_{\perp} = \dfrac{B^2 l^2 \upsilon \cos^2\alpha}{R}$, направление которой определяется по правилу левой руки.



Как видно, сила направлена вверх вдоль рельсов и препятствует движению стержня, т. е. тормозящая сила $F = F_{\text{А}} = \dfrac{B^2 l^2 \upsilon}{R}\cos^2\alpha$.

Для нахождения установившейся скорости движения стержня воспользуемся условием: векторная сумма всех сил, действующих на тело, должна быть равна 0.

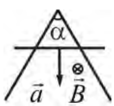
На стержень действуют три силы: тяжести $m\vec{g}$, Ампера $\vec{F}_{\text{A}}$ и реакции опоры $\vec{N}$. Рассмотрим проекции этих сил на ось Ox, направленную вниз вдоль рельсов:

Ox: $mg\sin\alpha - F_{\text{A}} = 0$ или

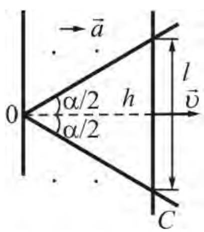
$$mg\sin\alpha = \frac{B^2l^2\upsilon}{R}\cos^2\alpha \Rightarrow \text{установившаяся скорость } \upsilon = \frac{mgR\sin\alpha}{B^2l^2\cos^2\alpha}.$$

Ответ: $\dfrac{B^2l^2\upsilon}{R}\cos^2\alpha$; $\dfrac{mgR\sin\alpha}{B^2l^2\cos^2\alpha}$

4.2.37. Провод согнут под углом $\alpha = 60°$ и находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл. По сторонам угла с его вершины начинает скользить с постоянным ускорением $a = 2{,}5$ м/с^2 проводящая перемычка. Вектор индукции $\vec{B}$ перпендикулярен перемычке и биссектрисе угла α. Определить ЭДС индукции, возникающую в замкнутом контуре через время $t = 0{,}4$ с после начала движения перемычки, и силу тока, индуцируемого в контуре, если сопротивление единицы длины контура $\Delta R/\Delta l = 1$ Ом/м.



Решение:



1-й способ решения

Через промежуток времени t длина перемычки, замыкающей провода OA и OC, станет равной $l = 2h\,\text{tg}\dfrac{\alpha}{2}$, где $h = \dfrac{at^2}{2}$ – высота получаемого ΔOAC,равная ускоренному перемещению перемычки за время t.

Тогда $l = at^2\,\text{tg}\dfrac{\alpha}{2}$. (1)

Так как и длина перемычки в процессе движения меняется от 0 до l, и скорость ее изменяется от 0 до $\upsilon = at$, (2)

то ЭДС индукции, возникающая в таком контуре, равна

$$\mathcal{E}_i = |-Bl_{\text{ñð}}\upsilon_{\text{ñð}}| = \left|-\frac{Bl\upsilon}{4}\right|, \quad (3)$$

где $l_{ср} = \dfrac{l}{2}$ и $\upsilon_{ср} = \dfrac{\upsilon}{2}$ – средние значения длины перемычки и ее скорости. С учетом выражений (1) и (2)

$$\mathcal{E}_i = \left| -\frac{Bat^2 at \operatorname{tg}(\alpha/2)}{4} \right| = \left| -\frac{Ba^2 t^3 \operatorname{tg}(\alpha/2)}{4} \right| = 0{,}017 \text{ В} = 17 \text{ мВ}.$$

2-й способ решения

Согласно закону Фарадея для электромагнитной индукции ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ равна скорости изменения магнитного потока. Модуль ЭДС индукции равен $\mathcal{E}_i = \left| -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$. Но так как перемычка движется в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, то изменение потока $\Delta \Phi$ происходит за счет изменения площади ΔS контура от 0 до $S = \dfrac{lh}{2} = \dfrac{a^2 t^4 \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}}{4}$ (см. способ 1). Если время $\Delta t = t$, то $\mathcal{E}_i = \left| -\dfrac{B\Delta S}{\Delta t} \right| = \left| -\dfrac{Ba^2 t^4 \operatorname{tg}(\alpha/2)}{t} \right| = \left| -Ba^2 t^3 \operatorname{tg}(\alpha/2) \right|$.

Получаем тот же результат $\mathcal{E}_i = 0{,}017$ В = 17 мВ.

Воспользовавшись законом Ома для замкнутой цепи, определим силу тока, индуцируемого в контуре: $I_i = \mathcal{E}_i/R_0$, где R_0 – общее сопротивление контура, которое определится как $R_0 = \dfrac{\Delta R}{\Delta l} l_0$, где l_0 – длина всего проводящего контура *OAC*.

Определим $l_0 = 2AC + l$, где *AC* – сторона треугольника через время t, l – как уже указывалось выше, длина перемычки в контуре в этот момент времени. Итак, $l = at^2 \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}$,

$$AC = \frac{h}{\cos(\alpha/2)} = \frac{at^2}{2\cos(\alpha/2)} \Rightarrow l_0 = at^2 \left(\operatorname{tg}(\alpha/2) + \frac{1}{\cos(\alpha/2)} \right) =$$

$$= \frac{at^2 (1 + \sin(\alpha/2))}{\cos(\alpha/2)}.$$

Общее сопротивление контура $R_0 = \dfrac{\Delta R a t^2 (1+\sin(\alpha/2))}{\Delta l \cos(\alpha/2)}$.

Сила тока

$$I_i = \frac{Ba^2t^3\,\mathrm{tg}(\alpha/2)\cos(\alpha/2)}{\dfrac{\Delta R}{\Delta l}at^2(1+\sin(\alpha/2))} = \frac{Ba^2t^3\sin(\alpha/2)}{\dfrac{\Delta R}{\Delta l}(1+\sin(\alpha/2))} = 0{,}1\ \text{А} = 100\ \text{мА}.$$

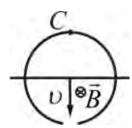
Ответ: 17 мВ; 100 мА.

Примечание. Если изменить условие задачи: перемычку перемещать поступательно с постоянной скоростью υ, то модуль ЭДС индукции будет равен

$\mathcal{E}_i = |-B\upsilon^2\mathrm{tg}(\alpha/2)|$, так как $l = 2\upsilon t\,\mathrm{tg}\,(\alpha/2)$, а $l_{\text{ср}} = \dfrac{l}{2} = \upsilon t\,\mathrm{tg}(\alpha/2)$.

Индукционный ток $I_i = \dfrac{B\upsilon\sin(\alpha/2)}{\dfrac{\Delta R}{\Delta l}(1+\sin(\alpha/2))}$.

4.2.38. Провод, имеющий форму незамкнутой окружности радиуса $R = 1{,}0$ м, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 32$ мТл. По проводу с постоянной скоростью $\upsilon = 4{,}0$ м/с перемещают проводящую перемычку так, что вектор скорости $\vec{\upsilon}$ перпендикулярен направлению линий индукции магнитного поля и перемычке. В начальный момент времени перемычка касалась провода в некоторой его точке C. Определить ЭДС индукции в образовавшемся замкнутом контуре через время $t = 0{,}25$ с после начала движения.



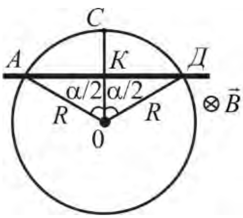
Решение:

Сразу обратим внимание на то, что через время t, двигаясь со скоростью υ, перемычка, перемещается на расстояние $l = \upsilon t = 4{,}0 \cdot 0{,}25 = 1{,}0$ м, равное радиусу окружности R.

В этом случае из закона Фарадея для электромагнитной индукции модуль ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = \left|-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$, где $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ – скорость изменения магнитного потока $\Delta\Phi$ за время Δt. Так как нормаль к контуру совпадает с направлением вектора $\vec{B}$ ($\cos 0° = 1$) или антинаправлена ($|\cos 180°| = 1$), то магнитный поток изменяется только за счет изменения площади проводящего контура, образованного перемычкой и частью кольцевого провода: $\Delta\Phi = B\Delta S$.

Для данного случая $\Delta S = \dfrac{\pi R^2}{2}$, так как перемычка окажется в положении горизонтального диаметра, и площадь, охватываемая контуром, окажется равной половине площади круга.

Из всего сказанного $\mathcal{E}_i = \left|-\dfrac{B\pi R^2}{2t}\right| \approx$ 0,20 В.



Примечание. Если же перемычка за некоторое время t = 0,2 с окажется в положении $AKD < R$, то изменение площади контура равно площади сегмента $ACDKA$, которая находится $S = \dfrac{1}{2}R^2\left(\dfrac{\pi\alpha}{180°} - \sin\alpha\right)$, где α – угол между радиусами окружности, направленными на точки A и D касания перемычки с этой окружностью. Определим этот угол из тригонометрических соображений

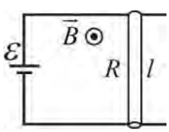
$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{KO}{R} = \frac{R - CK}{R} = \frac{R - \upsilon t}{R} = 0,2 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 78{,}46°, \text{тогда } \alpha = 156{,}92°.$$

Площадь сегмента S окажется равной S = 1,17 м^2, ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = \frac{BR^2\left(\dfrac{\pi\alpha}{180°} - \sin\alpha\right)}{2t} \approx 0,20\ \hat{\text{A}}.$$

Определить площадь сегмента можно, рассчитав площади сектора $S_{OACDO} = \dfrac{\pi R^2\alpha}{360°}$ и треугольника $S_{OAD} = \dfrac{1}{2}AD\,KO = AK\,KO$, а затем искомую площадь сегмента $S = S_{OACDO} - S_{OAD}$, результат получается одинаковый.

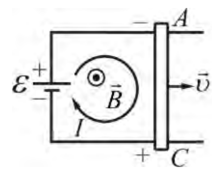
Ответ: 0,20 В



4.2.39. Стержень длиной l = 1 м и сопротивлением R = 1 Ом поместили в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл под углом α = 90° к силовым линиям поля. Стержень подключен к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$ = 2 В. С какой скоростью и в каком направлении следует перемещать стержень, чтобы через него не шел ток? Какой силы ток будет в стержне, если его перемещать в противоположную сторону с той же скоростью?

Решение:

При движении стержня в магнитном поле ($\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$) в стержне возникает ЭДС индукции, равная по модулю $\mathcal{E}_i = Bl\upsilon$. В замкнутом контуре будут существовать два источника тока. Согласно закону Ома для замкнутой цепи: сила тока прямо пропорциональна алгебраической сумме ЭДС в цепи и обратно пропорциональна ее общему сопротивлению. То есть в данном случае $I = \dfrac{\mathcal{E} \pm \mathcal{E}_i}{R}$.

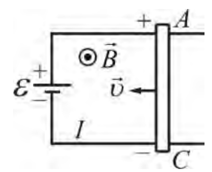


Выберем движение стержня вправо.

Потенциал точки A окажется отрицательным, точки C – положительным.

Таким образом в направлении тока оба источника включены последовательно и сила тока

$$I_2 = \frac{\mathcal{E} + Bl\upsilon}{R} \neq 0.$$



Поменяем направление движения стержня. Потенциалы точек поменяли знаки, источники оказываются включены навстречу друг другу и сила тока I_1 в контуре может быть равна 0:

$I_1 = \dfrac{\mathcal{E} - Bl\upsilon}{R} = 0$, т. е. такая ситуация возникнет при движении стержня влево со скоростью

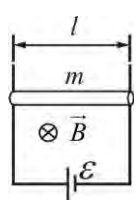
$$\upsilon = \frac{\mathcal{E}}{Bl} = 20 \text{ м/с}.$$

Если стержень перемещать вправо с такой скоростью, то сила тока I_2 будет равна

$$I_2 = \frac{2 + 0{,}1 \cdot 1 \cdot 20}{1} = 4 \text{ А}.$$

Ответ: 20 м/с; 4 А.

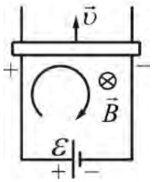
4.2.40. Горизонтальный проводник массой m и длиной l может скользить по двум вертикальным проводящим стержням без нарушения электрического контакта. Стержни разведены на расстояние l друг от друга и соединены внизу



источником тока, ЭДС которого равна $\mathcal{E}$. Перпендикулярно плоскости движения создано постоянное однородное магнитное поле с индукцией B. Определить установившуюся скорость, с которой будет подниматься проводник. Сопротивление проводника R. Сопротивлениями стержней и источника тока, а также трением пренебречь.

Решение:

Если проводник движется в магнитном поле, в нем возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = Bl\upsilon$. Сила тока в контуре определяется из закона Ома:



$$I = \frac{\mathcal{E} - Bl\upsilon}{R}. \tag{1}$$

На подвижный проводник с током действует сила Ампера $F_A = IlB$, направленная вертикально вверх, и сила тяжести, направленная вниз. Поскольку требуется определить установившуюся скорость движения, то

$F_A = mg$ или

$$IlB = mg. \tag{2}$$

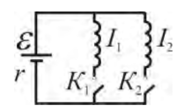
Подставим вместо I в (2) выражение (1):

$$\frac{\mathcal{E} - Bl\upsilon}{R} lB = mg \Rightarrow \upsilon = \frac{\mathcal{E}Bl - mgR}{B^2l^2}.$$

Ответ: $\dfrac{\mathcal{E}Bl - mgR}{B^2l^2}$.

Индуктивность. ЭДС самоиндукции. Энергия магнитного поля

4.2.41. Две катушки индуктивности L_1 и L_2 подключены через ключи K_1 и K_2 к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r. Сопротивлениями катушек индуктивности пренебречь. После того, как замкнули ключ K_1 и ток через катушку L_1 достиг значения I_0, замыкают ключ K_2. Определить установившиеся токи через катушки.



Решение:

Пусть искомые установившиеся токи через катушки L_1 и L_2 станут равными I_1 и I_2. Если пренебречь сопротивлением катушек, то сумма этих токов равна току короткого замыкания источника, т. е.

$$I_1 + I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r}. \tag{1}$$

Тогда изменение тока ΔI_1 в первой катушке L_1 равно $\Delta I_1 = I_1 - I_0$, а во второй катушке L_2 изменение тока $\Delta I_2 = I_2$. После замыкания ключа K_2

напряжения на катушках одинаковы и равны ЭДС самоиндукции, возникающей в них:

$$L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = L_2 \frac{\Delta I_2}{\Delta t} \text{ или } L_1(I_1 - I_0) = L_2 I_2. \quad (2)$$

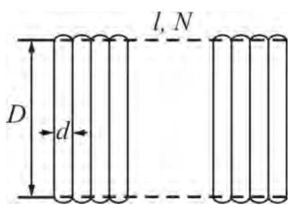
Решая систему двух уравнений (1) и (2) определим значения установившихся токов:

$$L_1(I_1 - I_0) = L_2\left(\frac{\mathcal{E}}{r} - I_1\right) \Rightarrow I_1 = \frac{L_2 \frac{\mathcal{E}}{r} + L_1 I_0}{L_1 + L_2}; \; I_2 = \frac{L_1\left(\frac{\mathcal{E}}{r} - I_0\right)}{L_1 + L_2}.$$

Ответ: $\frac{L_2 \frac{\mathcal{E}}{r} + L_1 I_0}{L_1 + L_2}$; $\frac{L_1\left(\frac{\mathcal{E}}{r} - I_0\right)}{L_1 + L_2}$.

4.2.42. Определить число витков провода диаметром d = 0,4 мм с очень тонкой изоляцией, вплотную намотанных на картонный цилиндр диаметром D = 2 см, если полученная таким образом однослойная катушка (соленоид) имеет индуктивность L = 1 мГн.

Решение:



Индуктивность соленоида

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l},$$

где μ = 1 магнитная проницаемость среды (для воздуха μ = 1), $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, l – длина катушки, $S = \frac{\pi D^2}{4}$ – площадь поперечного сечения катушки, N – число витков катушки.

Как видно из рисунка, длина катушки $l = Nd$, где d – диаметр провода, намотанного на катушку в один слой. Учитывая все сказанное, индуктивность катушки

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi D^2}{4Nd} = \frac{\mu_0 N \pi D^2}{4d} \Rightarrow N = \frac{4dL}{\mu_0 \pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{4\pi^2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 10^3.$$

Ответ: 1 000.

4.2.43. При изменении силы тока в соленоиде от I_1 = 2,5 А до I_2 = 14,5 А его магнитный поток увеличился на $\Delta\Phi$ = 2,4 мВб. Соленоид имеет N = 800 витков. Определить среднюю ЭДС самоиндукции, которая возникает в нем, если изменение силы тока происходит в течение времени Δt = 0,15 с, и изменение энергии магнитного поля в соленоиде.

Решение:

При изменении силы тока в соленоиде, изменяется магнитный поток через него. Любое изменение магнитного потока через контур приводит к появлению в контуре ЭДС, в данном случае ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{si} = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = 10 \text{ В}.$$

Так как энергия магнитного поля $W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2}$, то ее изменение $\Delta W = \frac{L(I_2^2 - I_1^2)}{2}$, где L – индуктивность соленоида. Магнитный поток через соленоид $\Phi = LI$. Тогда

$$\Delta W = \frac{(LI_2^2 - LI_1^2)}{2} = \frac{(LI_2 - LI_1)(I_2 + I_1)}{2} = \frac{\Delta\Phi(I_2 + I_1)}{2} =$$

= 0,021 Дж = 21 мДж.

Ответ: 10 В; 21 мДж.

4.2.44. Определить индуктивность соленоида, в котором при равномерном увеличении тока на ΔI = 2 А энергия магнитного поля увеличивается на $\Delta W = 10^{-2}$ Дж. Средняя сила тока в цепи I = 5 А.

Решение:

Изменение силы тока $\Delta I = I_2 - I_1$. (1)

Среднее значение силы тока $\langle I \rangle = \frac{I_1 + I_2}{2}$. (2)

Изменение энергии магнитного поля катушки

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{LI_2^2}{2} - \frac{LI_1^2}{2} = \frac{L}{2}(I_2 - I_1)(I_2 + I_1).$$

С учетом (1) и (2) $\Delta W = L\Delta I \langle I \rangle \Rightarrow L = \dfrac{\Delta W}{\Delta I \langle I \rangle} = 10^{-3}$ Гн.

Ответ: 10^{-3} Гн.

4.2.45. Соленоид имеет N = 1000 витков провода и длину l = 0,5 м. Площадь поперечного сечения соленоида S = 10 см^2. Определить магнитный поток внутри соленоида и энергию магнитного поля, если сила тока в соленоиде I = 10 А.

Решение:

$\Phi = LI$;

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} \Rightarrow \Phi = \frac{\mu_0 N^2 S I}{l} \approx 25 \text{ мВб}.$$

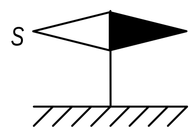
$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0 N^2 S I^2}{2l} = \frac{\Phi I}{2} = 0{,}126 \text{ Дж} = 126 \text{ мДж}.$$

Ответ: 25 мВб; 126 мДж.

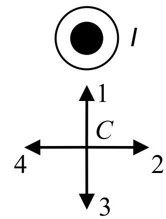
4.3. Задачи для самостоятельного решения

Магнитная индукция. Магнитное поле проводника с током

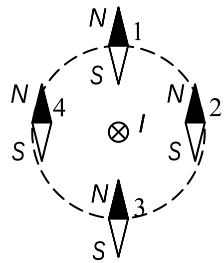
1. Внесенная в однородное магнитное поле магнитная стрелка установилась, как показано на рисунке. Каково направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ этого поля? (слева направо)



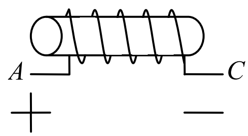
2. Какое из указанных на рисунке направлений совпадает с направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$ поля прямого тока I в точке C? (направление 2)



3. Какая магнитная стрелка не изменит свою ориентацию при включении тока I в прямом проводнике? (стрелка 4)



4. Определить северный и южный полюсы катушки с током, изображенной на рисунке. (Слева – южный, справа – северный)



5. Определить сиу тока I в прямом проводе, находящемся в воздухе, если на расстоянии r = 10 см от его оси магнитная индукция $B = 4 \cdot 10^{-6}$ Тл. (I = 2 А)

6. Определить индукцию B магнитного поля, если на прямоугольную рамку с током I = 5 А, состоящую из N = 100 витков и помещенную в это поле, действует максимальный вращательный момент M = 0,003 Н·м. Размеры рамки 20×30 мм^2. (B = 0,01 Тл)

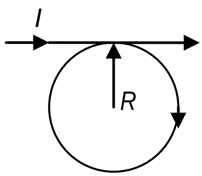
7. Чему равна индукция B магнитного поля в центре кругового проволочного витка радиусом R = 10 см, расположенного в воздухе, при протекании по нему тока I = 5 А? (B = 31,4 мкТл)

8. Соленоид, по которому течет ток силой I = 8 А, содержит N = 80 витков на l = 20 см длины. Чему равна индукция магнитного поля B на оси соленоида? (B = 4 мТл)

Принцип суперпозиции магнитных полей

9. Два прямолинейных длинных проводника расположены в вакууме на расстоянии r = 1 м друг от друга. Сила тока в первом проводнике I_1 = 8 А, во втором – I_2 = 20 А. Чему равна индукция B магнитного поля в точке, расположенной посередине между проводниками, если токи направлены в противоположные стороны? (B = 11,2 мкТл)

10. По двум длинным параллельным проводам, находящимся в вакууме на расстоянии r = 10 см друг от друга, текут в одном направлении равные токи силой I = 10 А. Чему равна индукция B магнитного поля в точке, удаленной на расстоянии r_1 = 6 см от одного провода и r_2 = 8 см от другого? (B = 42 мкТл)

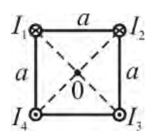


11. Прямой провод с током I имеет виток радиусом R, как показано на рисунке. Определить индукцию B магнитного поля в центре витка.

$$\left(B = \frac{\mu_0 I(\pi + 1)}{2\pi R} \right)$$

12. Ось Oz декартовой прямоугольной системы координат направлена вдоль оси проводящего стрежня с током по направлению тока. Ось Oy сонаправлена линиям индукции внешнего однородного магнитного поля с индукцией $B_0 = 7 \cdot 10^{-7}$ Тл. Чему равен модуль индукции B магнитного поля в точке с координатами (20 см; 0 см; 0 см), если сила тока в стержне I = 0,3 А? ($B = 7 \cdot 10^{-7}$ Тл)

13. По четырем длинным прямым параллельным проводникам, расположенным в вершинах квадрата со стороной a = 30 см в воздухе, протекают равные токи силой I = 10 А в направлениях, указанных на рисунке. Определить модуль индукции B магнитного поля в центре квадрата. (B = 27 мкТл)

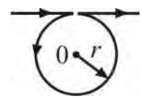


14. Силы токов в длинных параллельных проводниках, расположенных в воздухе на расстояниях r = 3 см друг от друга, $I_1 = I_2$ и $I_3 = I_1 + I_2$. Определить положение x прямой, в каждой точке которой индукция магнитного поля $\vec{B}$, создаваемого этими тремя токами, равна нулю. Все токи текут в одном направлении. (x = 1,83 см от проводника с током I_3)

15. Два круговых витка расположены в вакууме во взаимно перпендикулярных плоскостях так, что их центры совпадают. Радиусы витков одинаковы и равны R, сила тока в витках одинакова и равна I.

Определить модуль индукции B магнитного поля в центре витков. $\left(B = \dfrac{\mu_0 I\sqrt{2}}{2R}\right)$

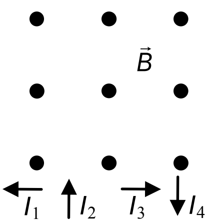
16. Прямой бесконечный провод, по которому течет ток I, имеет виток, как показано на рисунке. Во сколько k раз индукция B магнитного поля в точке O при этом отличается от индукции B_1 магнитного поля прямого тока в той же точке? (k = 2,14)



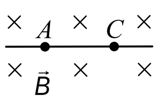
Сила Ампера

17. По проволоке диной l = 1 м проходит ток силой I = 20 А. Проволока расположена под углом α = 60° к направлению линий однородного магнитного поля с индукцией B = 0,1 Тл. Определить модуль силы $\vec{F}$, действующей на проволоку. (F = 1,73 Н)

18. На проводник длиной l = 50 см с током I = 2 А в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл действует сила F = 0,05 Н. Определить угол α между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции. (α = 30°)



19. В магнитном поле поочередно вносятся токи I_1, I_2, I_3 и I_4, направления которых указаны на рисунке. В каком случае сила $\vec{F}$, действующая на проводник с током со стороны магнитного поля, направлена вертикально вниз? (I_3)



20. По проводнику AC протекает постоянный ток. Проводник помещен в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны проводнику. Как направлена сила Ампера, действующая на проводник, если потенциал точки A больше потенциала точки C? (Вертикально вверх)

21. Во сколько k раз изменится модуль силы F, действующей на прямой проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, если угол между проводником и линиями магнитной индукции увеличить от $\alpha_1 = 30°$ до $\alpha_2 = 60°$? (Увеличится в $k = \sqrt{3}$ раз)

22. Чему должна быть равна сила тока I в прямолинейном проводнике, помещенном в однородное магнитное поле перпендикулярно к линиям индукции, чтобы он висел, не падая, если масса 1 м его длины m = 3 кг, а индукция магнитного поля B = 20 Тл? (I = 1,5 А)

23. В однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B = 0,25 Тл горизонтально подвешен на двух нитях прямолинейный проводник массой m = 40 г и длиной l = 20 см. Какова сила тока I в проводнике, если нити отклонились на угол $\beta = 45°$ от вертикали? Массой нитей пренебречь. (I = 8 А)

24. Прямолинейный проводник длиной l = 2 м с током I = 4,5 А помещен в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,5 Тл перпендикулярно к линиям магнитной индукции. Проводник сместился на расстояние s = 20 см. Вычислите работу A сил поля при указанном смещении проводника с током. (A = 0,9 Дж)

25. Прямой проводник длиной l = 20 см и массой m = 50 г подвешен горизонтально на двух легких нитях в однородном магнитном поле, вектор индукции которого направлен горизонтально и перпендикулярно проводнику. Какой силы ток I надо пропустить через проводник, чтобы одна из нитей разорвалась? Индукция поля B = 50 мТл. Каждая нить разрывается при нагрузке F_{max} = 0,4 Н. (I = 30 А)

26. Горизонтальный проводник длиной l = 10 см расположен перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. При напряжении на проводнике U = 100 В сила Ампера уравновешивает силу тяжести. Чему равна плотность D проводника, если его удельное сопротивление $\rho = 10^{-5}$ Ом · м, а индукция магнитного поля B = 1 мТл? (D = 10 000 кг/м^3)

27. Прямой проводник, расположенный перпендикулярно линиям магнитной индукции, при пропускании по нему тока силой I = 1 А приобрел ускорение a = 2 м/с^2. Площадь поперечного сечения проводника

S = 1 мм^2, плотность материала проводника ρ = 2 500 кг/м^3. Чему равен модуль индукции B однородного магнитного поля? Силу тяжести не учитывать. (B = 5 мТл)

28. Проводник с током I длиной l, находящийся в перпендикулярном магнитном поле с индукцией B, согнут пополам так, что угол между половинами α = 60°. Найти модуль силы F, действующей на проводник. $\left(F = \dfrac{IBl}{2}\right)$

29. Проводник с током I длиной l, находящийся в перпендикулярном магнитном поле с индукцией B, согнут под углом α = 60° в отношении 1 : 3. Найти модуль силы F, действующей на проводник. $\left(F = \dfrac{IBl\sqrt{7}}{4}\right)$

30. Проводник с током лежит на горизонтальной поверхности стола в магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны направлению тока в проводнике. Определить массу m проводника, если при одном направлении тока в проводнике сила давления его на поверхность стола F_1 = 15 Н, а при изменении направления тока на противоположное – F_2 = 10 Н. (m = 1,25 кг)

31. Проволочная квадратная рамка массой m = 10 г может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из сторон. Рамка находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл. При какой минимальной силе тока I рамка будет неподвижна, и ее плоскость будет составлять с вертикалью угол α = 45°? Сторона рамки a = 10 см. (I = 5 А)

32. Квадратная проволочная рамка может вращаться вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из сторон. Когда по рамке идет ток силой I = 5 А, она отклонена от вертикали на угол α = 30°. Определить модуль индукции B однородного магнитного поля, в котором расположена рамка, если площадь сечения проволоки S = 4 мм^2, а ее плотность ρ = 8 600 кг/м^3. (B = 0,08 Тл)

33. На горизонтальных рельсах, расстояние между которыми $l = 60$ см, перпендикулярно рельсам лежит стержень. Определить минимальную силу тока I, которую надо пропустить по стержню, чтобы он начал двигаться. Рельсы и стержень находятся в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B = 60 мТл. Масса стержня m = 0,5 кг, коэффициент трения стержня о рельсы μ = 0,1. (I = 14 А)

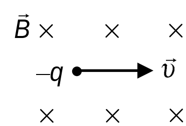
34. Стержень лежит перпендикулярно рельсам, расстояние между которыми l = 50 см. Рельсы составляют с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Какой должна быть минимальная индукция B однородного магнитного поля, перпендикулярного плоскости рельсов, чтобы стержень начал двигаться: а) вниз; б) верх при пропускании по нему тока силой I = 40 А? Масса стержня m = 1 кг, коэффициент трения стержня о рельсы μ = 0,6. (B = 9,6 мТл; 0,5 Тл)

35. В двухпроводной линии электропередачи, расположенной в воздухе, сила постоянного тока I = 5 А. Чему равно расстояние r между проводами, если каждый участок одного провода линии длиной l = 1 м взаимодействует с другим проводом с силой, модуль которой F = 10 мкН? (r = 50 см)

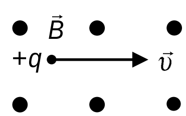
36. Из проволоки массой m = 50 кг изготовили квадратную рамку со стороной a = 10 см и положили ее на горизонтальную поверхность. Параллельно двум сторонам рамки создали магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл. Какой силы ток I надо пропустить по рамке, чтобы одна из сторон начала приподниматься? (I = 25 А)

Сила Лоренца

37. Отрицательный заряд q влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям поля. Как направлена сила $\vec{F}$, действующая на заряд? (Вертикально вниз)



38. Протон влетает в магнитное поле перпендикулярно вектору $\vec{B}$ магнитной индукции. Как следует направить электрическое поле, чтобы протон продолжал двигаться по прямолинейной траектории? (Вер-



тикально вниз)

39. Электрон движется в вакууме в однородном магнитном поле с индукцией $B = 5 \cdot 10^{-3}$ Тл, со скоростью $\upsilon = 10^4$ км/с, направленной перпендикулярно линиям индукции $\vec{B}$. Определить модуль силы $\vec{F}$, действующей на электрон, и радиус окружности R, по которой он движется. Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. ($F = 8 \cdot 10^{-15}$ Н; $R = 10^{-2}$ м)

40. Электрон с кинетической энергией $W = 45$ кэВ движется по круговой орбите, лежащей в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции ($B = 0{,}325$ Тл). Определить радиус орбиты, период и частоту обращения электрона. (2,2 мм; $1{,}1 \cdot 10^{-10}$ с; $9{,}1 \cdot 10^9$ с$^{-1}$)

41. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi = 600$ В, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл и движется по окружности. Найти радиус R этой окружности. Масса протона $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. ($R = 1{,}2$ см)

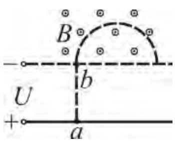
42. Однозарядный положительный ион никеля ^{58}Ni ускоряется разностью потенциалов $U = 3$ кВ и попадает в масс-спектограф с индукцией магнитного поля, равной $B = 0{,}12$ Тл. Определить радиус кривизны r его орбиты в спектографе, и на сколько отличаются радиусы кривизны r и R ионов изотопов ^{58}Ni и ^{58}Ni. (0,5 м; 9 мм)

43. Электрон и протон с одинаковой скоростью влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Во сколько k раз радиус R_p окружности протона больше радиуса R_e окружности электрона? Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг; масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. ($k = 1\,835$)

44. Электрон и протон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов $\Delta\varphi$, влетают в однородное магнитное поле и движутся по окружностям. Во сколько k раз радиус R_p окружности протона больше радиуса R_e окружности электрона? Масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг, масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. ($k = 43$)

45. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Тл. Определить период T вращения электрона. ($T = 3$ нс)

46. Два протона с различными кинетическими энергиями $W_{к2} = 4\ W_{к1}$ движутся по окружностям в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. Чему равно отношение T_1/T_2 их периодов вращения? ($T_1/T_2 = 1$)



47. В масс-спектографе заряженные частицы ускоряются на участке ab электрическим полем и, попав в постоянное магнитное поле с индукцией B, описывают окружность радиусом R. Найти удельный заряд частицы q/m, если ускоряющее напряжение равно U. Начальную скорость частицы считать равной нулю. ($2U/(RB)^2$)

48. Пучок ионов, состоящий из изотопов ^{6}Li и ^{7}Li, движущихся с одинаковыми скоростями, попадает в однородное магнитное поле масс-спектографа. Каков будет диаметр орбиты D_2 ионов ^{7}Li, если диаметр орбиты ионов ^{6}Li $D_1 = 15$ см? (17,5 см)

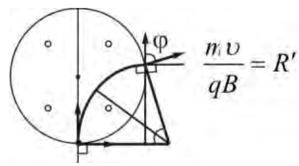
49. Частица массой $m = 6 \cdot 10^{-12}$ кг и зарядом $q = 0{,}3$ нКл движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ Тл по окружности. Кинетическая энергия частицы $W_к = 1$ мкДж. Какой путь s пройдет частица за промежуток времени, в течение которого скорость частицы изменит направление на противоположное? ($s = 3{,}6$ м)

50. Протон влетает в широкую полосу однородного магнитного поля индукции $B = 0{,}2$ Тл перпендикулярно линиям индукции и границам полосы. Кинетическая энергия $W = 3{,}2 \cdot 10^{-15}$ Дж. Определить путь, перемещение и время движения в магнитном поле, а также изменение импульса протона. (31,4 см; 20 см; 0,16 мкс; $6{,}5 \cdot 10^{-21}$ кг · м/с)

51. Однородное магнитное поле индукции $B = 50$ мТл создано в широкой и длинной полосе. Протон влетает в это поле под углом $\alpha = 45°$ к его

границе и перпендикулярно линиям магнитной индукции. Спустя какое время протон вылетит из поля? (0,31 мкс или 0,93 мкс)

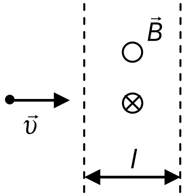
52. Однородное магнитное поле индукции B создано в области пространства, представляющей собой цилиндр, радиус поперечного сечения которого R. Линии магнитной индукции параллельны оси цилиндра. Частица массой m и зарядом q влетает в магнитное поле со скоростью υ. На какой угол φ изменится направление вектора скорости частицы после прохождения магнитного поля, если ее начальная скорость была направлена вдоль радиуса соответствующего сечения цилиндра? ($\varphi = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{RqB}{m\upsilon}\right)$)



53. Частица массой $m = 1{,}06 \cdot 10^{-23}$ кг и зарядом $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить изменение импульса частицы за время $t = 260$ мс, если ее скорость $\upsilon = 30$ км/с, а индукция магнитного поля $B = 800$ мкТл. ($6{,}1 \cdot 10^{-19}$ кг·м/с)

54. Протон массой $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг движется в магнитном поле с индукцией $B = 20$ мТл по дуге окружности радиусом $R = 20$ см. После вылета из магнитного поля он полностью тормозится электростатическим полем. Чему равна тормозящая разность потенциалов $\Delta\varphi$? ($\Delta\varphi = 766$ В)

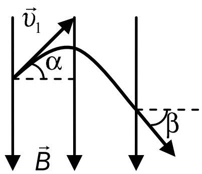
55. Электрон влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30°$ к силовым линиям магнитного поля с индукцией $B = 10^{-4}$ Тл. Расстояние от начального положения электрона до экрана $l = 40$ см. Сколько оборотов N сделает электрон, прежде чем он попадет на экран? Скорость электрона $\upsilon = 10^4$ м/с, масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. ($N = 129$)



56. Однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ мТл локализовано между двумя параллельными плоскостями, расстояние между которыми $l = 4{,}05$ мм. Какую скорость υ должен иметь электрон, чтобы он смог

пройти данную область? Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. ($\upsilon \geq 7{,}1 \cdot 10^5$ м/с)

57. Протон с кинетической энергией $W_к = 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Дж влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Какова должна быть минимальная протяженность l поля, чтобы оно изменило направление движения протона на противоположные? Масса протона $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. ($l = 14{,}5$ см)



58. Электрон влетает под углом $\alpha = 30°$ в область однородного магнитного поля шириной $l = 30$ см, а вылетает из поля под углом $\beta = 60°$. Скорость электрона $\upsilon = 100$ м/с. Определить модуль индукции B магнитного поля. ($B = 2{,}6 \cdot 10^{-9}$ Тл)

59. α-частица массой $m = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ кг движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл. Сила, действующая на частицу, равна $F = 3{,}2 \cdot 10^{-14}$ Н. Чему равен импульс α-частицы? ($3{,}3 \cdot 10^{-21}$ кг·м/с)

60. Протон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 8{,}36$ мкТл перпендикулярно линиям поля. С какой угловой скоростью ω он будет вращаться? Заряд протона $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. ($\omega = 801$ рад/с)

61. Два иона, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетели в однородное магнитное поле. Первый начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ см, второй – по окружности радиусом $R_2 = 2{,}5$ см. Заряд второго иона в $n = 2$ раза больше, чем заряд первого. Во сколько k раз масса первого иона больше массы второго? ($k = 2$)

62. Протон со скоростью $\upsilon = 60$ км/с влетает в область пространства с сонаправленными электрическим и магнитным полями перпендикулярно силовым линиям этих полей. Определить модуль напряженности E электрического поля, если индукция магнитного поля $B = 0{,}1$ Тл, а начальное ускорение протона $a = 10^{12}$ м/с^2. Отношение заряда протона к его массе считать равным $q/m = 10^8$ Кл/кг. ($E = 8$ кВ/м)

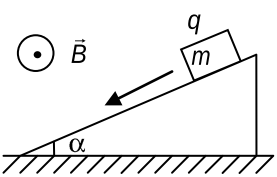
63. С какой постоянной скоростью υ движется прямолинейно электрон во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях, если модули напряженности электрического поля $E = 0{,}6$ кВ/м, а индукции магнитного поля $B = 3$ мТл? ($\upsilon = 2 \cdot 10^5$ м/с)

64. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 4$ мТл со скоростью $\upsilon = 2{,}5 \cdot 10^6$ м/с так, что вектор его скорости составляет угол $\alpha = 30°$ с направлением поля. Определить радиус R витков траектории электрона и расстояние s, которое электрон пройдет вдоль линии магнитной индукции за $n = 3$ витка. Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. ($R = 1{,}78$ мм; $s = 38{,}7$ мм)

65. Электрон движется в однородном магнитном поле по спирали диаметром $d = 8$ см и шагом $h = 20$ см. Индукция магнитного поля $B = 5$ мТл. Определить модуль скорости υ электрона. Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. ($\upsilon = 4{,}48 \cdot 10^7$ м/с)

66. Электрон начинает двигаться по окружности в сонаправленных электрическом ($E = 200$ В/м) и магнитном ($B = 100$ мТл) полях. Диаметр окружности $d = 20$ см. Через какой промежуток времени Δt кинетическая энергия электрона $W_к$ увеличится в 2 раза? ($\Delta t = 50$ мкс)

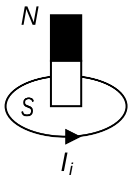
67. Положительно заряженный шарик массой $m = 2$ г подвешен на нити длиной $l = 10$ см в горизонтальном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл. Нить с шариком отклоняют в горизонтальное положение в плоскости, перпендикулярной полю, и отпускают. Чему равен заряд q шарика, если сила натяжения нити в нижней точке $F_н = 51{,}8$ мН? ($q = 10$ мКл)



68. Какую максимальную скорость υ разовьет положительно заряженное тело массой m, скользящее вниз по наклонной плоскости в магнитном поле с индукцией B? Заряд тела равен q. Магнитное поле направлено параллельно наклонной плоскости и перпендикулярно направлению движения тела. Угол наклона плоскости к горизонту α. Коэффициент трения тела о плоскость μ $(\mu < \mathrm{tg}\,\alpha)$. $\left(\upsilon = \dfrac{mg\ \mu\cos\alpha - \sin\alpha}{Bq\mu}\right)$

Магнитный поток. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца

69. Какой магнитный поток Φ пронизывает плоскую поверхность площадью S = 2,4 м^2, помещенную в однородное магнитное поле с индукцией B = 1,5 · 10^{-2} Тл? Плоская поверхность находится в воздухе и составляет с направлением силовых линий поля угол α = 30° (Φ = 18 мВб)



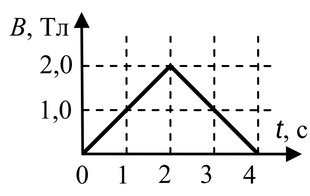
70. В каком направлении относительно замкнутого проводника необходимо двигать магнит, чтобы в проводнике возник электрический ток указанного направления? (Вертикально вверх)

71. Магнитный поток внутри катушки с числом витков N = 400 за время Δt = 0,2 с изменился от Φ_1 = 0,1 Вб до Φ_2 = 0,9 Вб. Определить ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ на зажимах катушки. ($\mathcal{E}_i$ = 1,6 кВ)

72. В однородном магнитном поле расположен виток, площадь которого S = 50 см^2. Плоскость витка составляет с направлением магнитного поля угол α = 30°. Чему равна ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающей в витке при выключении поля, если начальная индукция магнитного поля B_0 = 0,2 Тл уменьшается до нуля за время Δt = 0,08 с? ($\mathcal{E}_i$ = 23 мВ)

73. Проволочное кольцо радиусом r = 0,1 м лежит на столе. Какой заряд Δq пройдет по кольцу, если его расположить перпендикулярно плоскости стола? Вертикальная составляющая вектора индукции магнитного поля B = 0,5 · 10^{-4} Тл, сопротивление кольца R = 3,14 Ом. (Δq = 0,5 мкКл)

74. Проволочная рамка площадью S = 100 см^2 помещена в однородное магнитное поле. Зависимость модуля магнитной индукции B от времени представлена на графике. Плоскость рамки составляет угол α = 30° с направлением поля. Определить ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ в рамке в момент времени t = 3 с. ($\mathcal{E}_i$ = 1 мВ)

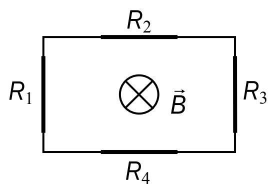


75. Металлическое кольцо радиусом r = 10 см расположено в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,2 Тл перпендикулярно силовым линиям поля. Сопротивление кольца R = 1 Ом. Определить заряд Δq, который пройдет по кольцу, если его перевернуть с одной стороны на другую. (Δq = 12,6мКл)

76. Однородное магнитное поле перпендикулярно плоскости медного кольца, имеющего диаметр D = 20 см и толщину d = 2 мм. С какой скоростью $\Delta B/\Delta t$ должна изменяться во времени индукция магнитного поля, чтобы в кольце возник индукционный ток I_i = 10 А? Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. ($\Delta B/\Delta t$ = 1,08 Тл/с)

77. Два замкнутых круговых проводника лежат в одной плоскости. При одинаковой скорости изменения во времени модуля индукции магнитного поля в них возникают ЭДС индукции $\mathcal{E}_{i1}$ = 0,15 В и $\mathcal{E}_{i2}$ = 0,6 В. Во сколько k раз длина второго проводника больше длины первого? (k = 2)

78. Плоский замкнутый контур собран из четырех проводников, сопротивления которых R_1 = 1 Ом, R_2 = 2 Ом, R_3 = 3 Ом и R_4 = 4 Ом. Контур помещен в однородное магнитное поле, линии магнитной индукции которого перпендикулярны плоскости контура. Модуль индукции изменяется по закону $B = At$, где A = 2 Тл/с. Чему равна площадь S контура, если на проводнике сопротивлением R_1 напряжение U_1 = 0,1 В? (S = 0,5 м^2)



79. Квадрат из проволоки, сопротивление которой R = 5 Ом, поместили в перпендикулярное магнитное поле с индукцией B = 0,2 Тл и деформировали его, не вынимая из поля, в прямоугольник с отношением сторон 1:3. При этом по контуру прошел заряд Δq = 4 мкКл. Какова длина l проволоки? (l = 8 см)

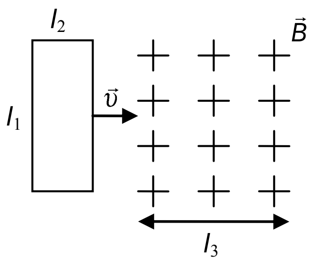
80. Квадратная рамка со стороной a = 60 см находится в магнитном поле с индукцией B = 1 мТл, линии которой перпендикулярны плоскости рамки. Затем рамку вытягивают в одну линию. Определить заряд Δq,

прошедший по рамке при изменении ее формы. Сопротивление единицы длины провода рамки $R/l = 0{,}01$ Ом/м. ($\Delta q = 15$ мКл)

81. В однородном магнитном поле находится обмотка, состоящая из $N = 1\,000$ витков квадратной формы. Направление линий поля перпендикулярно плоскости витков. Индукция поля равномерно изменяется на $\Delta B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл за время $\Delta t = 0{,}1$ с, в результате чего в обмотке выделяется количество теплоты $Q = 0{,}1$ Дж. Площадь поперечного сечения проводов обмотки $S = 1$ мм^2, их удельное сопротивление $\rho = 10^{-8}$ Ом·м. Определить сторону a квадрата ($a = 10$ см)

82. Магнитный поток через проволочную рамку с сопротивлением $R = 0{,}5$ Ом равномерно убывает до нуля от $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-2}$ Вб за время $\Delta t = 4$ с. Чему равно изменение внутренней энергии ΔU проволоки за это время? ($\Delta U = 2 \cdot 10^{-4}$ Дж)

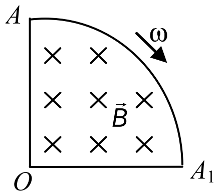
83. Величина вектора магнитной индукции изменяется по закону $B = (2 + 3t)$ мТл. В этом магнитном поле находится контур площадью $S = 1$ м^2 и сопротивлением $R = 2$ Ом. Чему равна мощность P индукционного тока в контуре? ($P = 4{,}5$ мВт)



84. Прямоугольную рамку, изготовленную из проволоки с сопротивлением $R = 1$ Ом, перемещают с постоянной скоростью через область однородного магнитного поля с индукцией $B = 0{,}5$ Тл. При какой скорости υ в рамке выделится количество теплоты $Q = 10^{-3}$ Дж, если $l_1 = 0{,}1$ м, $l_2 = 0{,}05$ м и $l_3 > l_2$? ($\upsilon = 4$ м/с)

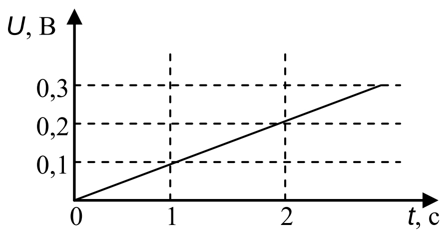
85. Горизонтальный металлический стержень длиной $l = 0{,}5$ м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов с частотой $\nu = 2$ об/с. Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ между концами стержня. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 5 \cdot 10^{-5}$ Тл. ($\Delta\varphi = 7{,}85 \cdot 10^{-5}$ В)

86. Проводящий стержень AO длиной l = 10 см равномерно вращают вокруг оси, проходящей через конец O в плоскости, перпендикулярной к линиям магнитной индукции. На сколько потенциал φ_A точки A отличается от потенциалов φ_O точки O, если модуль индукции B = 0,2 Тл, и за промежуток времени Δt = 2 с стержень поворачивается на угол $\Delta\varphi = 90°$ в направлении, указанном на рисунке? ($\varphi_A > \varphi_O$ на 0,8 мВ)



87. Самолет летит горизонтально со скоростью υ = 900 км/ч. Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$, возникающую между концами его крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли B = 50 мкТл, а размах крыльев самолета l = 12 м. ($\Delta\varphi$ = 150 мВ)

88. Прямолинейный проводник длиной l = 10 см перемещают в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл. Проводник, направления вектора его скорости $\vec{\upsilon}$ и вектор индукции $\vec{B}$ магнитного поля взаимно перпендикулярны. С каким ускорением a нужно перемещать проводник, чтобы разность потенциалов U на его концах возрастала, как показано на рисунке? (a = 10 м/с^2)

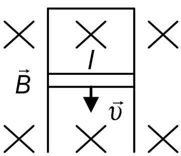


89. Сторона прямоугольного каркаса, имеющая длину l = 10 см, скользит со скоростью υ = 1 м/с по двум другим сторонам, оставаясь с ними в электрическом контакте. Плоскость прямоугольника перпендикулярна силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией B = 0,01 Тл. Чему равна сила тока I в прямоугольнике через t = 0,9 с после начала движения? Сопротивление единицы длины провода R/l = 1 Ом/м, в начальный момент времени площадь прямоугольника равна нулю. (I = 500 мкА)

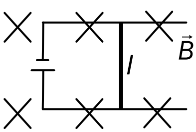
90. По П-образной рамке, наклоненной под углом $\alpha = 30°$ к горизонту и помешенной в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости рамки, начинает соскальзывать без трения перемычка массой

m = 30 г. Длина перемычки l = 10 см, ее сопротивление R = 2 мОм, индукция магнитного поля B = 0,1 Тл. Определить установившуюся скорость υ движения перемычки. Сопротивлением рамки пренебречь. (υ = 3 м/с)

91. По П-образной рамке, наклоненной к горизонту под углом, синус которого равен $\sin\alpha$ = 0,8, и помещенной в однородное вертикальное магнитное поле, соскальзывает перемычка массой m = 20 г. Длина перемычки l = 10 см, ее сопротивление R = 1,2 мОм, индукция поля B = 0,1 Тл, коэффициент трения между перемычкой и рамкой μ = 0,5. Определить установившуюся скорость υ движения перемычки. Сопротивлением рамки пренебречь. (υ = 2 м/с)



92. Проводящий контур представляет собой вертикальную П-образную конструкцию, по которой без трения и нарушения контактов скользит перемычка длиной l = 0,5 см и массой m = 1 г. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, перпендикулярном плоскости рамки. Установившаяся скорость движения перемычки υ = 1 м/с. Определить сопротивление R перемычки. Сопротивлением рамки пренебречь. (R = 0,4 мОм)



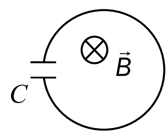
93. Проводник длиной l = 1 м и сопротивлением R = 2 Ом лежит на двух горизонтальных шинах, замкнутых на источник тока с ЭДС, равной $\mathcal{E}$ = 1 В. Вся конструкция находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл. Определить силу тока I в проводнике, если: 1) проводник покоится; 2) проводник движется вправо со скоростью υ = 4 м/с; 3) проводник движется влево с той же скоростью. В каком направлении и с какой скоростью υ_1 необходимо перемещать проводник, чтобы ток через него не протекал? Внутренним сопротивлением источника тока и сопротивлением шин пренебречь. (I_1 = 0,5 А; I_2 = 0,7 А; I_3 = 0,3 А; υ_1 = 10 м/с; влево)

94. Концы двух параллельных горизонтальных рельсов, находящихся на расстоянии l = 0,5 м друг от друга, замкнуты на резистор сопротивлением R = 1 Ом. Поперек рельсов расположен прямой проводник, который скользит по ним с постоянной скоростью υ = 4 м/с. Какое количе-

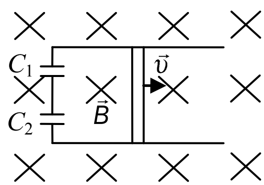
ство теплоты Q выделится в резисторе за время Δt = 10 с, если вся система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией
B = 0,05 Тл? Сопротивлением рельсов и проводника пренебречь, трение не учитывать. (Q = 0,1 Дж)

95. В вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B = 0,05 Тл на расстоянии l = 50 см друг от друга расположены два горизонтальных параллельных рельса, концы которых присоединены к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 2,2 В. На рельсах поперек них лежит горизонтальный проводник массой m = 200 г. Сопротивление проводника R = 1 Ом. С какой установившейся скоростью υ будет двигаться проводник, если коэффициент трения скольжения μ = 0,025? Сопротивление рельсов и внутреннее сопротивление источника не учитывать. (υ = 8 м/с)

96. Проволочный виток, замыкающий обкладки конденсатора, помещен в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости витка. Индукция магнитного поля равномерно изменяется со скоростью $\Delta B/\Delta t = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл/с. Емкость конденсатора C = 100 мкФ, площадь витка S = 200 см^2. Определить заряд q конденсатора ($q = 10^{-7}$ Кл)



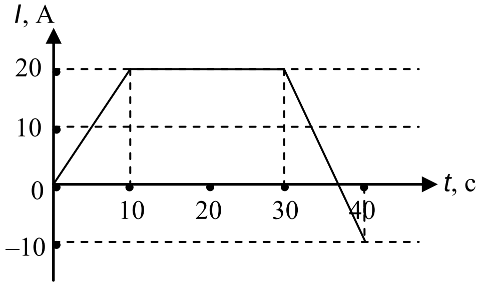
97. Два параллельных проводника соединены двумя конденсаторами, емкости которых C_1 = 4 мкФ и C_2 = 1 мкФ. По проводникам со скоростью υ = 5 м/с движется перемычка. Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 2 Тл. Определить заряд q на пластинах конденсаторов и разность потенциалов $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$ между пластинами каждого из них. Расстояние между параллельными проводниками l = 40 см. (q = 3,2 мкКл; $\Delta\varphi_1$ = 0,8 В; $\Delta\varphi_2$ = 3,2 В)



Индуктивность. ЭДС самоиндукции. Энергия магнитного поля

98. Если сила тока, текущего в соленоиде, изменяется на ΔI = 50 А за время Δt = 1 с, то на его концах возникает ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$ = 0,08 В. Определить индуктивность L соленоида. (L = 1,6 мГн)

99. Определить скорость изменения силы тока $\Delta I/\Delta t$ в катушке индуктивностью L = 200 мГн, если в ней возникла ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$ = 25 В. ($\Delta I/\Delta t$ = 125 А/с)



100. Определить ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$ в замкнутом контуре в момент времени t = 35 с, если индуктивность контура L = 0,05 Гн, а сила тока в нем изменяется по закону, указанному на графике. ($\mathcal{E}_{si}$ = 150 мВ)

101. По катушке с сопротивлением R = 5 Ом и индуктивностью L = 50 мГн идет ток силой I = 17 А. Каким будет напряжение U на концах катушки, если сила тока начнет возрастать со скоростью $\Delta I/\Delta t$ = 100 А/с? (U = 80 В)

102. Определить число N витков соленоида, если при скорости изменения силы тока $\Delta I/\Delta t$ = 0,02 А/с между его концами возникает разность потенциалов $\Delta\varphi$ = 2 В. Площадь поперечного сечения соленоида S = 5 см^2, а его длина l = 40 см. (N = 250)

103. На катушку радиусом r = 5 см намотано N = 80 витков провода, обладающего сопротивлением R = 30 Ом. С какой скоростью должна изменяться индукция пронизывающего катушку магнитного поля B, чтобы ток в обмотке I равнялся 4 А? (191 Тл/с)

104. Сила тока в контуре изменяется по закону $I = (25 + 150t)$ А, где t – время в секундах. Чему равна ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$ в контуре, если индуктивность контура L = 0,2 мГн? ($\mathcal{E}_{si}$ = 0,03 В)

105. Определить силу тока I в неподвижном проводящем контуре и энергию W созданного им магнитного поля, если индуктивность контура L = 0,2 мГн, а магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром Φ = 1 мВб. (I = 5 А; W = 2,5 мДж)

106. Энергия магнитного поля катушки с током, состоящей из $N = 10$ витков, равна $W = 100$ Дж. Чему равен магнитный поток Φ через витки катушки, если ее индуктивность $L = 4{,}5$ Гн? ($\Phi = 3$ Вб)

107. При увеличении силы тока в катушке в $k = 4$ раза энергия магнитного поля возросла на $\Delta W = 6{,}75$ Дж. Определить начальные значения силы тока I_0 и энергии W_0 магнитного поля катушки, если ее индуктивность $L = 0{,}1$ Гн. ($I_0 = 3$ А; $W_0 = 0{,}45$ Дж)

108. Соленоид сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 10$ мГн подключен к источнику постоянного напряжения. При размыкании цепи в соленоиде выделилось количество теплоты $Q = 2$ Дж. Чему равно напряжение U источника? ($U = 200$ В)

109. Определить индуктивность L неподвижной катушки с количеством витков $N = 100$, если при изменении силы тока в ней от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 25$ А магнитный поток через площадь ее поперечного сечения изменился на величину $\Delta\Phi = 0{,}01$ Вб. ($L = 0{,}05$ Гн)

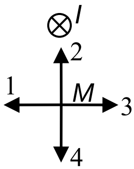
110. Сила тока в катушке $I = 10$ А. Индуктивность катушки изменяется по закону $L = (0{,}4 - 0{,}2t^2)$ Гн, где t – время в секундах. Чему равна ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$, возникающая в катушке в момент времени $t = 0{,}5$ с? ($\mathcal{E}_{si} = 2$ В)

111. Определить ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{\mathrm{si}}$ в катушке индуктивностью $L = 0{,}01$ Гн, если за время $\Delta t = 0{,}5$ с энергия магнитного поля равномерно уменьшилась в $k = 9$ раз. Первоначальное значение силы тока в катушке $I_0 = 15$ А. ($\mathcal{E}_{si} = 0{,}2$ В)

112. Индукция однородного магнитного поля внутри соленоида $B = 0{,}02$ Тл. Чему равна энергия W магнитного поля, сосредоточенного в объеме соленоида, равном $V = 80$ см^3? ($W = 12{,}7$ мДж)

113. Каковы электрическая $W_{\text{э}}$, магнитная $W_{\text{м}}$ и полная энергия W в объеме $V = 1$ м^3, где создано электрическое поле с напряженностью $E = 104$ В/м и магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл? ($4{,}4 \cdot 10^{-4}$ Дж; $4 \cdot 10^5$ Дж)

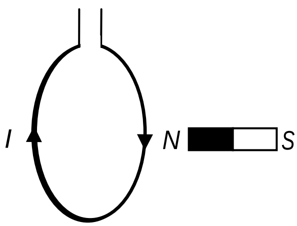
4.4. Тестовые задания



1. Вектор индукции $\vec{B}$ магнитного поля прямолинейного тока I в точке M совпадает по направлению с векторами:
$\boxed{1)}$ 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4;
5) в точке M магнитное поле не возникает.

2. Модуль вектора магнитной индукции B в точке, удаленной на расстояние r = 10 см от бесконечно длинного проводника, сила тока в котором I = 60 А, в вакууме равен:
1) 60 мкТл; 2) 90 мкТл; $\boxed{3)}$ 120 мкТл; 4) 180 мкТл; 5) 200 мкТл.

3. Круглый проводящий виток с током направленным, как показано на рисунке, свободно висит на проводящих проводах. Если перед витком поместить полосовой магнит, северный полюс которого обращен к витку, то виток:



1) оттолкнется от магнита;
$\boxed{2)}$ притянется к магниту;
3) повернется по часовой стрелке;
4) повернется против часовой стрелки;
5) останется неподвижным.

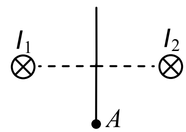
4. Если направление тока в круговом витке изменить на противоположное, то вектор магнитной индукции $\vec{B}$ витка с током повернется на угол α, равный:
1) 90°; $\boxed{2)}$ 180°; 3) 270°; 4) 360°; 5) 0°.

5. Круговой виток с током I = 0,5 А находится в вакууме. Если радиус витка R = 10 см, то модуль индукции B магнитного поля в центре витка равен:
1) $31{,}4 \cdot 10^{-6}$ Тл; 2) $10 \cdot 10^{-7}$ Тл; $\boxed{3)}$ $31{,}4 \cdot 10^{-7}$ Тл;
4) $10 \cdot 10^{-6}$ Тл; 5) $6{,}28 \cdot 10^{-7}$ Тл.

6. Два однородных магнитных поля, силовые линии которых взаимно перпендикулярны, накладываются друг на друга. Если модули векторов магнитной индукции этих полей соответственно равны B_1 = 0,08 Тл и

B_2 = 0,06 Тл, то модуль вектора индукции B результирующего магнитного поля равен:
1) 0,02 Тл; 2) 0,14 Тл; $\boxed{3)}$ 0,1 Тл; 4) 0,01 Тл; 5) 0,12 Тл.

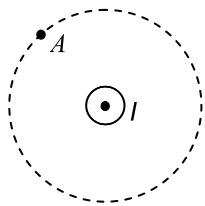
7. Магнитное поле создано двумя параллельными проводниками с равными токами $I_1 = I_2$. Если токи направлены так, как показано на рисунке, то модуль результирующего вектора магнитной индукции B в точке A направлен:

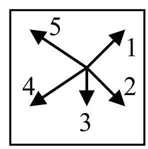


1) вверх; 2) вниз; 3) вправо; $\boxed{4)}$ влево; 5) от нас.

8. Плоский круговой виток радиусом R = 20 см расположен в однородном магнитном поле, модуль индукции которого B_0 = 20 мкТл, так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции. Если сила тока в витке I = 5 А, то максимальное значение модуля индукции $\vec{B}$ результирующего поля в центре витка равно:
1) 24 мкТл; 2) 28 мкТл; 3) 32 мкТл; $\boxed{4)}$ 36 мкТл; 5) 40 мкТл.

9. Направление индукции $\vec{B}$ магнитного поля, созданного длинным прямолинейным проводником с током I в точке A, обозначено цифрой:
1) 1; 2) 2; 3) 3; $\boxed{4)}$ 4; 5) 5.

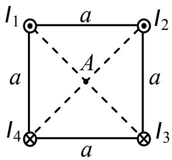




10. Максимальный момент сил, действующих на прямоугольную рамку с током силой I = 50 А в однородном магнитном поле, равен M = 1 Н·м. Если ширина рамки a = 0,1 м, а длина $в$ = 0,2 м, то модуль индукции B магнитного поля, в котором находится рамка, равен:
1) 0,1 Тл; $\boxed{2)}$ 1 Тл; 3) 0,5 Тл; 4) 0,01 Тл; 5) 0,05 Тл.

11. Максимальный момент сил, действующих на рамку площадью S = 1 см^2, состоящую из N = 100 витков провода, равен $M = 5 \cdot 10^{-2}$ Н·м. Если сила тока в рамке I = 1 А, то модуль индукции B магнитного поля, в котором находится рамка, равен:
1) 0,005 Тл; 2) 0,05 Тл; 3) 0,5 Тл; $\boxed{4)}$ 5 Тл; 5) 1 Тл.

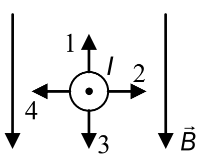
12. Соленоид длиной l = 80 см содержит N = 20 000 витков проволоки, сопротивление которой R = 100 Ом. Если к соленоиду приложено напряжение U = 12 В, то модуль индукции $\vec{B}$ магнитного поля внутри соленоида равен:
1) 1,6 мТл; 2) 3,2 мТл; $\boxed{3)}$ 3,8 мТл; 4) 7,6 мТл; 5) 8,6 мТл.



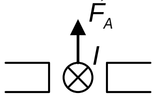
13. Поперечное сечение четырех прямолинейных проводников с токами показано на рисунке. Если в точке A модуль индукции магнитного поля каждого из проводников B = 25 мТл, то модуль индукции B_0 результирующего поля в этой точке равен:
1) 0 мТл; 2) 25 мТл; 3) 35 мТл;
4) 50 мТл; $\boxed{5)}$ 71 мТл.

14. Длинный тонкий прямолинейный проводник с током, сила которого I = 15 А, расположен в воздухе в однородном магнитном поле с индукцией B_0 = 40 мкТл. Если направление тока противоположно направлению линий индукции, то на расстоянии r = 10 см от проводника модуль индукции B результирующего поля равен:
$\boxed{1)}$ 70 мкТл; 2) 50 мкТл; 3) 40 мкТл; 4) 30 мкТл; 5) 10 мкТл.

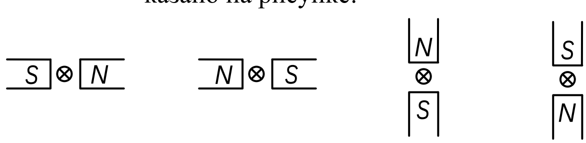
15. Единица измерения магнитной индукции B в системе СИ равна:
1) $\frac{\text{êã}}{\text{À}\cdot\text{ì}\cdot\text{ñ}^2}$; 2) $\frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{А}}$; 3) $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{А}\cdot\text{с}^2}$; $\boxed{4)}$ $\frac{\text{кг}}{\text{А}\cdot\text{с}^2}$; 5) $\frac{\text{кг}\cdot\text{с}}{\text{А}\cdot\text{м}}$.



16. Направлению силы Ампера, действующей на проводник с током в магнитном поле индукции $\vec{B}$, соответствует направление:
1) 1; $\boxed{2)}$ 2; 3) 3; 4) 4;
5) на проводник с током сила не действует.



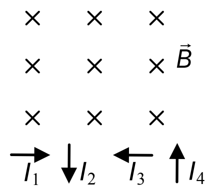
17. На горизонтально расположенный проводник с током действует сила Ампера $\vec{F}_A$, направленная вертикально вверх. Правильное положение магнитных полюсов показано на рисунке:



$\boxed{1)}$; 2) ; 3) ; 4) ;

5) среди ответов нет правильного.

18. В магнитное поле поочередно, вносятся токи I_1, I_2, I_3 и I_4, направления которых указаны на рисунке. Сила, действующая на проводник с током со стороны магнитного поля, направлена вертикально вверх для тока:

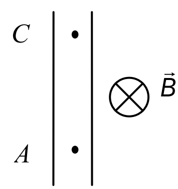


1) I_4; 2) I_3; 3) I_2; $\boxed{4)}$ I_1;
5) среди ответов нет правильного.

19. Прямолинейный проводник с током длиной l = 5 см перпендикулярен линиям индукции однородного магнитного поля. Если сила тока в проводнике I = 2 А, а сила, действующая на него F = 0,01 Н, то модуль индукции B магнитного поля равен:
1) 0,0001 Тл; 2) 0,001 Тл; $\boxed{3)}$ 0,1 Тл; 4)1 Тл; 5) 10 Тл.

20. Прямой провод длиной l = 20 см находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 1 Тл. Если сила тока в проводе I = 10 А, то наибольшее и наименьшее значение модуля силы F, действующей на провод, отличаются:
1) на 200 Н; $\boxed{2)}$ 2 Н; 3) 1 Н; 4) 20 Н; 5) 10 Н.

21. Прямой проводник с током помещен в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Если потенциал точки A больше потенциала точки C, то сила $\vec{F}$, действующая на проводник, направлена:



1) вверх; 2) вправо; 3) вниз; $\boxed{4)}$ влево;
5) по направлению вектора $\vec{B}$.

22. В горизонтальное магнитное поле с индукцией B = 50 мТл под углом α = 150° к силовым линиям поместили проводник массой m = 10 г. Если по проводнику пропускают электрический ток силой I = 10 А, и он находится в равновесии, то длина l проводника равна:
1) 0,3 м; $\boxed{2)}$ 0,4 м; 3) 0,5 м; 4) 0,6 м; 5) 0,7 м.

23. Прямолинейный проводник с током расположен под углом $\alpha = 30°$ к линиям индукции однородного магнитного поля. Если проводник повернуть так, чтобы линии магнитной индукции составляли с проводником угол $\varphi = 60°$, то сила F, действующая на проводник:
$\boxed{1)}$ увеличится в $\sqrt{3}$ раз; 2) увеличится в $\sqrt{2}$ раз;
3) уменьшится в 2 раза; 4) не изменится; 5) станет равной нулю.

24. Между полюсами электромагнита в горизонтальном магнитном поле находится проводник, расположенный горизонтально, перпендикулярно линиям магнитной индукции. Если сила тока в проводнике $I = 5$ А, площадь его поперечного сечения $S = 3{,}7$ мм^2, а модуль вектора магнитной индукции $B = 65$ мТл, то плотность ρ материала, из которого изготовлен проводник, равна:
1) 7,3 г/см^3; 2) 7,8 г/см^3; 3) 8,5 г/см^3; $\boxed{4)}$ 8,8 г/см^3; 5) 10,5 г/см^3.

25. В горизонтальной плоскости лежит подвижный виток из гибкой проволоки. Однородное магнитное поле направлено сверху вниз. Если по проводнику пропустить ток в направлении против часовой стрелки, и смотреть на проводник сверху, то виток примет форму:
1) квадрата; 2) треугольника; $\boxed{3)}$ окружности;
4) соприкасающихся прямых; 5) эллипса.

26. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}6$ Тл равномерно со скоростью $\upsilon = 20$ см/с движется проводник. Если сила тока в проводнике $I = 4$ А, а скорость проводника направлена перпендикулярно вектору магнитной индукции, то мощность P, необходимая для этого движения, равна:
1) 65 мВт; 2) 78 мВт; 3) 85 мВт; $\boxed{4)}$ 96 мВт; 5) 100 мВт.

27. Линейный проводник длиной $l = 0{,}25$ м расположен перпендикулярно силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией $B = 0{,}4$ Тл. Если сила тока в проводнике $I = 8$ А, то работа A внешней силы при равномерном перемещении проводника на расстояние $S = 2{,}5$ см в направлении, противоположном действию силы Ампера, равна:
1) 0,001 Дж; 2) 0,002 Дж; 3) 0,01 Дж; 4) 0,2 Дж; $\boxed{5)}$ 0,02 Дж.

28. На изолированный проводник с током со стороны однородного магнитного поля действует сила Ампера, модуль которой равен $F = 6$ Н.

Если проводник сложить пополам, не отключая от источника тока, то на него со стороны поля будет действовать сила, модуль которой равен:
1) 3 Н; $\boxed{2)}$ 0; 3) 12 Н; 4) 0,6 Н; 5)1,2 Н.

29. Прямолинейный проводник длиной l = 0,5 м расположен вдоль оси Ox в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,3 Тл, направленной вдоль оси Oy. Если сила тока в проводнике I = 2 А, то проекция силы Ампера на ось Oy F_y равна:
1) 0,6 м; 2) 0,3 м; 3) 0,15 м; $\boxed{4)}$ 0; 5) 1 м.

30. Расстояние между проводами линии электропередачи r = 50 см. Если каждый участок одного провода линии длиной l = 1 м взаимодействует с другим проводом с силой, модуль которой F = 10 мкН, то сила постоянного тока I в линии равна:
1) 3,5 А; 2) 4,0 А; 3) 4,5 А; $\boxed{4)}$ 5,0 А; 5) 5,5 А.

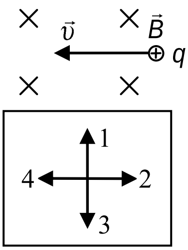
31. Если через прямолинейный проводник длиной l = 1 м, подвешенный горизонтально на двух тонких нитях перпендикулярно горизонтальному однородному магнитному полю с индукцией B = 20 мТл, пропустить ток силой I = 10 А, то натяжение каждой нити изменится на величину ΔF, равную:
1) 2 Н; 2) 1 Н; 3) 0,5 Н; 4) 0,2 Н; $\boxed{5)}$ 0,1 Н.

32. Сила F магнитного взаимодействия двух длинных параллельных прямолинейных проводников, расположенных в вакууме на расстоянии r = 1 м друг от друга, приходящаяся на l = 1 м их длины, при пропускании по ним тока силой I = 1 А равна:
1) $9 \cdot 10^9$ Н; 2) $2 \cdot 10^7$ Н; 3) 1 Н; $\boxed{4)}$ $2 \cdot 10^{-7}$ Н; 5) $2 \cdot 10^{-9}$ Н.

33. Два параллельных провода с равными токами силой I = 300 А и длиной l = 50 м находятся в воздухе. Если каждый из них создает в месте расположения другого провода магнитное поле с индукцией B = 1,2 мТл, то эти провода взаимодействуют с силой, модуль F которой равен:
$\boxed{1)}$ 18 Н; 2) 9 Н; 3) 1,8 Н; 4) 0,9 Н; 5) 2,7 Н.

34. Проводник массой m = 10 г и длиной l = 20 см подвешен в горизонтальном положении в вертикальном магнитном поле с индукцией B = 0,25 Тл. Если по нему пропустить ток силой I = 2 А, то нити, на которых подвешен проводник, отклонятся от вертикали на угол α, равный:
1) 30º; $\boxed{2)}$ 45º; 3) 60º; 4) 90º; 5) 0º.

35. Стержень массой m = 20 г и длиной l = 5 см положили горизонтально на гладкую наклонную плоскость, составляющую с горизонтом угол α, тангенс которого $\mathrm{tg}\,\alpha = 3$. Вся система находится в вертикальном магнитном поле. Если индукция магнитного поля B = 150 мТл, то стержень будет находится в равновесии, если сила тока I в нем равна:
1) 2 А; 2) 4А; $\boxed{3)}$ 8 А; 4) 0,2 А; 5) 0,8 А.



36. Протон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям. Направление силы $\vec{F}$, действующей на протон в магнитном поле, указывает стрелка, обозначенная цифрой:
1) 1; 2) 2; $\boxed{3)}$ 3; 4) 4;
5) при таком направлении движения протона сила Лоренца равна нулю.

37. Если электрон влетает в область пространства, занятую однородным магнитным полем, перпендикулярно силовым линиям поля, то кинетическая энергия электрона с течением времени:
1) равномерно возрастает; 2) равномерно убывает;
3) изменяется по периодическому закону;
4) изменяется в интервале от $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$ до 0; $\boxed{5)}$ остается неизменной.

38. Частица с зарядом $q = 10^{-10}$ Кл влетает со скоростью $\upsilon = 10^3$ км/с в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Если модуль силы, действующей на частицу со стороны поля, F = 10 мкН, то индукция B магнитного поля равна:
1) 1 Тл; 2) 10 Тл; 3) 100 Тл; 4) 0,01 Тл; $\boxed{5)}$ 0,1 Тл.

39. Частица массой $m = 10^{-13}$ кг и зарядом $q = 10^{-10}$ Кл движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,2 Тл. Угловая скорость ω частицы при этом равна:
1) 0,2 рад/с; 2) 2 рад/с; 3) 20 рад/с; $\boxed{4)}$ 200 рад/с; 5) 2 000 рад/с.

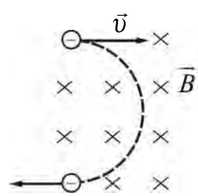
40. Пылинка с зарядом q = 1 мкКл и массой m = 1 мг влетает в однородное магнитное поле и движется по окружности. Если модуль индукции магнитного поля B = 1 Тл, то период T обращения пылинки равен:
1) 3,14 с; 2) 4 с; 3) 4,5 с; $\boxed{4)}$ 6,28 с; 5) 62,8 с.

41. На частицу, влетающую перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля, действует сила Лоренца, по модулю равная $F = 7{,}2$ мкН. Если вектор скорости частицы направить параллельно силовым линиям поля, то сила Лоренца уменьшится на величину ΔF, равную:
1) 0; 2) 3,6 мкН; $\boxed{3)}$ 7,2 мкН; 4) 720 мкН; 5) 0,0072 мкН.

42. Частица движется со скоростью $\upsilon = 1\,000$ км/с в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}3$ Тл по окружности радиусом $R = 0{,}04$ м. Если энергия частицы $W = 12$ кэВ, то ее заряд больше заряда электрона в k раз, равное:
1) 12; 2) 4; 3) 6; 4) 8; $\boxed{5)}$ 2.

43. Если разность потенциалов, ускоряющую протон, который затем влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям, увеличить в $k = 4$ раза, то радиус R окружности, по которой будет двигаться протон в магнитном поле:
1) увеличится в 16 раз; 2) увеличится в 4 раза;
$\boxed{3)}$ увеличится в 2 раза; 4) уменьшится в 2 раза;
5) уменьшится в 4 раза.

44. Если электрон, влетевший в область однородного магнитного поля со скоростью $\vec{\upsilon}$ перпендикулярно силовым линиям, вылетает из этой области со скоростью, направление которой противоположно первоначальному, то поле совершило над электроном работу A, равную:



1) $\dfrac{m\upsilon^2}{2}$; 2) $m\upsilon^2$; $\boxed{3)}$ 0; 4) $-m\upsilon^2$; 5) $-\dfrac{m\upsilon^2}{2}$.

45. В однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к силовым линиям влетает электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi = 25$ кВ. Если индукция магнитного поля $B = 0{,}01$ Тл, то радиус R окружности, по которой движется частица, равен:
1) 1,2 см; 2) 1,8 см; 3) 2,3 см; $\boxed{4)}$ 2,7 см; 5) 2,9 см.

46. Электрон влетает в однородное магнитное поле шириной $l = 10$ см с индукцией $B = 0{,}01$ Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Чтобы не вылетать за пределы этого поля, модуль скорости υ электрона должен быть равен:
1) 20 мм/с; 2) 44 мм/с; $\boxed{3)}$ 88 мм/с; 4) 96 мм/с; 5) 176 мм/с.

47. Протон (^1_1p) и α-частица (^4_2H) влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Если энергии этих частиц одинаковы, то радиусы окружностей, по которым они движутся, связаны соотношением:

1) $R_p = 2R_\alpha$; 2) $R_p = 4R_\alpha$; $\boxed{3)}$ $R_p = R_\alpha$; 4) $R_\alpha = 2R_p$; 5) $R_\alpha = 4R_p$.

48. В однородное магнитное поле, индукция которого $B = 1{,}2$ Тл, под углом $\alpha = 30°$ к линиям магнитной индукции влетает электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi = 600$ В. Ускорение a электрона в магнитном поле равно:

1) $1{,}5 \cdot 10^{12}$ м/с^2; 2) $1{,}5 \cdot 10^{14}$ м/с^2; 3) $1{,}5 \cdot 10^{16}$ м/с^2;
$\boxed{4)}$ $1{,}5 \cdot 10^{18}$ м/с^2; 5) $2{,}0 \cdot 10^{18}$ м/с^2.

49. Частота ν обращения электрона в магнитном поле с индукцией $B = 2\pi$ мТл равна:

1) $1{,}28 \cdot 10^8$ с$^{-1}$; 2) $1{,}76 \cdot 10^8$ с$^{-1}$; 3) $1{,}76 \cdot 10^{11}$ с$^{-1}$;
4) $2{,}23 \cdot 10^8$ с$^{-1}$; 5) $2{,}23 \cdot 10^{11}$ с$^{-1}$.

50. Протон, ускоренный из состояния покоя в электростатическом поле с напряжением $U = 29$ кВ, попадает в однородное магнитное поле и движется в нем по дуге окружности радиусом $R = 0{,}3$ м. Минимальный промежуток времени Δt, в течение которого скорость протона изменяет свое направление на угол $\Delta\varphi = 45°$, равен:

$\boxed{1)}$ 0,1 мкс; 2) 0,2 мкс; 3) 0,3 мкс; 4) 0,4 мкс; 5) 0,5 мкс.

51. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 45°$ к линиям магнитной индукции и движется по спирали. Если за один оборот частица смещается вдоль линий магнитной индукции на расстояние $s = 6{,}28$ см, то радиус R спирали равен:

1) 1 м; 2) 10 м; $\boxed{3)}$ 0,01 м; 4) 0,1 м; 5) 0,5 м.

52. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл под углом $\alpha = 45°$ к силовым линиям. Если заряд частицы $q = 1$ мкКл, а модуль ее скорости $\upsilon = 100$ км/с, то проекция силы Лоренца F_x на направление, параллельное линиям поля, равна:

1) 0,001 Н; 2) 0,0141 Н; 3) 0,141 Н; $\boxed{4)}$ 0; 5) 0,0173 Н.

53. Частица с зарядом q, модуль скорости $\vec{\upsilon}$ которой, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ под углом α к линиям индукции. Если шаг спирали, которую описывает частица, равен h, то ее масса m равна:

1) $\dfrac{qBh\sqrt{\cos\alpha}}{2\upsilon}$; $\boxed{2)}$ $\dfrac{qBh}{2\pi\upsilon\cos\alpha}$; 3) $\dfrac{qBh\cos^2\alpha}{4\pi^2\upsilon}$;

4) $\dfrac{2qBh\,tg\,\alpha}{\pi^2\upsilon}$; 5) $\dfrac{2qBh}{\pi\upsilon\cos\alpha}$.

54. Если заряженная частица движется с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}$ во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях, то модули напряженности $\vec{E}$ электрического поля и индукции $\vec{B}$ магнитного поля связаны между собой соотношением:

1) $\upsilon = \dfrac{B}{E}$; 2) $\upsilon = \dfrac{B}{\sqrt{E^2+B^2}}$; 3) $\upsilon = \dfrac{E}{\sqrt{E^2+B^2}}$; $\boxed{4)}$ $\upsilon = \dfrac{E}{B}$; 5) $\upsilon = BE$.

55. Однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ направлено перпендикулярно однородному электрическому полю с напряженностью $\vec{E}$. Заряженная частица массой m, ускоренная из состояния покоя в электростатическом поле с разностью потенциалов U, влетает в область, занятую обоими полями. Если в этой области частица движется равномерно, то ее заряд q равен:

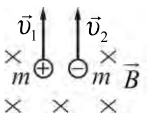
$\boxed{1)}$ $\dfrac{mE^2}{2UB^2}$; 2) $\dfrac{2mE^2}{UB^2}$; 3) $\dfrac{\pi mE^2}{2UB^2}$; 4) $\dfrac{3mE^2}{2\pi UB^2}$; 5) $\dfrac{\sqrt{\pi}mE^2}{\sqrt{2}UB^2}$.

56. Частица массой m и зарядом q ускоряется из состояния покоя в однородном электростатическом поле, модуль напряженности которого E, в течение промежутка времени Δt. Затем она влетает в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны скорости частицы. Если модуль силы, действующей на эту частицу со стороны магнитного поля F, то модуль индукции B магнитного поля равен:

$\boxed{1)}$ $\dfrac{mF}{q^2E\Delta t}$; 2) $\dfrac{2mF}{q^2E\Delta t}$; 3) $\dfrac{mF}{2q^2E\Delta t}$; 4) $\dfrac{\pi mF}{q^2E\Delta t}$; 5) $\dfrac{3\pi mF}{q^2E\Delta t}$.

57. Электрон и протон, ускоренные разностью потенциалов U_1 и U_2 соответственно, движутся по окружностям в однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции. Если масса электрона m_1, а масса протона m_2, то отношение частот вращения $\frac{\nu_1}{\nu_2}$ этих частиц равно:

1) $\sqrt{\frac{U_1 m_1}{U_2 m_2}}$; 2) $\frac{m_1}{m_2}\sqrt{\frac{U_1}{U_2}}$; 3) $\sqrt{\frac{U_1 m_2}{U_2 m_1}}$; 4) $\frac{m_2}{m_1}\sqrt{\frac{U_1}{U_2}}$; $\boxed{5)}$ $\frac{m_2}{m_1}$.



58. Две частицы движутся в однородном магнитном поле с индукцией B. Заряд первой частицы q, а второй $-q$, массы обеих частиц одинаковы и равны m. Если при первой встрече частицы двигались параллельно друг другу, то следующая встреча произойдет через промежуток времени Δt, равный:

1) $\frac{qB}{2\pi m}$; 2) $\frac{\pi m}{qB}$; $\boxed{3)}$ $\frac{2\pi m}{qB}$; 4) $\frac{\pi m}{4qB}$; 5) $\frac{\pi m}{2qB}$.

59. Протон влетает в область магнитного поля с индукцией $B = 0{,}2$ Тл со скоростью, перпендикулярной вектору магнитной индукции. Если энергия протона $W = 3{,}2 \cdot 10^{-15}$ Дж, то он проникнет в область магнитного поля на максимальную глубину h, равную:

1) 0,01 м; $\boxed{2)}$ 0,1 м; 3) 0,02 м; 4) 0,2 м; 5) 1 м.

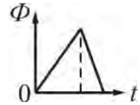
60. Поток магнитной индукции через плоскость квадрата площадью $S_1 = 0{,}1$ м^2, помещенного в однородное магнитное поле, равен $\Phi_1 = 0{,}02$ Вб. Если площадь квадрата увеличить на $\Delta S = 0{,}2$ м^2 без изменения его ориентации, то поток магнитной индукции Φ_2 будет равен:

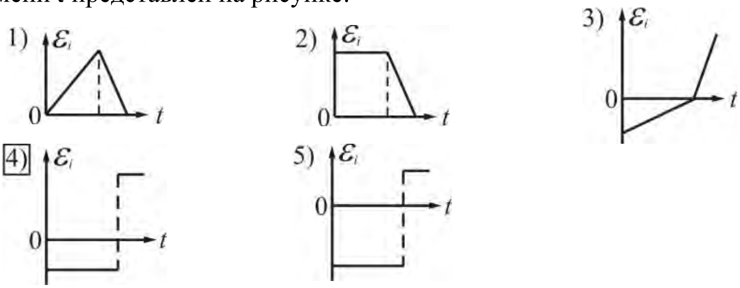
1) 0,02 Вб; 2) 0,01 Вб; 3) 0,04 Вб; $\boxed{4)}$ 0,06 Вб; 5) 0,1 Вб.

61. Поток магнитной индукции через площадку, расположенную в магнитном поле, равен $\Phi = 0{,}3$ Вб. Модуль изменения магнитного потока $\Delta\Phi$ при повороте площадки на угол $\alpha = 180°$ относительно оси, лежащей в плоскости площадки, равен:

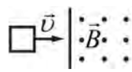
1) 0; 2) 0,3 Вб; 3) –0,6 Вб; 4) –0,3 Вб; $\boxed{5)}$ 0,6 Вб.

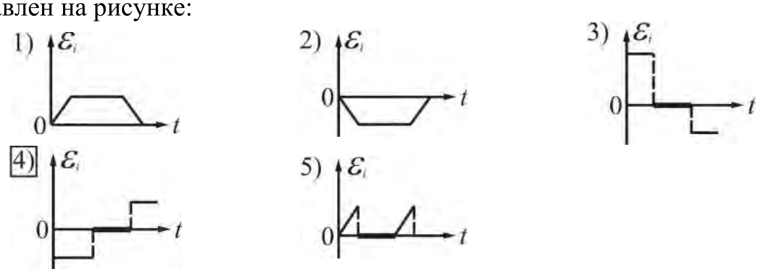
62. На графике изображена зависимость изменения магнитного потока Φ, пронизывающего катушку, от времени t. Правильный график зависимости ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ от времени t представлен на рисунке:

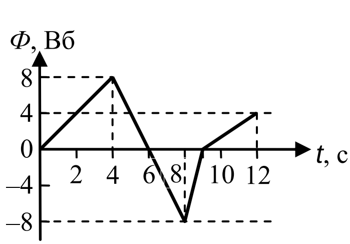




63. Квадратная рамка движется с постоянной скоростью и проходит область однородного поля, протяженность которого больше стороны рамки. Правильный график зависимости ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающей в рамке, от времени t представлен на рисунке:

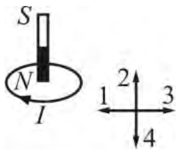






64. При изменении магнитного потока Φ, пронизывающего замкнутый контур, в зависимости от времени t, как показано на графике, максимальная ЭДС $\mathcal{E}_i$ индуцируется в контуре в интервале времени:

1) 0–4 с; 2) 4–6 с; 3) 4–8 с; $\boxed{4)}$ 8–9 с; 5) 9–12 с.



65. Чтобы в круговом витке возник электрический ток указанного на рисунке направления, постоянный магнит следует перемещать в направлении, указанном стрелкой:

1)1; $\boxed{2)}$ 2; 3) 3; 4) 4;

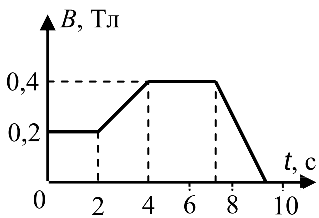
5) среди ответов нет правильного.

66. Виток площадью S = 100 см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 1 Тл. Плоскость витка перпендикулярна силовым линиям поля. Среднее значение ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ при выключении поля за Δt = 0,01 с равно:

1) 0,1 В; $\boxed{2)}$ 1 В; 3) 0,5 В; 4) 10 В; 5) 0,01 В.

67. Контур площадью S = 10 см^2 и сопротивлением R = 0,002 Ом помещен в однородное магнитное поле, индукция которого уменьшается на ΔB = 0,3 Тл за время Δt = 1 с. Максимально возможная сила индукционного тока I_i в контуре равна:

1) 0,015 А; 2) 1,5 А; $\boxed{3)}$ 0,15 А; 4) 2 А; 5) 2,5 А.



68. Проводящее кольцо радиусом r = 2 см и сопротивлением R = 0,1 Ом помещено в однородное магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости кольца. Зависимость модуля индукции магнитного поля от времени показана на рисунке. В момент времени t = 3 с сила тока I в кольце равна:

1) 1,05 мА; $\boxed{2)}$ 1,26 мА; 3) 2,15 мА; 4) 2,75 мА; 5) 3,05 мА.

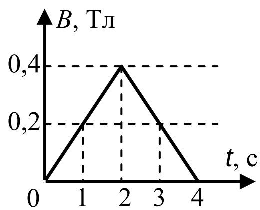
69. Квадратный контур со стороной a = 12 см из проводника сопротивлением R = 6 Ом находится в перпендикулярном магнитном поле с индукцией B = 10 мТл. На высоте h = 10 см от основания контур перегибают по линии, параллельной основанию, так, что образуется новый замкнутый контур с плотными соединениями. Если скорость изменения магнитного потока постоянна, то по контуру пройдет электрический заряд Δq, равный:

1) 16 мкКл; 2) 4 мкКл; 3) 12 мкКл; $\boxed{4)}$ 8 мкКл; 5) 6 мкКл.

70. Плоскость кругового контура параллельна полюсам электромагнита. Длина контура l = 1 м. ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающая в контуре при уменьшении индукции однородного магнитного поля между полюсами на ΔB = 3,14 Тл за время Δt = 0,5 с, равна:
1) 0; 2) 0,1 В; $\boxed{3)}$ 0,5 В; 4) 1 В; 5) 5 В.

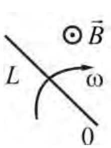
71. Проволочная рамка, имеющая форму равностороннего треугольника, помещена в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,06 Тл. Направление линий индукции магнитного поля составляет угол α = 30° с перпендикуляром к плоскости рамки. Если при равномерном уменьшении индукции до нуля за время Δt = 0,03 с в рамке индуцируется ЭДС $\mathcal{E}_i$ = 30 мВ, то длина a стороны рамки равна:
1) 0,1 м; $\boxed{2)}$ 0,2 м; 3) 5 с; 4) 15 см; 5) 2,5 см.

72. Проволочная рамка площадью S = 100 см^2 помещена в однородное магнитное поле, зависимость индукции которого от времени показана на графике. Если плоскость рамки составляет угол α = 30° с направлением линий магнитной индукции, то в момент времени t = 3 с в рамке действует ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, равная:



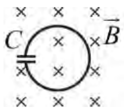
1) 2,0 мВ; $\boxed{2)}$ 1,0 мВ; 3) 0,7 мВ; 4) 0,3 мВ; 5) 0,4 мВ.

73. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл равномерно вращается катушка, состоящая из N = 100 витков проволоки. Площадь поперечного сечения катушки S = 100 см^2. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Если угловая скорость вращения катушки ω = 10 рад/с, то максимальная ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающая в катушке, равна:
$\boxed{1)}$ 1 В; 2) 2 В; 3) 4 В; 4) 8 В; 5) 10 В.

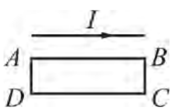


74. В магнитном поле, индукция которого равна B, вращается стержень длиной L с постоянной угловой скоростью ω. Ось вращения перпендикулярна стержню, проходит через его конец 0 и параллельна линиям индукции магнитного поля. ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, возникающая в стержне, равна:
1) $BL\omega$; 2) $BL\omega/2$; 3) $BL^2\omega$; 4) $BL^2\omega/4$; $\boxed{5)}$ $BL^2\omega/2$.

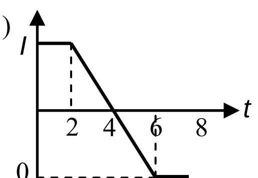
75. Квадрат со стороной a = 10 см, изготовленный из проводника сопротивлением R = 100 Ом, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 100 мТл, направленном перпендикулярно плоскости квадрата. При повороте квадрата на угол $\alpha = 90°$ относительно одной из сторон по проводнику пройдет заряд Δq, равный:
1) $3{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл; 2) $5{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл; 3) $6{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл;
4) $8{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл; $\boxed{5)}$ $10 \cdot 10^{-6}$ Кл.

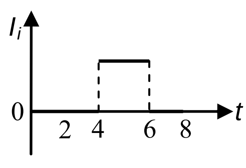


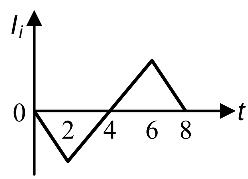
76. Проводящий контур площадью S = 400 см^2, в который включен конденсатор емкостью C = 10 мкФ, расположен в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Если индукция магнитного поля возрастает по закону $B = (2 + 5t) \cdot 10^{-2}$ Тл, то максимальная разность потенциалов $\Delta\varphi$ на обкладках конденсатора равна:
$\boxed{1)}$ $2 \cdot 10^{-3}$ В; 2) $4 \cdot 10^{-3}$ В; 3) $2 \cdot 10^{7}$ В; 4) $0{,}8 \cdot 10^{-3}$ В; 5) $2{,}8 \cdot 10^{-3}$ В.

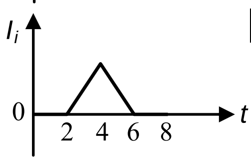


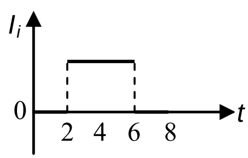
77. Неподвижный контур $ABCD$ находится вблизи прямолинейного проводника с током. Сила тока I в проводнике изменяется с течением времени согласно рисунку. Правильная зависимость силы индукционного тока I_i от времени t представлена на рисунке:

1)


2)


3)


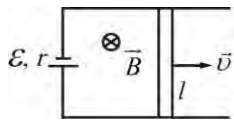
4)


$\boxed{5)}$


78. По горизонтальным рельсам, расположенным в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Тл, скользит проводник сопротивлением R = 2 Ом и длиной l = 1 м с постоянной скоростью υ = 10 м/с.

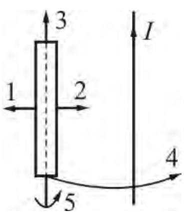
Сопротивлением рельсов можно пренебречь. Количество теплоты Q, которое выделяется в проводнике за время t = 4 с, равно:
1) 0,08 Дж; 2) 0,06 Дж; 3) 0,04 Дж; $\boxed{4)}$ 0,02 Дж; 5) 0,01 Дж.

79. Самолет движется со скоростью υ = 900 км/ч. Если размах его крыльев l = 20 м, а горизонтальная и вертикальная составляющие магнитного поля Земли равны соответственно B_1 = 0,03 мТл и B_2 = 0,04 мТл, то максимальная ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$, которая может возникнуть при движении самолета, равна:
1) 50 мВ; 2) 150 мВ; 3) 200 мВ; $\boxed{4)}$ 250 мВ; 5) 350 мВ.

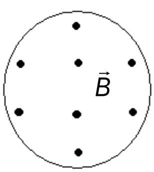


80. В вертикальном магнитном поле с индукцией B по горизонтальным рельсам равномерно движется проводник длиной l и сопротивлением R. Концы рельсов присоединены к батарее, ЭДС которой $\mathcal{E}$, а внутреннее сопротивление r. Сопротивлением рельсов можно пренебречь. Если скорость проводника υ, то сила тока I в этой цепи равна:
1) $\dfrac{\mathcal{E} - B\upsilon l}{R + r}$; 2) $\dfrac{\mathcal{E} - B\upsilon l}{r}$; $\boxed{3)}$ $\dfrac{\mathcal{E} + B\upsilon l}{R + r}$; 4) $\dfrac{\mathcal{E} + B\upsilon l}{R}$; 5) $\dfrac{B\upsilon l}{R}$.

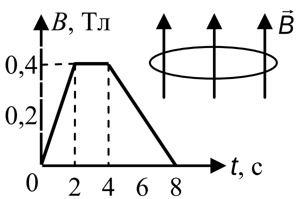
81. Тонкий медный провод массой m = 4 г согнут в виде квадрата и помещен в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,3 Тл так, что силовые линии перпендикулярны плоскости квадрата. Если потянуть квадрат за противоположные вершины и вытянуть его в линию, то по проводнику пройдет заряд Δq, равный:
1) 0,1 Кл; 2) 0,3 Кл; $\boxed{3)}$ 0,5 Кл; 4) 0,7 Кл; 5) 1 Кл.



82. Прямоугольная рамка может двигаться относительно прямолинейного проводника с током I. Чтобы индукционный ток в рамке был направлен по часовой стрелке, она должна двигаться в направлении, указанном стрелкой:
1) 1; $\boxed{2)}$ 2; 3) 3;
4) вращаться относительно проводника с током;
5) вращаться относительно собственной оси.



83. Магнитный поток *Ф* через площадь, ограниченную замкнутым контуром, уменьшается. Индукционный ток I_i в контуре направлен:
1) по часовой стрелке; $\boxed{2)}$ против часовой стрелки;
3) ток не возникает; 4) на нас; 5) от нас.



84. Проволочный круглый виток находится в однородном магнитном поле, как показано на рисунке. Если индукция магнитного поля $\vec{B}$ изменяется со временем в соответствии с приведенным графиком, то в течение промежутка времени 0–2 с индукционный ток I_i в витке:
1) возрастает и направлен по часовой стрелке;
2) убывает и направлен по часовой стрелке;
3) возрастает и направлен против часовой стрелки;
4) убывает и направлен против часовой стрелки;
$\boxed{5)}$ постоянный и направлен по часовой стрелке.

85. Если в замкнутую накоротко катушку вводить магнит в первом случае быстро, а во втором случае медленно, то электрические заряды q_1 и q_2 и выделенные в обоих случаях количества теплоты Q_1 и Q_2 связаны между собой следующими соотношениями:
1) $q_1>q_2$, $Q_1>Q_2$; 2) $q_1<q_2$, $Q_1>Q_2$; 3) $q_1 = q_2$, $Q_1<Q_2$;
$\boxed{4)}$ $q_1 = q_2$, $Q_1>Q_2$; 5) $q_1 = q_2$, $Q_1 = Q_2$.

86. Размерность, выраженная через основные единицы измерения в СИ как кг · м^2 · А$^{-1}$ · с$^{-2}$, является единицей измерения физической величины, которая называется:
1) индукция магнитного поля; 2) индуктивность; 3) сопротивление;
$\boxed{4)}$ магнитный поток; 5) напряжение.

87. Магнитное поле создается постоянным током, протекающим по плоскому витку. Чтобы число силовых линий, пересекающих плоскость витка, возросло в n = 4 раза, силу тока в витке нужно увеличить в m раз, равное:
1) 2; $\boxed{2)}$ 4; 3) 16; 4) 1,6; 5) 8.

88. Если при изменении силы тока до I = 4 А поток самоиндукции, пронизывающий площадь контура, возрос в k = 4 раза, то начальное значение силы тока I_0 в проводящем контуре было равно:
1) 4 А; 2) 3 А; $\boxed{3)}$ 2 А; 4) 1,41 А; 5) 8 А.

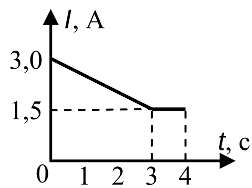
89. В замкнутом проводящем контуре возникает ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$ = 3 В при уменьшении силы тока в контуре на ΔI = 2 А за время Δt = 0,01 с. Поток самоиндукции Φ, пронизывающий плоскость контура при силе тока I = 6 А, равен:
1) 0,9 Вб; $\boxed{2)}$ 0,09 Вб; 3) 9 Вб; 4) 0,015 Вб; 5) 0,03 Вб.

90. Контур индуктивностью L = 0,1 Гн и сопротивлением R = 2 Ом включили в сеть постоянного напряжения. Если при установлении постоянной силы тока через контур прошел заряд Δq = 0,5 Кл и выделилось Q = 5 Дж теплоты, то напряжение U в сети было равно:
1) 10 В; 2) 2 В; $\boxed{3)}$ 20 В; 4) 5 В; 5) 1 В.

91. Сила тока в замкнутом проводящем контуре равномерно возрастает на ΔI = 2 А за время Δt_1 = 1 с. Если поток самоиндукции через площадь, ограниченную этим контуром, увеличивается на $\Delta\Phi$ = 0,5 Вб за время Δt_2 = 0,1 с, то индуктивность L контура равна:
1) 0,25 Гн; $\boxed{2)}$ 2,5 Гн; 3) 25 Гн; 4) 0,4 Гн; 5) 4 Гн.

92. Поток самоиндукции в контуре с индуктивностью L = 2 Гн изменяется с течением времени по закону $\Phi = 10 + 4t$. Сила тока I в цепи через время t = 2 с равна:
1) 18 А; $\boxed{2)}$ 9 А; 3) 4,5 А; 4) 3 А; 5) 6 А.

93. На рисунке изображена зависимость силы тока от времени в катушке, индуктивность которой L = 0,28 Гн. ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_{si}$, возникающая в катушке, равна:
1) 0,01 В; $\boxed{2)}$ 0,14 В; 3) 0,28 В;
4) 0,38 В; 5) 0,56 В.



94. Если при неизменной силе тока в катушке ее индуктивность L увеличить на 25 %, то отношение n конечного значения энергии W магнитного поля катушки к ее начальному значению W_0 равно:
1) 0,25; 2) 0,5; 3) 0,75; $\boxed{4)}$ 1,25; 5) 2,5.

95. Сила тока в обмотке соленоида I_0 = 1 А. Если энергия W магнитного поля соленоида возросла в n = 8 раз, то сила тока I стала равна:
1) 1 А; $\boxed{2)}$ 2,8 А; 3) 4 А; 4) 5,4 А; 5) 8 А.

96. Энергия магнитного поля катушки с током, состоящей из N = 20 витков, равна W = 4,5 Дж. Если магнитный поток через витки катушки Φ = 0,015 Вб, то индуктивность L катушки равна:
$\boxed{1)}$ 10 мГн; 2) 0,1 мГн; 3) 0,025 мГн; 4) 0,5 мГн; 5) 33,3 мГн.

97. Если при силе тока I = 2 А в катушке, состоящей из N = 100 витков, возникает магнитный поток Φ = 0,03 Вб, то энергия W магнитного поля катушки равна:
1) 0,0003 Дж; 2) 0,03 Дж; $\boxed{3)}$ 3 Дж; 4) 300 Дж; 5) 0,75 Дж.

98. Индуктивность катушки длиной l и площадью поперечного сечения S составляет L. Если сила тока, проходящего через катушку, равна I, то энергия w единицы объема магнитного поля внутри катушки равна:
1) $\dfrac{LI^2}{2}$; 2) LI^2Sl; 3) $\dfrac{LI^2}{2}Sl$; 4) $\dfrac{LI}{2Sl}$; $\boxed{5)}$ $\dfrac{LI^2}{2Sl}$.

99. Соленоид, индуктивность которого L = 40 мГн, а сопротивление R = 30 Ом, находится в переменном магнитном поле. Если магнитный поток этого поля увеличить на $\Delta\Phi$ = 2 мВб, то сила тока в соленоиде возрастет на ΔI = 20 мА. При этом по виткам соленоида пройдет заряд Δq, равный:
1) $8 \cdot 10^{-5}$ Кл; 2) $7 \cdot 10^{-5}$ Кл; 3) $4 \cdot 10^{-4}$ Кл; $\boxed{4)}$ $4 \cdot 10^{-5}$ Кл; 5) $2 \cdot 10^{-4}$ Кл.

100. Размерность, выраженная через основные единицы измерения в СИ как кг $\cdot$ м^2 $\cdot$ А$^{-2}$ $\cdot$ с$^{-2}$, является единицей измерения физической величины, которая называется:
1) энергия; 2) напряжение; 3) индукция магнитного поля;
4) магнитного поток; $\boxed{5)}$ индуктивность.

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

1. Физика: 3800 задач для школьников и поступающих в вузы / Н.В. Турчина [и др.]. – М.: Дрофа, 2000. – 672 с.

2. Сборник задач по физике: учебное пособие / Л.П. Баканина [и др.]; под ред. С.М. Козелла. – М.: Наука, 1990. – 352 с.

3. Черноуцан, А.И. Физика: задачи с ответами и решениями / А.И. Черноуцан. – М.: КДУ, 2006. – 352 с.

4. Физика. Электродинамика. 10–11 кл.: учебник для углубленного изучения физики / Г.Я. Мякишев [и др.]. – М.: Дрофа, 2002. – 480 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

РАЗВИНА Татьяна Ивановна
ДРАПЕЗО Леонид Иосифович
КОВАЛЕНКОВА Ольга Владимировна и др.

Ф И З И К А

Пособие

В 4 частях

Часть 3

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Подписано в печать 05.07.2011.
Формат 60×84 $^1/_{16}$. Бумага офсетная.
Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 22,73. Уч.-изд. л. 17,77. Тираж 1000. Заказ 667.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский национальный технический университет.
ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.
Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.