

2) наилучшие технико-экономические показатели имеют изделия фирмы Slovmag. Альтернативными поставщиками могут быть АО «Семилукский огнеупорный завод» и ОАО «Боровичский комбинат огнеупоров»;

3) технология производства периклазоуглеродистых изделий совершенствуется, испытания этого вида огнеупоров продолжатся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелов К. К. Теоретические основы технологии огнеупорных материалов. – М.: Металлургия, 1985. – 480 с.
2. Стрелов К. К., Кащеев И. Д., Мамыкин П. С. Технология огнеупоров. – 4-е изд. – М.: Металлургия, 1988. – 528 с.
3. Очагова И. Г. Служба огнеупоров в сталеплавильном производстве капиталистических стран: Обзор. информ. // Черн. металлургия: Сер. Огнеупорное производство. – Ин-т Черметинформация. – 1987. – Вып. 1. – 26 с.
4. Сербезов С. Неформованные огнеупоры в черной металлургии: Обзор по системе «Информсталь». – Ин-т Черметинформация. – 1987. – Вып. 18 (294). – 30 с.
5. Пивинский Ю. Е. Новые огнеупорные бетоны и вяжущие системы – основополагающее направление в разработке, производстве и применении огнеупоров в XXI веке // Огнеупоры и техническая керамика. – 1998. – № 2. – С. 4 – 11.
6. Routschka C. (Hrsg.) Feuerfeste Werkstoffe. – Essen: Vulkan Verlag, 1996. – 378 s.
7. Schulle W. Feuerfeste Werkstoffe. – Leipzig: Verlag fur Grundstoffindustrie, 1990. – 494 s.
8. Strasser H. Ungeformte Feuerfeste Werkstoffe // Vortrag an 32 metallurgisches Seminar der GDMB. – Hohz-Grenzhausen. – 1997. – 28 s.

УДК 621.78

Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, д-р техн. наук (ДГТУ),
В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, д-р техн. наук (БНТУ),
О. А. ЧЕРНЫЙ (ДГТУ),
В. А. ТРУСОВ (ДМК им. Дзержинского)

РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНЫЙ НАГРЕВ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПРИЗМЫ

При изучении процессов высокотемпературного нагрева призматических тел при сложных граничных условиях приходится сталкиваться со значительными математическими трудностями. Несмотря на широкое использование при решении подобных задач численных методов, актуальными остаются вопросы разработки аналитических методов, которые в окончательном виде дают надежные и достаточно простые приближенные решения. К ним относится, например, метод эквивалентных источников

(МЭИ), хорошо зарекомендовавший себя при решении многих, в том числе и нелинейных, задач теплопроводности [1 – 3].

Ниже изложено решение задачи радиационно-конвективного нагрева призматических тел неограниченной длины с использованием МЭИ в рамках модели термического слоя, предусматривающей расчленение единого (по Фурье) процесса нагрева тела на два последовательных этапа: инерционный и упорядоченный. Следует заметить, что существующие методы термического слоя хорошо разработаны только для процессов теплопроводности, обладающих двумя свойствами: 1) отсутствием интенсивного возвратного теплового потока (например, мощных внутренних неравномерно распределенных источников теплоты); 2) наличием единственного доминирующего направления распространения теплоты (одномерные или близкие к ним тела). Общих же методов исследования многомерных задач теплопроводности с использованием модели термического слоя в настоящее время не существует.

Рассмотрим следующую краевую задачу теплопроводности неограниченной прямоугольной призмы $2R_1 \times 2R_2$:

$$a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad T(x_1, x_2, 0) = T_0; \quad (1)$$

$$\left. \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \sigma_{\text{вн}} [T_c^4 - T^4(x_1, x_2, t)] - \alpha_{\text{ки}} [T_c - T(x_1, x_2, t)] \right|_{x_i=R_i} = 0; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x_i} \right|_{x_i=0} = 0; \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Вводя безразмерные величины $\theta(\xi_1, \xi_2, \tau) = \frac{T(\xi_1, \xi_2, \tau)}{T_c}$; $\xi_i = \frac{x_i}{R_i}$;

$$k = \frac{R_1}{R_2} \leq 1; \quad \tau = \frac{at}{R_1^2}; \quad \text{Sk}_i = \frac{\sigma_{\text{вн}} T_c^3 R_i}{\lambda}; \quad \text{Bi}_i = \frac{\alpha_{\text{ки}} R_i}{\lambda}; \quad \eta = \frac{\text{Bi}_i}{\text{Sk}_i}, \quad \text{математическую}$$

модель (1) – (3) сводим к виду:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_1^2} + k^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_2^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}; \quad \theta(\xi_1, \xi_2, 0) = \theta_0 = \text{const}; \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=1} = \text{Sk}_i \left\{ [1 - \theta_i^4(\xi_1, \xi_2, \tau)] + \eta [1 - \theta(\xi_1, \xi_2, \tau)] \right\}; \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=0} = 0. \quad (6)$$

Инерционный этап нагрева призмы ($0 \leq \tau \leq \tau_0$). Некоторые авторы ([4, 5]) априори задаются видом кривой тепловой депрессии (фронтом прогрева). Однако это значительно усложняет расчеты. Поэтому мы рассмотрим инерционный этап в несколько упрощенной постановке.

Будем рассматривать плитки умеренной тепловой массивности, когда процесс прогрева заканчивается при условии

$$\theta_{\max}(\tau_0) = \theta(1, 1, \tau_0) < 0,5.$$

В этом случае в условиях (5) можно пренебречь членом $\theta_{\text{н}}^4$ по сравнению с единицей и свести задачу к линейному виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi_1^2} + k \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi_2^2} &= \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi_i} \Big|_{\xi_i=1} &= \text{Bi} \left[\left(1 + \frac{\text{Sk}}{\text{Bi}} \right) - \theta(\xi_1, \xi_2, \tau) \right] \Big|_{\xi_i=1}; \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi_i} \Big|_{\xi_i=\beta_i(\tau)} &= 0; \theta_1(\xi_1, \xi_2, \tau) \Big|_{\xi_i=\beta_i(\tau)} = \theta_0. \end{aligned}$$

Введем новую функцию

$$W_1(\xi_1, \xi_2, \tau) = \left(1 + \frac{\text{Sk}}{\text{Bi}} \right) - \theta_1(\xi_1, \xi_2, \tau). \quad (7)$$

Тогда задача прогрева призмы сведется к решению следующей математической модели:

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial \xi_1^2} + k^2 \frac{\partial^2 W_1}{\partial \xi_2^2} = \frac{\partial W_1}{\partial \tau}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial \xi_i} \Big|_{\xi_i=1} = -\text{Bi}_i W_1(\xi_1, \xi_2, \tau) \Big|_{\xi_i=1}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial \xi_i} \Big|_{\xi_i=\beta_i(\tau)} = 0; W_1(\xi_1, \xi_2, \tau) \Big|_{\xi_i=\beta_i(\tau)} = W_{10} = \left(1 + \frac{\text{Sk}}{\text{Bi}} \right) - \theta_0. \quad (10)$$

Применив метод Фурье, представим решение задачи (8) – (10) в виде произведения двух одномерных функций

$$W(\xi_1, \xi_2, \tau) = W_1(\xi_1, \tau_1) W_1(\xi_2, \tau_2), \quad (11)$$

где $W_1(\xi_i, \tau_i)$ – решение задач. Тогда:

$$\frac{\partial^2 W_{1_i}}{\partial \xi_i^2} = \frac{\partial W_{1_i}}{\partial \tau_i}, \quad \tau_i = \frac{at}{R_i^2}, \quad i = 1; 2; \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial W_{1_i}}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=1} = -Bi_i W_{1_i}(\xi_i, \tau_i) \Big|_{\xi_i=1}; \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial W_{1_i}}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=\beta_i(\tau_i)} = 0; \quad W_{1_i}(\xi_i, \tau_i) \Big|_{\xi_i=\beta_i(\tau_i)} = W_{1_{i_0}}. \quad (14)$$

Здесь $W_{1_{i_0}} = W_{1_i}(0)$.

Решение задачи вида (12) – (14) с помощью МЭИ известно [1]:

$$W_{1_i}(\xi_i, \tau_i) = W_{1_{i_0}} \left\{ 1 - \frac{Bi_i l_i(\tau_i)}{2 + Bi_i l_i(\tau_i)} \left[\frac{\xi_i - \beta_i(\tau_i)}{1 - \beta_i(\tau_i)} \right]^2 \right\},$$

толщина прогретого слоя $l_i(\tau_i)$ определяется трансцендентным уравнением

$$l_i^2(\tau_i) + 4 \frac{l_i(\tau_i)}{Bi_i} - \frac{8}{Bi_i^2} \ln \left[1 + \frac{Bi_i l_i(\tau_i)}{2} \right] = 12\tau_i. \quad (15)$$

Полагая в выражении (15) $l_i(\tau_i^0) = 1$, находим время прогрета в i -м направлении

$$\tau_i^0 = \frac{1}{12} \left[1 + \frac{1}{Bi_i} - \frac{8}{Bi_i^2} \ln(1 + Bi_i/2) \right]. \quad (16)$$

В крайних случаях выражения (15), (16) допускают упрощение [1]:

$$l_i(\tau_i) = \sqrt{6\tau_i}; \quad \tau_i^0 = 1/6 \quad (Bi_i \ll 2); \quad (17)$$

$$l_i(\tau_i) = \sqrt{12\tau_i}; \quad \tau_i^0 = 1/12 \quad (Bi_i \gg 2). \quad (18)$$

Возвращаясь к исходным обозначениям (11), (7), имеем

$$\theta_1(\xi_1, \xi_2, \tau) = \theta_0 + p_0(\zeta - \theta_0) \left[\frac{Bi_1 l_1}{2 + Bi_1 l_1} \left(\frac{\xi_1 - \beta_1}{1 - \beta_1} \right)^2 + \frac{Bi_2 l_2}{2 + Bi_2 l_2} \left(\frac{\xi_2 - \beta_2}{1 - \beta_2} \right)^2 - \frac{Bi_1 Bi_2 l_1 l_2}{(2 + Bi_1 l_1)(2 + Bi_2 l_2)} \left(\frac{\xi_1 - \beta_1}{1 - \beta_1} \right)^2 \left(\frac{\xi_2 - \beta_2}{1 - \beta_2} \right)^2 \right],$$

где введены параметр сложного теплообмена

$$\zeta = 1 + Sk/Bi = (1 + \eta)/\eta$$

и поправочный коэффициент

$$p_0 = (Sk_1 + k^2 Sk_2) - \frac{1}{3} \left[(1 + \theta_0)^3 / 2 + \eta \right] \left[Sk_1^2 + k^2 Sk_2^2 \right],$$

смысл которого будет понятен из решения задачи на упорядоченном этапе.

В конце инерционного этапа ($\tau = \tau_0$, $l_i(\tau = \tau_0) = 1$, $\beta_i(\tau_0) = 0$);

$$\theta_1(\xi_1, \xi_2, \tau_0) = \theta_1^0(\xi_1, \xi_2) = \theta_0 + p_0(\zeta - \theta_0) \left[\frac{Bi_1 \xi_1^2}{2 + Bi_1} + \frac{Bi_2 \xi_2^2}{2 + Bi_2} - \frac{Bi_1 Bi_2 \xi_1^2 \xi_2^2}{(2 + Bi_1)(2 + Bi_2)} \right];$$

$$\theta_{1r_1}^0 = \theta_1^0(\xi_1, \xi_2) \Big|_{\xi_2=0}^{\xi_2=1} = \theta_0 + p_0(\zeta - \theta_0) \frac{Bi_1}{2 + Bi_1};$$

$$\theta_{1r_2}^0 = \theta_1^0(\xi_1, \xi_2) \Big|_{\xi_1=0}^{\xi_1=1} = \theta_0 + p_0(\zeta - \theta_0) \frac{Bi_2}{2 + Bi_2};$$

$$\theta_{1p}^0 = \theta_1^0(\xi_1, \xi_2) \Big|_{\xi_1=1}^{\xi_1=1} = \theta_0 + p_0(\zeta - \theta_0) \left[\frac{Bi_1}{2 + Bi_1} + \frac{Bi_2}{2 + Bi_2} - \frac{Bi_1 Bi_2}{(2 + Bi_1)(2 + Bi_2)} \right].$$

Время τ_0 окончания прогрева можно определить исходя из соображений, подобных принятым в работе [5]:

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{\tau_1^0} + \frac{1}{\tau_2^0} \quad \text{или} \quad \tau_0 = \frac{\tau_1^0 \tau_2^0}{\tau_1^0 + \tau_2^0},$$

где τ_i^0 (16) – (18).

Упорядоченный этап ($\tau \geq \tau_0$). Следуя работам [7, 8], введем новую искомую функцию

$$U(\xi_1, \xi_2, \tau) = \int \frac{d\theta}{[1 - \theta^4(\xi_1, \xi_2, \tau)] + \eta [1 - \theta(\xi_1, \xi_2, \tau)]} \quad (19)$$

Выразим необходимые производные:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{(1 - \theta^4) + \eta(1 - \theta)} \frac{\partial \theta}{\partial \tau}; \quad \frac{\partial U}{\partial \xi_i} = \frac{1}{(1 - \theta^4) + \eta(1 - \theta)} \frac{\partial \theta}{\partial \xi_i};$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi_i^2} = \frac{1}{(1-\theta^4) + \eta(1-\theta)} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_i^2} + \frac{4\theta^3 + \eta}{[(1-\theta^4) + \eta(1-\theta)]^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi_i} \right)^2.$$

Отсюда получим

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = [(1-\theta^4) + \eta(1-\theta)] \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi_i} = [(1-\theta^4) + \eta(1-\theta)] \frac{\partial U}{\partial \xi_i};$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi_i^2} = [(1-\theta^4) + \eta(1-\theta)] \left[\frac{\partial^2 U}{\partial \xi_i^2} - (4\theta^3 + \eta) \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_i} \right)^2 \right].$$

Таким образом, математическая модель (4) – (6) сводится к виду:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi_1^2} + k^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi_2^2} = \frac{\partial U}{\partial \tau} + (4\theta^3 + \eta) \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \xi_1} \right)^2 + k^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_2} \right)^2 \right]; \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=1} = Sk_i; \quad \left. \frac{\partial U}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=0} = 0; \quad (21)$$

$$U|_{\tau=0} = U(0, 0, \tau_0) = U_0. \quad (22)$$

В работах [7, 8] вторым слагаемым

$$\Phi(\xi_1, \xi_2, \tau) = (4\theta^3 + \eta) \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \xi_1} \right)^2 + k^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_2} \right)^2 \right] \quad (23)$$

пренебрегают и таким образом полностью линеаризуют задачу. В данной работе использован прием учета функции (23) после ее упрощения. Так как температурная функция $\theta(\xi_1, \xi_2, \tau)$ изменяется в пределах $\theta_0 \leq \theta \leq \theta_{\max}$, то в выражении (23) ее можно заменить средним значением,

$$\bar{\theta} = (\theta_0 + \theta_{\max}) / 2. \quad (24)$$

где θ_{\max} – конечная температура нагрева.

Заметим, что при расчетах весь процесс нагрева можно разбить на несколько этапов, принимая среднюю температуру (24) в пределах каждого этапа.

Таким образом, уравнение (20) принимает вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi_1^2} + k^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi_2^2} = \frac{\partial U}{\partial \tau} + \omega \left[\left(\frac{\partial U}{\partial \xi_1} \right)^2 + k^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \xi_2} \right)^2 \right], \quad (25)$$

где

$$\omega = 4\bar{\theta}^3 + \eta = \text{const}. \quad (26)$$

Очевидно, что решение задачи (25), (21), (22) можно представить в виде суммы двух одномерных функций:

$$U(\xi_1, \xi_2, \tau) = U_1(\xi_1, \tau_1) + U_2(\xi_2, \tau_2).$$

Тогда приходим к решению двух одномерных задач вида:

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial \xi_i^2} = \frac{\partial U_i}{\partial \tau_i} + \omega \left(\frac{\partial U_i}{\partial \xi_i} \right)^2; \quad U_i(0, \tau_i^0) = U_{i0}; \quad (27)$$

$$\left. \frac{\partial U_i}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=1} = Sk_i; \quad \left. \frac{\partial U_i}{\partial \xi_i} \right|_{\xi_i=0} = 0. \quad (28)$$

Используя МЭИ, примем разрешающее уравнение в виде

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial \xi_i^2} = f_i(\tau_i), \quad (29)$$

где

$$f_i(\tau_i) = \int_0^1 \left[\frac{\partial U_i}{\partial \tau_i} + \omega \left(\frac{\partial U_i}{\partial \xi_i} \right)^2 \right] d\xi_i. \quad (30)$$

Интегрируя (29) дважды по ξ_i , имеем

$$\frac{\partial U_i}{\partial \xi_i} = f_i(\tau_i) \cdot \xi_i + A_i(\tau_i); \quad (31)$$

$$U_i(\xi_i, \tau_i) = \frac{f_i(\tau_i)}{2} \xi_i^2 + A_i(\tau_i) \xi_i + B_i(\tau_i).$$

Подставляя выражение (31) в условия (28), находим

$$A_i(\tau_i) \equiv 0; \quad f_i(\tau_i) = Sk_i; \quad B_i(\tau_i) = U_{i0}(\tau_i).$$

Таким образом, имеем решение

$$U_i(\xi_i, \tau_i) = \frac{Sk_i}{2} \xi_i^2 + U_{i0}(\tau_i). \quad (32)$$

Для определения температурной функции центра воспользуемся интегральным условием (30):

$$Sk_i = \int_0^1 \left[\dot{U}_{wi}(\tau_i) + \omega(Sk_i \xi_i)^2 \right] d\xi_i = \frac{dU_{wi}}{d\tau_i} + \omega \frac{Sk_i^2}{3}.$$

Отсюда находим

$$U_{wi}(\tau_i) = U_{i0} + Sk_i(1 - \omega Sk_i / 3)(\tau_i - \tau_{0i}),$$

после чего искомое решение (32) принимает вид

$$U_i(\xi_i, \tau_i) = U_{i0} + \frac{Sk_i}{2} \left[\xi_i^2 + 2(1 - \omega Sk_i / 3)(\tau_i - \tau_{0i}) \right].$$

Для всего сечения неограниченной призмы в упорядоченный период нагрева

$$\begin{aligned} U(\xi_1, \xi_2, \tau) &= U_0 + \frac{Sk_1}{2} \left[\xi_1^2 + 2(1 - \omega Sk_1 / 3)(\tau - \tau_0) \right] + \\ &+ \frac{Sk_2}{2} \left[\xi_2^2 + 2(1 - \omega Sk_2 / 3)k^2(\tau - \tau_0) \right] = U_0 + \frac{1}{2} \left[Sk_1 \xi_1^2 + Sk_2 \xi_2^2 \right] + \\ &+ (Sk_1 + k^2 Sk_2) \left(1 - \frac{\omega Sk_1^2 + k^2 Sk_2^2}{3 Sk_1 + k^2 Sk_2} \right) (\tau - \tau_0). \end{aligned} \quad (33)$$

Теперь надо перейти от функции $U(\xi_1, \xi_2, \tau)$ к исходной температурной функции $\theta(\xi_1, \xi_2, \tau)$. В работе [9] при рассмотрении одномерной задачи радиационно-конвективного нагрева функцию, представляющую правую часть граничного условия вида (5), записывали в виде

$$(1 - \theta_{II}^4) + \eta(1 - \theta_{II}) = \chi(\eta, \theta_{II})(1 - \theta_{II}^4). \quad (34)$$

При этом авторы [9] принимали функцию

$$\chi(\eta, \theta_{II}) = 1 + \eta(1 - \theta_{II})(1 - \theta_{II}^4) \quad (35)$$

постоянной, отмечая, что возникающая погрешность колеблется в пределах 2 – 15 % при $0,1 \leq \eta \leq 1$ и $Sk \leq 0,5$. В работе [1] было предложено эту функцию аппроксимировать линейной зависимостью, так как легко убедиться, что отношение $(1 - \theta_{II}) / (1 - \theta_{II}^4)$ представляет собой пологую кривую, незначительно отклоняющуюся от прямой, т.е.

$$\chi(\eta, \theta_{II}) \cong (1 + \eta)(1 - \varepsilon \theta_{II}), \quad (36)$$

где $\varepsilon = 0,75\eta / (1 + \eta)$.

Это позволило [1] повысить точность решения по сравнению с работой [9] и расширить область его применения на термомассивные тела. Используя такой подход, представим подынтегральную функцию (19) в виде

$$\frac{1}{(1-\theta^4) + \eta(1-\theta)} = \frac{1}{(1-\theta^4)(1-\varepsilon\theta)(1+\eta)} = \frac{1}{(1-\theta)(1+\theta)(1+\theta^2)(1-\varepsilon\theta)(1+\eta)}.$$

Тогда, применяя известный метод разложения дробно-рациональной функции на простейшие дроби, имеем

$$\int \frac{d\theta}{1-\theta^4 + \eta(1-\theta)} \approx \frac{1}{1+\eta} \int \left[\frac{A}{1-\theta} + \frac{B}{1+\theta} + \frac{C}{1-\varepsilon\theta} + \frac{D+E\theta}{1+\theta^2} \right] d\theta. \quad (37)$$

Приводя к общему знаменателю и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях θ^k , получим систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} 1 \cdot A + 1 \cdot B + 1 \cdot C + 1 \cdot D + 0 \cdot E &= 1; \\ (1-\varepsilon)A - (1+\varepsilon)B + 0 \cdot C - \varepsilon D + 1 \cdot E &= 0; \\ (1-\varepsilon)A + (1+\varepsilon)B + 0 \cdot C - 1 \cdot D - \varepsilon E &= 0; \\ (1-\varepsilon)A + (1+\varepsilon)B + 0 \cdot C - 1 \cdot D - 1 \cdot E &= 0; \\ -\varepsilon A + \varepsilon B - 1 \cdot C + 0 \cdot D + \varepsilon E &= 0, \end{aligned} \right\}$$

решая которую, находим:

$$A = \frac{1}{4(1-\varepsilon)}; \quad B = \frac{1}{4(1+\varepsilon)}; \quad C = -\frac{\varepsilon^4}{1-\varepsilon^4}; \quad D = \frac{1}{2(1+\varepsilon^2)}; \quad E = \frac{\varepsilon}{2(1+\varepsilon^2)}.$$

Тогда содержащиеся в (37) интегралы принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int \frac{Ad\theta}{1-\theta} = \frac{1}{4(1-\varepsilon)} \ln(1-\theta); \\ I_2 &= \int \frac{Bd\theta}{1+\theta} = \frac{1}{4(1+\varepsilon)} \ln(1+\theta); \\ I_3 &= \int \frac{Dd\theta}{1+\theta^2} = \frac{1}{2(1+\varepsilon^2)} \operatorname{arctg}\theta; \\ I_4 &= \int \frac{Cd\theta}{1-\varepsilon\theta} = \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon^4} \ln(1-\varepsilon\theta); \\ I_5 &= \int \frac{Ed\theta}{1+\theta^2} = \frac{\varepsilon}{4(1+\varepsilon^2)} \ln(1+\theta^2). \end{aligned} \right\}$$

Объединяя выражения (19), (34) – (38) и (33), получаем решение поставленной задачи в виде

$$\Omega(\theta_2) = \Omega(\theta_{2II}) + \frac{p}{2} (Sk_1 \xi_1^2 + Sk_2 \xi_2^2), \quad (38)$$

где

$$\Omega(\theta) \equiv U(\theta) \equiv \frac{1}{1+\eta} \sum_{i=1}^5 I_i(\theta); \quad (39)$$

$$\Omega(\theta_{2II}) = \Omega(\theta_0) + p(\tau - \tau_0);$$

$$p = (Sk_1 + k^2 Sk_2) \left(1 - \frac{\omega Sk_1^2 + k^2 Sk_2^2}{3 Sk_1 + k^2 Sk_2} \right).$$

В работе [8] приведена таблица значений интеграла (37), полученная численным методом. Сопоставим результаты вычисления функции $\Omega(\theta)U(\theta)$, представляющей приближенное представление интеграла (37), с численным интегрированием [8], где результаты варьировались по параметру $\eta = 0,2 - 2,0$. В табл. 1 приведены результаты расчета для случая $\eta = 1$.

Таблица 1

Значения интеграла (37) по приближенному (38), (39) и точному [8] решениям ($\eta = 1$)

θ	$\Omega \approx U(38),(39)$	$U [8]$	$\Delta U, \%$
0,20	0,1040	0,1054	1,3
0,40	0,2179	0,2239	2,7
0,60	0,3548	0,3640	2,5
0,80	0,5340	0,5579	4,3
0,84	0,5868	0,6130	4,3
0,88	0,6522	0,6807	4,2
0,92	0,7413	0,7718	4,0
0,94	0,8027	0,8342	3,8
0,96	0,884	0,9199	3,5
0,98	1,0263	1,0619	3,4

Из табл. 1 очевидно, что приближенное представление интеграла (37) функциями (38) по сравнению с точным решением вносит погрешность, не превышающую 5%. Таким образом, полученное решение может быть использовано для проведения инженерных расчетов, так как функции (38) позволяют довольно просто вычислять значение интеграла (37) для любой заданной температуры θ .

Для оценки приемлемости полученного решения был просчитан пример с исходными данными: $Sk_1 = Sk_2 = 0,5$; $Bi_1 = Bi_2 = 0,5$; $k = R_1/R_2 = 1$. Результаты расчета приведены на рис. 1, где также для сравнения

даны графики численного интегрирования [8]. При расчетах поправочный коэффициент $\omega(26)$ вычислялся по средней температуре $\bar{\theta}_{\text{ш}} = 0,5(1 + \theta_{\text{ш}})$, которую определяли с учетом температуры, полученной на предыдущем шаге.

Анализ сопоставления показывает, что для ориентировочной оценки температурного состояния призмы можно пользоваться полученным решением. Однако для уточнения решения необходимо его совершенствовать. На наш взгляд, наиболее верным будет решение, учитывающее второе слагаемое в правой части уравнения (27) не осредненным, а как функцию координаты и времени.

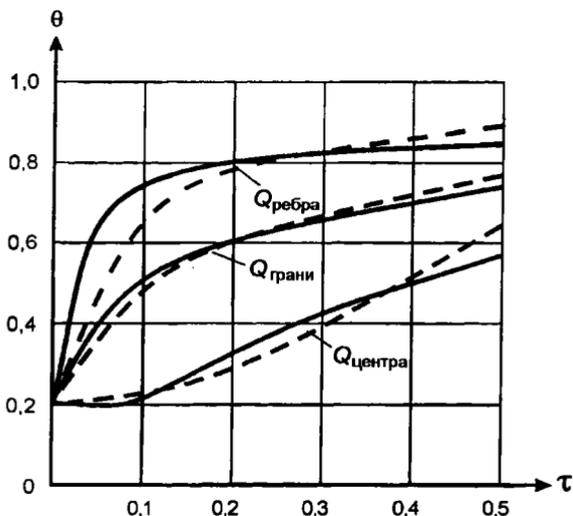


Рис. 1. Изменение температуры в характерных точках сечения неограниченной квадратной призмы:

— МЭИ; --- численное интегрирование [8]

ЛИТЕРАТУРА

1. *Постольник Ю. С.* Приближенные методы исследований в термомеханике. — Киев. — Донецк: Вища шк., 1984. — 158 с.
2. *Постольник Ю. С., Огурцов А. П.* Нелінійна прикладна термомеханіка. — Київ: НМЦ ВО МОНУ, 2000. — 280 с.
3. Графоаналитический метод расчета процесса затвердевания стальных слитков / Ю. С. Постольник, В. И. Тимошпольский, И. А. Трусова и др. // ИФЖ. — 2001. — Т. 4. — № 3. — С. 100 — 105.
4. *Гудмен Т.* Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарной теплопроводности // Проблемы теплообмена. — М.: Атомиздат, 1967. — С. 41 — 91.

5. *Самойлович Ю. А.* Расчет затвердевания слитков // *Металлургическая тепло-техника/ Сб. науч. тр. ВНИИМТ.* – Свердловск: Metallurgizdat, 1965. – Вып. 12. – С. 114–137.

6. *Гольдфарб Э. М.* Теплотехника металлургических процессов. – М.: Металлургия, 1967. – 439 с.

7. *Иванов В. В., Видин Ю. В., Колесник В. А.* Процессы прогрева многослойных тел лучисто-конвективным теплом. – Ростов н/Д.: Изд-во Ростовского ун-та, 1990. – 160 с.

8. *Видин Ю. С.* Инженерные методы теплопроводности. – Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та, 1992. – 69 с.

9. *Кавадеров А. В., Самойлович Ю. А.* Закономерности нагрева пластины и цилиндра одновременно излучением и конвекцией // *Труды ВНИИМТ.* – Свердловск: Metallurgizdat, 1960. – № 6. – С. 44 – 58.

УДК 669.778

А. С. ЖЕЛТКОВ (РУП БМЗ)*

ОЦЕНКА ВИДА КРИВОЙ УСТАЛОСТИ ХОЛОДНОТЯНУТОЙ ЛАТУНИРОВАННОЙ ПРОВОЛОКИ ПРИ ИЗГИБЕ С ВРАЩЕНИЕМ, РОЛИ ЧИСТОТЫ СТАЛИ ПО ВКЛЮЧЕНИЯМ И ФАКТОРОВ ТОНКОГО ВОЛОЧЕНИЯ В ОБЕСПЕЧЕНИИ ЕЕ ВЫНОСЛИВОСТИ

Усталостная выносливость армирующих элементов рукавов высокого давления и автомобильных шин играет важную роль в обеспечении ресурса их долговечности. Для работы резинотехнических изделий важно поведение армирующих элементов в многоциклового области (обычно свыше 5×10^4 циклов) [1, 8], так как база испытаний рукавов высокого давления достигает 10^6 циклов, оценки работоспособности металлокорда в шинах – 40×10^6 [7]. Наиболее распространенными схемами усталостных испытаний являются испытания на изгиб с вращением, растяжение – сжатие, кручение. В общем случае стремятся, чтобы схема испытаний была максимально приближена к схеме работы элемента в изделии.

При расчете рукавов высокого давления принято, что проволока испытывает в них преимущественно растягивающие нагрузки [2]. Поэтому наиболее адекватными для латунированной проволоки, применяемой в этих изделиях, будут испытания на циклическую выносливость при растяжении. Известно, что именно эту схему используют ведущие институты и фирмы, специализирующиеся в области проектирования и изготовления рукавов высокого давления ответственного назначения и проволоки для них, например фирма Векаерт (Бельгия) [3].

* В работе принимали участие А. М. Нагорный, Е. В. Фетищева, Т. А. Акатьева, А. В. Веденеев, О. Н. Хрол и др.