

2. Энергоэкологические испытания печей с шагающими балками / Б.С. Сокола, В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова и др. // Сталь. 1991. № 7. С. 52 – 56.
3. Комплексная методология разработки экономичных режимов нагрева стали в печах / В.И. Тимошпольский, В.А. Тищенко, С.М. Козлов и др. // Сталь. 2002. № 10. С. 102 – 107.
4. Новые экспериментальные исследования процессов нагрева металла в печах с механизированным подом / В.И. Тимошпольский, В.А. Тищенко, И.А. Трусова и др. // Литье и металлургия. 2002. № 4. С. 148 – 153.
5. Тимошпольский В.И. Теплотехнологические основы металлургических процессов и агрегатов высшего технического уровня. Мн.: Наука и техника, 1995. 256 с.
6. Теплотехнологические режимы при производстве импортозамещающей металлопродукции в условиях РУП «Белорусский металлургический завод» / Ю.Я. Самойлович, В.И. Тимошпольский, Г.А. Анисович и др. // Изв. вузов и энерг. объедин. СНГ. Энергетика. 2002. № 6. С. 57 – 68.
7. Управление температурным режимом нагрева металла по минимуму окисления / В.Б. Ковалевский, В.И. Тимошпольский, А.А. Терлеев и др. // Изв. вузов. Энергетика. 1993. № 5-6. С. 125 – 128.
8. Управление режимом нагрева металла в печах при минимизации расхода топлива / Г.А. Анисович, В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова и др. // Вестн НАНБ. Сер. физ.-техн. навук. 2000. № 3. С. 120 – 123.

УДК 669.12.09

Ю.А. САМОЙЛОВИЧ, д-р техн. наук (НПП «Платан»,
г. Екатеринбург, Россия),
В.И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, д-р техн. наук (ИТМО НАН Беларуси),
Д.Н. АНДРИАНОВ, канд. техн. наук, **Е.В. КАЛИНЕВИЧ** (БНТУ)

УЧЕТ НЕЛИНЕЙНОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТАЛИ ПРИ АНАЛИЗЕ ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В НАГРЕВАЕМЫХ НЕПРЕРЫВНОЛИТЫХ ЗАГОТОВКАХ

В настоящее время при анализе термических напряжений в стальных заготовках, нагреваемых в пламенных печах перед прокаткой, используются упрощенные методы, базирующиеся на решении простейших задач термоупругости [1]. Между тем, в большинстве практических случаев наблюдается весьма существенная нелинейная зависимость физических свойств стали от температуры в интервале температур тепловой обработки стальных изделий (слябов, блюмов) при их нагреве в пламенных печах.

На рис. 1 в качестве примера приводится зависимость от температуры коэффициента теплопроводности стали трех марок (ШХ15, 30ХН3, Р18). Обращает на себя внимание тот факт, что в интервале температур от 800 до 1200 К происходит почти двукратное уменьшение коэффициента теплопроводности стали ШХ15, что обусловлено протеканием фазовых

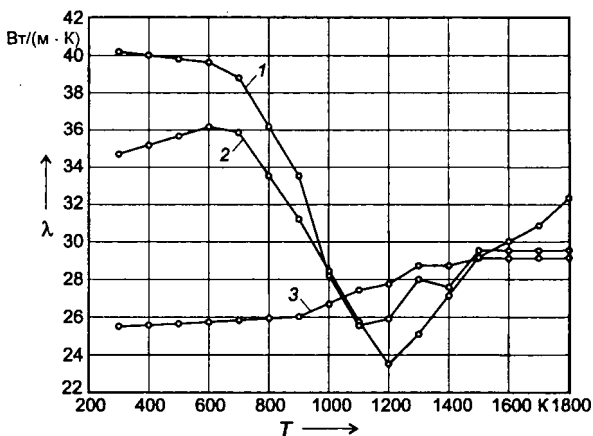


Рис. 1. График изменения коэффициента теплопроводности в зависимости от температуры для трех марок стали: ШХ15 (кривая 1), 30ХНЗ (кривая 2) и Р18 (кривая 3)

превращений стали в указанном интервале температур. Вместе с тем, указанные превращения сопровождаются экзотермическим эффектом, что сказывается на локальном изменении удельной теплоемкости материала в том же интервале температур. Отмеченное явление, связанное с протеканием фазовых превращений аустенита, наблюдается для большинства углеродистых и легированных сталей (см. обзор в книге [2]) и приводит к замедлению прогрева центральных зон стальных слитков и заготовок при их нагреве до температур прокатки (1420...1550 К).

Возникающая при таком замедлении прогрева стали избыточная неравномерность температур по сечению нагреваемых стальных изделий приводит к возрастанию в них растягивающих термических напряжений, что увеличивает опасность нарушения сплошности (растрескивания) металла в процессе нагрева под прокатку.

На рис. 2 представлен график изменения модуля упругости стали марки 80К в зависимости от температуры, из которого следует, что в интервале температур от 300 до 1400...1500 К модуль упругости стали уменьшается на порядок, что не может не сказаться на термических напряжениях в нагреваемых стальных изделиях.

Ниже приводятся результаты количественной оценки учета влияния нелинейности физических свойств стали на характер термических напряжений, возникающих при нагреве заготовок.

Расчеты проведены для непрерывной заготовки с размерами поперечного сечения 250×300 мм из стали марки 80К, которая нагревается в печи с шагающими балками стана 850 РУП «БМЗ». В книге [2] и статье [3] представлены результаты экспериментального изучения режимов нагрева таких заготовок с использованием метода термометрирования, которые подтверждают факт замедления прогрева центральных участков заготовки в интервале температур от 800 до 1200 К.

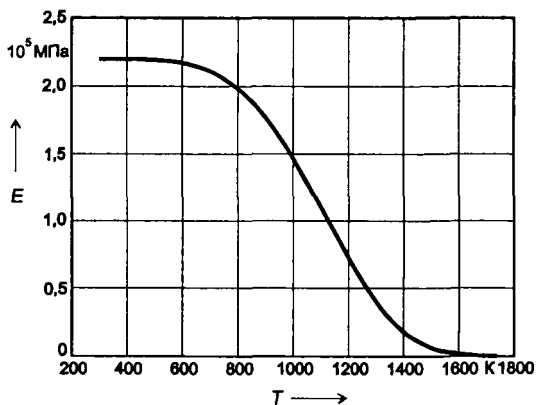


Рис. 2. График изменения модуля упругости стали марки 80К в зависимости от температуры

Расчеты нагрева заготовки в печи выполнены методом конечных элементов [4 – 6]. При этом используется преобразование дифференциальной формы постановки задачи нелинейной теплопроводности в интегрально-матричную форму на основе нижеследующих соотношений.

Уравнение нестационарной теплопроводности для двух пространственных координат x, y

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (1)$$

где ρ, c_p, λ – коэффициенты соответственно массовой плотности, удельной теплоемкости при постоянном давлении и теплопроводности материала заготовок; T – температура в точке сечения заготовки с координатами x, y ; t – время.

Уравнение (1) удовлетворяет условию минимизации интеграла

$$F(T) = \int_{(V)} \frac{1}{2} \left[\lambda_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + 2\rho c_p T \frac{\partial T}{\partial t} \right] dV + \int_{(S)} \frac{\alpha}{2} (T^2 - 2TT_s + T_s^2) dS, \quad (2)$$

где V, S – единицы объема и поверхности заготовки; α – коэффициент теплоотдачи конвекцией; T_s – температура греющей среды (печи).

Граничное условие задачи

$$\alpha(T - T_s) = - \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{\text{пов 1}} - \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{пов 2}}$$

Функционал (2) преобразуется путем введения матриц

$$\{g\}^T = \left[\frac{\partial T}{\partial x} \quad \frac{\partial T}{\partial y} \right]; \quad D = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix}$$

к виду

$$F(T) = \int_{(V)} \frac{1}{2} \{g\}^T [D] \{g\} dV + \int_{(V)} \rho c_p T \frac{\partial T}{\partial t} dV + \int_{(S)} \frac{\alpha}{2} (T^2 - 2TT_s + T_s^2) dS. \quad (3)$$

В соответствии с методом конечных элементов расчетное сечение заготовки разбивается на ансамбль участков (элементов) треугольной формы, как показано на рис. 3. Искомая функция $T = T(x, y, t)$ заменяется набором функций T_i , определенных на узлах сеточной области; при этом интегралы в соотношении (3) могут быть разбиты на интегралы по отдельным элементам, что приводит к соотношениям

$$F(T) = \sum_{i=1}^M \int_{(V_i)} \frac{1}{2} \{g_i\}^T [D_i] \{g_i\} dV_i + \sum_{i=1}^M \int_{(V_i)} \rho c_p T_i \frac{\partial T_i}{\partial t} dV_i + \sum_{j=1}^m \int_{(S_j)} \frac{\alpha_j}{2} (T_j T_j - 2T_j T_s + T_s^2) dS_j, \quad (4)$$

где M – общее число конечных элементов, m – число участков поверхности тела.

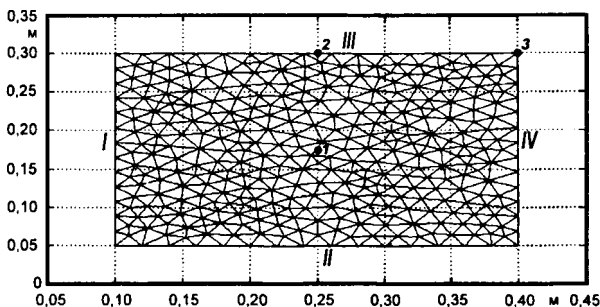


Рис. 3. Схема сеточной области в поперечном сечении непрерывнолитой заготовки с размерами поперечного сечения 250×300 мм

Вводя в рассмотрение определенные функции формы Φ_i , удается привести систему уравнений (4) к следующей системе дифференциальных матричных уравнений [6, с. 202]:

$$[C] \frac{\partial \{\Phi\}}{\partial t} + [K] \{\Phi\} + \{f\} = 0,$$

где матрицы $[C]$, $[K]$ и $\{f\}$ определяются формулами*:

$$[K_i] = \int_{(V)} [B]^T [D] [B] dV + \int_{(S)} \alpha [N]^T [N] dS$$

(матрица жесткости);

$$[C_i] = \int_{(V)} \rho c_p [N]^T [N] dV$$

(матрица демпфирования);

$$\{f_i\} = - \int_{(S)} \alpha \Phi_s [N]^T dS$$

(вектор нагрузки).

Заметим, что «механический» характер названий для матриц прижился в связи с тем, что исторически метод конечных элементов получил широкое применение в строительной механике и в разнообразных задачах механики твердого тела [5 – 7].

Постановка задачи нелинейной термоупругости для нагреваемых заготовок с прямоугольным поперечным сечением основана на использовании гипотезы «плоской деформации» ($\epsilon_z = \text{const}$), когда из всех компонент тензора напряжений остаются три главные: σ_x , σ_y и τ_{xy} , связанные с компонентами тензора деформаций соотношениями

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = D \left\{ \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_0 \\ 0 \end{bmatrix} (1+\nu) (T-T_0) \right\}, \quad (5)$$

где D – тензор упругих свойств материала:

$$D = \frac{E(T)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

* Обозначения матриц B , N , f см. в [6].

E , α_0 , ν – соответственно модуль упругости, коэффициент линейного расширения стали и число Пуассона.

Система уравнений (5), (6) дополняется уравнениями равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = K_x; \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = K_y; \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = K_z,$$

(K – вектор объемных сил) и соответствующими начальными и граничными условиями.

На рис. 4 представлены результаты численного решения задачи теплопроводности с учетом нелинейностей двух видов:

1) при задании зависимости коэффициентов теплопроводности и удельной теплоемкости от температуры согласно эмпирическим данным для высокоуглеродистой стали (см. графики и таблицы в книге [2, с. 278]);

2) с учетом теплообмена на поверхности заготовки путем излучения и конвекции в соответствии с граничным условием

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_{\text{пов}} = \alpha (T_S - T_{\text{пов}}) + \sigma_b (T_S^4 - T_{\text{пов}}^4), \quad (7)$$

где $\alpha = 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; σ_b – коэффициент теплообмена излучением на поверхности нагреваемых заготовок, равный $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$. При этом изменение во времени температуры греющей среды (печи) $T_S(t)$

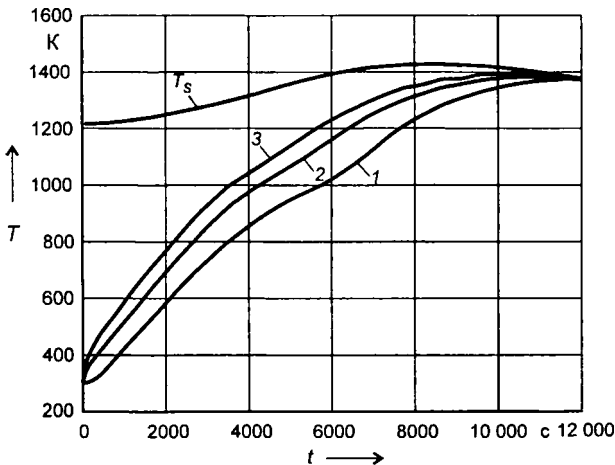


Рис. 4. Расчетные графики изменения во времени температур в трех характерных точках поперечного сечения непрерывной заготовки: в центре симметрии сечения (точка 1 на рис. 3), посередине широкой грани (точка 2) и в угловой точке (точка 3); T_S – заданное изменение температуры греющей среды

принято в соответствии с рекомендациями, данными в [4]. Как видно из рис. 4, на графике изменения во времени температуры в центре сечения заготовки (T_1) наблюдается ярко выраженное замедление (снижение скорости роста температуры), что находится в соответствии с данными термометрирования, приведенными в [2, с. 83] и [3].

На рис. 5 и 6 приводятся результаты определения компонент тензора напряжений σ_x и σ_y в центре симметрии поперечного сечения заготовки в соответствии с изложенным выше методом конечных элементов при задании неизменных упругих характеристик стали: $\alpha_0 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\nu = 0,3$ и $E = 1,4 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ (для рис. 5), $E = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ (для рис. 6).

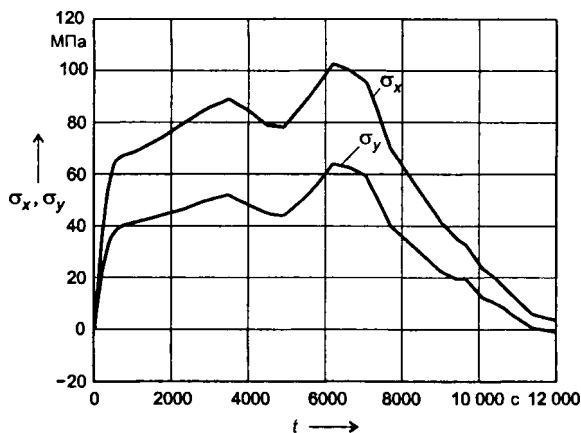


Рис. 5. График изменения компонент тензора напряжений σ_x , σ_y во времени в центре симметрии поперечного сечения заготовки при задании в расчетах термических напряжений постоянной величины модуля упругости $E = 1,5 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

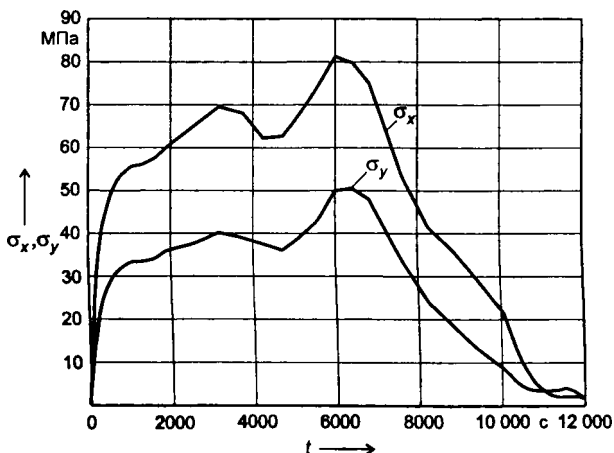


Рис. 6. То же, что на рис. 5, при задании $E = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

Графики изменения во времени показателей поля термических напряжений на оси симметрии заготовки, приведенные на рис. 5 и 6, соответствуют двум принятым в расчетах неизменным значениям модуля упругости стали, соответствующим температурам 1023 и 1100 К.

Из рассмотрения графиков следует, что учет нелинейности в задании граничного условия (7) и при задании зависимости теплофизических свойств стали (но при неизменном значении модуля упругости!) приводит к возникновению двух максимумов на кривых изменения во времени показателей $\sigma_x = \sigma_x(t)$ и $\sigma_y = \sigma_y(t)$. Очевидно, что возникновение второго из упомянутых максимумов при $t = 600$ с обусловлено замедлением прогрева центральной зоны заготовки, зафиксированным графиками на рис. 4.

На рис. 7 приведено изменение во времени показателей поля термических напряжений на оси симметрии заготовки, полученных при учете зависимости модуля упругости стали от температуры в соответствии с графиком (см. рис. 2), помимо учета указанных выше нелинейностей в постановке задачи теплопроводности.

Сравнивая графики на рис. 5 – 7, можно отметить два различия, обусловленных учетом зависимости модуля упругости стали от температуры. Во-первых, графики на рис. 7 характеризуются лишь одним экстремумом, который достигается в начальной стадии нагрева (при $t = 2500$ с). Эффект замедления прогрева центральной зоны сечения заготовки приводит к изменению кривизны графиков в интервале времени около 6000 с, однако максимум значений σ_x и σ_y здесь не достигается в связи с быстрым падением модуля упругости при росте температуры выше 1100 К.

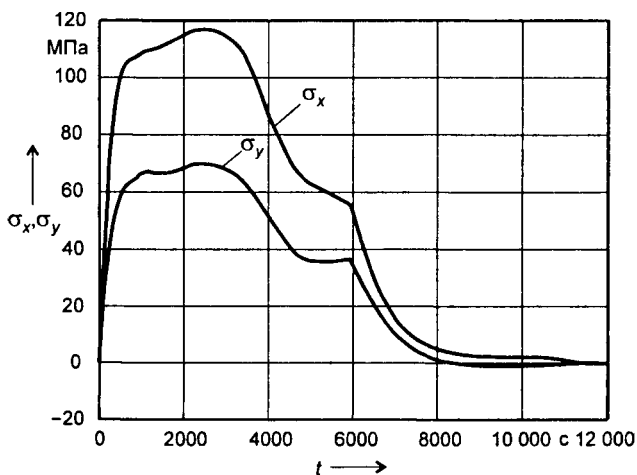


Рис. 7. График изменения во времени компонент тензора напряжений σ_x , σ_y в центре симметрии поперечного сечения заготовки при задании в расчетах зависимости модуля упругости от температуры в соответствии с графиком, представленным на рис. 2

Во-вторых, максимальные значения растягивающих напряжений на оси симметрии заготовки при $t = 2500$ с, полученные при задании в расчетах зависимости $E = E(T)$, существенно увеличивают значения σ_x и σ_y , полученные при задании неизменных значений модуля упругости.

Таким образом, учет зависимости модуля упругости стали от температуры является важной предпосылкой для получения адекватных действительности показателей поля термических напряжений в сечении заготовок при их нагреве в печах перед прокаткой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тайц Н.Ю.* Технология нагрева стали. М.: Металлургиздат, 1962. 567 с.
2. Стальной слиток: В 3 т. Т. 3: Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова и др.; под ред. В.И. Тимошпольского, Ю.А. Самойловича. Мн.: Бел. наука, 2001. 879 с.
3. Комплексная методология разработки экономичных режимов нагрева в печах / В.И. Тимошпольский, В.А. Тищенко, С.М. Козлов и др. // *Сталь*. 2002. № 10. С. 102 – 106.
4. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 318 с.
5. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
6. *Сакулович М.* Метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1993. 660 с.

УДК 536.12:518.61

В.И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, д-р техн. наук (ИТМО НАН Беларуси),
Д.Н. АНДРИАНОВ, канд. техн. наук,
П.Э. РАТНИКОВ (БНТУ)

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Классификация методов решения задач нестационарной теплопроводности. Существующие методы решения краевых задач теплопроводности можно классифицировать по различным признакам; один из них – форма, в которой получаются результаты решений. Решение задачи может быть представлено в виде формул, позволяющих по заданным значениям аргументов получать значения искомого функций. В таких случаях решение называется аналитическим. С помощью численных методов решение может быть представлено числовыми значениями функции в некоторых заданных числовых значениях аргумента.

Аналитические методы позволяют получать более наглядные решения по сравнению с численными методами; по ним легко проанализировать влияние всех факторов на результат решений. Аналитические методы могут быть точными (классическими) и приближенными.