

гия и литейное производство. — Мн.: Белоргстанкинпромиздат, 1997. — С. 47—49.

2. Кукуй Д. М., Суторьма И. И. Компьютерное моделирование литниковых систем // Литейное производство и металлургия: Информ. бюллетень. — Мн.: Интерфаундри, 1997. — № 3, 4. — С. 26—28.

3. Кукуй Д. М., Суторьма И. И. Методика математического моделирования процесса заполнения полости литейной формы расплавленным металлом // Мир инструмента. — 1995. — № 3. — С. 28—29.

УДК 621.74

И. И. СУТОРЬМА, канд. техн. наук (ГГТУ им. П. О. Сухого)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМА ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗОВ В ПОРАХ ЛИТЕЙНОЙ ФОРМЫ

Одним из наиболее распространенных дефектов, возникающих при производстве отливок в песчано-глинистых формах, являются газовые раковины. Обычный способ уменьшения количества брака, вызванного ими, путем изменения состава формовочной смеси для снижения ее газотворной способности не всегда приводит к требуемому результату. Так, при производстве крупных отливок из серого чугуна на гомельском литейном заводе «Центролит» путем снижения газотворной способности формовочной смеси практически в два раза лишь отчасти удалось устранить возникновение газовых раковин. В связи с этим большой интерес представляет изучение условий тепломассопереноса в стенках литейной формы и их влияния на формирование газовых дефектов.

В данной работе предлагаются две детерминированные математические модели, основанные на решении краевой задачи тепломассообмена.

**1. Сухие песчано-глинистые формы и стержни.** В математической модели принято, что в объеме литейной формы газовая фаза представляет собой смесь из  $N$ -компонентов, выделяющихся при термическом разложении соответствующих составляющих формовочной смеси. Образующиеся газообразные продукты деструкции фильтруются в пористом материале наполнителя. Этот процесс следует считать нестационарным, так как по мере прогрева стенок формы непрерывно протекают реакции термического разложения. В связи с этим происходит неравномерный пульсационный массоперенос, что проявляется в колебаниях тока и других параметров.

Имея данные о химических превращениях (в условиях относительно невысоких скоростей газа), получим систему уравнений сохранения массы, импульса и энергии:

$$\nabla(\rho^g \bar{v}^g) = 0, \quad (1)$$

где  $\rho^g$  — плотность газа, образующегося в результате деструкции;  $\bar{v}^g$  — скорость потока газов в процессе фильтрации;

$$\nabla(\rho^g \bar{v}^g \bar{v}^g) = \nabla \delta + \rho^g \bar{g}^g + \bar{R}, \quad (2)$$

где  $\delta$  — тензор поверхностных сил в газовой фазе;  $\bar{g}^g$  — вектор массовых сил в газовой фазе;  $\bar{R}$  — межфазная сила, действующая на 1 м<sup>3</sup> газа;

$$\nabla(\rho^g \theta^g r^g) \bar{v}^g = \alpha(1 - K_1) S^\Phi (r^g - r^\Phi), \quad (3)$$

где  $\theta^g$  — теплопроводность газа;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи газовой смеси;  $K_1$  — коэффициент, отражающий доли потоков фильтрующихся газов по нормали к внутренней поверхности формы;  $S^\Phi$  — удельная поверхность формы;  $r^g$ ,  $r^\Phi$  — температура газа и литейной формы соответственно;

$$(1 - \epsilon) \rho^\Phi \theta^\Phi \frac{\partial r^\Phi}{\partial \tau} + \sum_{n=1}^N Q^\Phi \zeta_n^\Phi c_n^\Phi = (\nabla - \lambda^\Phi \nabla r^\Phi) - \alpha(1 - K_1) S^\Phi (r^g - r^\Phi), \quad (4)$$

где  $\rho^\Phi$  — плотность формовочной смеси;  $\theta^\Phi$  — теплопроводность формовочной смеси;  $\tau$  — время;  $Q^\Phi$  — энтальпия  $n$ -компонента формовочной смеси;  $\zeta_n^\Phi$  — константа скорости деструкции  $n$ -компонента формовочной смеси;  $c_n^\Phi$  — концентрация  $n$ -компонента формовочной смеси;  $\lambda^\Phi$  — теплопроводность формовочной смеси;

$$\zeta_n^\Phi = B^\Phi \exp\left(\frac{\Delta E_n^\Phi}{R r^\Phi}\right), \quad (5)$$

где  $B^\Phi$  — предэкспонента;  $\Delta E^\Phi$  — энергия активации процесса деструкции  $n$ -компонента.

**2. Сырые песчано-глинистые формы.** В математической модели принято, что в объеме литейной формы газовая фаза представляет собой дисперсную смесь двух континуумов:  $N$ -компонентного газа продуктов термического разложения составляющих формовочной смеси и влаги, входящей в состав формовочной смеси, как отдельного компонента.

Вследствие большого градиента температур в форме образуется трехслойная стенка со слоями, имеющими существенное различие по физико-механическим свойствам. Первый слой непосредственно находится в контакте с расплавом и представляет собой спеченную твердую корку. Второй характеризуется высокой степенью влажности и низкой прочностью. Для третьего непрогретого слоя характерны исходные прочностные свойства литейной формы до заливки. Границы слоев в процессе затвердевания и охлаждения отливок постоянно изменяются [1].

Процессы испарения и конденсации паров жидкости, так же как и движение газов в математической модели для сухих песчано-глинистых форм и стержней, следует считать нестационарными вследствие того, что по мере накопления влаги на каком-либо участке изменяются его свойства: гидравлическое сопротивление, прочность, твердость, газопроницаемость и т. д. В связи с этим происходит неравномерная фильтрация газов, зависящая от конфигурации внутренней полости формы.

Учитывая, что для сырых песчано-глинистых форм в уравнение сохранения энергии необходимо ввести дополнительный член, описывающий процесс конденсации влаги, заменим уравнение (3) уравнением

$$\nabla \left( \rho^{\Gamma} \theta^{\Gamma} t^{\Gamma} \right) \bar{v}^{\Gamma} + Q^{\Gamma} \zeta^{\Gamma} c^{\Gamma} v^{\Gamma} = \alpha (1 - K_1) S^{\Phi} \left( t^{\Gamma} - t^{\Phi} \right), \quad (6)$$

где  $Q^{\Gamma}$  — энтальпия пара;  $\zeta^{\Gamma}$  — константа скорости конденсации;  $c^{\Gamma}$  — концентрация влаги в газовой смеси.

При этом выражение (5) необходимо дополнить соотношением:

$$\zeta_n^{\Gamma} = B_n^{\Gamma} \exp \left( \frac{\Delta E_n^{\Gamma}}{R t^{\Gamma}} \right), \quad (7)$$

где  $\Delta E^{\Gamma}$  — энергия активации процесса конденсации.

С целью контроля миграции слоев в пространстве литейной формы в данной математической модели система уравнений (1), (2), (4)—(7) дополняется уравнением фильтрации содержащего влагу потока газа через слой формовочной смеси:

$$\bar{v}_x \frac{d \Psi^{\Gamma}}{dx} = K_2 A_{\Phi} f \left( \Psi^{\Gamma} \right), \quad (8)$$

где  $x$  — координата по нормали к внутренней поверхности формы;  $A_{\Phi}$  — эффективная константа скорости изменения концентрации влаги;  $K_2$  — коэффициент фильтрации;  $\Psi^{\Gamma}$  — концентрация влаги.

Интегрирование уравнения (8) при граничном условии

$$\Psi^r \Big|_{x=0} = \Psi^{r0} \quad (9)$$

позволяет получить рабочее уравнение для прогноза содержания влаги в фильтрующихся газах

$$\Psi^{r.k} = \frac{\Psi^{r0}}{(A_\Phi \Phi \Psi^{r0} + 1) K_3}, \quad (10)$$

где  $\Phi$  — показатель фильтрации, отражающий зерновой состав наполнителя (формовочного песка):

$$\Phi = 4,2x(1 - \varepsilon)(1,9 - \varepsilon) / d^\Phi [\bar{v}^r]^2 \rho^r; \quad (11)$$

$d^\Phi$  — диаметр фракции наполнителя формовочной смеси;  $K_3$  — коэффициент, учитывающий количество неконденсированной влаги.

На основе представленной выше системы уравнений переноса разработан алгоритм для математического моделирования процесса конденсации влаги при фильтрации газов в порах литейной формы в процессе затвердевания и охлаждения отливки. Согласно алгоритму, системы уравнений (1)—(5) и (1), (2), (4)—(8) решаются численно конечно-разностными методами по явной схеме с расщеплением по физическим процессам. Интегрирование уравнений, описывающих массоперенос, выполняется с использованием метода коррекции потоков. Кинетическое уравнение решается по схеме Рунге—Кутты второго порядка точности. При необходимости для расчета профилей с большим градиентом применяются адаптированные к решению расчетные сетки.

В настоящее время ведется работа по адаптации алгоритма к математической модели процесса заполнения полости литейной формы расплавленным металлом, приведенной в [2, 3].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Анисович Г. А. Охлаждение отливок в комбинированной форме. — М.: Машиностроение, 1969. — 136 с.
2. Кукуй Д. М., Сутормыа И. И. Математическое моделирование процесса заполнения полости литейной формы расплавленным металлом // *Металлургия и литейное производство*. — Мн.: Белоргстанкинпроиздат, 1997. — С. 47—49.
3. Kukui D. M., Sutorma I. I., Rafalski I. V. 3-D Computer Control of Melt Flow Process in a Mould // 42 Internationalen Wissenschaftlichen Kolloquium, IWK — Ilmenau. — 1997. — P. 35—40.