

В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, докт. техн. наук (БГПА),
Ю. А. САМОЙЛОВИЧ, докт. техн. наук (г. Екатеринбург, Россия),
И. А. ТРУСОВА, канд. техн. наук, О. Г. ХОПОВА (БГПА)

РАСЧЕТНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗНИКНОВЕНИЯ «ТЕМНЫХ ПЯТЕН» ПРИ ТЕПЛОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НАГРЕВАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ С ОПОРНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ МЕТОДИЧЕСКИХ ПЕЧЕЙ

При движении металла в методической печи, имеющей зону нижнего обогрева, экранирование опорными устройствами нижней поверхности заготовок приводит к образованию зон (полос) с пониженной температурой — так называемых «темных пятен». Для их устранения предусматривается определенная выдержка заготовок в томильной зоне печи; в противном случае неравномерность прогрева заготовок может привести к перегрузке валков при прокатке и возникновению дефектов металла.

Изучению закономерностей образования «темных пятен» в нагреваемых заготовках посвящено небольшое количество опубликованных исследований.

В монографии А. В. Кавадерева [1] приведены результаты стендовых исследований образования «темных пятен» в стальной заготовке с использованием метода термометрирования: измерение температур выполняли в 30 точках по сечению опытной стальной заготовки, нагреваемой при расположении на водоохлаждаемой глиссажной трубе. Расчетный анализ неравномерности поля температур в плоском стальном слябе, расположенном на водоохлаждаемой глиссажной трубе, выполнен Е. Г. Двейриным [2] с использованием численного метода сеток. Проведение экспериментальных работ по изучению закономерностей образования «темных пятен» отличается большой трудоемкостью.

Ниже изложена попытка теоретического описания возникновения «темных пятен» в нагреваемых заготовках и получения несложных расчетных формул для определения неравномерности их температурного поля.

Сформулируем задачу нестационарной теплопроводности для плоского сляба, нагреваемого на глиссажных трубах при двухстороннем несимметричном обогреве. Как показано на рис. 1, толщина сляба принята равной S , а расстояние между соседними трубами — $2l$.

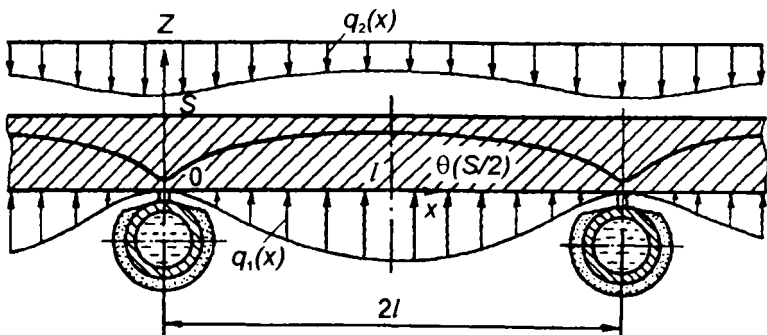


Рис. 1. Схема распределения тепловых потоков и температур к расчету нагрева плиты (сляба) на глянсажных трубах

Полагая, что температурное поле сляба симметрично относительно плоскостей $x = 0$ и $x = l$ (и не изменяется вдоль сляба в направлении его перемещения по трубам), запишем формулировку задачи в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = 0, x = l; \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -q_1(x, t) \quad \text{при} \quad z = 0; \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q_2(x, t) \quad \text{при} \quad z = S; \quad (4)$$

$$T = T_{\text{нач}} \quad \text{при} \quad t = 0. \quad (5)$$

Здесь принято, что начальная температура ($T_{\text{нач}}$) равномерно распределена в сечении сляба, а теплофизические свойства материала неизменны.

Введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{T - T_{\text{нач}}}{T_c}; \quad X = \frac{x}{l}; \quad Z = \frac{z}{S}; \quad \frac{S}{l} = k; \\ \delta &= \frac{l}{R}; \quad \tau = \frac{at}{S^2}; \quad Q = \frac{qS}{\lambda(T_c - T_{\text{нач}})}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где T_c — некоторая условная температура.

Тогда формулировка задачи примет вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = k^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad \text{при } X = 0, X = 1; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = -Q_1(X, \tau) \quad \text{при } Z = 0; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = Q_2(X, \tau) \quad \text{при } Z = 1; \quad (10)$$

$$\theta = \theta_{\text{нач}} = 0 \quad \text{при } \tau = 0. \quad (11)$$

Решение задачи, определяемой системой уравнений (7)–(11), получено с использованием метода косинус-преобразований конечного вида и представлено следующим выражением:

$$\begin{aligned} \Theta(x, z, \tau) = & \int_0^{\tau} \left[\int_0^1 Q_1(X, \tau) dX + \int_0^1 Q_2(X, \tau) dX \right] d\tau + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\pi Z e^{-m^2 \pi^2 \tau} \times \\ & \times \int_0^{\tau} e^{m^2 \pi^2 \tau} \left[\int_0^1 Q_1(X, \tau) dX + (-1)^m \int_0^1 Q_2(X, \tau) dX \right] d\tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi X e^{-k^2 n^2 \tau} \times \\ & \times \int_0^{\tau} e^{k^2 n^2 \pi^2 \tau} \left[\int_0^1 Q_1(X, \tau) \cos n\pi X dX + \int_0^1 Q_2(X, \tau) \cos n\pi X dX \right] \times \\ & \times d\tau + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi X \sum_{m=1}^{\infty} \cos m\pi Z e^{-(k^2 n^2 \tau + m^2 \pi^2) \tau} \int_0^{\tau} e^{(k^2 n^2 \pi^2 + m^2 \pi^2) \tau} \times \\ & \times \left[\int_0^1 Q_1(X, \tau) \cos n\pi X dX + (-1)^m \int_0^1 Q_2(X, \tau) \cos n\pi X dX \right] d\tau. \quad (12) \end{aligned}$$

Для дальнейшего анализа необходимо расшифровывать выражения тепловых потоков $q_1(x, t)$ и $q_2(x, t)$.

В зоне нижнего отопления методической печи происходит теплообмен излучением между дымовыми газами, кладкой печи, поверхностями металла и глиссажных труб.

Найдем выражение теплового потока $q_1(x, t)$ исходя из следующих основных допущений:

а) излучателем служит внутренняя поверхность обмуровки (кладки) нижней зоны печи; температура кладки одинакова по всей ее поверхности;

б) пространство между телами заполнено прозрачным (по излучению и поглощению лучей) газом;

в) для всех тел излучение подчиняется закону косинусов (Ламберта) и закону Стефана—Больцмана;

г) температура глиссажной трубы одинакова по всей ее поверхности.

Для решения задачи воспользуемся методом сальдо-потоков в виде, предложенном в работе Д. В. Будрина [3].

Предположим, что элемент df_n поверхности плиты (с температурой T_n , К) и глиссажная труба (с температурой T_T , К) образуют незамкнутую систему тел в рабочем пространстве печи. В этом случае результирующий лучистый поток на элемент df_n

$$q_n = \frac{(E_c - E_n)(\varphi_{n,c} + R_2\Phi_3) - (E_T - E_n)\varphi_{n,T}}{1 - R_n(\varphi_{n,T} + \varphi_{n,c}) + R_T(\varphi_{T,n} + \varphi_{T,c})R_n R_T \Phi_3}, \quad (13)$$

где E — поток лучистой энергии для каждого тела соответственно индексу, кДж/(м²·ч):

$$E = \sigma_0 T^4;$$

R — относительная рефлексивность тела (согласно обозначениям Д. В. Будрина):

$$R = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon};$$

$\varphi_{1,2}$ — угловой коэффициент с поверхности 1 на поверхность 2;

$$\Phi_c = \varphi_{n,T}\varphi_{T,c} + \varphi_{T,c}\varphi_{n,c} + \varphi_{n,c}\varphi_{T,n};$$

σ_0 — постоянная Стефана—Больцмана; ϵ — степень черноты тела.

Согласно принципу взаимности, $\varphi_{n,c} = 1 - \varphi_{n,T}$, $\varphi_{T,c} \approx 0$ (ввиду малости элемента df_n), тогда

$$\varphi_{T,c} = 1 - \varphi_{T,n} \approx 1;$$

$$\Phi \approx 1.$$

Кроме того,

$$1 \mp R_n + R_T + R_n R_T = \frac{1}{\epsilon_n \epsilon_T}$$

и

$$1 + R_T = \frac{1}{\epsilon_T}.$$

Используя указанные выше значения угловых коэффициентов и относительных рефлективных, получим для удельного лучистого потока на элемент df_n поверхности плиты выражение

$$q_n = \epsilon_n (E_c - E_n) - \Phi_{n,T} \epsilon_n \epsilon_T (E_c - E_T). \quad (14)$$

Угловой коэффициент с элемента df_n поверхности плиты на затеняющую его поверхность S глянцевой трубы

$$\Phi_{n,T} = \iint_{(S)} \frac{\cos \beta_m \cos \beta_s}{\pi r_1^2} dS. \quad (15)$$

Ввиду затрудненности интегрирования по сложному контуру поверхности заменим ее цилиндрической (T), эквивалентной (S) по затеняемости.

Для углового коэффициента получим выражение

$$\Phi_{n,T} = \frac{1}{\pi} \iint_{(T)} \frac{\cos \beta_m \cos \beta_T}{\rho_{m,T}^2}, \quad (16)$$

согласно рис. 2:

$$\left. \begin{aligned} df_T &= \rho da dy_T; \\ \cos \beta_T &= \frac{\rho}{\rho_{m,T}}; \\ \cos \beta_m &= \frac{\rho}{\rho_{m,T}} \sin \alpha; \\ \rho_{m,T}^2 &= \rho^2 + (y_m - y_T)^2. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Подставим (17) в формулу (16):

$$\Phi_{n,T} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dy_T \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha \rho^3}{\rho_{m,T}^4} d\alpha. \quad (18)$$

В первом интеграле выражения (18) пределы взяты бесконечными, т. е. предполагается, что элемент df_n расположен достаточно близко к глиссажной трубе, чтобы полагать ее неограниченной в обе стороны.

Заменяем $\rho_{м.т} = \sqrt{\rho^2 + (y_m - y_t)^2}$ и произведем интегрирование с учетом того, что

$$\rho = x_m \text{ и } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy_t}{[\rho^2 + (y_m - y_t)^2]^2} = \frac{\pi}{2\rho^3}.$$

В результате для углового коэффициента получим выражение

$$\varphi_{п.т} = \frac{1}{1+x^2/R^2}, \quad (19)$$

где R — радиус цилиндрической поверхности, эквивалентной по затеняемости глиссажной трубе с наваренным полозком.

Подставив найденное значение углового коэффициента $\varphi_{п.т}$ в уравнение (14), найдем окончательное выражение для удельного лучистого потока на элемент df_n поверхности плиты, расположенный на расстоянии x от точки касания плиты и глиссажной трубы:

$$q_n(x) = \epsilon_n(E_c - E_n) - \frac{\epsilon_n \epsilon_t (E_c - E_n)}{1 + (x/R)^2}. \quad (20)$$

Попытаемся в первом приближении оценить неравномерность температурного поля вдоль оси x сляба, вызванную экранирующим действием глиссажной трубы. Для этого зададим упрощен-

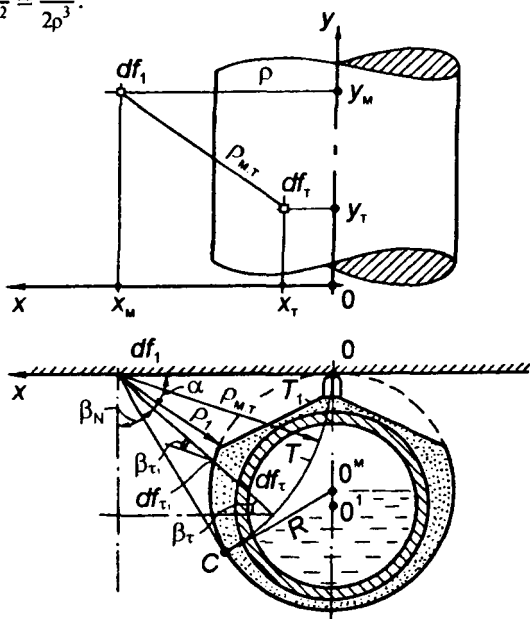


Рис. 2. Схема к определению углового коэффициента с элемента поверхности сляба на глиссажную трубу

ные выражения тепловых потоков $Q_1(x, \tau)$ и $Q_2(x, \tau)$ в формуле (12) и примем

$$q_1(x, t) = q_n - \frac{q_\tau}{1+(X/R)^2} = q_0 \left[1 - \frac{\alpha}{1+(X/R)^2} \right] e^{-\mu\tau}; \quad (21)$$

$$q_2(x, t) = \eta q_0 e^{-\mu\tau}, \quad (22)$$

где

$$q_n = \sigma_0 \varepsilon_n (T_c^4 - T_n^4) = q_0 e^{-\mu\tau};$$

$$\alpha = \frac{q_\tau}{q_n} = \text{const};$$

$$q_\tau = \sigma_0 \varepsilon_n \varepsilon_\tau (T_c^4 - T_{\text{тр}}^4) = q.$$

Эти условия означают, что сляб нагревается при одинаковых значениях температуры греющей среды в верхней и нижней зонах, причем поглощаемый металлом тепловой поток убывает по закону экспоненты. Примем, кроме того, что температура греющей среды (T_c) неизменна и намного превышает начальную температуру металла, тогда $T_c^4 \gg T_{\text{нач}}^4$ и

$$q_0 = \sigma_0 \varepsilon_n (T_c^4 - T_{\text{нач}}) \approx \sigma_0 \varepsilon_n T_c^4; \quad (23)$$

$$Q_0 = \frac{q_0 S}{\lambda(T_c - T_{\text{нач}})} = \frac{\sigma_0 \varepsilon_n T_c^4 S}{\lambda(T_c - T_{\text{нач}})}; \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= Q_0 e^{-\mu\tau} \left[1 - \frac{\alpha}{1+(X/R)^2} \right]; \\ Q_2 &= \eta Q_0 e^{-\mu\tau}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

В последующих выкладках используется замена выражения $\frac{1}{1+(X/R)^2}$ на $\exp(-\rho X/R)$. Основания для использования такой замены иллюстрируются графиками рис. 3 при нескольких значениях коэффициента ρ ($\rho = 0,6 - 1,0$).

При задании потоков теплоты Q_0 и Q_1 по формулам (24), (25) решение задачи (12) принимает следующий вид:

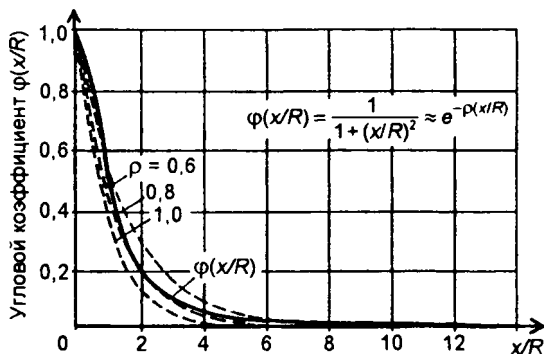


Рис. 3. Схема видоизменения функций $\varphi(x/R)$ при задании нескольких значений коэффициента ρ ($\rho = 0,6 - 1,0$)

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta}{Q_0} = & \frac{1 - e^{-\mu\tau}}{\mu} \left[2 - \frac{\alpha}{\rho\delta} (1 - e^{-\rho\delta}) \right] + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \cos m\pi Z}{m^2 \pi^2 - \mu} \left(e^{-\mu\tau} - e^{-m^2 \pi^2 \tau} \right) \times \\
 & \times \left[1 + (-1)^m - \frac{\alpha}{\rho\delta} (1 - e^{-\rho\delta}) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cos n\pi X}{k^2 n^2 \pi^2 - \mu} \left(e^{-\mu\tau} - e^{-k^2 n^2 \pi^2 \tau} \right) \times \\
 & \times (-1)^n \frac{\alpha \rho \delta}{\rho^2 \delta^2 + n^2 \pi^2} \left[1 + (-1)^{n+1} e^{-\rho\delta} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4 \cos n\pi X \cos m\pi Z}{k^2 n^2 \pi^2 + m^2 \pi^2 - \mu} \times \\
 & \times \left[e^{-\mu\tau} - e^{-(k^2 n^2 \pi^2 + m^2 \pi^2) \tau} \right] (-1)^n \frac{\alpha \rho \delta}{\rho^2 \delta^2 + n^2 \pi^2} \left[1 + (-1)^{n+1} e^{-\rho\delta} \right]. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Неравномерность температурного поля в районе «темного пятна» будем оценивать двумя разностями температур — продольной ($\Delta T_1 = T_1 - T_0$) и поперечной ($\Delta T_2 = T_2 - T_0$), где

$$T_0 = T(0, 0, t); \quad T_1 = T(l, 0, t); \quad T_2 = T(0, S, t).$$

Выражение разностей ΔT_1 и ΔT_2 получим из общего решения (26) при соответствующих значениях координат X и Z :

$$\Delta T_1(\tau) = \rho\delta \left(1 + e^{-\rho\delta} \right) \alpha \text{Sk} T_c \Phi_1(\tau); \quad (27)$$

$$\Delta T_2(\tau) = \rho\delta \left(1 + e^{-\rho\delta} \right) \alpha \text{Sk} T_c \Phi_2(\tau); \quad (28)$$

$$\text{Sk} = \frac{\sigma T_c^3 S}{\lambda}; \quad \alpha = \epsilon_{\tau} \frac{T_c^4 - T_{\tau}^4}{T_c^4 - T_w^4},$$

где

$$\Phi_1(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \left\{ e^{-\mu\tau} - e^{-k^2(2n-1)^2 \pi^2 \tau} \right\}}{\left[k^2(2n-1)^2 \pi^2 - \mu \right] \left[\rho^2 \delta^2 + (2n-1)^2 \pi^2 \right]} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8 \left\{ e^{-\mu\tau} - e^{-[k^2(2n-1)+m^2] \pi^2 \tau} \right\}}{\left[k^2(2n-1)^2 \pi^2 + m^2 \pi^2 - \mu \right] \left[\rho^2 \delta^2 + (2n-1)^2 \pi^2 \right]} ; \quad (29)$$

$$\Phi_2(\tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4 \left\{ e^{-\mu\tau} - e^{-(2m-1)^2 \pi^2 \tau} \right\}}{\rho^2 \delta^2 + [(2m-1)^2 \pi^2 - \mu]} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{8 \left\{ e^{-\mu\tau} - e^{-[k^2 n^2 + (2m-1)^2 \pi^2] \tau} \right\} \left[1 + (-1)^{n+1} e^{-\rho\delta} \right]}{\left[k^2 n^2 \pi^2 + (2m-1)^2 \pi^2 - \mu \right] \left(\rho^2 \delta^2 + n^2 \pi^2 \right) \left(1 - e^{-\rho\delta} \right)} . \quad (30)$$

Известные трудности возникают при определении параметра $\alpha = \varepsilon_T \frac{T_c^4 - T_T^4}{T_c^4 - T_M^4}$, поскольку температура на поверхности трубы (или изоляции) неизвестна.

По-видимому, без большой погрешности можно принять, что температура наружной поверхности водоохлаждаемой стальной трубы колеблется в пределах 120—150 °С (при отсутствии изоляции) и слабо зависит от температуры перемешиваемого по ней сляба. При этом

$$\alpha \approx \varepsilon_T \frac{1}{1 - \theta_M^4} = \frac{\varepsilon_T}{1 - \theta_{\text{пов.м}}^4} .$$

При наличии слоя изоляции на глиссажной трубе температура поверхности изоляции, обращенной к слябу, должна быть близка к некоторой средней температуре его нижней поверхности. В этом случае можно принять $T_T = T_M$, $\alpha = \varepsilon_T \approx 0,51$.

Ниже излагается порядок проведения расчета неравномерности температур по нижней поверхности сляба вследствие экранирования металла глиссажной трубой, называемого сокращенно расчет «темного пятна».

1. Выбираем толщину заготовки (S), марку стали и соответственно физические константы $(\lambda, a = \frac{\lambda}{c\gamma}, \epsilon_n = \epsilon_m)$.

2. Принимаем характеристики глссажных труб: диаметр с учетом слоя изоляции $2R$, шаг $2l$, степень черноты поверхности $\epsilon_\tau = 0,8$ для окисленной поверхности неизолированных стальных труб, $\epsilon_\tau = 0,51$ для поверхности огнеупорной изоляции.

3. Уточняем длину участка глссажных труб (L_τ) и среднюю скорость перемещения заготовок на этом участке v_τ по заданной производительности печи. Рассчитываем время нахождения заготовок на трубах $t_k = \frac{L_\tau}{v_\tau}$ и соответствующий критерий Фурье $\tau_k = \frac{a t_k}{S^2}$.

4. Задаемся начальной и конечной среднemasсовыми температурами металла на участке L : $\bar{T}_{\text{нач}}$, $\bar{T}_{\text{кон}}$.

5. Задаемся максимальной температурой греющей среды T_c на участке L_τ (в нижней зоне).

6. Подсчитываем радиационный критерий Старка: $Sk = \frac{\sigma_0 \epsilon_m T_c^3 S}{\lambda}$, относительные среднemasсовые температуры в начале и конце участка L_τ :

$$\bar{\theta}_{\text{нач}} = \theta_0 = \frac{\bar{T}_{\text{нач}}}{T_c}; \bar{\theta}_{\text{кон}} = \frac{\bar{T}_{\text{кон}}}{T_c}.$$

7. Определяем темп нагрева μ из соотношения

$$e^{-\mu t k} = 1 - \frac{\bar{\theta}_{\text{кон}} - \theta_0}{2Sk} \mu$$

путем подбора или графическим методом.

8. Подсчитываем значения параметров $k = S/l$; $\delta = l/R$.

9. Определяем параметр α :

а) для теплоизолированных труб $\alpha = \epsilon_\tau = 0,51$;

б) для неизолированных водоохлаждаемых труб величина α оценивается с учетом средней температуры нижней поверхности слоя $\theta_{\text{пов}}$ для различных моментов времени; для этого прежде

всего находим значения среднemasсовой температуры $\bar{\theta}(\tau)$ к моменту τ , затем значения соответствующей температуры нижней поверхности из соотношения

$$\theta_{\text{пов}}^4 + \frac{3}{Sk} \theta_{\text{пов}} = 1 + \frac{3}{Sk} \bar{\theta}^*.$$

Наконец, при известной величине $\bar{\theta}_{\text{пов}}(\tau)$ подсчитываем

$$\alpha(\tau) = \frac{0,8}{1 - \theta_{\text{пов}}^4(\tau)}.$$

10. Подсчитываем значения функций $\Phi_1(\tau)$ и $\Phi_2(\tau)$ по формулам (29) и (30) для конечного момента времени (τ_k) и нескольких промежуточных значений ($0 < \tau < \tau_k$)

11. Подсчитываем значения $\Delta T_1(\tau)$ и $\Delta T_2(\tau)$ по формулам (27) и (28) с учетом ранее найденных значений $\Phi_1(\tau)$, $\Phi_2(\tau)$, $\alpha(\tau)$ для тех же моментов времени.

В таблице 1 приведены результаты расчетов разности $\Delta T_1(\tau)$, характеризующей неравномерность температур в районе «темного пятна», вдоль нижней поверхности сляба, для обоих крайних случаев при наличии слоя изоляции, когда $\alpha = \epsilon_T = 0,51$, и при отсутствии его, когда $\alpha = \frac{0,8}{1 - \theta_{\text{пов.м}}^4}$, причем вместо $\theta_{\text{пов.м}}$ в последней

формуле использованы значения $\theta_{\text{пов}}$, представленные в таблице 1 при соответствующих значениях критерия Фурье. Расчеты проведены при задании параметров: $\mu = 0,47$; $k = 0,2$; $\delta = 10$ (для неизолированной трубы) и $\delta = 5$ (для изолированной); $T_c = 1623$ К; $S = 0,05$ м; $\lambda_m = 30,24$ Вт/(м · К) (для углеродистой стали).

Как видно из таблицы, при наличии слоя изоляции экранирующее действие глиссажной трубы сказывается заметно слабее,

* Формула, связывающая температуру на поверхности сляба $\bar{\theta}(\theta_{\text{пов}})$ со среднemasсовой ($\bar{\theta}$), получена из известных соотношений двухстороннего симметричного нагрева:

$$\bar{\theta} = \theta_{\text{пов}} - \frac{2}{3}(\theta_{\text{пов}} - \theta_{\text{оси}}) \quad \text{и} \quad \theta_{\text{пов}} - \theta_{\text{оси}} = \frac{Sk}{2} [1 - \theta_{\text{пов}}^4].$$

В случае несимметричного нагрева металла необходимо внести соответствующие коррективы во взаимосвязь $\bar{\theta}$ и $\theta_{\text{пов}}$.

Результаты расчетов разности $\Delta T_1(\tau)$

τ	$\bar{\theta}$	$\theta_{\text{пов}}$	Без изоляции; $\epsilon_{\text{тр}} = 0,8; \delta = 10$		При изоляции; $\epsilon_{\text{тр}} = 0,51; \delta = 5$	
			Φ_1	ΔT_1 , град	Φ_1	ΔT_1 , град
0	0,3	0,3	0	0	0	0
0,5	0,524	0,663	0,0424	136	0,1064	90
0,8	0,635	0,754	0,0491	187	0,1262	106
1,0	0,698	0,802	0,0525	226	0,1363	115

чем холодной неизолированной, несмотря на двукратное увеличение диаметра за счет слоя изоляции: при $\tau = 1$ перепад температур вдоль нижней поверхности ΔT_1 при наличии изоляции почти вдвое меньше, чем при ее отсутствии (115 и 226 град). Для сравнения подсчитаем поперечный (в плоскости $x = 0$) перепад температур ΔT_2 . При указанных выше значениях исходных параметров ($k, \delta, \alpha, \mu, Sk$), наличии слоя изоляции и $\tau = 1$ подсчеты по формулам (28) и (30) приводят к следующим результатам: $\Delta T_2(\tau) = 813\Phi_2(\tau)$; $\Phi_2(1) = 0,0533$, $\Delta T_2(1) = 43,4$ град, т. е. почти в 3 раза меньше, чем «продольный размер пятна» $\Delta T_1 = 115$ град.

Таким образом, выполнена аналитическая оценка размеров «темных пятен» (зон охлаждения) на стальных заготовках, нагреваемых в методических печах при скольжении по водоохлаждаемым опорным устройствам. Предложена упрощенная (инженерная) методика расчетной оценки «темных пятен».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кавадеров А. В.* Тепловая работа пламенных печей. — М.: Металлургиздат, 1956.
2. *Двейрин Е. Г.* Опыт применения электронной цифровой машины для расчетов печей // Труды НТО черной металлургии. — М.: Металлургиздат, 1960. — Т. 25. — Ч. 1.
3. *Будрин Д. В.* Расчет лучистого теплообмена // Сб. трудов Уральского политехнического института. Теплообмен и вопросы экономии топлива. — Свердловск, 1951.